

S. 804.B.



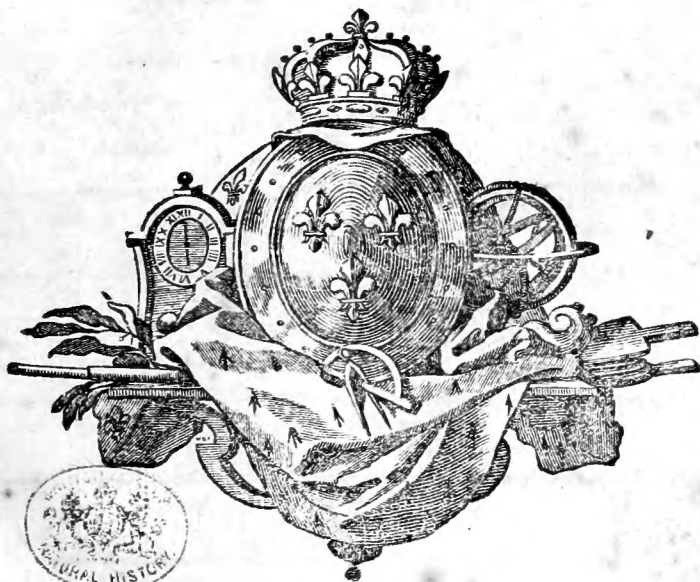


HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCLXV.

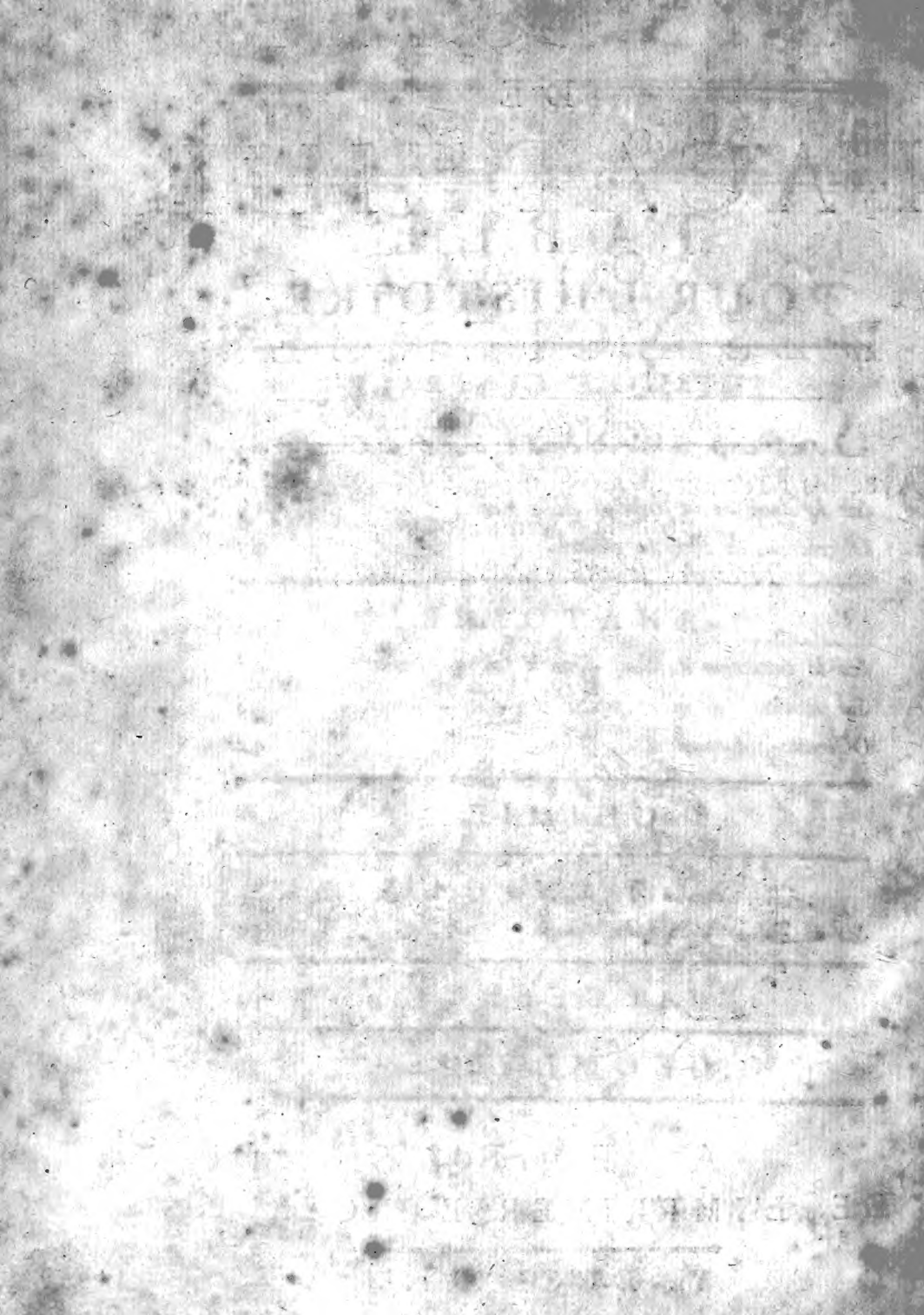
Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique,
pour la même Année,

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXVIII.






TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

<i>Sur la cause générale du Froid en hiver & du Chaud en été.</i>	Page 1
<i>Sur la durée de la sensation de la Vue.</i>	18
<i>Observations de Physique générale.</i>	22

ANATOMIE.

<i>Sur la circulation du Sang dans le foie du Fœtus.</i>	28
<i>Sur un Anévrisme qui a produit des effets singuliers.</i>	38
<i>Observations anatomiques.</i>	42

CHIMIE.

48

BOTANIQUE.

<i>Sur le Blé & l'Orge de miracle.</i>	50
--	----

ALGÈBRE.

54

GÉOMÉTRIE.

57

T A B L E.

A S T R O N O M I E.

<i>Sur un dérangement singulier, observé dans le mouvement de Saturne.</i>	63
<i>Sur quelques moyens de perfectionner les Instrumens d'Astronomie.</i>	65
<i>Sur la comparaison des Hauteurs solsticiales d'hiver, observées en 1762 & 1764, avec celles qui ont été vues à l'Obélisque du gnomon de Saint-Sulpice en 1743 & 1744.</i>	75
<i>Sur la détermination de la parallaxe du Soleil par le passage de Vénus du 6 Juin 1761.</i>	77
<i>Sur les conditions nécessaires pour qu'on puisse observer les Immersions & les Emersons du second Satellite de Jupiter.</i>	82
<i>Sur la variation de l'inclinaison des second & troisième Satellites de Jupiter.</i>	85

H Y D R O G R A P H I E. 91

D I O P T R I Q U E.

<i>Sur les Lunettes achromatiques.</i>	119
<i>Sur la théorie générale de la Dioptrique.</i>	124

M É C A N I Q U E.

<i>Sur la manière de mesurer le rapport des Mesures à grains & celles des liquides avec le boisseau ou la pinte de Paris.</i>	128
<i>Machines ou Inventions approuvées par l'Académie en 1765.</i>	133
<i>Éloge de M. Clairaut.</i>	144





T A B L E

POUR LES MÉMOIRES.

*N*OUVELLE Recherche sur la détermination de la Parallaxe du Soleil par le passage de Vénus du 6 Juin 1761. Par M. PINGRÉ. Page 1

Second Mémoire sur la circulation du Sang dans le foie du fœtus humain. Par M. BERTIN. 35

Nouvelles Recherches sur les Verres optiques; pour servir de suite à la Théorie qui en a été donnée dans le Volume III des Opusculs mathématiques. Second Mémoire. Par M. D'ALEMBERT. 53

Troisième Mémoire sur la circulation du Sang dans le foie du fœtus humain. Par M. BERTIN. 106

Nouvelles Recherches sur la cause générale du chaud en Été & du froid en Hiver, en tant qu'elle se lie à la chaleur interne & permanente de la Terre; en supplément & correction au Mémoire qui fut donné sur ce sujet dans le Volume de 1719, page 104. Par M. DE MAIRAN. 143

Observations sur le lieu appelé Solfatare, situé proche la ville de Naples. Par M. FOUGEROUX DE BONDARROY. 267

Nouvelles Méthodes analytiques pour calculer les éclipses de Soleil, &c. Troisième Mémoire, dans lequel on applique à la solution de plusieurs Problèmes astronomiques, les Équations démontrées dans les deux premiers Mémoires. Par M. DU SÉJOUR. 286

Mémoire sur un dérangement singulier observé dans le mouvement de Saturne. Par M. DE LA LANDE. 363

T A B L E.

<i>Premier Mémoire sur l'état actuel des Tables de Jupiter; & des changemens qu'il convient d'y faire, quant aux principaux élémens de la Théorie. Par M. JEAURAT.</i>	376
<i>Observations sur une Mine de charbon de terre, qui brûle depuis long temps. Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.</i>	389
<i>Observations faites aux Galeries du Louvre, depuis 1760 jusqu'en 1764. Par M. BAILLY.</i>	396
<i>Mémoire sur quelques moyens de perfectionner les Instrumens d'Astronomie. Par M. LE DUC DE CHAULNES.</i>	411
<i>Détermination de la distance d'Arcturus au bord supérieur du Soleil, au Solstice d'été de 1765. Par M.^{rs} LE DUC DE CHAULNES & CASSINI.</i>	428
<i>Comparaison des hauteurs solsticiales aux environs du tropique du Capricorne, faites en 1762 & 1764; avec celles qui ont été faites à l'obélisque du gnomon de Saint-Sulpice, en 1743 & 1744. Par M. LE MONNIER.</i>	432
<i>Observation de l'opposition de Jupiter avec le Soleil, le 4 Janvier 1765; & corrections qu'il convient de faire aux Tables de M. Cassini. Par M. JEAURAT.</i>	435
<i>Mémoire sur la durée de la sensation de la Vue. Par M. le Chevalier D'ARCY.</i>	439
<i>Mémoire sur deux Machines propres à donner le rapport que les différentes Mesures à grains, ou celles des liquides, ont avec le boisseau ou la pinte de Paris. Par M. TILLET.</i>	452
<i>Mémoire sur l'utilité des éclipses de Soleil, qui ont été observées Totales & Annulaires; & de l'usage que l'on peut faire de celle que nous attendons partielle, au 16 Août 1765. Par M. LE MONNIER.</i>	460
<i>Mémoire sur les conditions nécessaires pour qu'on puisse observer les</i>	

T A B L E.

<i>Immersions & les Émersions du second satellite de Jupiter.</i> Par M. DE LA LANDE.	465
<i>Observation de l'éclipse de Soleil du 16 Août 1765, observée à Colombes.</i> Par M. DE COURTANVAUX.	476
<i>Observation sur un Anévrisme qui a produit des effets singuliers.</i> Par M. PETIT.	480
<i>Mémoire sur la Variation de l'inclinaison de l'orbite du second Satellite de Jupiter.</i> Par M. MARALDI.	491
<i>Mémoire sur la cause de la variation de l'inclinaison de l'orbite du second Satellite de Jupiter.</i> Par M. BAILLY.	499
<i>Suite de l'histoire de l'Inoculation de la petite vérole, depuis 1758 jusqu'en 1765. Troisième Mémoire.</i> Par M. DE LA CONDAMINE.	505
<i>Mémoire sur la résolution générale des Équations de tous les degrés.</i> Par M. BEZOUT.	533
<i>Observations de l'éclipse du Soleil du 16 Août 1765.</i> Par M. LE MONNIER.	553
<i>Précis d'une théorie générale de la Dioptrique.</i> Par M. EULER.	555
<i>Observations Botanico-météorologiques, faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers en Gâtinois, pendant l'année 1764.</i> Par M. DU HAMEL.	576
<i>Mémoire sur le changement de l'inclinaison du troisième Satellite de Jupiter.</i> Par M. DE LA LANDE.	605
<i>Observation de l'éclipse de Soleil du 16 Août 1765, faite à l'Observatoire royal.</i> Par M. CASSINI DE THURY.	609
<i>Observations de l'éclipse de Soleil du 16 Août 1765.</i> Par M. l'Abbé CHAPPE D'AUTEROCHE.	610

T A B L E.

<i>Occultation des deux Étoiles de la queue du Capricorne par la Lune le 1.^{re} Août 1765. Par M. PINGRÉ.</i>	611
<i>Remarques sur les blés appelés Blés de miracle, & découverte d'un Orge de miracle. Par M. ADANSON.</i>	613
<i>Recherches sur la cause de la pulsation des artères. Par M. DE LAMURE, de la Société Royale de Montpellier.</i>	620
<i>Mémoire sur la manière de conserver en tout temps les cristaux de l'alkali fixe du tartre; pour servir de suite au Mémoire de M. MONTET, sur la cristallisation de cet alkali, inséré dans le volume précédent. Par M. MONTET, de la Société Royale de Montpellier.</i>	667

F A U T E S À C O R R I G E R

dans les Mémoires de 1762.

Page 100, ligne 30, Le cosinus de cette inclinaison, &c. lisez, La différence des mouvemens horaires du Soleil & de Vénus sur l'Écliptique étant divisée par le cosinus de cette inclinaison apparente, donne le, &c.

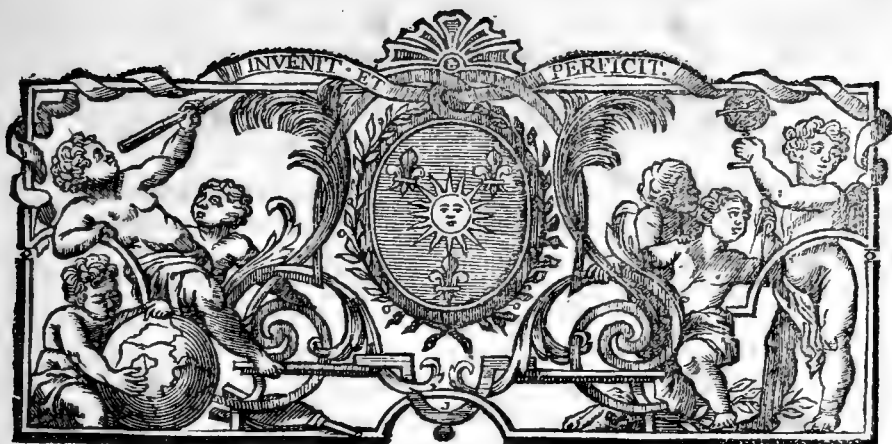
Dans les Mémoires de 1763.

Page 268, ligne 8, Je me trouve donc obligé de reprendre ce que j'ai dit de ces veines dans mon second Mémoire sur la circulation du sang dans le foie du fœtus humain; lisez, Je me trouve donc obligé de renvoyer pour ce que j'ai à dire de ces veines, à mon second Mémoire sur la circulation du sang dans le foie du fœtus humain.

Ibid. ligne 26, Dont j'ai parlé dans mon second Mémoire, lisez, Dont je parlerai dans mon second Mémoire.



HISTOIRE



HISTOIRE

DE

L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES.

Année M. DCCCLXV.



PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR LA CAUSE GÉNÉRALE

du Froid en hiver & du Chaud en été.



HISTOIRE de l'Académie offre plusieurs V. les Mém.
exemples de questions très-importantes & très- P. 143.
difficiles qui avoient été absolument négligées,
parce qu'une fausse apparence de simplicité sous
laquelle elles étoient comme enveloppées avoit
empêché de les regarder comme des questions.

Hist. 1765.

. A

2 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE

De ce nombre est certainement la cause du froid en hiver & du chaud en été : phénomène qui a dû être observé depuis le commencement du monde & qu'on a toujours constamment rapporté à l'action plus ou moins grande, plus ou moins directe & plus ou moins continue des rayons du Soleil. On ne s'étoit pas même avisé de soupçonner qu'il pût y avoir une autre cause qui concourût avec celle qu'on avoit adoptée, & qui y jouât, pour ainsi dire, le principal rôle.

M. de Mairan osa le premier, en 1719, révoquer en doute que la différence de quantité & d'action des rayons du Soleil fût l'unique cause de la variété des saisons ou, pour parler plus précisément, du chaud & du froid; & il donna ses premières idées sur ce sujet dans un Mémoire qu'il lut alors à l'Académie, & qu'elle a publié dans son volume de 1719^a. Ce Mémoire fut suivi, en 1721^b, d'un autre dans lequel M. de Mairan recherchoit combien les rayons du Soleil s'affoiblissoient en traversant l'atmosphère à différentes hauteurs, & où il démonstroît que, toutes choses d'ailleurs égales, une couche de vapeurs de densité uniforme causeroit aux rayons une réfraction d'autant plus grande qu'elle étoit moins épaisse.

Ces deux Mémoires, & sur-tout le premier, étoient destinés à faire voir 1.^o qu'il existoit dans le globe terrestre un fonds, un principe de chaleur absolument indépendant de l'action des rayons du Soleil, sans l'existence duquel les rapports de chaud & de froid indiqués par le thermomètre deviendroient absolument inexplicables & contradictoires avec tout ce qu'on a d'expériences sur ce sujet.

Nous ne rapporterons pas ici, même en abrégé, les preuves que M. de Mairan y donnoit de cette étonnante proposition. Le Lecteur peut aisément les voir dans les endroits déjà cités, & nous allons avoir occasion de les reprendre presque toutes en parlant du Mémoire qui fait le sujet de cet article : en effet, de nouvelles lumières & des expériences multipliées pendant plus de quarante années, ont engagé M. de Mairan à traiter de nouveau cette matière, en introduisant dans ce

^a Voy. l'Hist. de 1719, 1^{re} 3, & Mém. p. 104.

^b V. l'Hist. de 1721, p. 16, & Mém. p. 8.

nouvel ouvrage les nouvelles preuves & les corrections que ses réflexions & ses observations lui ont suggérées. Essayons d'en donner une idée.

La question dont il s'agit dans ce Mémoire, se réduit donc à examiner si la variation du chaud de l'été au froid de l'hiver est exactement proportionnelle à celle de l'action du Soleil dans ces deux saisons, auquel cas elle pourroit très-légitimement être attribuée à cette seule cause, & si elle ne l'est pas, à déterminer quelle part elle y a, pour obtenir la valeur & l'intensité de la cause qui concourt avec elle à les produire.

C'est en effet la route qu'a suivie M. de Mairan. Les observations de cinquante-six ans, qu'il rapporte dans son Mémoire, donnent la quantité ou plutôt le rapport absolu du chaud de l'été au froid de l'hiver, 1026 à 994 degrés du thermomètre de M. de Reaumur; rapport affecté de toutes les causes qui peuvent concourir à cet effet; & la théorie peut, au moyen du calcul, déterminer avec certitude le rapport de l'action du Soleil en été à celle qu'il exerce en hiver. D'où il suit que la comparaison de ces deux rapports doit donner exactement l'intensité de la cause qui concourt avec l'action du Soleil à produire la variation des saisons: c'est sous ce point de vue qu'on doit regarder tout l'ouvrage de M. de Mairan.

Il est nécessaire, avant que d'aller plus loin, de présenter au Lecteur l'explication de quelques termes qu'emploie M. de Mairan pour éviter des répétitions ennuyeuses. Il nomme, par exemple, *été & hiver solaires* ceux qui seroient produits uniquement par l'action du Soleil aux deux solstices, sans l'intervention d'aucune autre cause; & les degrés d'intensité de chaud & de froid résultant du calcul des sinus de la hauteur solaire & des autres causes qui en dépendent, *degrés ou parties trigonométriques*; sous le nom d'*été & d'hiver réels*, il comprend les intensités de froid & de chaud observées à chaque solstice; & comme ces intensités ne sont comparées qu'à l'aide du thermomètre, il nomme les degrés ou parties de cette mesure *degrés ou parties thermométriques*.

4 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE

Indépendamment des étés & des hivers solaires & réels; M. de Mairan imagine encore un autre été & un autre hiver, qu'il nomme *rationnels*; ce sont ceux qu'on éprouveroit sous chaque latitude, par l'action du feu central, combinée seule avec celle des rayons solaires & abstraction faite des causes locales & accidentelles; enfin il nomme *feu central* ce principe quelconque de chaleur qui paroît agir comme partant du centre de la Terre, & qui concourt, avec l'action du Soleil, à la production du degré de chaleur de l'été & à l'adoucissement du degré de froid de l'hiver.

Ces trois espèces d'été & d'hiver entraînent la division de l'ouvrage de M. de Mairan en trois parties.

La première a pour objet la détermination de l'été & de l'hiver solaires, la seconde s'occupe des étés & des hivers réels, & la troisième est employée à l'examen des étés & des hivers rationnels & du feu central.

Quoique l'action des rayons du Soleil soit par elle-même une quantité simple & unique, cependant les différentes manières dont elle agit la multiplie, pour ainsi dire, & obligent de la considérer sous quatre rapports différens, qui forment quatre élémens ou facteurs nécessaires pour déterminer le rapport de l'été à l'hiver solaires d'un climat déterminé.

Le premier de ces élémens est le rapport des sinus des hauteurs solaires à l'un & à l'autre solstice; ce rapport donne effectivement, comme M. de Mairan le démontre, la proportion de la quantité des rayons du Soleil qu'un espace donné de terrain reçoit en été & en hiver; jusque-là tout le monde est d'accord, mais l'action de ces rayons est-elle proportionnelle aux sinus, ou suit-elle la raison de leurs quarrés? c'est sur ce point que les Philosophes cessent de s'accorder; M. Halley a suivi la première opinion & M. Fatio de Duillier la seconde; la raison de ce dernier est que les rayons solaires agissant sur un plan, non-seulement en raison de leur quantité proportionnelle aux sinus d'incidence, mais encore en raison du choc qu'ils exercent sur ce plan proportionnel aux mêmes sinus, il en résulte que leur action totale est en raison des quarrés de

ces sinus. Ce raisonnement, si spécieux en apparence qu'il avoit séduit M. de Mairan même dans ses premières recherches, seroit effectivement sans réplique si la surface du terrain étoit un plan mathématique, mais il s'en faut bien que la surface du terrain le plus uni approche de cette supposition; elle est par rapport à la lumière, un corps presque infiniment raboteux & qu'elle rencontre sous toutes sortes d'angles. L'inclinaison des rayons ne leur fait donc presque rien perdre de leur choc, & la diminution de force que M. Fatio prétend en déduire, ne doit pas avoir lieu; on objecteroit en vain que ce n'est pas la surface d'un miroir qui réfléchit les rayons, mais celle d'une espèce d'atmosphère dont elle est revêtue, & que le terrain pourroit bien en avoir une de cette espèce; cette atmosphère ne paroît pas être plus épaisse sur un corps plus gros que sur un plus petit, & quoique suffisante pour remplir les très-petites inégalités de la surface du miroir, elle ne peut certainement l'être pour effacer & pour combler, pour ainsi dire, celles du terrain, qui, dans ce cas devroit aussi renvoyer, au moins imparfaitement, les images du Soleil, de la Lune, &c. ce qui n'a jamais été observé.

On pourroit encore dire que les rayons du Soleil échauffent le terrain, non-seulement à raison de leur quantité proportionnelle aux sinus des hauteurs, mais encore à raison de la profondeur à laquelle ils pénètrent le terrain, qui est encore proportionnelle aux mêmes sinus, d'où résulte nécessairement pour l'intensité de la chaleur, non la proportion des simples sinus de hauteur, mais celle de leurs carrés; mais il est visible que ce raisonnement, qui seroit vrai si le terrain étoit un plan mathématique & également pénétrable par-tout, porte absolument à faux en le regardant ainsi qu'il est réellement, comme rempli d'inégalités qui reçoivent les rayons sous toutes sortes de directions & comme composé de parties très-différemment pénétrables à la lumière; d'où il suit que tout compensé, tout l'avantage du solstice d'été sur celui de l'hiver, se réduit à la seule quantité des rayons solaires, toujours dans la raison simple des sinus de la hauteur du Soleil.

Mais est-il bien constant que la force du Soleil pour échauffer un climat, soit proportionnelle à la quantité de ses rayons qui tombent sur un même espace; & la communication, la complication qui résulte de leur nombre n'augmente-t-elle pas leur effet? l'expérience seule pouvoit répondre à cette question, & M. de Mairan s'est pressé de la consulter: il fit placer à l'ombre cinq ou six thermomètres de la construction de M. de Reaumur, & ayant fait tomber sur leurs boules l'image du Soleil, réfléchi d'abord par un seul miroir, ensuite par deux & enfin par trois, il observa que dans toutes les expériences & dans tous les thermomètres, l'ascension de la liqueur fut toujours exactement proportionnelle à la quantité de lumière qu'il faisoit tomber sur la boule; la chaleur peut donc être regardée comme exactement proportionnelle aux quantités de rayons qui tombent sur un espace donné.

Les rayons du Soleil ne peuvent parvenir à la Terre sans avoir traversé son atmosphère.

Le second élément qui doit entrer dans le calcul de l'été & de l'hiver solaires doit donc être leur affoiblissement ou plutôt ce qui leur reste de force après ce trajet. Si l'atmosphère étoit considérée comme une substance homogène & terminée en dessus par une surface plane, rien ne seroit plus facile que de déterminer la longueur du trajet des rayons pour chaque hauteur, & par conséquent leur affoiblissement toujours proportionnel à cette longueur, & M. de Mairan démontre que dans ce cas, l'affoiblissement des rayons seroit en raison inverse des sécantes de complément des hauteurs; mais cette supposition est trop éloignée du vrai pour qu'on puisse s'y arrêter.

En conservant à l'atmosphère la propriété seule d'être homogène & la terminant par une surface sphérique concentrique à la Terre, le problème n'en devient que plus difficile; & il se peut également résoudre. M. de Mairan rapporte la solution qu'en avoit donnée M. Fatio; mais cette supposition n'est pas plus légitime que la première. L'atmosphère est composée d'une infinité de couches de densités différentes, & nous n'avons aucun moyen de connoître l'angle sous lequel

chacune de ces couches est rencontrée par les rayons de lumière; condition cependant essentielle à la solution.

L'expérience étant donc le seul moyen auquel on puisse avoir recours en pareille circonstance, M. de Mairan a cru devoir adopter celles que M. Bouguer avoit faites sur cette matière, & qu'on trouve dans son Ouvrage sur la gradation de la lumière; il ajoute même à la fin de cet article une Table qui en est comme le résultat, dans laquelle la force totale d'un rayon étant supposée 10000, on trouve, pour chaque hauteur donnée, celle qui lui reste après avoir traversé l'atmosphère.

Le troisième élément qui doit entrer dans le calcul des étés & des hivers solaires, est la distance du Soleil : on sait assez que cette distance est plus grande d'environ $\frac{1}{36}$ lorsque le Soleil paroît au signe du Cancer, que lorsque nous le voyons au signe du Capricorne. Cet élément est, comme on voit, le même pour toutes les latitudes, avec cette différence qu'il diminue un peu la chaleur de l'été & augmente un peu celle de l'hiver dans tout l'hémisphère boréal de notre globe, tandis qu'il opère un effet absolument contraire dans l'hémisphère austral; l'été de ce dernier se rencontrant précisément pendant notre hiver, & son hiver pendant notre été. Il faut seulement remarquer que la force ou l'intensité de la lumière suivant, non la simple raison inverse des distances, mais celle de leurs quarrés, ce sont aussi, non les distances mêmes, mais leurs quarrés dont l'expression doit entrer dans le calcul des étés & des hivers solaires.

Non-seulement le Soleil chauffe plus ou moins à raison de sa distance à la Terre, de l'obliquité & de la quantité plus ou moins grande de ses rayons, & de la force plus ou moins grande qu'ils conservent après avoir traversé l'atmosphère; mais il chauffe encore plus ou moins, à raison du temps plus ou moins long qu'il reste sur l'horizon : la longueur des jours, mesurée par les arcs diurnes ou semi-diurnes, doit donc entrer dans le calcul des étés & des hivers solaires, aussi en font-ils le quatrième & dernier élément. On se tromperoit cependant si l'on se contentoit d'employer dans ce calcul les

8 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE

arcs semi-diurnes, qui représentent la moitié du jour naturel; le jour solsticial le plus long de tous, n'est pas seulement animé de sa propre chaleur, mais de celle des jours qui le précèdent & qui s'est comme accumulée, parce que chaque jour en donne alors plus que la nuit n'en peut détruire; d'où naît une espèce de série & une espèce d'échelle de chaleur croissante, à peu-près en même raison que celle de l'accélération des graves dans leur chute, ce qui a engagé M. de Mairan à employer, non les arcs semi-diurnes mêmes, mais leurs carrés.

Cet élément exige encore bien d'autres attentions, desquelles il est nécessaire d'être informé. L'arc semi-diurne est toujours égal sous l'Équateur, puisque les jours y sont constamment de douze heures, & les nuits pareilles toute l'année: ainsi tous les autres élémens étant égaux de part & d'autre de ce cercle, il n'y auroit jamais d'autre différence de chaleur solaire sans la différence des distances du Soleil en ϖ & en γ ; mais cette différence rapproche un peu du pôle boréal le parallèle de l'égalité constante des hivers & des étés, & le place à $1^d 47' 30''$ de latitude boréale, espèce de paradoxe astronomique.

A mesure qu'on s'éloigne de l'Équateur, l'inégalité des produisans du calcul pour l'hiver & pour l'été solaires va toujours en augmentant, & sur-tout la grandeur des arcs semi-diurnes; mais lorsqu'on est une fois arrivé au Cercle polaire ou, à cause de l'effet des réfractions, un peu au-delà, le rapport du jour solsticial d'été au jour solsticial d'hiver devient infini, puisque le Soleil ne se couchant point en été & ne se levant pas en hiver, l'un des deux est infini à l'égard de l'autre: au-delà de ce parallèle, la longueur des jours d'été sans nuit augmente encore, de même que celle des nuits d'hiver sans jour; mais il n'existe plus d'arc semi-diurne qui puisse servir à mesurer l'énergie de la chaleur, M. de Mairan y supplée d'une façon bien ingénieuse.

Pour exprimer cette série croissante des grands arcs semi-diurnes & semi-nocturnes des zones glaciales ou polaires, il suppose le mouvement diurne du Soleil ralenti sur l'horizon en été ou sous l'horizon en hiver de toute la quantité de ces
longs

longs jours sans nuit & de ces longues nuits sans jours ; par ce moyen si simple, les jours & les nuits pôlaires qui sembloient se soustraire à la règle & au calcul, y entrent tout naturellement, & pour lors rien n'embarrassant plus, M. de Mairan détermine, 1.^o la latitude auquel le rapport des jours solsticiaux commence à devenir infini, & que la réfraction porte au 67.^e deg. 4 min. 2.^o La quantité des étés solaires de cette zone qui se trouvent par la continuité de la présence du Soleil, beaucoup plus grands que ceux de la zone torride ; 3.^o enfin les étés & les hivers solaires à toutes les latitudes, avec une différence dont il donne une Table très-complète ; le lecteur ne sera peut-être pas fâché de trouver ici que sous le parallèle de Paris, au 48.^e deg. 50 min. 10 sec. de latitude boréale, l'été solaire est à l'hiver comme $16 \frac{82}{100}$ est à 1.

Tel devoit donc être le rapport entre l'été & l'hiver, si la chaleur n'étoit produite que par l'action du Soleil, & s'il se trouve différent, on sera forcé d'admettre un principe de chaleur étranger au Soleil, qui se combinant avec ses effets, puisse donner à l'été & à l'hiver, le rapport qu'on aura observé.

Il est aisé de voir que ce rapport entre l'été & l'hiver réel de chaque climat, ne peut, comme le précédent, se déduire de raisonnemens mathématiques, & qu'il ne peut être donné que par des observations faites à l'aide du thermomètre.

Il est encore aisé de voir que ces observations veulent être faites dans chaque endroit ou avec le même thermomètre ou avec des thermomètres comparables, c'est-à-dire qui, à la même chaleur, donnent tous le même degré, & que cette condition de la comparabilité des thermomètres, devient absolument nécessaire pour la comparaison de l'été & de l'hiver des différens climats ; heureusement M. de Mairan s'est trouvé à portée de l'un & de l'autre, le thermomètre de l'Observatoire, établi par feu M. de la Hire, subsiste encore & fournit des observations continuées depuis plus de quatre-vingt-dix ans dans le même endroit, & de plus on a parfaitement comparé sa marche

avec celle des thermomètres de la construction de feu M. de Reaumur, qui sont, comme on fait, comparables, & desquels on s'est servi pour faire des expériences & des observations dans presque tous les climats, ou pour réduire celles qui avoient été faites avec des thermomètres autrement gradués, & qu'on a toujours pu leur comparer.

C'est donc avec grande raison que M. de Mairan commence sa seconde partie par un examen des différentes espèces de thermomètres, nécessaire à les réduire à parler, pour ainsi dire, une même langue, & parce que les nombres qui expriment les rapports des étés aux hivers réels de chaque climat, ont été déterminés à l'aide du thermomètre, il les nomme *parties* ou *degrés thermométriques*, par opposition à ceux qui expriment les rapports des étés & des hivers solaires qui ont été déduits uniquement du calcul, & qu'il nomme *parties* ou *degrés trigonométriques*. Une question singulière par laquelle M. de Mairan termine cette recherche, est celle du plus grand froid possible ou du 0 absolu de chaleur, degré qui vraisemblablement n'existe pas dans la Nature, mais le lecteur ne sera peut-être pas fâché de voir, par le raisonnement de M. de Mairan, qu'à mesure que la liqueur du thermomètre se condense, elle acquiert une plus grande difficulté à se condenser; la fameuse expérience de Pétersbourg, dans laquelle on a fait geler le mercure, a porté le froid artificiel à 592 degrés en partant du froid naturel de 31 degrés qui régnoit alors à Pétersbourg, que seroit-ce si on avoit fait cette expérience en Sibérie où le froid naturel est souvent de 53 degrés; si la diminution de la liqueur étoit toujours proportionnelle à l'augmentation du froid, le froid artificiel auroit dû être marqué par une descente de la liqueur de 1012 degrés, tandis qu'il n'y a dans le thermomètre que 1000 parties de liqueur, elle auroit donc dû être plus qu'anéantie; d'où il faut conclure, avec M. de Mairan, que le 0 absolu du froid, est une chimère qui n'existe nulle part dans la Nature, & qu'il peut être regardé comme le point de jonction d'une asymptote avec sa courbe, dont on s'approche toujours sans jamais y arriver.

Par une longue suite d'observations du thermomètre, faites à Paris, on trouve, en prenant un milieu entre toutes, l'été réel de 1026 parties, & l'hiver réel de 994 du thermomètre de M. de Reaumur; d'où suit cet étonnant paradoxe, que le chaud de l'été est à celui qui reste encore dans l'air par le plus grand froid, dans la raison de 31 à 32; conclusion incontestable, mais que l'effet du grand chaud & du grand froid sur nos sens, sembleroit défavouer, si on ne savoit combien peu nous pouvons compter sur leur rapport.

La propriété qu'ont les thermomètres de M. de Reaumur, d'être comparables, a permis de faire des observations suivies dans presque toutes les parties de notre globe, tant au nord qu'au sud de la Ligne, au moins M. de Mairan en a-t-il ramassé de presque tous les endroits où ont été les Européens depuis plus de trente ans; on juge bien que toutes celles qui ont été faites à une même latitude, ne s'accordent pas parfaitement; une infinité de causes locales, telles que des bois, des eaux, la hauteur du sol, la nature du terrain, &c. peuvent troubler cette uniformité; mais en prenant un milieu, comme on fait toujours en pareille occasion, M. de Mairan arrive à cette étonnante conclusion, que la plus grande chaleur de l'été est la même dans tous les climats depuis l'Équateur jusqu'aux Cercles pôlaires, tandis que les hivers y sont prodigieusement différens.

Nous disons depuis l'Équateur jusqu'aux Cercles pôlaires, parce que le peu de navigations faites dans les mers glaciales, n'a pas permis d'avoir assez d'observations du thermomètre pour s'assurer si l'été est encore dans ces parages le même que par-tout ailleurs; si cependant on veut, au défaut de preuves directes, se contenter de probabilités très-fortes, on sera certainement très-porté à le croire; 1.^o il est prouvé par les Journaux des navigateurs qui ont été dans les mers du Nord, à la recherche du passage aux Indes orientales, qu'en s'élevant à une certaine hauteur très-voisine du Pôle & navigant à l'ouest, ils avoient trouvé une mer ouverte & sans glaces, & une température à peu-près semblable à celle qu'on éprouve

à Amsterdam. Que deviennent donc ces glaces éternelles de Pline? & pour dire quelque chose de plus positif, celles qu'ont rencontrées à l'est les navigateurs qui ont voulu passer de ce côté? pour peu qu'on y fasse attention, cette difficulté disparaîtra bientôt; la mer ne gèle que peu ou point par elle-même, la salure l'en défend, les glaces qu'on y rencontre sont formées de l'eau douce des rivières qui s'y jettent: or du côté de l'est sont des fleuves immenses qui traversent les vastes cantons de la Samogitie & de la Sibérie; il n'est donc pas étonnant qu'on y trouve une grande abondance de glaces, au lieu que du côté de l'ouest le terrain n'est qu'une chaîne de montagnes très-voisines de la mer, qui ne peuvent fournir par conséquent que des rivières très-courtes & très-foibles, & par conséquent peu ou point de glaces au nord du nouveau Groënland; les glaces ne sont donc que comme accidentelles dans la mer glaciale septentrionale, & il y a grande apparence que son été rentre dans la loi commune & se trouve au pair de celui de Hollande, & peut-être même plus chaud, l'été solaire qui fait partie du réel, devant, à raison de la continuité des jours, y être considérablement plus fort.

On a fort peu de relations de voyages faits à la partie voisine du pôle austral: cependant le fameux Capitaine Gonneville fit, en 1504 & 1505, un voyage dans cette partie du monde; il y passa six mois, & il en ramena un Australien, fils de Roi & nommé Essoméric, qui fut baptisé & marié en France, & dont le fils publia une relation de ce voyage. Il y est dit que les habitans y étoient très-légèrement habillés; que le pays étoit fertile, & les habitans très-sociaux & très-raisonnables: rien de tout cela n'indique les froids excessifs qu'on attribue à cette zone, & si le plus grand éloignement du Soleil pendant leur hiver, doit rendre le froid plus vif qu'il n'est à pareille latitude dans la partie septentrional du globe, on peut supposer sans témérité que cette différence est bien petite, & que l'été doit ne pas s'écarter de la règle générale des 1026 degrés du thermomètre.

Comme il se trouve par-tout une infinité de causes locales

& accidentelles, qui peuvent faire varier l'intensité du chaud & du froid à la même latitude; M. de Mairan, pour rappeler le tout au calcul, a très-sagement pris pour chaque latitude un terme moyen qu'il nomme *été & hiver rationnels*; & c'est en déduisant de ces étés & hivers rationnels l'action du Soleil ou plutôt ses effets, qu'il nomme *étés & hivers solaires*, qu'on verra ce qu'opère à chaque latitude le feu central ou la chaleur propre & inhérente à la Terre.

Il est évident que pour pouvoir comparer ensemble les étés & les hivers solaires, uniquement exprimés en parties trigonométriques, avec les étés & les hivers réels ou rationnels exprimés en parties du thermomètre, il faut les réduire à une mesure commune; c'est à quoi s'applique d'abord M. de Mairan, &, par un calcul fort simple, il détermine que le degré du thermomètre de M. de Réaumur répond à $416\frac{1}{32}$ parties trigonométriques, dont 15233 expriment la différence de l'été solaire à l'hiver solaire de Paris. A l'aide de cette évaluation, il parvient à une formule qui exprime, pour toute latitude donnée, la valeur de l'émanation centrale qui fait le fonds de chaleur constant du climat & auquel s'ajoute la chaleur du Soleil en été & en hiver; & cette formule l'a mis en état de former une Table qui présente aux yeux tout le tableau de cette espèce de système.

La seule inspection de ce tableau, démontre évidemment l'existence d'un feu central: en effet, comment expliquer sans cela la proportion de l'été réel à l'hiver réel, dont la différence n'est que de 32 sur 1026 ou $\frac{1}{32}$ du total, tandis que la proportion de l'été à l'hiver solaire est à très-peu près comme 17 à 1; il faut absolument qu'il y ait un fonds de chaleur constant dans la Terre qui fasse disparaître cette énorme différence, & il est au moins très-probable que cette source de chaleur est placée au centre de la Terre: il seroit inutile de dire que ce fonds de chaleur est le fruit de l'action du Soleil accumulée, car en ce cas, elle iroit toujours en croissant, ce que l'on n'observe point; & nous allons bientôt voir un grand nombre d'autres raisons qui concourent à

le faire regarder comme un feu placé au centre du globe & dont les émanations se font jour à travers la croûte plus ou moins épaisse & plus ou moins dense qui le recouvre.

Sans ce feu central & ses émanations, la Terre entière ne seroit qu'une masse de glace inanimée & stérile, car alors il n'auroit plus d'autre chaleur que celle que lui communique le Soleil : or en supposant les deux tiers du globe éclairés par le Soleil, ce qui est bien au-delà de la réalité, & l'intensité de sa chaleur égale à celle de l'été solaire sous l'Équateur, il n'en résultera jamais qu'une température égale à celle que marqueroient 20 degrés du thermomètre; or il faut 1000 de ces degrés pour empêcher l'eau de geler, il est donc évident que sans le feu central le globe seroit perpétuellement gelé & dans une inaction totale; les fermentations souterraines ne formeroient qu'une ressource insuffisante, & cette objection tombera d'elle-même dès qu'on se rappellera que la fermentation ne peut avoir lieu sans un degré de chaleur & de fluidité convenables, & où seroient cette chaleur & cette fluidité dans les parties d'une masse absolument gelée?

Sans ce feu central, on ne pourroit absolument rendre une raison satisfaisante de l'égalité des étés que nous avons fait voir régner par toute la Terre; mais en adoptant la belle théorie de M.^{rs} Newton, Hughens & Leibnitz sur la formation de la Terre, jointe à l'existence d'un feu central, l'explication de ce phénomène surprenant, devient toute naturelle. Si la Terre a été, comme le supposent ces habiles Physiciens, une masse fluide ou même une pâte molle assujettie à un mouvement de rotation & qui se soit durcie par l'action des rayons du Soleil auxquels elle étoit exposée, elle l'aura été d'autant plus profondément qu'elle y étoit plus exposée : or il est certain que la zone torride étoit dans ce cas, & que par conséquent la croûte terrestre a dû y être plus épaisse & moins perméable aux émanations centrales; par la même raison, son épaisseur sera toujours proportionnelle à la force des étés solaires, & comme cette épaisseur est l'obstacle qui s'oppose aux émanations du feu central, elles seront d'autant

moindres que l'été solaire est plus chaud, & tout rentrera dans une parfaite égalité.

Cette égalité peut cependant être troublée; des assemblages de montagnes, un pays naturellement élevé, augmentent l'épaisseur de la croûte & s'opposent davantage aux émanations centrales; des bancs de roche très-étendus enfermés sous le terrain, peuvent encore produire le même effet; & l'une ou l'autre de ces causes, peut-être toutes les deux ensemble, produisent vraisemblablement les froids excessifs de la Sibérie & de quelques autres endroits, tandis que sous le même parallèle on jouit d'une température beaucoup plus douce. Nous avons au reste déjà traité cette même matière, en 1749 *, d'après

* Voy. l'Hist. de
1749, l. 59.

M. de Mairan lui-même, & pour éviter des redites inutiles, nous prions le Lecteur d'y vouloir bien recourir; il y trouvera un grand nombre de preuves en faveur de cette même opinion.

Les mers, dont la profondeur rend le fond plus voisin des émanations centrales, doivent en recevoir un degré de chaleur sensible; aussi, selon les observations de feu M. le Comte de Marigli, leur température est-elle constamment, hiver & été, de $10^{\frac{1}{2}}$ du thermomètre de M. de Reaumur, à peu-près au même degré que les caves de l'Observatoire: il peut cependant arriver que le plus ou moins de profondeur & des circonstances purement accidentelles dérangent cette uniformité.

L'atmosphère n'est pas plus exempte que la mer de l'action des émanations centrales; elles la pénètrent 1.° en raison des distances à la Terre ou de quelqu'une de leurs fonctions; 2.° en raison de la rareté des différentes couches d'air, étant bien constant que les corps ne reçoivent & ne retiennent de chaleur qu'à raison de leur densité. Or comme l'atmosphère est considérablement moins dense dans les couches supérieures que dans les inférieures, il en résulte que l'action des émanations centrales, très-sensible au voisinage de la Terre, devient comme nulle dans les couches très-élevées: & de-là les grêles qui se forment dans cette partie haute, & les glaces qui enveloppent la cime des hautes montagnes, même au milieu de la zone torride.

Cette même diminution de chaleur dans les couches de

l'atmosphère, sert encore à rendre raison d'un phénomène d'une autre espèce; le célèbre M. Mariotte avoit donné une règle pour déterminer la hauteur des montagnes par le moyen du baromètre; cette règle est fondée sur ce qu'à des hauteurs égales du mercure dans le baromètre, il doit répondre des couches d'air d'autant plus épaisses que l'air en cet endroit sera moins pesant: or il le sera d'autant moins que la couche d'air sera prise dans un lieu plus élevé, puisqu'elle sera là dégagée de tout le poids de l'air qui est au-dessous d'elle; M. Mariotte avoit déterminé cette proportion en calculant les poids dont chaque couche étoit chargée, & en partant des couches voisines de la Terre desquelles on connoissoit l'épaisseur qui répond à une ligne de mercure; mais l'expérience a fait voir que dès que les hauteurs devenoient un peu fortes, la règle étoit en défaut & les donnoit d'un cinquième ou d'un sixième trop petites, & on s'étoit cru en droit de révoquer en doute le calcul de M. Mariotte, ce n'étoit cependant pas à lui qu'il falloit s'en prendre, mais à l'inégalité d'action des émanations centrales qui échauffent sensiblement les couches voisines de la Terre, tandis qu'elles n'agissent que très-peu sur les autres, & de laquelle M. Mariotte auroit certainement tenu compte dans son calcul, s'il l'avoit connue; en rétablissant cet élément, la règle se trouve quadrer avec l'expérience.

Les saisons & leurs vicissitudes, les mers, la terre, l'air, en un mot toutes les dépendances de notre globe, paroissent donc liées essentiellement à cette hypothèse, mais voici quelque chose de bien plus fort.

Personne n'ignore l'extrême ressemblance des Planètes à la Terre, elles sont comme elle des globes solides, & capables de réfléchir la lumière; comme elle, elles ont un mouvement de rotation qui leur procure l'alternative des jours & des nuits; comme elle, elles décrivent des orbes elliptiques autour du Soleil; comme elle, elles ont des parties plus ou moins obscures; comme elle, elles ont un axe & des Pôles plus ou moins inclinés à leur orbite; comme elle, les plus éloignées ont des Lunes ou Satellites pour les éclairer pendant leurs
nuits;

nuits; à tant de traits de ressemblance, il n'est pas étonnant qu'un grand nombre de célèbres Physiciens aient ajouté celui d'être habitées comme la Terre; mais que deviendroient des habitans (du moins semblables à nous) dans Saturne où tout seroit absolument gelé par l'éloignement où il est du Soleil, dix fois plus grand que celui de la Terre? que deviendroient-ils dans Mercure, si voisin de cette ame de la Nature où notre eau ne pourroit subsister un moment sans se réduire en vapeurs? Mais si on veut bien se rappeler que l'action du Soleil n'équivaut pas sur notre globe la 29.^e partie de l'émanation centrale dans l'été, & la 4 ou 500.^e partie dans l'hiver, on verra bientôt que la chaleur du Soleil ne seroit suffisante ni dans Saturne, ni dans Mercure; mais en rétablissant le feu central dans ces deux Planètes, Mercure, plus durci par l'action du Soleil, ne permettra que des émanations très-foibles, tandis que Saturne, beaucoup moins endurci, en permettra de très-fortes, & tout rentrera dans une égalité d'autant plus parfaite que l'endurcissement de la croûte extérieure, toujours en raison renversée de la force des émanations, est aussi en raison directe de la chaleur du Soleil.

L'extrême distance ou la grande proximité du Soleil, ne sont donc pas des raisons suffisantes pour regarder les planètes comme inhabitables; cette décision seroit aussi peu fondée que celle des anciens, qui ne croyoient pas qu'on pût vivre dans la zone torride ni dans les zones glaciales; mais les Planètes sont-elles réellement habitées? M. de Mairan, n'a garde de le soutenir, il se contente de faire voir que d'après son système, un des mieux liés peut-être de toute la Physique céleste, elles ne sont pas inhabitables. Plus on est éclairé sur ces matières, moins on est pressé de décider; aussi M. de Mairan s'est-il tenu à l'examen des faits & des circonstances dont l'accord forme une preuve, presque démonstrative, laissant au lecteur à en déduire les conséquences.



SUR LA

DURÉE DE LA SENSATION DE LA VUE.

V. les Mém.

P. 439.

LES sens, & particulièrement celui de la vue, sont la seule voie par laquelle peuvent nous être transmises les connoissances de fait & d'expérience qui sont la base de la Physique; mais nous ne devons pas perdre de vue que ces guides si nécessaires, peuvent nous égarer si nous ne sommes pas assez instruits de la manière dont ils nous transmettent l'impression qu'ils ont reçue des objets extérieurs: il est donc nécessaire d'examiner soigneusement cet objet, & il se passe dans nos sensations un effet auquel on n'a pas fait attention jusqu'ici, & que M. le Chevalier d'Arcy a jugé assez important pour en faire l'objet de ses premières recherches sur cette importante matière.

Cet objet est la durée de nos sensations ou le temps qu'elles subsistent après que la cause qui les produit a cessé d'agir: pour mieux éclaircir ce point, examinons les effets de cette durée par rapport à l'organe de la vue. L'anneau lumineux qu'on voit en tournant rapidement un flambeau, les soleils tournans d'artifice, la forme de fuseau qu'on voit prendre à une corde en vibration, sont une suite de cette durée de notre sensation, & n'ont lieu que parce que le corps lumineux ou la corde sont plus tôt revenus au point d'où ils étoient partis, que la sensation excitée dans notre organe n'a été éteinte. Il est aisé de s'apercevoir combien les limites de cette durée sont importantes à connoître pour y avoir égard toutes les fois qu'il s'agira de mouvemens très-vifs & très-prompts, & dans quelles erreurs on pourroit tomber en négligeant cet élément; les erreurs même pourroient être d'autant plus à craindre, que si le plus ou le moins de vivacité de lumière que renvoient les corps rend leur sensation plus ou moins durable, il faudra de nécessité se mettre en garde contre le plus ou le moins de sensibilité des yeux des Observateurs, & en choisir qui aient la vue bien

égale pour les observations correspondantes qui demanderont un certain degré de précision : il étoit donc nécessaire de s'assurer de la durée de la sensation de la vue, ou, pour s'expliquer précisément, de trouver par expérience combien de temps elle subsiste après la cessation de la cause qui l'a produite.

Pour y parvenir, M. le Chevalier d'Arcy imagina une machine, au moyen de laquelle il pouvoit faire mouvoir circulairement, avec telle vitesse qu'il vouloit, un corps lumineux ou fort apparent, & mesurer exactement cette vitesse.

La principale partie de cette machine est une croix dont chaque branche est un canon, dans lequel on peut faire tenir, au moyen d'une vis, des verges d'acier plus ou moins longues & alonger ou raccourcir à volonté, par ce moyen, les bras de la croix ; ces bras étoient garnis de volans qui, selon leur grandeur, leur inclinaison ou leur distance au centre, servoient à modérer le mouvement, & de griffes destinées à retenir les corps qu'on vouloit mettre en expérience, & qui, au moyen d'une vis, pouvoient se placer à telle distance du centre qu'on jugeoit à propos ; l'arbre de cette croix pénéroit dans une cage contenant plusieurs roues, desquelles elle recevoit son mouvement par le moyen d'un poids, & la dernière de ces roues, qui ne faisoit qu'un tour tandis que la croix en faisoit mille, portoit quatre chevilles qui levoient, l'une après l'autre, un marteau frappant sur un timbre ; d'où il suit qu'entre chaque coup de marteau, on étoit sûr que la croix avoit fait deux cents soixante-quinze tours.

Il étoit donc facile, au moyen d'une pendule à secondes, de mesurer exactement la durée de chaque révolution d'un bras de la croix, & par conséquent de voir quelle vitesse étoit nécessaire pour qu'un charbon allumé, par exemple, fixé à un des bras de la croix, donnât l'apparence d'un cercle de feu continu.

Ce fut effectivement par cette expérience que commença M. le Chevalier d'Arcy : une personne, placée dans une chambre à peu-près à la hauteur de la machine & à une médiocre distance, observoit, par un trou fait à un volet, les

révolutions d'un charbon ardent attaché à la croix, & une pendule à secondes placée près de lui, indiquoit le temps écoulé entre chaque coup du marteau de la machine; voici les résultats de l'expérience.

La vitesse du charbon étant telle qu'il y eût 36 secondes entre chaque coup de marteau, c'est-à-dire d'environ 8 tierces par révolution, l'anneau de feu paroissoit continu & sans aucune interruption; mais quand on la ralentissoit jusqu'à ce qu'il y eût seulement 41 secondes d'intervalle entre chaque coup de marteau, on voyoit dans l'anneau lumineux des instans de discontinuité. La même chose avoit lieu lorsqu'on plaçoit sur la croix deux charbons à des distances inégales, avec cette seule différence qu'en diminuant la vitesse, la discontinuité de l'anneau se faisoit remarquer dans le grand plus tôt que dans le petit; la même apparence subsistoit encore lorsqu'on regardoit par une fente qui ne permettoit de voir qu'une partie de l'anneau, preuve évidente que ce n'étoit pas un mouvement machinal & involontaire de l'œil qui, en suivant le charbon, auroit produit l'apparence de l'anneau, elle avoit encore lieu, soit que l'Observateur employât au lieu de la vue simple, une lunette ou une pinnule; d'où il suit qu'il ne pouvoit être attribué qu'à la durée de la sensation.

M. le Chevalier d'Arcy s'y prit encore d'une autre manière; il plaça le corps lumineux derrière la machine & fixa sur une des branches de la croix, un disque opaque, qui, à chaque révolution, le cachoit en passant; la sensation de ce corps lumineux parut être sans interruption dès qu'il se trouva entre chaque coup de marteau de la machine, un intervalle de 40 ou 41", ce qui sembleroit indiquer que la vitesse ne seroit pas la même pour produire la sensation d'un cercle lumineux, que pour donner la sensation continue d'un point lumineux devant lequel passe un disque opaque; peut-être aussi est-il plus difficile de s'assurer de la continuité de la sensation continue du point lumineux, que de la continuité de l'anneau, sur-tout cette différence de vitesse n'allant pas à un quart de tierce ou à la 240.^e partie d'une seconde.

Les expériences que nous venons de rapporter, avoient été faites pendant la nuit, M. le Chevalier d'Arcy en fit d'autres pendant le jour; il reprit, par exemple, celle du disque opaque, mais au milieu duquel il avoit ménagé une ouverture par laquelle l'Observateur pouvoit voir un objet éloigné: il est clair que le reste du disque en tournant, devoit cacher l'objet à l'Observateur; cependant quand on lui eut donné une vitesse suffisante, l'objet parut d'une manière continue comme si rien n'en eût intercepté la vue, avec cette seule différence, qu'il paroïssoit un peu moins éclairé.

Il comptoit après avoir déterminé la durée de la sensation de la vue, par les expériences que nous venons de rapporter, examiner, au moyen de corps blancs & de différentes couleurs, éclairés par le Soleil, 1.^o si les différentes intensités de la lumière n'occasionneroient pas des variétés sensibles dans la durée des sensations; 2.^o si les variétés dans la distance de l'Observateur à l'objet, n'en occasionneroient pas une; 3.^o enfin si les rayons du Soleil de différentes couleurs, dont on attribue la diverse réfraction à la différence de vitesse, ne produiroient pas du plus ou du moins dans la durée des sensations, mais le mauvais temps ne lui a pas permis de remplir exactement toutes ces vues, il résulte seulement des expériences que le temps lui a permis de faire, qu'il faut à peu près la même vitesse aux corps blancs qu'au charbon de feu, pour leur faire prendre l'apparence d'un anneau; qu'un disque circulaire, moitié jaune & moitié bleu, produit par sa révolution un anneau vert; qu'un autre sur lequel on avoit placé les sept couleurs du spectre solaire, avoit donné, par sa révolution, un anneau d'un blanc uniforme, mais qui n'étoit pas parfait, vraisemblablement parce que la vraie proportion des couleurs n'avoit pas été gardée; & enfin que ces dernières expériences ayant été répétées pendant la nuit à la clarté d'un flambeau, la première a donné un anneau vert, comme dans le jour, & la dernière un blanc gris-de-lin.

Il seroit certainement bien curieux de reconnoître si cette durée de la sensation de la vue, seroit la même dans des

personnes différentes; cette idée entroit dans le projet d'expérience de M. le Chevalier d'Arcy, mais il n'a pu encore l'exécuter, & il ne s'est même déterminé à publier celles dont nous venons de rendre compte, que dans la vue d'exciter les Physiciens à suivre cet objet important: il résulte de celles-ci qu'on peut évaluer à 8 tierces la durée de la sensation de la vue; il est certain que celle de l'ouïe a aussi une durée sensible, sans cela l'anche d'un tuyau d'orgue ne feroit entendre que des coups séparés de la languette contre le demi-cylindre qui fait le corps de l'anche: cette matière est une des plus importantes de la Physique, il pourroit en résulter qu'un grand nombre d'effets qui nous paroissent continus, ne le sont cependant pas. Plus on avance dans l'étude de la Physique, plus on découvre de raisons de se défier du rapport de nos sens, & de chercher à ne pas confondre les vérités de fait avec les illusions dont elles peuvent être environnées.

O B S E R V A T I O N S

D E P H Y S I Q U E G É N É R A L E.

I.

M. FOUGEROUX a fait voir à l'Académie un Égagropile singulier, trouvé dans une campagne qui fait partie de la Savoie, proche les montagnes des Alpes; la forme de cet égagropile est très-différente de la figure sphérique qu'affectent ordinairement ces sortes de productions, celui-ci avoit quinze facettes aplaties & qui formoient des pentagones, la plupart réguliers; le poil ou la bourre qui le formoit étoit très-ferré, ce qui lui donnoit plus de consistance que ces corps n'en ont ordinairement: on a trouvé en l'ouvrant, à son centre, un morceau de bois dur & anguleux, qui, vraisemblablement lui avoit donné origine, mais la circonstance dans laquelle il a été trouvé, n'a pas permis de reconnoître l'animal

dans l'estomac duquel il s'étoit formé & moins encore de déterminer la cause des différences qui le distinguent des autres égagropiles.

II.

Le 19 Mai 1765, à 11^h 15' du matin, on ressentit à Toulouse une secousse assez forte, de tremblement de terre; la direction du balancement étoit du nord au sud, & cette secousse qui dura 3 secondes, fut si sensible, qu'un grand nombre de personnes, & sur-tout celles qui étoient aux seconds & troisièmes étages, s'en aperçurent; un homme assis dans un fauteuil & appuyé contre une cloison en plâtre, ressentit une si vive commotion, qu'il laissa tomber un livre qu'il tenoit à la main; tous les meubles éprouvèrent des balancemens très-sensibles & une porcelaine qui étoit sur une cheminée, fut jetée par terre & brisée en mille pièces; les bouteilles & les verres se heurtèrent dans les buffets, & les papiers placés sur des tablettes, furent renversés: trois Chartreux qui étoient alors dans l'appartement des hôtes, ressentirent vivement la secousse & assurèrent qu'ils avoient entendu la charpente craquer & senti les solives s'ébranler sous leurs pieds; le même jour & environ quatre heures après ce phénomène, il y eut un très-grand orage accompagné d'une pluie si considérable qu'il tomba en peu de temps plus de 10 lignes d'eau; le thermomètre étoit monté à 21 degrés au-dessus de la congélation, & le mercure étoit dans le baromètre à 27 pouces 8 lignes; le temps avoit été très-variable & très-pluvieux depuis le commencement du mois de Mai: de pareilles secousses ont été ressenties le même jour & à la même heure à Narbonne & dans la partie du pays de Foix, voisine des Pyrénées. Ce détail est tiré de deux lettres, l'une de M. Marcorelle, & l'autre de M. Darquier, tous deux Correspondans de l'Académie.

III.

Trois des plus riches provinces du royaume de Naples, savoir la *Capitanate*, la *terre de Bari* & celle d'*Otrante*, ont été désolées pendant plusieurs années par des nuées de sauterelles qui dévoroient absolument tous les biens de la terre; ce

fléau a donné lieu à une infinité de recherches pour s'en garantir, quelques-unes ont réussi & les moyens qu'elles ont fournis, tirés d'une dissertation sur ce sujet, envoyée à M. l'abbé Nollet, par M.^{lle} Ardinghelli, & communiquée à l'Académie par M. Fougeroux, lui ont paru mériter d'être donnés au Public ; ces insectes vinrent en bandes considérables dans l'été de 1758 & détruisirent toute la verdure, vignes, blés, oliviers, bois, en un mot toutes les feuilles furent dévorées ; elles se retirèrent alors dans les terres non garnies de plantes & à l'abri de l'humidité, pour y déposer leurs œufs, & elles y creusèrent des petites fosses pour s'y loger ; les mères y moururent & laissèrent leurs œufs enveloppés dans une espèce de gaine de la forme & de la grosseur du petit doigt, & chaque gaine en contenoit une trentaine ; on jugera aisément de l'étrange multiplication de ces insectes, lorsque les œufs vinrent à éclore au printemps : des hôtes si incommodes exigeoient qu'on cherchât les moyens de s'en délivrer ; voici ceux qui ont été pratiqués avec succès.

Le premier fut de brûler les œufs & même les jeunes sauterelles, avant qu'elles pussent voler, on alluma pour cet effet des feux de paille dans les endroits qui en étoient infectés ; ces feux étoient à peu de distance les uns des autres, & placés de manière que les insectes ne pussent éviter l'un sans tomber dans l'autre, sur-tout étant poursuivis par les habitans qui les chassoient ; d'autres les obligeoient à se jeter sur une grande serpillière étendue sur le terrain & les enterroient ensuite dans des creux qu'on recouvroit de terre.

On employa encore une longue pièce de bois portée sur des roulettes & garnie par-derrière de longues branches d'épines, chargées de fics pleins de terre ; lorsque cette machine étoit mise en mouvement avec des bœufs qui la tiroient, les sauterelles qui se trouvoient sur la route étoient infailliblement écrasées par les épines ; & on observa, pour rendre cette opération plus utile, de la faire le matin & le soir, temps auquel on trouve communément les sauterelles rassemblées & moins vives que vers le haut du jour.

Mais

Mais le moyen qu'on employa avec le plus grand succès, fut celui de labourer, en Septembre & en Octobre, les terrains qui contenoient des œufs, pour découvrir les gaines où ils étoient contenus & de les ramasser alors pour les brûler; si quelques-unes échappoient aux recherches, les pluies d'hiver qui les trouvoient découvertes, les faisoient périr; au mois de Mars on cherchoit avec la pioche les gaines qui avoient échappé, puis on y mettoit les porcs, qui, pour avoir ces gaines dont ils sont très-friands, retournent la terre & achevoient de les détruire; ces porcs qu'on élève dans le royaume de Naples, sont noirs, plus petits que les cochons qu'on élève ordinairement en France, & presque semblables à ceux qu'on nomme ici des *tonquins*.

A tous ces moyens qui ont été mis en usage dans le royaume de Naples, nous ne pouvons nous dispenser de joindre celui que Thomas Gage assure avoir vu mettre en pratique dans le territoire de *Mixco*, village de l'audience de Guatimala; il rapporte * qu'une nuée de ces insectes y étant venu fondre & menaçant le canton d'une défolation entière, les Magistrats firent prendre aux habitans des tambours, des trompettes, des cors, &c. & que ce grand bruit chassa les sauterelles, qu'ils poussèrent jusqu'à la mer du Sud où elles trouvèrent leur tombeau.

* *Voyages de
Thomas Gage
dans la nouvelle
Espagne*, 3.^e
Partie, chap.
XX, p. 183.

I V.

M. le Président Ogier, Ambassadeur de France en Danemarck, a mandé à M. du Hamel, que dans une terre appelée *Kohoret*, il s'étoit trouvé un hêtre de 65 pieds de hauteur & de 12 pieds 10 pouces de circonférence, dans le tronc duquel il y avoit à la hauteur de 2 pieds 5 pouces de terre, une pierre de figure oblongue & irrégulière, d'environ 6 pieds de long sur 5 pieds 2 pouces de large & 3 pieds 6 pouces d'épaisseur, tellement engagée par une de ses extrémités, qu'elle étoit absolument soutenue en l'air; il est très-probable que le tronc de cet arbre, lorsqu'il étoit jeune, s'est trouvé très-ferré contre cette pierre, & qu'en prenant de la grosseur, le bois s'est étendu dessus & dessous la pierre, qui, par ce moyen, a été assez ferrée par la partie ligneuse, pour se

Hist. 1765.

. D

soutenir en l'air lorsque les eaux de la neige & de la pluie ont emporté la terre qui étoit dessous, ce qui est d'autant plus probable que l'arbre étant sur une petite butte, l'eau en a eu d'autant plus de facilité à enlever la terre, qui d'abord soutenoit la pierre.

V.

M. Rigault, Médecin & Physicien de la Marine, à Calais, a mandé à M. l'abbé Nollet, que voulant s'assurer si les lumières scintillantes qui paroissent de temps en temps dans l'eau de la mer, étoient causées par des insectes lumineux, comme cet Académicien le pensoit ; il avoit mis dans un demi-fétier d'eau de mer qui contenoit de ces points lumineux, une seule goutte d'acide nitreux ; qu'à l'instant une quantité prodigieuse de ces insectes, parurent très-lumineux & se donnant un peu de mouvement, mais que 3 ou 4 secondes après ils cessèrent de briller & se précipitèrent au fond du vaisseau, où ils restèrent sans lumière, quelqu'agitation qu'on lui donnât : deux gros du même acide produisirent le même effet dans une barrique de deux cents quarante pintes, la même chose arriva en employant l'acide vitriolique aux mêmes doses, mais l'acide marin ne parut pas agir si promptement ; il fallut une livre de vinaigre pour produire le même effet que deux gros d'esprit de nitre ; l'huile de tartre & l'alkali volatil éteignent les insectes bien plus difficilement que les acides minéraux, mais M. Rigault a tenté inutilement de faire reparoître ceux que les acides avoient détruits, en neutralisant les acides avec ces alkalis ; il n'a pu même les empêcher de périr en opérant cette neutralisation, avant qu'ils eussent perdu toute leur lumière. Il résulte des expériences de M. Rigault, que l'eau de la mer contient réellement des insectes qui forment les points lumineux qu'on y observe, comme l'avoit avancé M. l'abbé Nollet.

V I.

A l'occasion de la différence entre l'action des acides & celles des alkalis sur les insectes lumineux de la mer, M. le Duc de Chaulnes rapporta l'observation suivante qu'il avoit faite plusieurs fois ; on connoît assez les petites anguilles qui

se voient avec une forte loupe ou un microscope dans le vinaigre affoibli, si on met dans ce vinaigre quelques gouttes d'eau-forte, elles périssent très-vîte & on les trouve toutes roulées en spirale, mais si au lieu de l'acide on y introduit de la solution d'alkali, alors elles résistent bien plus long-temps & meurent en s'allongeant : l'acide excite vraisemblablement dans ces animaux un mouvement violent & convulsif que n'y cause pas l'alkali, ce qui confirme parfaitement les observations de M. Rigault.

V I I.

M. Hérissant a fait voir à l'Académie, que l'opercule du limaçon de vigne, ou cette pièce qui ferme sa coquille en hiver, lorsqu'on dit qu'il est *vitré*, n'est point formé, comme on l'avoit cru jusqu'ici, par une humeur visqueuse ou baveuse, qui s'épaissit & se durcit à l'air; mais que cette partie est formée comme les coquilles, de deux substances principales dont la première est animale & singulièrement organisée, & la seconde purement terreuse. M. Hérissant se réserve de donner dans son ouvrage sur l'organisation des coquilles des animaux, un détail très-intéressant sur le mécanisme admirable par lequel cet opercule prend naissance; il a fait voir que la substance animale a appartenu à l'animal même, de l'empattement duquel elle se détache sous la forme d'une membrane fine & déliée, qui acquiert bientôt de la solidité par la présence de la substance terreuse qui y abonde tout-à-coup en quantité suffisante pour produire une sorte d'incrustation à peu-près semblable à celle que M. Hérissant a découverte dans la formation des coquilles d'œufs.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires,

Les Observations sur le lieu appelé *Solfatara*, près la ville de Naples : Par M. Fougereux. V. les Mém. page 267.

Les Observations sur une mine de Charbon de terre, qui brûle toujours : Par le même. Page 389.

Et les Observations Botanico-météorologiques, faites à Denainvilliers près Pluviers : Par M. du Hamel.





ANATOMIE.

SUR LA CIRCULATION DU SANG

DANS LE FOIE DU FŒTUS.

V. les Mém.
page 35.

Nous avons rendu compte en 1753 *, du commencement de ce travail de M. Bertin, & nous y avons exposé toute la théorie de la circulation du sang dans le foie, tant du fœtus que de l'adulte, de laquelle il résulte, contre le sentiment de la plus grande partie des Anatomistes, que dans le fœtus, la veine ombilicale fournit au foie la plus grande partie du sang qu'il reçoit; que cette veine se divise ensuite en deux branches, dont l'une se jette dans la veine-cave & l'autre s'unit avec la veine-porte; que le sang de cette veine coule dans le foie de gauche à droite; mais qu'au moment de la naissance, la veine ombilicale cessant sa fonction, le sang de la veine-porte rebrousse, pour ainsi dire, chemin, pour remplir, par la communication établie entre ces deux veines, les rameaux que la veine ombilicale avoit jetés dans le foie, où il va jusqu'à la mort dans une direction absolument contraire à celle qu'il avoit dans le fœtus.

M. Bertin a donné cette année la suite de cet important Ouvrage dans deux Mémoires séparés; le premier contient la description des veines hépatiques, & principalement des rameaux de communication, jusqu'à présent ignorés, qui passent immédiatement de la veine-porte & de la veine ombilicale dans les veines hépatiques, & enfin des conséquences qu'on en peut tirer pour l'intelligence du vrai cours du sang dans le foie du fœtus & dans celui de l'adulte, & des ressources que la Nature s'est ménagées dans cette construction en cas de maladie de ce viscère.

Les veines hépatiques qui forment, au sortir du foie, des

branches de la veine-cave, ont des ramifications très-nombreuses; ces ramifications prennent naissance dans les grains glanduleux du foie, & c'est-là vraisemblablement que sont leurs anastomoses ou jonctions avec les extrémités des rameaux, fournis par la veine-porte & par la veine ombilicale qui sont à l'égard du foie la fonction d'artères.

Des anastomoses semblables unissent les extrémités des branches capillaires des artères à celles des veines; elles sont une suite nécessaire de la circulation, & le passage des injections des artères dans les veines, en démontre l'existence: mais ces jonctions immédiates sont très-difficiles à apercevoir, & les plus célèbres Anatomistes de l'antiquité n'ont pu avoir cette satisfaction. Leuwenhoëck & Malpighi ont été plus heureux: à l'aide des microscopes, ils en ont aperçu quelques-unes dans le poumon, le mésentère & la queue de quelques animaux; M. Bertin lui-même, après bien des tentatives inutiles, est parvenu à apercevoir distinctement deux anastomoses, l'une de l'artère bronchique avec une veine œsophagienne & avec une branche veineuse du tronc intérieur des pulmonaires gauches, & il a vu quatre fois l'artère radiale donner une branche visible qui s'ouvrait dans une des deux veines satellites dont on fait qu'elle est accompagnée.

Puisque la veine-porte & la veine ombilicale sont dans le foie fonction d'artères, ce seroit donner une preuve de la circulation que de démontrer qu'elles eussent des anastomoses visibles avec les veines hépatiques; les injections qui passent aisément des unes aux autres, sont une preuve certaine de l'existence de ces anastomoses, mais personne jusqu'ici n'avoit pu parvenir à les voir; & si Spigel & Bartholin en ont donné des figures, l'énorme grandeur qu'ils donnent à ces communications fait voir évidemment qu'ils se sont trompés en prenant pour ces anastomoses des espèces de collemens ou d'unions membraneuses que les branches capitales des veines hépatiques contractent avec celle de la veine-porte aux endroits où elles se croisent, mais sans aucune communication des unes aux autres.

Les Anciens avoient trouvé un autre moyen de rendre raison

du passage du sang & des injections, du tronc de la veine-porte ou de celui de l'ombilicale dans les veines hépatiques; ils regardoient la substance parenchymateuse du foie comme une espèce de terrain marécageux, dans lequel les extrémités des rameaux de la veine-porte & de la veine ombilicale répandoient leur sang, qui étoit ensuite repompé par celles des veines hépatiques, à peu-près comme un arbre pompe avec ses racines l'eau qui s'est imbibée dans le terrain où il est planté; idée fautive en elle-même, mais qui est au moins une preuve sans réplique qu'ils n'avoient pas découvert les anastomoses de ces vaisseaux.

On juge bien que M. Bertin n'a pas épargné son travail pour découvrir ces anastomoses tant désirées, & si ses soins n'ont pas été couronnés d'un succès complet, il est au moins parvenu à découvrir des communications immédiates & très-différentes de celles de Spigel entre la veine-porte & les veines hépatiques; il a trouvé dans le foie humain, par un travail opiniâtre, des canaux assez souvent tournés en arcade, mais cependant quelquefois droits, qui faisoient cette communication. Il en a vu quatre ou cinq, & ne doute nullement qu'il n'y en ait un bien plus grand nombre; quelques-uns de ces canaux sont très-courts; d'autres ont jusqu'à 4 ou 5 lignes de longueur sur environ une ligne de large; ils sont très-difficiles à suivre & plus encore à distinguer d'une infinité de vaisseaux des veines-porte & hépatique, qui se croisent & s'entrelacent de mille manières sans se joindre en aucune façon.

Il n'est pas difficile de reconnoître l'usage de ces communications: dans le fœtus, elles servent au même usage que le canal veineux d'*Arantius* *, & l'aident dans sa fonction de transporter immédiatement le sang de la veine-porte & de l'ombilicale dans la veine hépatique, mais elles ont bien un autre usage dans l'adulte; elles sont des routes que la sagesse du Créateur a ménagées pour suppléer aux véritables anastomoses lorsque celles-ci sont rendues inutiles par les engorgemens des grains glanduleux où elles se font, & qui n'arrivent que trop souvent: sans ce secours, non-seulement la filtration de

* Voy. l'*Hist.*
de 1753, page
120.

la bile, mais encore la circulation du sang, cesseroit totalement dans le foie, & la mort en seroit une suite infaillible.

Mais pourquoi ces engorgemens sont-ils beaucoup plus fréquens dans le foie que dans aucune autre partie du corps animal? M. Bertin en trouve la raison dans la difficulté du passage du sang à travers le foie qui produit la lenteur de la circulation, & par conséquent l'épaississement du sang dans ce viscère : cet épaississement est une suite naturelle de la diminution du mouvement, & cette diminution étoit nécessaire pour donner lieu à la séparation qui se fait de la bile contenue dans le sang, dans les follicules glanduleux du foie. Il est donc très-avantageux que lorsque ces follicules sont engorgées, il n'y ait que la séparation de la bile de supprimée, & que la circulation subsiste; la première produit, à la vérité, une maladie dangereuse, mais à laquelle on peut remédier, & la seconde seroit suivie d'une prompte mort.

La cause de cette lenteur de circulation est aisée à découvrir : le sang des artères déjà animé par l'air qu'il vient de recevoir, est encore chassé vivement par le battement du cœur & par leur réaction; celui de la veine-porte, au contraire, est dépouillé de la plus grande partie de son air & ne reçoit presque aucune impulsion des artères, & la lenteur seroit bien plus grande, si son mouvement n'étoit aidé par l'action du diaphragme & des muscles dans le temps de la respiration; M. Boërhave a remarqué que lorsqu'on ouvre le ventre à un chien vivant, les veines mésentériques qu'on aperçoit d'abord très-petites, se gonflent prodigieusement, & la raison de cet effet, est que ces vaisseaux qui forment par leur réunion la veine-porte, n'étant plus aidés par le mouvement excité par la respiration, puisque l'ouverture du ventre a détruit les organes qui le lui communiquoient, la circulation s'est ralentie dans le foie, & ces vaisseaux se sont trouvés surchargés de sang; tout ceci posé, il en résulte par une conséquence nécessaire, que la vie sédentaire & appliquée, dans laquelle la respiration est comme diminuée & où le corps ne reçoit aucun mouvement, rend les gens de Lettres beaucoup plus susceptibles

des maladies du foie que les autres hommes, & que par conséquent ils doivent rechercher avec soin les occasions de faire de l'exercice; ces vaisseaux de communication découverts par M. Bertin, sont placés près des grains glanduleux, & ils acquièrent par-là une nouvelle utilité: la bile noire & les autres matières qui embarrassent les véritables anastomoses, peuvent plus aisément, soit par l'effet des remèdes, soit d'elles-mêmes, repasser par ces conduits & rentrer dans le torrent de la circulation, que s'ils étoient fort éloignés des points d'engorgement; elles peuvent de même repomper la matière purulente des abcès & des ulcères qui se forment dans les viscères du bas-ventre, & c'est une ressource de plus, ménagée par l'Auteur de la Nature dans le cas de ces accidens.

On dira peut-être que le petit nombre & le petit diamètre de ces tuyaux seroient une faible ressource dans le cas où le foie seroit obstrué dans sa plus grande partie; mais premièrement M. Bertin n'est pas assuré de leur nombre, & il est à présumer qu'il est fort grand; quant à leur capacité, elle peut admettre dans sa cavité une quantité de sang considérable, ces vaisseaux étant sujets à extension dès que le fluide y abonde: c'est sur ce principe que M. Duverney empêcha qu'on ne coupât le bras à un homme à qui on avoit été obligé de lier l'artère brachiale; il osa se fier sur l'agrandissement des branches collatérales presque imperceptibles dans l'état naturel, & son attente ne fut pas trompée; il sauva le bras & peut-être la vie au malade. Les ressources de la Nature sont en très-grand nombre, c'est au travail des Anatomistes à nous en mettre, pour ainsi dire, en possession.

Jusqu'ici nous n'avons presque parlé que des différentes parties du foie & de la description qu'en a donnée M. Bertin, il est temps de les mettre, pour ainsi dire, en action & d'expliquer la manière dont se fait la circulation dans cet organe, sur-tout pendant le temps que le fœtus est enfermé dans le sein de sa mère; cette circulation étoit si peu connue, qu'on peut regarder cette matière comme absolument nouvelle, c'est l'objet du second Mémoire de M. Bertin.

On

On sera aisément convaincu de cette vérité si on veut bien prendre la peine de lire les Écrits des plus célèbres Anatomistes sur cette matière, comme M.^{rs} Tavvry, Needham, Bianchi, Heister, Morgagni, &c. & sur-tout les passages de M.^{rs} Bianchi & Morgagni, cités par M. Bertin dans la première partie de son Mémoire; on y verra des idées absolument contraires à celles qui suivent nécessairement des recherches de M. Bertin: nous ne faisons qu'indiquer cette discussion polémique, pour nous hâter de passer à la manière dont le sang circule dans le foie du fœtus, qui fait le sujet de la seconde partie du Mémoire de M. Bertin; cette seule exposition suffira pour faire voir combien il diffère en ce point de ceux qui l'ont précédé.

Tout le sang que reçoit le fœtus, vient de la mère; incapable de respirer par sa situation, il étoufferoit bientôt si la mère ne respiroit pour lui & ne lui envoyoit le sang imprégné d'air, & ce sang après avoir circulé dans le corps du fœtus, retourne à la mère pour passer de nouveau par son poulmon & y reprendre de l'air, suivons-le dans ce trajet.

Le sang de la mère passe des vaisseaux de la matrice dans ceux du placenta qui lui est adhérent, & de-là enfile la route de la veine ombilicale qui le porte directement au foie du fœtus.

Arrivé à ce viscère, ce sang parcourt rapidement toute la longueur de la veine ombilicale qui se termine en cet endroit par une espèce de tête de laquelle sortent deux tuyaux, l'un est le canal veineux, qui suivant à peu-près la même direction que le tronc de l'ombilicale, va se jeter, après un court trajet, dans la veine-cave à l'insertion d'un des troncs des veines hépatiques, l'autre va joindre la veine-porte en allant de gauche à droite & s'unit absolument avec elle; une partie du sang apporté par l'ombilicale, enfile donc directement la route du cœur du fœtus & fournit au développement de cet organe si nécessaire, & par son moyen à celui de tout le corps; cette quantité de sang est considérable si on la compare avec celle qui passe par les autres branches qui naissent de

cette espèce de tète que M. Bertin nomme le *sinus ombilical*.

Une autre partie de sang passe par un rameau qui part du même sinus & coulant de gauche à droite, va s'unir après un court trajet à la veine-porte, au sang de laquelle elle mêle le sien, & ces deux colonnes de sang réunies, remplissent tous les tuyaux des branches que fournit la veine-porte.

Il résulte de cette disposition, que dans le fœtus, la veine ombilicale fournit elle seule presque les trois quarts du sang qui passe dans le foie, puisqu'elle nourrit elle seule tous les rameaux qu'elle jette, & qu'elle donne encore une partie considérable de son sang pour fournir ceux que produit la veine-porte; il en résulte encore que la quantité considérable de sang qui passe directement par le canal veineux, appartient en entier à la veine ombilicale, sans que la veine-porte y contribue en rien; l'inspection seule des vaisseaux & de leur calibre prouve incontestablement cette circulation, puisqu'en la supposant, comme on l'avoit fait jusqu'à présent, en sens contraire, il faudroit que le cours du sang de la veine-porte, moindre en quantité & dont la vitesse est très-petite, puisqu'il n'est fourni que par la veine splénique, la mésentérique & l'hémorroïdale interne du fœtus, surmontât celui du sang de l'ombilicale qui vient en bien plus grande quantité & qui est animé par l'action de la respiration & des vaisseaux de la mère; le sang, tant de la veine-porte que de l'ombilicale, parcourt donc toutes les ramifications qu'elles donnent, jusqu'à celles qui se perdent dans les grains glanduleux où se fait la sécrétion de la bile, & après l'y avoir déposée, il rentre par les extrémités capillaires des veines hépatiques, d'où il passe dans leur tronc & de-là dans la veine-cave; tout le sang ne suit pas cependant cette route jusqu'au bout, une partie passe sans aller jusqu'aux grains glanduleux de la veine-porte & de l'ombilicale dans les veines hépatiques par les tuyaux de communication que M. Bertin a découverts & dont nous avons parlé ci-dessus.

Il seroit sans doute très-curieux de connoître le rapport des quantités de sang qui passent par la veine ombilicale, la

veine-porte & tous les rameaux qu'elles répandent dans le foie; mais on ne peut se flatter d'un calcul exact sur cette matière, il faudroit que la proportion de ces vaisseaux fût la même dans tous les sujets, & elle ne l'est pas; que les mesures de leurs cavités fussent précises, & il est presque impossible de s'en procurer de telles; & enfin que les vitesses du sang dans leurs cavités fussent exactement connues, & nous ne pouvons nous en assurer que très-imparfaitement.

Au défaut de ce calcul exact qui nous est refusé, nous pouvons obtenir des probabilités assez fortes. En rassemblant, par exemple, les mesures faites du calibre des vaisseaux par différens Anatomistes & par lui-même, M. Bertin est parvenu à en avoir une proportion approchée: en examinant le développement & les ramifications de ces vaisseaux dans le foie, on peut juger, par leur quantité & par l'espace qu'elles occupent, de la quantité de sang fournie par chaque tronc; la proportion du canal veineux avec l'ombilicale, laisse aussi entrevoir quelle partie du sang de cette veine peut passer par ce canal.

Nous supposérons présentement 1.^o l'égalité de vitesse du sang & celle de la résistance qu'il éprouve dans ces différens tuyaux; 2.^o qu'il passe quatre fois moins de fluide dans un vaisseau dont la capacité est plus petite du double; 3.^o que la tige de la veine ombilicale fournit le quart des vaisseaux veineux qui se distribuent dans le foie; 4.^o que la veine-porte en fournit un autre quart; 5.^o que le tronc du sinus ombilical fournit la moitié restante des vaisseaux du foie; 6.^o enfin que l'aire de la tige de la veine ombilicale est double de l'aire du canal veineux.

Nous devons cependant observer que l'égalité de vitesse du sang n'est pas exacte; celui de l'ombilicale est poussé & animé par la circulation de la mère, tandis que celui de la veine-porte ne reçoit d'impulsion que du cœur de l'enfant; il se peut de même que le canal veineux, par sa situation & par son peu de longueur, offre moins de résistance au sang que le canal qui va joindre la veine-porte.

Des principes que nous venons d'établir, il suit que tant

que le fœtus est dans le sein de sa mère, il passe beaucoup plus de sang par le canal qui vient de l'ombilicale à la veine-porte que par la veine-porte même; que le sang de cette veine, poussé par les artères qui l'environnent & l'entourent, va par sauts comme le sang artériel; structure bien avantageuse au développement des organes du fœtus, & cela d'autant plus qu'il n'est point de partie dans le corps humain où le sang ait son cours plus libre & plus facile que dans le *placenta*; & qu'enfin il résulte de toutes ces considérations, que la veine ombilicale apporte au foie du fœtus environ les trois quarts du sang qu'il reçoit, & que ce sang se mêle avec le quart que fournit la veine-porte: mais nous allons voir la scène étrangement changée au moment de la naissance.

Dès qu'un enfant est né, on fait au cordon ombilical une ligature qui intercepte absolument le cours du sang dans la veine & dans les artères ombilicales; sans cette ligature, l'enfant éprouveroit bientôt une hémorragie mortelle; le sang cesse donc absolument de couler par la veine ombilicale, qui, un moment auparavant, fournissoit au foie les trois quarts du sang qu'il recevoit: ce viscère se trouve donc réduit au quart de son sang, qui lui est apporté par la veine-porte.

Non - seulement la quantité du sang se trouve subitement très-diminuée, mais sa route est changée, du moins en grande partie; le sang de la veine-porte, qui n'alloit auparavant que de gauche à droite & mêlé avec celui que lui portoit la tige de la veine ombilicale, trouvant cette tige & le sinus ombilical ou absolument vide ou au moins sans résistance, se partage & coule de droite à gauche pour s'emparer de ce vaisseau & de toutes ses branches, dans lesquelles il n'avoit jamais passé: on juge bien qu'alors la circulation est bien foible, & elle cesseroit aussi bientôt si la respiration de l'enfant, qui commence au moment de sa naissance, ses éternuemens, & l'irritation que le *meconium*, cette espèce de lie noirâtre contenue dans l'intestin, cause aux nerfs de ces parties, n'obligeoient les muscles du ventre à donner, en se contractant avec force, une nouvelle activité au sang de la veine-porte; le sang d'ailleurs ne pouvant

plus s'échapper par les artères ombilicales qui sont fermées, reflue en plus grande quantité dans les vaisseaux du ventre, & de-là dans la veine-porte : c'est ainsi que jusqu'aux cris & aux douleurs de l'enfant, tout est employé à sa conservation.

Que deviennent cependant la partie de la veine & des artères ombilicales qui est au-dessus de la ligature & le canal veineux d'*Arantius* ? Il leur arrive précisément ce qui arrive à tout vaisseau où le sang cesse de couler, leur cavité s'oblitére, & ils deviennent de simples ligamens ; la veine ombilicale, devenue inutile, se dessèche assez promptement depuis l'ombilic jusqu'à son entrée dans le foie, mais la cavité du grand sinus subsiste encore long-temps dans toute son étendue : il diminue cependant petit-à-petit jusqu'au milieu ou à peu-près de son trajet dans le foie ; mais ce n'est qu'après plusieurs années qu'il parvient à cet état, & M. Bertin s'en est assuré en disséquant des enfans depuis un an jusqu'à la puberté.

À l'égard du canal veineux, comme sa fonction étoit de porter droit au cœur le sang que sa quantité & l'impulsion qu'il recevoit de la mère, rendoit surabondant & capable d'engorger les vaisseaux du foie dès que cette surabondance & cette vitesse ont cessé, sa fonction cesse pareillement ; l'éperon angulaire qu'il forme par sa jonction avec l'un des troncs des hépatiques à l'endroit de son insertion dans la veine-cave, cet éperon, dis-je, se renverse sur son embouchure & empêche le sang de l'hépatique & de la veine-cave d'y rentrer, & le canal s'oblitére petit-à-petit & devient un simple ligament. Telle est la théorie absolument nouvelle que M. Bertin a donnée de la circulation du sang dans le foie du fœtus : elle peut être la base d'une infinité de conséquences-pratiques dont la Médecine & la Chirurgie seront redevables à M. Bertin ; l'Anatomie ne peut guère recevoir d'accroissement qu'elles n'en profitent.

Nota. L'Académie croit devoir avertir le Lecteur, qu'une planche insérée en 1753, page 366, à la suite du I.^{er} Mémoire de M. Bertin sur la circulation du sang dans le foie du fœtus, est fautive & qu'on doit la supprimer pour mettre en sa place celle qui se trouve, année 1763, page 298, à la suite d'un autre

Mémoire du même auteur, *sur le mouvement alternatif des veines, dépendant de la circulation*, où elle a été placée par inadvertance. On doit aussi supprimer la lettre *f* de cette bonne planche où, par la lecture du Mémoire, on verra l'importance de la lettre *f* qui manquoit dans l'autre.

*SUR UN ANÉVRISME
QUI A PRODUIT DES EFFETS SINGULIERS.*

V. les Mém.
p. 480.

SI les faits rares & singuliers qu'on observe en Anatomie devoient être toujours uniques, leur rareté ne leur devoit attirer qu'une médiocre attention de la part des Physiciens; mais comme il n'arrive que trop souvent que des cas semblables ou presque semblables se rencontrent, il est de leur devoir de consigner à la postérité, non-seulement les faits de cette nature, mais encore leurs causes lorsque la dissection ou l'observation suivie les ont fait reconnoître; & c'est dans cette vue que M. Petit a communiqué à l'Académie l'observation suivante.

En 1758, M. Vieillard, Médecin de Paris & très-habile dans son art, s'aperçut que M. son Frère, Avocat du Roi à Saint-Lô, avoit sous le côté droit de la mâchoire inférieure une petite tumeur, & il s'en alarma tellement qu'il dit à quelques-uns de ses amis, qu'il regardoit son Frère comme un homme mort: comme cette tumeur ne caufoit aucune incommodité au malade, celui-ci se moqua de la prédiction & ne voulut s'astreindre à aucun régime; cependant deux mois après, voyant que la tumeur augmentoit, il consentit à y appliquer un bandage pour la contenir; le bandage fut inutile, & pour chercher des moyens plus efficaces, on fit une consultation à laquelle M. Petit assista: la tumeur étoit alors grosse comme un œuf de pigeon, elle avoit une pulsation bien marquée, elle rentroit lorsqu'on la comprimoit & reparoissoit bientôt après; à ces signes, il ne fut pas difficile de reconnoître un anévrisme vrai, que M. Petit jugea placé à la bifurcation du tronc de

la carotide, & les fréquentes saignées, le régime le plus exact, & la tranquillité de l'esprit & du corps furent recommandés au malade.

Trois mois de ce régime firent diminuer la tumeur de moitié, & le malade quitta Paris pour retourner à Saint-Lô.

M. Vieillard le Médecin, osa prédire que le reste de la tumeur anévrisinale acheveroit de disparaître, que l'artère elle-même s'oblitéreroit, & il ajouta qu'il y avoit, en ce cas, tout à craindre pour la vie de M. son frère.

La chose arriva précisément comme il l'avoit prédit; le malade se croyant guéri, oublia les conseils des Médecins & abandonna le régime, la tumeur continua de diminuer & enfin s'effaça tout-à-fait, il ne lui resta d'autre incommodité que celle de prononcer difficilement & en bégayant, d'avoir la bouche habituellement remplie de salive & de ne pouvoir tirer la langue hors de la bouche.

Il vécut sept ans dans cet état & mourut enfin, dans un voyage qu'il fit à Paris, d'une attaque d'apoplexie.

M. Petit ayant ouvert la tête, trouva dans le côté du cerveau opposé à la tumeur effacée, une sérosité sanguinolente, sous laquelle le cerveau étoit sain, mais dans le ventricule supérieur il y avoit cinq à six onces de sang dissous & un caillot de sang congelé, gros comme un œuf de poule, qui cachoit une ample crevasse faite dans la substance même du cerveau, il n'en falloit pas tant pour causer la mort.

Il est aisé de s'imaginer que le côté de la tête où avoit paru la tumeur, ne fut pas négligé dans cet examen, on trouva le pronostic de M. Vieillard, Médecin, pleinement justifié; l'artère carotide droite étoit complètement oblitérée depuis sa séparation de l'artère souclavière jusqu'à sa bifurcation où étoit la tumeur observée, qui étoit alors devenue un nœud dur & sans cavité, de la grosseur d'un noyau d'olive, & cette artère, ordinairement grosse comme le petit doigt, étoit devenue un ligament sans cavité, d'environ 2 lignes de diamètre.

Mais ce qu'on n'avoit ni aperçu ni même soupçonné pendant la vie du malade, c'étoit un autre sac anévrismal

gros comme une noix muscade, placé à l'endroit où la carotide sort de la fourclavière, sa tunique étoit fort mince & il étoit rempli par une matière en partie graisseuse, en partie semblable à du sang desséché, on y distinguoit encore quelques vestiges de sa communication avec la carotide oblitérée; la situation de ce sac, placé précisément sous la clavicule, avoit empêché jusque-là de l'apercevoir.

Il est aisé, d'après ces observations, de rendre raison de tout ce qui s'étoit passé: le sang reçu au sortir de la fourclavière par le sac anévrisimal, beaucoup plus grand que la capacité naturelle de ce vaisseau, y perdoit une grande partie de son mouvement & n'avoit plus assez de force pour distendre les parois de la carotide; leur ressort naturel a donc dû les rapprocher, & cette diminution de capacité augmentant encore la difficulté du passage du sang, les parois se sont enfin rapprochées jusqu'à se souder, alors le sang ne trouvant plus d'issue, celui du sac anévrisimal a peu à peu perdu sa sérosité & sa fluidité, & de-là la masse qui le remplissoit; alors la quantité de sang qui, avant cet accident, se partageoit entre les deux carotides, a été obligée de passer toute entière par la carotide gauche, de-là l'augmentation du tronc & des rameaux de cette carotide, la surcharge de sang dans cette partie du cerveau & la crevasse qui y a été observée & qui a été la cause immédiate de la mort du malade.

Le côté droit, cependant, n'étoit pas absolument privé de sang, une partie de celui de la carotide gauche y couloit, non-seulement par les anastomoses des branches des deux carotides externes, mais encore par la communication établie entre les deux carotides internes, par la grande anastomose de leurs rameaux antérieurs; mais on voit aisément combien cette espèce de circulation devoit être lente & combien le sang trouvoit de difficulté à passer par toutes ces routes. Il n'est donc pas étonnant que devenu, pour ainsi dire, stagnant, il laissât échapper une plus grande quantité de sérosité dans les glandes salivaires: le bégayement & l'impossibilité de tirer la langue hors de la bouche, n'en sont pas une suite moins naturelle;

naturelle; on fait que pour que le mouvement musculaire puisse s'exercer, il faut que le sang ait un libre cours dans le muscle, & celui des muscles de la langue n'y devoit passer qu'avec peine, y causer une espèce d'engorgement & déranger par-là le mouvement des esprits, qui ne pouvoit plus s'y faire qu'irrégulièrement.

Il est peut-être plus difficile d'assigner la cause de la tumeur anévrismale observée à la bifurcation de la carotide oblitérée; voici cependant, selon M. Petit, quelle en a pu être l'origine.

Le sang passant de la carotide gauche dans les branches de la droite & y trouvant le passage, ou absolument fermé ou très-difficile; ce point de rencontre de tous les rameaux a été distendu & il s'y est formé un vrai sac anévrisimal, que M. Petit & les autres Consultants ont bien reconnu pour tel, mais le sang arrêté dans cette espèce de cul-de-sac, a dû laisser échapper la lymphe dans ce tissu cellulaire environnant, elle s'y est épaissie & endurcie, le sang lui-même devenu immobile, s'est endurci & a formé un tampon; l'évaporation & le ressort des tuniques des artères l'ont, petit à petit, diminué; les membranes de ces vaisseaux se sont unies; collées & épaissies comme elles l'étoient par l'extravasation de la lymphe, elles ont formé ce noyau qui s'est présenté à l'ouverture de la tête.

Il suit de tout ce que nous venons de dire, que si le malade avoit voulu suivre le régime qui lui avoit été prescrit, s'il avoit sur-tout diminué par de fréquentes saignées la masse de son sang, & si des affaires intéressantes ne l'avoient pas arraché au repos dont il jouissoit dans sa patrie, il auroit pu échapper encore plusieurs années au danger de son état, & entretenir, entre l'action du sang & la résistance des vaisseaux, une espèce d'équilibre artificiel qui auroit pu suppléer à l'équilibre naturel, si étrangement altéré par l'anévrisme & par l'oblitération de la carotide, qui en avoit été une suite.

V. les Mém.
P. 505.

NOUS renvoyons entièrement aux Mémoires :
La suite de l'histoire de l'inoculation de la petite vérole,
depuis 1758 jusqu'en 1765 : Par M. de la Condamine.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

MBONVOUX, Inspecteur des ouvrages de la Loire & demeurant à Nantes, a mandé à M. Fougeroux, que le 10 Juillet 1765, on prit au Harpon, sur les côtes de Bretagne près de Pornic, une tortue singulière qui vécut quarante-huit heures après qu'on l'eut tirée de l'eau; elle pesoit environ un millier, & son corps contenoit une prodigieuse quantité d'œufs, les uns gros comme des oranges & les autres plus petits; elle fut vidée à Nantes & fourrée, & on l'apporta à Paris, où M. Fougeroux a eu le loisir de l'examiner, & il s'est d'autant plus volontiers déterminé à en donner la description, qu'elle se trouve plus rarement sur les côtes, & que comme elle est inutile aux Arts, il n'y a pas d'apparence qu'on l'apporte des pays où elle se trouve ordinairement.

Cette tortue n'a point d'écaille; elle est couverte en dessus d'un cuir ou d'une peau brune, dure, d'un pouce & demi d'épais, & sous le ventre d'une peau pareille, mais du double plus épaisse, qui est tigrée ou marquée de taches de différentes formes & de différente grandeur; ses mâchoires supérieure & inférieure sont terminées par une partie cornée & figurée comme le bec d'un perroquet, & ses mâchoires sont garnies de cette même espèce de corne, dans laquelle sont implantées les dents; ces dents forment un double rang & se courbent les unes sur les autres comme celles du requin, à la réserve que celle de ce dernier sont plates & minces, & que celles de la tortue en question sont cylindriques; les deux grosses dents de la mâchoire supérieure sont beaucoup plus longues que celles de la mâchoire inférieure qui leur répondent.

Quoiqu'il soit assez rare de trouver des tortues de cette espèce dans nos mers, cela n'est pas cependant sans exemple. Sous le pontificat de Benoît XIV, on en pêcha deux dans le golfe Adriatique qui furent desséchées & portées, par ordre de ce savant Pontife, l'une dans le Cabinet d'histoire naturelle de l'Institut de Bologne, l'autre dans celui de l'Université de Padoue. En 1729, M. Delafont, Ingénieur en chef à Nantes, envoya à l'Académie la description d'une tortue absolument semblable à celle-ci, qui avoit été prise à la Pierre-percée à trois lieues de Nantes *; M. Delafont la compare avec la *Testudo coriacea* de Rondelet, marquant cependant les différences qui se trouvent entre la sienne & celle que Rondelet a décrite: il est évident qu'elles sont de la même espèce, & il y a grande apparence que cette tortue de 1729 est celle qu'on voit dans le Cabinet de S. A. S. M.^{gr} le Prince de Condé à Chantilly.

* V. l'Hist. de
l'Acad. 1729,
p. 8.

M. Delafont soupçonne ces animaux originaires de la Chine, en ce cas, il seroit bien curieux de savoir ce qui a pu les attirer de si loin & toutes deux dans le même endroit de la côte de Bretagne: il seroit peut-être difficile de se deviner, à moins qu'on ne voulût supposer que l'une & l'autre avoient suivi les vaisseaux de la Compagnie des Indes, venant de Chine.

I I.

Une Demoiselle, âgée d'environ cinquante-huit ans, n'ayant jamais essuyé ni travaux excessifs, ni maladie longue, ni passions vives, tomba dans une atrophie ou amaigrissement si général, que tous les viscères s'éteignèrent en même temps & que toutes leurs fonctions en furent affoiblies; elle avoit joui jusqu'alors d'une bonne santé, qui n'étoit interrompue que par de fréquens maux de tête & par des alternatives de douleurs vagues dans les articulations & dans les muscles, qu'on regardoit comme rhumatismales; elles augmentèrent avec l'amaigrissement dont nous venons de parler, & il fallut que la Demoiselle se mit au lit, où elle a passé les deux dernières années de sa vie: mais les douleurs, qui n'étoient d'abord qu'intermittentes, devinrent continues & causèrent des insomnies

presque continuelles, & la foiblesse & l'abattement devinrent si considérables, qu'elle ne pouvoit plus du tout se soutenir & qu'elle avoit même peine à relever ses membres, qui étoient d'une sécheresse & d'une maigreur extrêmes; les articulations plioient avec difficulté, à cause de la roideur des fibres musculaires & tendineuses, du dérangement de l'action des muscles dont les antagonistes agissoient souvent à la fois, & sur-tout à cause de la rétraction des tendons fléchisseurs; la peau étoit sèche, ridée & écailleuse, & le pouls lent, inégal & très-petit. La malade n'eut jamais ni gonflement sur aucune partie, ni taches au visage, ni aux extrémités; elle n'avoit point d'altération & trouvoit aux alimens leur goût naturel, mais elle en prenoit en si petite quantité, qu'au commencement de sa maladie une alouette & trois bouchées de mie de pain suffisoient pour sa journée, & dans les deux derniers mois de sa vie un bouillon & une tranche de pain; les excrétiions étoient en petite quantité, mais jamais aucune ne fut supprimée ni excessive; elle avoit quelquefois des coliques intestinales; sa voix étoit foible, & on remarquoit que la plupart des vaisseaux étoient oblitérés & sans fonction; le mal ne fit qu'augmenter, & l'atrophie devint si extrême que c'étoit presque une momie vivante & que le plus léger mouvement étoit pour elle un travail: enfin en voulant s'aider pour prendre le bassin, elle se cassa l'os de la cuisse en trois endroits; le pansement de cette fracture fut difficile parce qu'on n'osoit serrer le bandage, de peur de supprimer le peu de circulation qui restoit, & la réunion, quoiqu'imparfaite, fut trois ou quatre mois à s'opérer, au lieu de quarante jours qui, comme on sait, est le terme ordinaire. A peine étoit-elle guérie de cet accident, qu'elle se fractura l'os du bras droit, puis l'avant-bras en deux endroits & enfin la cuisse gauche; & la réduction de toutes ces fractures étoit d'autant plus pénible & plus douloureuse, que le manque de souplesse & de flexibilité des muscles ne leur permettoit pas de se prêter aux extensions & aux contr'extensions nécessaires en pareil cas: on lui réduisit onze fractures de cette espèce dans l'espace d'une année, au bout de laquelle elle mourut;

ayant conservé jusqu'au dernier moment un esprit sain & un jugement solide. La singularité de cette maladie a engagé l'Académie à en publier le détail, qu'elle a tiré d'une Lettre écrite à M. de Buffon par M. Monblet, Médecin de Tarascon, qui avoit été témoin de ce fâcheux phénomène.

I I I.

M. Tenon a lû à l'Académie l'Observation suivante qui lui avoit été communiquée par M. Beccane, Professeur en Chirurgie, à Toulouse; un homme d'environ soixante-cinq ans, habitant de Toulouse, d'un tempérament délicat & qui avoit été toute sa vie livré à des occupations sédentaires, fut attaqué d'une maladie de vapeurs, accompagnée de douleurs vagues & de tristesse; on tenta de le soulager par l'usage des narcotiques, comme les pillules de cynoglosse & le laudanum, qui paroissoit être celui dont il étoit le moins incommodé, mais l'usage de ces remèdes, en soulageant les vapeurs, lui donnoit des langueurs d'estomac, des sécheresses de langue, des chaleurs & des agitations, même quelquefois une espèce d'ivresse, lorsque la dose du remède étoit trop forte, & on remarquoit alors que le sommeil diminueoit & que la gaieté du malade augmentoit; M. Beccane, appelé dans ces circonstances, jugea que le malade accoutumé à l'usage des narcotiques, ne pouvoit les quitter sans danger, mais pour empêcher le mauvais effet qu'ils produisoient étant pris par la bouche, il imagina de les donner en lavement & fit faire pour cet effet une petite seringue d'argent, du piston de laquelle la tige portoit des marques, au moyen desquelles il pouvoit connoître la quantité de liquide qu'il introduisoit dans l'intestin, & ce remède étoit administré trois heures après le souper du malade. L'effet répondit aux vues de M. Beccane, le malade fut moins agité & l'estomac moins dérangé, mais il fallut augmenter la dose, qui, au bout de quelques jours, devenoit insuffisante; peu après le malade se plaignit d'une douleur & d'une chaleur vive au fondement, qui causa un gonflement, des hémorroïdes & une difficulté d'uriner; la dose fut diminuée, mais à mesure qu'on la diminueoit, les accidens de vapeurs reparoissoient, la

même chose arrivoit lorsque le malade rendoit trop tôt ce petit lavement ; M. Beccane n'ignoroit pas le danger des narcotiques trop long-temps continués, mais l'état de son malade ne lui permettant pas de les supprimer, il se borna fagement à trois points principaux : 1.^o à rendre la composition plus douce, en retranchant la canelle, diminuant le girofle qu'on y mêloit, & substituant le vin de pays au vin d'Espagne qu'on avoit employé jusqu'alors ; & par ce moyen il ne fut plus question d'ardeur ni de douleur au fondement : 2.^o à s'assurer de la dose qu'il falloit faire reprendre au malade, lorsqu'il rendoit son remède trop tôt, & l'expérience lui apprit que lorsqu'il ne l'avoit gardé qu'un quart d'heure, il en falloit redonner les deux tiers ; au bout d'une demi-heure, la moitié ; au bout d'une heure, un tiers ; à une heure & demie, le quart ; à deux heures, le demi-quart, &c. Il est évident que cette diminution de quantité indique la marche de l'action du remède : 3.^o enfin de n'augmenter la dose du remède que lorsqu'on voyoit qu'elle étoit insuffisante, mais cette augmentation, quoique soigneusement ménagée, fut énorme : le malade qui avoit pris dans les cinq premiers mois, une livre & demi-quart de narcotique & qui en usa pendant onze années, en avoit pris dans les huit derniers mois de sa vie trente-neuf livres & demie ; & en réunissant tout ce qu'il en avoit pris, le total se monte à deux cents quatre-vingt-treize livres un quart. Il mourut au bout de ce temps en quarante-deux heures d'une fièvre maligne, & à l'ouverture du corps on lui trouva le cerveau plus desséché qu'il ne l'est ordinairement à cet âge, le lobe droit du poulmon & la plèvre engorgés d'un rouge livide & noirâtre, & exhalant une odeur insupportable, ce que l'on pouvoit légitimement attribuer au long usage du narcotique, le reste du corps étoit dans son état naturel.

I V.

M. Ten-Haaf, Chirurgien à Rotterdam, a communiqué à l'Académie l'Observation suivante ; il fut appelé pour secourir un homme âgé de trente-huit ans & incommodé d'un sarcocèle ou tumeur charnue, attachée au testicule, qui avoit

résistit à tous les secours qu'on emploie ordinairement en pareil cas. La tumeur ayant toujours grossi, perça tout-à-coup dans un point, & cette ouverture faite aux tégumens, donna passage à une excroissance molle & fongueuse qui partoît du testicule même, & qui devint insupportable par son accroissement; M. Ten-Haaf fut obligé d'emporter la tumeur par la castration, & après l'opération en fit l'examen; elle avoit huit pouces de long & treize pouces dans sa plus grande circonférence, elle pesoit deux livres deux onces, & il s'y trouva de petits os; M. Ten-Haaf dit qu'ils étoient dans le milieu du testicule malade & environnés de la substance spongieuse à demi-pourrie, qui avoit formé l'excroissance: mais il est plus vraisemblable de croire qu'ils s'étoient formés dans l'épaisseur de la tunique albugineuse qui enveloppe immédiatement le testicule, comme on en a tant d'exemples dans d'autres membranes, & M. Ten-Haaf semble en donner lui-même la preuve, ayant envoyé à l'Académie un petit morceau de la tunique albugineuse où l'on voit plusieurs points d'ossification.





C H I M I E.

CETTE année, M. de Machy, Apothicaire de Paris & Membre de l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres de Prusse, fit part à l'Académie de ses Observations sur une substance saline bien singulière; M. Margraf s'étoit aperçu le premier que la crème de tartre, rendue soluble par la craie, se dissout dans l'acide nitreux, & que ce mélange donne par évaporation des cristaux en aiguilles, fort semblables à ceux du nitre & qui détonnent au feu, de même que le salpêtre, & il avoit conclu de-là, sans hésiter, que cette expérience fournissoit un moyen sûr d'obtenir un alkali fixe végétal, autrement que par la voie de la calcination, regardée jusqu'alors comme l'unique moyen d'obtenir un sel de cette nature. M. de Machy s'est appliqué dans son Mémoire à détruire les prétentions de M. Margraf, qui seroient effectivement fondées, si le sel en question étoit un véritable nitre, puisque l'alkali fixe entre nécessairement dans la composition de ce dernier; mais M. de Machy fait voir que le sel formé par la combinaison de la crème de tartre & de l'acide nitreux, n'est nullement du nitre, il en diffère par la figure de ses aiguilles qui ne sont point à six pans, comme celles du nitre, mais plates & coupées en biseau par leurs extrémités, par leur saveur sensiblement acide, parce qu'après avoir légèrement fusé sur les charbons, il se boursoffle & répand l'odeur du tartre brûlé, & enfin parce qu'il ne donne point de tartre vitriolé lorsqu'on veut le décomposer avec l'acide vitriolique; en un mot, il prouve que le sel prétendu nitre de M. Margraf, n'est autre chose que de la crème de tartre entière & non décomposée, qui sert de base à l'acide nitreux & qui reçoit de cet acide, la configuration en aiguilles que l'on observe dans ses cristaux, la crème de tartre n'est rien moins qu'un sel

fel neutre, elle est un fel concret, composé de parties huileuses, de parties terreuses & d'une grande quantité d'acide, celui du nitre lui est tout-à-fait étranger & ne la convertit point en fel neutre, il l'éloigne, au contraire, de cet état; & si M. Margraf a fait, comme il l'assure, du tartre vitriolé en décomposant son fel par l'acide vitriolique, il a été trompé, selon M. de Machy, par cette seule circonstance qu'il a fait éprouver une calcination trop forte à son mélange, pour en chasser tout l'acide nitreux, & qu'il a, par ce moyen, alkalisé une partie de sa crème de tartre. Tant il est vrai que les plus petites circonstances peuvent altérer les résultats des expériences les mieux faites, & donner lieu à des conclusions absolument différentes de celles qu'on auroit dû naturellement en tirer.





BOTANIQUE.

SUR LE BLÉ ET L'ORGE DE MIRACLE.

V. les Mém.
p. 613.

* V. l'*Hist. de*
1764, p. 77.

Nous avons rendu compte l'année dernière * de la découverte qu'avoit fait M. Adanson, d'un épi d'orge rameux, semblable à ceux que produit le blé qu'on nomme *blé de miracle*; & nous avons dit qu'il avoit semé les grains de cet épi pour voir si ces grains produiroient des épis semblables, auquel cas il auroit été constant que c'étoit une nouvelle espèce; ou si ces grains ne produiroient que des épis d'orge ordinaires, & alors l'épi trouvé par M. Adanson n'auroit été qu'une variété. M. Adanson a donné cette année la suite de ces expériences, & nous allons en rendre compte.

Deux des grains de cet épi furent semés en Avril, dans une terre de jardin très-épuisée; ils levèrent tous deux, mais un des deux pieds périt par les ravages des insectes, ayant onze tiges prêtes à fleurir; l'autre vint à bien & apporta seize épis qui parvinrent à une parfaite maturité, & parmi lesquels trois seulement étoient devenus rameux, & l'un de ces épis rameux avoit un quart de grains de plus que les épis ordinaires. M. Adanson ne s'est pas contenté des expériences qu'il avoit faites sur l'orge ordinaire devenue rameuse, il en a fait de semblables sur une autre espèce d'orge nommée *ficrion*: cette orge n'a ordinairement que deux rangs de grains dans chaque épi; en ayant trouvé quelques-uns qui avoient un plus grand nombre de grains, il a semé des grains de ces épis, & il a vu que les plantes qui en étoient provenues avoient donné un grand nombre de ces épis surabondans en grains; il a pensé que peut-être on pourroit, par une culture bien entendue, se procurer du *ficrion* quarré, & que peut-être l'orge ordinaire quarrée n'étoit originairement qu'une amélioration due, comme celle-ci, au hasard & aidée ensuite par la culture: c'étoit à la

suite des expériences à prononcer sur ce qu'on devoit attendre de cette espèce de découverte : voici quel a été le résultat de celles que M. Adanson a continuées depuis 1765 jusqu'en 1767 inclusivement.

L'orge commune, devenue rameuse ou de miracle, a repris son premier état & n'a guère donné plus d'un épi rameux sur cent.

Le sucron, au contraire, a acquis une nouvelle monstruosité; il a paru dans les épis des grains plus gros, ayant deux germes joints à une même masse de farine, ce qui n'avoit jamais été observé dans aucune plante graminée.

Il en résulte encore que ces variations ne sont que ce qu'on nomme en Botanique, des *variétés* & non des espèces, puisqu'elles ne se perpétuent pas constamment; mais que comme ces variétés ne vont qu'à augmenter la quantité du grain sans en altérer la qualité, on peut d'autant plus raisonnablement essayer de les favoriser, que l'orge sur laquelle la première expérience a été faite est de très-bonne qualité pour le grain, & que la paille est très-délicate & très-propre à servir de nourriture au bétail.

M. Adanson a remarqué que le temps le plus propre à semer le sucron pour lui procurer ces épis surchargés étoient les mois de Mai & de Juin, & qu'au contraire on obtenoit plus d'épis rameux en semant l'orge à l'ordinaire, en Avril. Tout ceci ne fait encore qu'un commencement de travail, mais duquel on peut espérer des suites utiles en le continuant; ce n'est qu'à ce prix qu'il nous est donné de profiter des erreurs même de la Nature.

CETTE année parut un Ouvrage de M. du Hamel, intitulé: *Supplément au Traité de la conservation des grains, avec de nouvelles expériences sur cette matière.*

La conservation des grains exige deux opérations indispensables : la première, de les priver de l'humidité qu'ils contiennent, qui en occasionneroit bientôt la pourriture; &

la seconde, de les garantir du ravage qu'y peuvent causer les animaux & les insectes.

On se tromperoit si on s'imaginoit que l'espèce de dessèchement que le grain reçoit du Soleil & de l'air extérieur, lors de sa maturité, lui enlevât assez d'humidité pour le mettre à l'abri de se corrompre; ce dessèchement peut tout au plus être suffisant pour l'empêcher de se gâter tant qu'on le conserve en gerbe dans la grange, mais il faut bien d'autres précautions pour le conserver lorsqu'il est battu & séparé de son épi.

M. du Hamel avoit employé dans ses premiers essais l'action du ventilateur; il enfermoit les grains dans un coffre de bois à deux fonds, dont le supérieur étoit une espèce de grillage de bois couvert d'un canevas, & le tuyau d'un ventilateur introduit entre ces deux fonds, forçoit, par le jeu de cet instrument, l'air à traverser toute l'épaisseur de la masse de blé: c'étoit déjà beaucoup gagner sur l'emplacement & sur la manière d'éventer le blé en le remuant à la pelle, mais il s'aperçut bientôt qu'à moins de répéter long-temps cette opération, qui est toujours pénible & coûteuse, le blé couroit encore risque de s'échauffer, & que d'ailleurs le ventilateur ne faisoit qu'incommoder les insectes sans faire périr ni eux ni leurs œufs.

Il a donc cherché un remède plus efficace, & ce remède est l'étuve: le blé étuvé est assez dépouillé de son humidité pour être gardé très-long-temps sans se corrompre, & la chaleur de l'étuve portée à un point où elle ne peut endommager le blé destiné à faire du pain, fait également périr les insectes & leurs œufs.

Les expériences ont décidé en faveur de la méthode, & elles ont outre cela fait remarquer à M. du Hamel plusieurs objets intéressans; elles lui ont appris, par exemple, que les grains ne perdoient pas tous également de leur poids, & que ceux qui étoient plus humides en perdoient davantage; que, malgré cette perte de poids, ces grains augmentoient d'abord de volume; que les grains, toutes choses d'ailleurs égales, perdoient d'autant plus de leur poids qu'ils restoit plus long-temps dans l'étuve; qu'ils reprenoient une partie de l'humidité de l'air si on les

mettoit au sortir de l'étuve dans un lieu trop frais ; que c'étoit une erreur de croire qu'on pût, par une chaleur plus vive, abréger le temps de l'opération & qu'il falloit laisser à l'humidité le temps de sortir du grain, de se réduire en vapeurs & de s'échapper ; que quoique le blé puisse être exposé sans risque à une chaleur de plus de 100 degrés du thermomètre de M. de Reaumur, on peut cependant se contenter de lui en faire essuyer une d'un peu plus de 90 degrés ; que le grain étuvé étoit plus aisé à moudre, & que la mouture en étoit plus courte d'un tiers ; que la farine absorboit plus d'eau que celle du blé non étuvé ; que la pâte se retiroit moins au four ; & qu'enfin elle cuisoit plus promptement.

Le grain une fois desséché & les insectes ou leurs œufs qu'il pouvoit contenir, étant détruits, on le mettra dans des caisses ou coffres de bon bois & bien clos, qui le garantiront aisément du tort que les rats, les souris, les oiseaux & les chats pourroient lui faire. On peut & on doit dessécher de même les farines, & sur-tout celles qu'on envoie en tonneaux dans les Colonies, & qui, faute de cette précaution, se trouvent souvent gâtées en arrivant.

L'opération d'étuver le grain n'est nullement difficile, il suffit de le jeter dans une trémie placée au haut de l'étuve, il s'arrange de lui-même dans l'intérieur ; & lorsque l'opération est finie, en ouvrant simplement le canal par où il doit sortir, il tombe de lui-même dans les sacs qu'on présente pour le recevoir.

M. du Hamel avoit donné dans son premier ouvrage la description de son étuve, il donne dans celui-ci les changemens qu'une longue expérience lui ont fait juger nécessaires ; il rapporte des exemples de blés conservés très-long-temps par cette méthode, & il n'a rien négligé de ce qui pouvoit contribuer à la perfection d'un travail si utile & qui obvie à de si fâcheux inconvéniens. On commence à se servir de cette méthode en plusieurs endroits, mais celles même qui sont les meilleures & les plus utiles ont souvent besoin d'un long temps pour s'établir.





A L G E B R E.

V. les Mém.
P. 533.

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires :
L'Écrit de M. Bezout sur la résolution générale des
Équations de tous les degrés.

CETTE année, M. le Marquis de Condorcet présenta à l'Académie, un traité du *Calcul intégral*; on fait que les équations différentielles peuvent également exprimer les différences infiniment petites de quantités finies, ou les différences infiniment petites de quantités infiniment petites elles-mêmes, mais d'un ordre supérieur, & que le Calcul intégral est en général l'art de retrouver, par les grandeurs infiniment petites, les grandeurs finies auxquelles elles appartiennent. Mais quand les différences sont elles-mêmes dérivées de parties infiniment petites, il est clair qu'il doit y avoir bien des cas où il sera impossible de les rappeler à des quantités finies, & que cette partie de l'art doit avoir ses règles à part; c'est ce qui a obligé M. le Marquis de Condorcet de diviser son Ouvrage en deux parties, dont la première a précisément ce dernier cas pour objet.

Puisque les équations différentielles qui expriment des différences de parties infiniment petites, ne se réduisent pas toutes à des intégrales finies, il doit y avoir des conditions qui fassent qu'une fonction ou une équation différentielle ait une intégrale finie, & qu'une autre n'en ait pas; & M. le Marquis de Condorcet enseigne à rechercher ces conditions, & cela de la manière la plus générale, soit qu'on ait supposé ou non, une différentielle constante, à quelques degrés que montent les variables & leurs différentielles, & en quelque nombre qu'elles puissent être.

L'intégrale & l'équation différentielle qui en est susceptible, ont entre elles une relation essentielle; mais quoique cette relation existe nécessairement, elle n'exige pas de l'Analyste moins d'adresse ni moins de connoissance de calcul pour la découvrir.

Un objet si important méritoit bien l'attention de M. de Condorcet, aussi n'a-t-il rien négligé pour donner à son lecteur les moyens de former cette équation; mais la relation même qu'elle exprime, ne suffiroit pas encore, si par des réflexions essentielles on ne parvenoit à admettre dans l'équation qui exprime la relation entre l'intégrale & l'équation proposée, que des termes appartenans à cette dernière; par ce moyen M. de Condorcet parvient à résoudre ce problème général : *étant donnée une équation différentielle de tel ordre que ce soit, & qui renferme tant de variables qu'on voudra, déterminer si cette équation, dans l'état où elle est proposée, admet, ou non, une intégrale d'un degré inférieur, & cette importante solution est donnée avec toute l'élégance & toute la généralité possibles.*

Une remarque singulière de M. de Condorcet, est que les formules qui expriment les conditions cherchées, sont précisément les mêmes que celles qui expriment les conditions qui doivent avoir lieu entre les variables d'une fonction intégrale indéfinie, pour qu'elle devienne un *maximum* ou un *minimum*; questions qui ont été déjà traitées par M.^{rs} Euler & de la Grange; cette identité de formules est fondée, selon M. de Condorcet, sur l'identité analytique de deux sortes de questions & n'avoit point encore été remarquée.

En cas de possibilité d'un problème, c'est déjà beaucoup de démontrer que l'équation différentielle qui l'exprime, est susceptible d'une intégrale d'un degré immédiatement inférieur; mais si cette équation exprimoit une chose impossible, l'intégrale ne pourroit certainement être finie : il est donc nécessaire de reconnoître ce cas, & malgré la difficulté de cette recherche, la méthode de M. de Condorcet procure assez naturellement cette connoissance; il n'est pas même nécessaire de trouver toutes les intégrales successives, il suffit d'avoir la relation des

parties proposées, nécessaires pour que la condition demandée ait lieu, & M. de Condorcet donne les moyens d'obtenir cette connoissance.

Tout ceci n'est encore qu'une espèce de préliminaire de la méthode de M. de Condorcet, & duquel il passe enfin à la méthode générale de trouver l'intégrale d'une équation différentielle proposée; une équation de cette espèce a, comme on le juge bien, plusieurs parties dont elle est composée, & dans le nombre desquelles il se trouve des fonctions transcendantes; M. de Condorcet examine quelle en est la nature & fait voir comment on peut les faire disparaître dans les différentiations successives qu'on emploie; il donne ensuite la manière de préparer les équations générales qui doivent représenter l'intégrale, & qui, par les combinaisons qu'il prescrit, peuvent se réduire à devenir l'équation différentielle indiquée; enfin rien de ce qui peut contribuer à l'exactitude ou à la facilité de la méthode, n'y est oublié.

Toutes les équations différentielles n'expriment pas des différences entre des quantités infiniment petites, il y en a qui expriment les différences qui se trouvent entre des quantités finies, & celles-ci forment l'objet de la seconde partie de l'ouvrage de M. de Condorcet; une marque à laquelle on peut reconnoître si elles seront intégrales, est si elles deviennent telles en supposant la différence infiniment petite d'un ordre inférieur, mais cette condition, quoiqu'essentielle, n'est pas la seule, & M. de Condorcet donne les moyens de découvrir les conditions nécessaires pour qu'une équation à différences finies ait pour intégrale une fonction d'un ordre inférieur ou une même fonction sans différences.

Il est encore une autre espèce d'équations différentielles, qui n'expriment que la variation d'une partie ou de quelques parties de l'équation, & dont on nomme pour cette raison les différences partielles; M. de Condorcet a fait quelques essais sur ces équations, & il donne à la fin de son ouvrage les moyens de reconnoître dans quel cas elles sont intégrables & de les intégrer lorsqu'il est possible.

Telle

Telle est l'idée très-abrégée de l'ouvrage de M. le Marquis de Condorcet, il est par-tout rempli de vues fines & délicates qui lui sont propres, il annonce une connoissance du Calcul, & des talens qu'il est rare de trouver en pareil degré dans un âge aussi peu avancé que le sien, & qui ont paru ne pouvoir être trop encouragés.



G É O M É T R I E.

CETTE année parut le second volume du *Cours de Mathématiques, à l'usage des Gardes du Pavillon & de la Marine*: Par M. Bezout.

Nous avons annoncé l'année dernière le premier volume de cet ouvrage *, & nous avons dit qu'il devoit être composé de quatre parties, savoir, l'Arithmétique, la Géométrie, l'Algèbre & son application à la Géométrie, & enfin la Statique & le Mouvement.

* Voy. l'*Hist. de*
1764, p. 96.

Le second volume duquel nous parlons, contient les *Éléments de Géométrie, la Trigonométrie rectiligne & la Trigonométrie sphérique.*

La première section de la Géométrie traite des propriétés des lignes qui se rencontrent, soit obliquement, soit perpendiculairement, & de leur mesure, des propriétés des angles & de la manière de les mesurer, des propriétés des parallèles, &c. & toutes ces propriétés y sont appliquées à différens usages qui en montrent l'utilité & procurent au lecteur une espèce de suspension du travail abstrait de la simple théorie des lignes & des angles; M. Bezout passe aux triangles & aux polygones, considérés seulement par rapport à leurs angles & à leurs côtés; leurs surfaces étant réservées pour la seconde partie. Les lignes proportionnelles viennent ensuite, parties très-importantes de la Géométrie, & que M. Bezout traite dans cet ouvrage avec beaucoup de simplicité & de clarté; cette matière amène naturellement l'examen des triangles & des polygones

Hist. 1765.

. H

semblables , relativement à leurs angles & à leurs côtés , & l'application qu'en fait M. Bezout à l'art de lever les plans.

Les surfaces & les principes de leurs mesures sont l'objet de la seconde section; M. Bezout s'est principalement appliqué à bien faire sentir à ses lecteurs quelle est la nature des unités, des facteurs & du produit dans la multiplication qu'exige la mesure des surfaces: il enseigne ensuite à comparer entr'elles les surfaces des figures semblables & non semblables, & à déterminer leurs rapports; de-là il passe à l'application de ces principes aux surfaces courbes, d'où il déduit la manière de mesurer les surfaces des différentes coupes du Navire; enfin il termine cette section par le toisé des surfaces & par les propriétés des lignes à l'égard des plans, & des plans les uns à l'égard des autres.

Des plans, M. Bezout passe aux solides dans la troisième section, il en enseigne la mesure & la manière de déterminer les rapports des solides semblables ou non semblables, en commençant par les corps les plus simples; il fait voir que les principes établis à leur égard, peuvent être aussi appliqués à la mesure des corps plus composés; il donne la manière d'évaluer un prisme tronqué, & ramène à cette mesure celle de tous les autres solides, terminée par des surfaces planes; il applique cette méthode aux tranches des solides d'une épaisseur médiocre, & comprises entre deux plans parallèles; d'où il déduit la manière de mesurer la solidité de la carène des Vaisseaux: chacune des trois sections de cet ouvrage est suivie d'applications utiles.

La Trigonométrie rectiligne est d'un usage immense dans presque toutes les Mathématiques, aussi M. Bezout n'a-t-il rien négligé pour mettre son lecteur bien au fait de cette partie; il a rassemblé tout ce qui étoit nécessaire pour la résolution des triangles rectilignes. On sait que le calcul trigonométrique emploie par-tout les nombres tirés des Tables des sinus, tangentes & sécantes, & de celles des logarithmes; pour ne rien laisser en arrière, M. Bezout explique la formation & l'usage de ces Tables, & y ajoute quelques propriétés des sinus &

des tangentes peu en usage, à la vérité, à la Trigonométrie rectiligne, mais qui doivent servir dans la suite de son cours, & toutes les règles qu'il donne sont accompagnées d'exemples qui éclaircissent extrêmement tous ces objets.

La Marine ne fait pas un moindre usage de la Trigonométrie sphérique que de la rectiligne; il étoit donc nécessaire à M. Bezout de la rendre familière à ses Élèves: il commence par présenter une idée des propriétés générales de la sphère & des triangles sphériques, & donne les moyens de reconnoître, lorsque cela se peut, si le côté ou l'angle qu'on cherche est moindre ou plus grand que le quart-de-cercle. Partant d'après ces principes, il expose toutes les règles de ce calcul, d'abord pour les triangles sphériques rectangles, & ensuite pour les triangles obliques; il s'est sur-tout appliqué dans cette partie à diminuer le nombre des règles dont on a coutume de faire usage dans la résolution de ces triangles, & le fruit de ses recherches a été de faire en sorte que dans les cas où on est obligé d'employer deux analogies, il y en eût une qui fût constamment la même; cette partie est terminée par quelques applications à la pratique des règles qu'il vient de donner & par une indication de celles qu'on peut faire soi-même dès qu'on est tant soit peu au fait de la sphère céleste & de ce qu'on appelle l'*Astronomie du premier mobile*. Cette seconde partie de l'Ouvrage de M. Bezout a paru très-propre à remplir le but qu'il s'étoit proposé & à mettre ses Élèves à portée d'acquérir les connoissances géométriques qui leur sont nécessaires, & travailler ensuite par eux-mêmes lorsque les circonstances ou l'envie de s'instruire les y obligeront.

CETTE même année M. Mauduit, Professeur de Mathématiques dans la chaire de Ramus, au Collège Royal, présenta à l'Académie un Ouvrage, intitulé: *Principes d'Astronomie sphérique* ou *Traité complet de Trigonométrie sphérique*.

Les Traités ordinaires de Trigonométrie sphérique, n'ont jusqu'ici enseigné à résoudre les triangles de cette espèce que par des proportions: cette méthode n'est pourtant pas la seule

qu'on puisse employer à cet usage; ils peuvent être résolus par des constructions géométriques, par lesquelles, à l'aide de la règle & du compas, on peut aisément trouver toutes les parties d'un triangle à résoudre. On juge bien que ces méthodes, qu'on nomme *graphiques*, n'ont pas le même degré d'exactitude que le calcul; on s'en sert cependant dans bien des occasions, comme dans le calcul des Éclipses sujètes aux parallaxes, où elles épargnent un très-long calcul & donnent une précision suffisante; on les emploie de même avec succès dans la pratique de la Navigation & dans une infinité d'autres occasions où l'on peut sacrifier à une grande facilité une petite partie de l'exactitude géométrique. Enfin on peut appliquer l'analyse à cet objet, & cette application, dont on a déjà quelques exemples, introduit une nouvelle espèce de calcul, non-seulement très-utile à la Trigonométrie sphérique, mais encore à un très-grand nombre de problèmes dont les sinus, les tangentes & les logarithmes fournissent des solutions approchées toutes faites.

L'ouvrage de M. Mauduit contient, comme ceux qui l'ont précédé, la méthode de résoudre les triangles sphériques par les proportions, mais il donne de plus celle de les réduire graphiquement à l'aide des projections ou représentations régulières de la sphère & celle d'y appliquer le calcul analytique.

Cet ouvrage est divisé en six chapitres, le premier contient les notions élémentaires & les principes sur lesquels est fondé tout l'ouvrage; il va même jusqu'à y expliquer la théorie des imaginaires qui se rencontrent fréquemment dans le calcul analytique appliqué à la Trigonométrie, & qui ne sont en effet qu'une expression absurde à laquelle on arrive en prenant pour un produit ce qui n'en est pas un.

De ces principes une fois posés, M. Mauduit passe aux principales propriétés des triangles sphériques en général, il explique ensuite la méthode de résoudre les triangles sphériques rectangles, article sur lequel il insiste d'autant plus volontiers que la solution de ces triangles revient presque continuellement dans celle des obliquangles, de la plupart desquels on ne peut venir à bout qu'en les supposant partagés en deux ou plusieurs

triangles rectangles; il a donc travaillé à donner à cette partie la plus grande netteté, & pour en faciliter la pratique, il a ajouté à cet article le théorème général de Néper, qui réduit les seize cas des triangles à deux, sans avoir besoin d'autre chose que de l'énumération de ces mêmes cas dont chacun se vérifie sur le champ par une seule analogie; la résolution des triangles sphériques obliquangles, suit, comme l'ordre le demande, celle des rectangles; le théorème de Néper ne peut s'y appliquer, mais M. Mauduit y substitue celui que M. Pingré a donné en 1756*, & qui fait à leur égard le même effet, & l'Auteur ajoute aux solutions déjà connues des trois côtés ou des trois angles, plusieurs autres solutions nouvelles, il donne même raison d'une bizarrerie apparente d'une règle de Trigonométrie qui enseigne à chercher la valeur d'un angle par le sinus de sa moitié, & il fait voir que cette règle, toute bizarre qu'elle paroît, est la plus simple & la plus facile de toutes celles qu'on pouvoit employer; ce chapitre est terminé par la démonstration complète des fameuses analogies de Néper, défigurées & altérées dans quelques ouvrages.

*Voy. *Mém. de l'Acad.* 1756, p. 301.

Le troisième chapitre contient les solutions graphiques des différens cas qu'on vient de voir résolus par des analogies: l'auteur y emploie principalement la projection orthographique, qui suppose l'œil à une distance infinie de la sphère; mais cependant il donne aussi quelques règles de la projection stéréographique, où l'œil est supposé dans un point de la superficie de la sphère, & de laquelle on se sert principalement dans les Cartes géographiques; enfin il donne une autre solution facile, déduite du développement des parties du triangle à résoudre.

Jusqu'ici, nous n'avons considéré que les méthodes de résoudre les triangles sphériques, soit par des analogies, soit graphiquement; le cinquième chapitre enseigne une autre manière de les résoudre, en y appliquant le calcul analytique. On juge bien que cette méthode multiplie les solutions, & que les règles que nous avons vues dans les chapitres précédens, se trouvent n'être que des cas particuliers des méthodes générales, & sont confondues dans la foule des formules qui en résultent; &

comme on peut souvent trouver dans l'Astronomie des questions qui se réduisent aux mêmes formules que celles des triangles, M. Mauduit enseigne à ramener les plus compliquées aux logarithmes; il donne de même la manière de résoudre les équations des second & troisième degrés par les Tables des sinus; méthode extrêmement commode lorsqu'on n'a pas lieu d'espérer des racines commensurables.

Le cinquième chapitre est, comme M. Mauduit l'annonce lui-même, une traduction de l'Ouvrage de M. Roger Côtes, intitulé : *De æstimatione errorum in mixtâ matheſi*, dans lequel cet auteur enseigne à appliquer à l'une & à l'autre Trigonométrie le calcul différentiel; & toute cette théorie est éclaircie par un grand nombre d'exemples que M. Mauduit y a joints.

Le sixième & dernier chapitre n'est que l'application des règles données dans le cours de cet Ouvrage à un grand nombre de problèmes astronomiques; & l'auteur a cru, avec raison, qu'il seroit plus utile & plus agréable d'appliquer ces règles à des problèmes utiles qu'à des triangles, pour ainsi dire, abstraits.

Cet Ouvrage peut être regardé comme un Traité complet de Trigonométrie sphérique, puisqu'il contient toutes les méthodes, jusqu'à présent utilisées pour la résolution des triangles de cette espèce; mais il offre encore un autre avantage, c'est d'être fait de telle manière que ceux qui voudroient se contenter de l'ancienne méthode, peuvent aisément omettre ce qui concerne l'application du calcul analytique. Les cinq premiers théorèmes du premier chapitre leur suffiront, & le reste de ce qui constitue la Trigonométrie sphérique ordinaire, n'en sera pas moins intelligible.

Cet ouvrage a paru si propre à faciliter les succès de ceux qui s'occupent de la Trigonométrie sphérique ou qui en veulent appliquer les principes aux autres Sciences mathématiques, que l'Académie a cru non-seulement devoir lui accorder son approbation, mais même permettre à M. Mauduit de le faire imprimer sous son privilège.





ASTRONOMIE.

SUR UN DÉRANGEMENT SINGULIER,

Observé dans le mouvement de Saturne.

ON connoît depuis long-temps les inégalités produites dans le mouvement de Saturne par l'attraction de Jupiter & celles des autres Planètes; & dès 1720, M. Halley s'étoit aperçu de dérangemens assez sensibles dans le mouvement de cette Planète: ces mêmes dérangemens ont été remarqués depuis, en 1746 par M. le Monnier, & en 1757 par M. de la Lande. L'Académie proposa, en 1748, pour sujet du Prix l'explication de ces inégalités; mais quoique la Pièce victorieuse de M. Euler contiennent les recherches les plus savantes, ce célèbre Géomètre ne put représenter ces observations qu'à 8 à 9 minutes près, & il ne faut pas s'en étonner: M. de la Lande, en cherchant la raison de cette différence, a reconnu une inégalité considérable dans le mouvement de Saturne, inégalité qui ne peut être rapportée ni à l'attraction de Jupiter ni à celle des autres Planètes, & qui est cependant plus considérable que celles que cette attraction pourroit produire.

V. les Mém.
p. 361.

Comme la plupart des inégalités des Planètes se trouvent confondues les unes avec les autres, une des principales adresses des Astronomes est de saisir, pour avoir les révolutions des Planètes, les points où les inégalités connues reviennent les mêmes; il est clair qu'alors l'inégalité s'exerçant également sur les deux observations qui servent à déterminer le retour de la Planète à un même point du ciel, la révolution n'en sera pas altérée, & que si elle éprouve en ce cas quelque altération, elle sera due à une inégalité inconnue différente de celles qu'on avoit prévues.

C'est par ce moyen qu'on est parvenu à déterminer la révolution de la Terre & des autres Planètes, & à s'assurer que ces révolutions ne varioient pas au moins fort sensiblement, tandis que les révolutions moyennes de Saturne, de Jupiter & de la Lune avoient des variations assez petites à la vérité, mais qui cependant deviennent sensibles après plusieurs centaines d'années; ce qui les fait nommer *séculaires*, de même que les équations qui servent à les corriger.

Mais ce qu'on n'avoit encore ni aperçu ni soupçonné, c'est que la révolution moyenne de Saturne n'est nullement uniforme, qu'elle se trouve plus ou moins longue, suivant les différentes circonstances où l'on observe, sans qu'on puisse attribuer cette inégalité à aucune des causes connues.

C'est cependant ce dont M. de la Lande s'est assuré par une comparaison exacte du calcul tiré des Tables de M. Halley, avec plus de cent oppositions de Saturne au Soleil, dont on a les observations & desquelles M. de la Lande a dressé une Table, dans laquelle il marque soigneusement la différence de longitude de Saturne & de Jupiter pour le temps de chaque observation & l'erreur des Tables.

Il résulte de la seule inspection de cette Table, qu'en ne prenant même que les intervalles des observations où la position respective de Jupiter & de Saturne étoit la même ou presque la même, le moyen mouvement de ce dernier va en s'écartant toujours de plus en plus du calcul tiré des Tables de M. Halley; que cette différence, d'abord négative jusqu'en 1707, est devenue positive depuis ce terme jusqu'en 1719; qu'en 1733, elle étoit redevenue négative, & qu'elle a toujours été en croissant dans ce sens, mais avec des accroissemens très-inégaux & infiniment plus forts dans les dernières années que dans les premières; qu'en un mot on est forcé de reconnoître qu'indépendamment de l'attraction de Jupiter, il y a une inégalité dans les révolutions moyennes de Saturne; que cette inégalité va en croissant, mais que la marche n'est point uniforme, & qu'elle a eu un accroissement extraordinaire depuis environ vingt ans,

Mais

Mais quelle peut être la cause de cette inégalité? c'est ce que M. de la Lande n'ose entreprendre de déterminer, du moins est-il très-difficile de la trouver dans ce que nous connoissons de la Physique céleste; on ne peut même encore décider si cette cause est générale & constante ou si l'inégalité n'est que l'effet de quelque cause accidentelle: tout ce qu'on peut se permettre de conjecturer, c'est que l'extrême éloignement du Soleil où est Saturne & la lenteur de son mouvement rendent ce mouvement susceptible d'être dérangé par des causes qui ne produiroient aucun effet sur une Planète plus proche du Soleil; celles qui sont dans ce cas étant bien mieux défendues par leur mouvement plus rapide & par la force centrale plus énergique qui les retient dans leurs orbites.

Mais ce que cette inégalité a de plus fâcheux, c'est qu'elle met presque dans l'impossibilité de déterminer le mouvement moyen de Saturne, puisque, suivant que les observations qu'on emploie sont plus ou moins anciennes, on trouve une correction plus ou moins grande à faire au mouvement moyen déterminé par les Tables, & qu'on sera obligé de se contenter des conjectures qu'on peut tirer d'une année à l'autre, du moins jusqu'à ce qu'on ait déterminé la cause jusqu'à présent inconnue de l'accélération extraordinaire que le mouvement de Saturne a éprouvé depuis environ vingt ans. Plus les observations se multiplient, plus on rencontre dans l'Astronomie de phénomènes de cette espèce.

SUR QUELQUES MOYENS

De perfectionner les instrumens d'Astronomie.

LA perfection des observations qui servent de base à toutes les théories astronomiques, dépend en grande partie de celle des instrumens qu'on y emploie: l'application des lunettes aux quarts-de-cercle, l'invention du micromètre, celle des pendules à secondes, ont porté depuis environ cent cinquante ans cette Science à un point de perfection qu'on n'auroit osé

V. les Mém.
p. 411.

même espérer; il est plus que probable que les lunettes achromatiques, qui donnent le moyen de grossir beaucoup les objets, ajouteront encore à cette perfection. Mais si on a augmenté la facilité de discerner les objets, on n'a pas encore assez perfectionné l'art de diviser pour que la finesse des divisions puisse rendre sensible la valeur des angles que ces lunettes permettent de distinguer.

C'est à cet important objet que s'est appliqué M. le Duc de Chaulnes; il s'étoit aperçu qu'au moyen du micromètre, qu'il avoit appliqué il y a plus de vingt ans au microscope, il pouvoit distinguer très-sensiblement la quatre millième partie d'une ligne.

Une si grande précision étoit bien propre à donner aux instrumens d'Astronomie un degré d'exactitude jusqu'à présent inconnu; on n'avoit encore pu augmenter cette exactitude qu'en rendant leur rayon plus grand; mais il devenoit possible, en se servant des microscopes de M. le Duc de Chaulnes, d'obtenir avec un instrument d'un très-petit rayon une précision égale & peut-être supérieure à celle des plus grands instrumens, sur-tout en y appliquant les lunettes achromatiques qui, avec une très-médiocre longueur, peuvent surpasser l'effet de celles qui sont beaucoup plus longues.

Trois choses étoient nécessaires pour que l'instrument que méditoit M. le Duc de Chaulnes, & qui ne devoit avoir qu'un pied de rayon, pût atteindre à la précision des grands instrumens de 6 pieds de rayon: il falloit que les lunettes qu'il y devoit appliquer fissent au moins l'effet de lunettes de 6 pieds & plus encore, s'il étoit possible; que la position verticale du plan de l'instrument & le niveau du rayon qui répond au commencement de la division, fussent déterminés avec toute la précision possible; & qu'enfin la division fût faite de manière qu'un angle de 2 secondes y fût perceptible.

Pour parvenir au premier point, M. le Duc de Chaulnes a employé des lunettes achromatiques qui, sous la longueur de 2 pieds $\frac{1}{2}$, faisoient l'effet de lunettes de 9 pieds; une de ces lunettes étoit fixée au corps même de l'instrument &

l'autre sur l'alidade; car M. le Duc de Chaulnes avoit préféré de rendre l'instrument immobile & de lui adapter une alidade à la manière dont sont construits ordinairement les quarts-de-cercle, dont le corps se meut tout entier dans un plan vertical.

Pour s'assurer de la position verticale du plan de l'instrument & du parfait niveau de son rayon parallèle à la lunette, voici le moyen qu'il avoit imaginé.

Il avoit fixé à l'instrument un tuyau ou garde-filet d'un pied de long, fermé en haut d'une espèce de couvercle, au centre duquel étoit un très-petit trou où étoit suspendu le cheveu; le bas de ce tuyau étoit terminé par une cuvette de verre pleine d'eau, pour arrêter le balancement du plomb attaché au cheveu qui y trempoit. Immédiatement au-dessus de cette cuvette, étoit une boîte quarrée faisant partie du tuyau, & percée dans ses quatre faces verticales pour recevoir deux microscopes, dont l'un étoit dirigé sur un point marqué sur le corps de l'instrument, & l'autre sur une pièce qui y étoit fixée perpendiculairement à son plan, & le cheveu suspendu librement se trouvoit, par ce moyen, au foyer commun des oculaires des deux microscopes, & par conséquent médiocrement grossi, puisqu'il ne l'étoit que par ces oculaires, tandis que les points très-fins, placés sur le corps de l'instrument & sur la pièce qui y étoit fixée, étoient grossis de toute la puissance du microscope.

Il étoit donc facile, par cette ingénieuse construction, de placer exactement le cheveu sur le milieu des points, & par conséquent l'instrument étant une seule fois vérifié, de le remettre toujours précisément dans la même position; & c'est en effet ce que M. le Duc de Chaulnes a éprouvé & dont il s'est assuré par un grand nombre d'expériences, dont quelques-unes ont été faites en présence de l'Académie. Ces deux premières difficultés vaincues, il ne lui restoit plus que celle de la division à surmonter; & ce n'étoit pas la moindre.

La première idée de M. le Duc de Chaulnes fut de se servir du mouvement d'une vis pour parvenir à marquer ces divisions; on emploie une vis dans le micromètre pour déterminer

le mouvement du fil, & rien n'étoit plus naturel que de regarder ce moyen comme parfaitement exact; nous verrons cependant dans un moment combien il y avoit à en rabattre.

Dans cette vue, il prit un demi-cercle de cuivre d'un pied de rayon & d'environ 3 lignes d'épaisseur, & il fixa au centre un cône tronqué d'acier très-exactement tourné; un canon, fait du métal qu'on emploie pour les miroirs des télescopes, rouloit très-exactement autour de ce centre & étoit fixé sur une espèce singulière d'alidade : cette alidade étoit un secteur de cuivre d'environ 50 degrés, d'un rayon un peu plus grand que le demi-cercle & terminé par une ligne parallèle à une tangente du demi-cercle; elle étoit encore percée de deux ouvertures circulaires qui répondoient un peu en dedans du bord de l'instrument; sur la partie qui étoit au-delà du demi-cercle, étoit fixée une vis sans fin d'environ six tours, faite d'acier bien trempé, & la tige de cette vis portoit un index propre à marquer sur une plaque circulaire les centièmes parties du tour de la vis, & cet index portoit lui-même une division de *nonius* qui subdivisoit en dix ces parties, & donnoit par conséquent les millièmes parties de chaque tour de vis.

La vis sans fin fut d'abord employée à tarauder le bord du demi-cercle dans son épaisseur, & quand les pas y furent bien marqués, M. le Duc de Chaulnes se crut sûr de son opération.

Pour cela il fixa une lunette sur l'alidade, & ayant amené celle-ci jusqu'à ce que la lunette qu'elle portoit fût pointée au même objet que celle qui étoit fixée au demi-cercle, il remarqua le nombre de parties que marquoit la vis sans fin, il plaça ensuite la lunette de l'alidade, perpendiculairement à celle du demi-cercle, par les méthodes connues des Astronomes, & remarqua que pour faire ce trajet, qui contenoit 90 degrés, la vis sans fin avoit fait 499 tours & 13 parties.

Regardant alors l'égalité des pas de la vis comme certaine, il divisa par 90 degrés les 499 tours 13 parties, que contenoit l'angle droit & il eut le nombre des parties qui répondoit à chaque degré, alors il adapta un tracelet à l'alidade, de manière qu'il y fût parfaitement assujetti, & que cependant

on put le lever quand l'alidade iroit d'un degré à l'autre & le faire glisser dans la coulisse pour tracer les divisions & se servant de la Table qu'il avoit dressée, il divisa son instrument.

Qui ne croiroit qu'une division faite de cette manière devoit être parfaitement exacte, & étoit-il possible de soupçonner que les pas de vis marqués & creusés sur la circonférence du demi-cercle par l'action de la même vis sans fin, étoient sensiblement inégaux; ils l'étoient cependant, & M. de Chaulnes après avoir recommencé plusieurs fois sa division, ne put le révoquer en doute, & il conjectura avec assez de vraisemblance, que la différence de dureté des parties de cuivre avoit causé l'inégalité des pas de la vis, à peu près par la même raison qui rend presque impossible de couper sur le tour, un disque parfaitement rond, si le morceau de bois est tiré d'une planche, les fibres cédant plus aisément à l'outil sur le bois de fil que sur le bois debout.

Il fallut donc renoncer à la vis pour obtenir des divisions égales, elle ne demeura cependant pas inutile, & nous verrons bientôt quel parti M. le Duc de Chaulnes en fut tirer.

Voyant qu'il ne pouvoit plus compter sur l'égalité des pas de vis, il retourna à ses microscopes, il en fixa deux très-égaux sur son alidade.

Ces microscopes qu'il pouvoit approcher ou éloigner sur l'alidade, devinrent un véritable compas, d'autant plus avantageux que l'intersection des fils placés au foyer de l'oculaire, qui en faisoit la pointe, n'étoit grossie que par ce verre, tandis que le point du limbe auquel elle répondoit, l'étoit par tout le microscope.

Pour ne pas avoir continuellement à effacer, il fit préparer plusieurs petits carrés de cuivre mince, d'environ trois lignes de côté, sur chacun desquels étoient tracées deux lignes très-fines qui se coupoient à angles droits; ces intersections ayant paru à M. le Duc de Chaulnes beaucoup plus nettes & plus aisées à bien distinguer que des points, & ces petits carrés se fixoient sur le limbe avec de la cire.

Nous avons dit que les pas de la vis tracés sur l'épaisseur

du demi-cercle, n'étoient pas égaux, mais nous n'avons pas ajouté qu'ils étoient constans, d'où il suit que s'ils ne pouvoient servir de diviseurs, ils pouvoient servir de repaires, & voici comment M. le Duc de Chaulnes les mit en usage.

Il plaça sur l'alidade un microscope, de manière que lorsque le fil du microscope coupoit une des interfections dont nous venons de parler, l'index de la vis sans fin marquoit le même nombre qu'elle avoit donné quand on avoit tracé les points 0 & 90, & la petite plaque & son interfection furent fixés à ce point avec de la cire; puis sans déranger en aucune façon le microscope, il fit mouvoir l'alidade jusqu'à ce que l'index marquât le nombre de tours & de parties qui répondoient à 90 degrés, & il fixa une interfection pareille à cet endroit, sous le fil du microscope; une troisième fut placée à 45 degrés à l'aide d'un second microscope, fixé sur la même alidade, & qui faisoit, comme on voit, l'effet d'une seconde pointe de compas avec laquelle, & la première, il étoit aisé de vérifier l'égalité des deux moitiés de l'arc de 90 degrés, & il écrivit le nombre de tours & de parties de tours de la vis sans fin, qui répondoit à ces trois points.

Alors M. le Duc de Chaulnes ôta les microscopes, il plaça le tracelet sur l'alidade & la faisant courir du même nombre de tours & de parties qu'il venoit de trouver, il marqua sur le limbe ces trois points, dont la position se trouva si précise, qu'ayant recommencé l'opération, en remettant les microscopes, le fil de ces instrumens couvrit exactement les traits du tracelet, dès que l'index de la vis sans fin marqua les mêmes nombres de parties que dans les deux premières opérations.

On voit aisément quel avantage les microscopes ainsi employés, avoient sur les pointes d'un compas, quelque fines qu'elles puissent être, mais cet avantage étoit compensé par un grand inconvénient; les pointes d'un compas peuvent s'approcher tant qu'on veut & les microscopes ne le pouvoient pas, leur grosseur ne leur permettoit pas de s'approcher plus près que pour mesurer un angle de 4 ou 5 degrés; nous allons voir comment l'industrie de M. le Duc de Chaulnes le tira de cet embarras.

Il divisa d'abord tout le demi-cercle de 10 en 10 degrés, au moyen de ses microscopes & de ses petites plaques mobiles, qu'il avançoit ou reculoit jusqu'à ce qu'étant parti du point 0 il trouvât à la 9.^e portée que le point de 90 du quart-de-cercle, fût exactement sous le fil du microscope & écrivit ensuite soigneusement le nombre de tours de la vis sans fin & de parties de tours qui répondoient à chaque intervalle de 10 degrés, nombres que l'inégalité des pas gravés sur la circonférence du demi-cercle, rendoit nécessairement inégal, puis ayant substitué le tracelet à l'un des microscopes, il marqua tous ces points sur le limbe & en fit la vérification comme dans l'article précédent, en remettant le microscope.

Il divisa de même en 9 l'espace de 90 degrés, & cette division avoit un avantage en ce qu'elle rencontroit à la 5.^e portée le point de 45 degrés qui formoit deux points de vérification au lieu d'un.

Mais cette même division jouissoit bien d'un autre avantage que M. le Duc de Chaulnes avoit eu en vue; les dernières figures de tous les multiples du nombre 9 diminuent successivement d'une unité, comme il est aisé de voir dans la suite 9, 18, 27, 36, &c. en arrêtant donc ses microscopes à l'intervalle de 10 degrés, & partant de la première division 9, il avoit tous les nombres terminés par 9 comme 19, 29, 39, &c. en partant du nombre 18, il avoit tous les nombres terminés par 8, comme 28, 38, 48, &c. en partant de 27, tous les nombres terminés par 7 & ainsi des autres, & à chaque portée, il marquoit soigneusement le nombre de tours & de parties de tours de vis qui y répondoient, & en répétant cinq fois cette opération, il eut une Table complète des tours de vis & de leurs parties, qui répondoient à chaque degré du quart-de-cercle; la même opération répétée avec l'intervalle de 5 degrés donna tous les demi-degrés & le nombre de tours & des parties de tours de vis qui répondoient à chacun, dont il fit une Table, & cette Table fit voir combien les pas de la vis étoient peu propres à servir de diviseurs, puisqu'il se trouvoit des demi-degrés qui contenoient 283 parties, tandis que

d'autres n'en avoient que 271, différence de plus d'un dixième, & par conséquent de plus de 3 minutes sur un demi-degré. Au moyen de cette Table il fut facile, en substituant le tracelet au microscope, de tracer sur le limbe tous les degrés & tous les demi-degrés; & c'est ainsi que par cette ingénieuse méthode M. le Duc de Chaulnes évita l'inconvénient que formoit l'épaisseur de ses microscopes, qui les empêchoit de s'approcher assez pour mesurer les petits arcs: la vérification faite avec les microscopes prouva l'exactitude de cette division.

Il s'agissoit alors de subdiviser ces intervalles de 6 en 6 minutes, car M. le Duc de Chaulnes se contenta de cette subdivision, étant facile d'avoir, à l'aide d'un micromètre, les divisions intermédiaires; il avoit remarqué que les intersections de lignes étoient infiniment plus nettes & plus tranchées que les points, il voulut donc que ses divisions de 6 en 6 minutes fussent marquées par des intersections; & pour cet effet, il substitua à la coulisse du tracelet deux leviers mobiles sur leurs centres, qui portoient chacun un tracelet & qui, en agissant l'un après l'autre, pouvoient former une intersection; mais l'embaras étoit de déterminer le point où elle devoit être: il n'y avoit plus moyen de se servir des petites plaques mobiles. M. le Duc de Chaulnes imagina d'abord que les tours de la vis ne seroient pas sensiblement inégaux sur un aussi petit espace qu'un demi-degré; il se trompoit cependant, & l'inégalité fut si sensible, qu'il fut encore obligé d'abandonner cette méthode.

Il jugea pour lors à propos de se servir du fil mobile du micromètre placé dans le microscope; il étoit possible de rendre l'intervalle entre ce fil & le fil fixe d'une telle quantité que, répétée dix fois, elle remplît exactement un degré; mais où prendre des points de reconnaissance sur le limbe? Le génie de M. le Duc de Chaulnes lui fournit encore une ressource bien simple en cette occasion; il imagina de répandre sur ce limbe une poussière très-fine comme de la poudre à poudrer, comptant bien, comme il arriva en effet, que parmi les molécules qui seroient dans la direction du fil, il s'en trouveroit
quelqu'une

quelqu'une reconnoissable, & par cet artifice, il obtint un intervalle entre les fils du microscope, qui fut exactement de la dixième partie d'un degré; & ayant fait promener successivement cet intervalle d'un bout du limbe à l'autre, il eut une Table des tours & parties de tours de vis sans fin qui répondoient à chaque intervalle du limbe, & ayant fait alors agir les tracelets, il obtint des intersections, de 6 en 6 minutes, placées si également que l'examen le plus sévère, fait au microscope, n'y put faire remarquer aucune inégalité.

Ces intersections même procurèrent à M. le Duc de Chaulnes une vérification à laquelle il n'avoit pas pensé; les lignes qui les formoient étoient assez longues pour s'entre couper plus d'une fois, & il résulta de ces intersections multipliées une espèce de mosaïque dont les mailles étoient des losanges. Si tous les intervalles étoient bien régulièrement égaux, le fil du microscope devoit couper les trois intersections qui se trouvoient dans le champ de l'instrument; si, au contraire, les intervalles n'étoient pas réguliers, le fil ne pouvoit pas rencontrer les trois intersections; ce dernier cas eut lieu quand on voulut se servir des tours de vis pour diviser: mais lorsque M. le Duc de Chaulnes eut employé la méthode dont nous venons de parler, le fil du microscope couvrit exactement toutes les intersections; preuve démonstrative de leur exactitude.

Toutes les mailles de cette mosaïque étoient égales & semblables; il falloit cependant reconnoître celles qui répondoient aux degrés & aux demi-degrés: M. le Duc de Chaulnes imagina de marquer ces intersections par deux points placés au milieu des losanges qui répondoient aux degrés, & par un seul point répondant au milieu d'une des losanges qui répondoient aux demi-degrés. Il employa pour cela une espèce de foret dont la pointe étoit extrêmement fine fixé sur l'alidade à la place du tracelet; les mêmes nombres de parties qui avoient été employées à tracer les intersections ayant été successivement repris, tous les points se retrouvèrent exactement dans le milieu des mailles: nouvelle preuve de la justesse de l'opération.

Hist. 1765.

. K

L'instrument construit de cette manière, a été mis à la plus forte épreuve à laquelle il pût être mis; il a été porté à l'Observatoire & employé concurremment, avec deux quarts-de-cercle de 6 pieds de rayon, à déterminer les hauteurs solsticiales du Soleil & celles d'*Arcturus*; son exactitude ne s'est point démentie, & il a atteint le même degré de précision que ces grands instrumens, quoiqu'il n'eût qu'environ 11 pouces de rayon. Il résulte de ces expériences, qu'on peut, avec cet instrument, obtenir avec certitude une précision de 2 secondes, & que par conséquent un pareil qui auroit 4 pieds de rayon & qui seroit construit & divisé de la même manière, porteroit l'exactitude assez loin pour qu'on pût, par son moyen, s'assurer d'une demi-seconde, précision à laquelle on n'auroit pas même osé espérer de parvenir & qui remplit toutes les conditions du Problème que M. le Duc de Chaulnes s'étoit proposé.

Ces avantages même, deviendroient infiniment plus grands si, selon l'idée de M. le Duc de Chaulnes, on construisoit une plate-forme d'un grand rayon, qui serviroit à diviser ensuite tous les instrumens de Mathématique; cette plate-forme qui appartiendrait à l'Académie & qui seroit mise sous la garde d'un homme intelligent, seroit un ouvrier plus habile que les meilleurs qui ont existé jusqu'ici, & qui ne seroit sujet ni à la mort, ni à la vieillesse, ni à aucun des accidens qui peuvent rendre inutiles les talens de cette espèce; c'est au Public à apprécier le degré de reconnaissance qu'il doit à M. le Duc de Chaulnes pour le présent qu'il a fait à tout le monde Mathématicien; nous nous contenterons d'avoir exposé les titres auxquels il la mérite.

Nous ne pouvons finir cet article sans énoncer ici une remarque importante que fait M. le Duc de Chaulnes, c'est qu'on ne peut en aucune manière compter sur la précision des pas de vis pour mesurer les petites parties, en supposant les pas égaux, & que par conséquent on ne doit pas se contenter, dans l'usage du micromètre, de mesurer d'après une base & des mires placées à des intervalles connus la totalité de la course de cet instrument, mais qu'on doit au contraire avoir

sur une grande mire des divisions qui répondent aux minutes & secondes; &c. * pour dresser une table des parties du micromètre qui y répondent, sans quoi on court risque de tomber dans des erreurs considérables. Plus on va en avant, plus on trouve dans la pratique de l'Astronomie, des sources d'erreur dont on ne se seroit pas même avisé de soupçonner l'existence.

SUR LA COMPARAISON

Des Hauteurs solsticiales d'hiver, observées en 1762 & 1764, avec celles qui ont été vues à l'Obélisque du Gnomon de S.^t Sulpice en 1743 & 1744.

L'OBLIQUITÉ de l'écliptique est un des plus importants élémens de toute l'Astronomie; les Astronomes se sont sur-tout attachés, depuis le commencement de ce siècle, à essayer de déterminer si cette obliquité est constante ou si elle est variable. V. les Mém. P. 432.

Les observations nécessaires à cette recherche sont très-déliçates, puisqu'elles ne roulent que sur un très-petit nombre de secondes, & elles ne peuvent être faites qu'avec des attentions extrêmes & de très-grands instrumens.

C'est dans cette vue que M. le Monnier a cru devoir employer à cette recherche les Observations qu'il a faites au gnomon de Saint-Sulpice, dans lequel le style & l'objectif arrêtés dans le mur, portent aux deux solstices une image bien terminée du Soleil, à des distances immenses, si on les compare au rayon des plus grands instrumens. Nous avons déjà rendu compte en 1762 * des Observations faites en 1763 & 1764 au solstice d'été, desquelles il paroît résulter que dans deux périodes toutes entières de la nutation, la hauteur solsticiale d'été n'a pas changé sensiblement, ce qui donneroit l'obliquité de l'écliptique sensiblement constante.

* Voy. Hist. de 1762, p. 128.

* Depuis l'impression de ce Mémoire de M. le Duc de Chaulnes, il a donné une Méthode de construire cette mire, au moyen de laquelle on peut y discerner les plus petites parties qui, sans cet expédient, seroient très-difficiles à distinguer; cette Méthode paroîtra dans les Volumes suivans.

Les Observations dont nous avons à rendre compte, ont été faites au solstice d'hiver, temps où l'image du Soleil est reçue sur une pyramide de marbre blanc, adossée au mur du portail septentrional.

M. le Monnier employa pour ces Observations la même méthode qu'il avoit mise en pratique pour celles du solstice d'été, il marqua sur le marbre avec du crayon, pendant quelques jours, devant & après le solstice, la trace des deux bords supérieur & inférieur de l'image, & calculant ensuite la déclinaison par la distance du Soleil au solstice, il en tira la position du point solsticial.

Lorsque M. le Monnier faisoit cette détermination du point solsticial d'hiver, en 1743 & 1744, la nutation étoit presque à son plus grand terme, il ne s'en falloit en 1743 que d'une seconde trois quarts, & en 1744 de $\frac{6}{100}^{\text{es}}$ de seconde qu'elle n'y fût parvenue; elle s'est trouvée presque précisément la même en 1762 & 1764, puisque la première de ces deux années, elle étoit moindre que 9 secondes, d'une seconde & un dixième, & qu'en 1764 elle n'en différoit que d'un centième de seconde; les Observations de 1762 peuvent donc être comparées à celles de 1743, & celles de 1764 à celles de 1744; & ces Observations comparées à celles qui ont été faites au même gnomon, dans le solstice d'été, donneront très-exactement la variation de la distance entre les tropiques, en les dégageant de celles des réfractions dues à la différence des hauteurs, sur-tout en hiver.

Une autre conclusion aussi importante que celle-là, qu'on peut tirer de ces mêmes observations solsticiales, c'est que dans l'espace de dix-huit à vingt ans, il ne se trouve aucune différence dans les hauteurs solsticiales d'été, & que celles d'hiver en offrent à peine une de 12 secondes; on ne peut donc admettre une diminution de l'obliquité de l'écliptique d'une minute en cent ans, puisqu'elle auroit dû produire dans cet intervalle une différence de $21'' \frac{1}{2}$ ou de $24''$, plus grande de moitié que celle que les observations permettent d'admettre. Il s'en faut donc bien que la question de la diminution de

l'obliquité de l'Écliptique soit encore décidée, & elle pourra exercer long-temps la sagacité des Astronomes.

SUR LA DÉTERMINATION DE LA PARALLAXE DU SOLEIL

Par le Passage de Vénus du 6 Juin 1761.

Nous avons déjà fait pressentir, en 1763 *, la contestation qui fait l'objet du Mémoire duquel nous avons à rendre compte, & nous prions le Lecteur de vouloir bien se rappeler ce que nous en dimes alors.

V. les Mém.
p. 1.

* Voy. l'Hist. de
1763, p. 250

Un Mémoire, publié dans le cinquante-troisième volume des *Transactions philosophiques*, & dans lequel M. Short essaie d'établir la parallaxe du Soleil de $8''{,}56$, plus petite d'environ 2 secondes que celle qu'avoit déterminée M. Pingré, a mis ce dernier dans le cas de discuter les raisons qui pouvoient avoir engagé M. Short à cette diminution, qui va au moins à un cinquième de la parallaxe totale ; & nous allons essayer d'en présenter une légère idée.

M. Short se fonde, dans son Mémoire, 1.° sur cent seize observations du second contact, dont les résultats donnent la parallaxe du Soleil de $8''{,}565$; 2.° sur vingt-une observations du contact intérieur qui, comparées avec l'observation faite au cap de Bonne-espérance, donnent la parallaxe moyenne de $8''{,}50$; 3.° sur l'observation même de M. Pingré, qui, après les corrections qu'y fait M. Short, donnent encore la parallaxe de $8''{,}57$; 4.° sur les observations immédiates des moindres distances des centres, qui lui fournissent pour parallaxe moyenne $8''{,}56$; 5.° sur les mêmes moindres distances conclues de la durée totale du passage ; d'où il tire la parallaxe de $8''{,}53$; & enfin de la durée des passages observés, qui lui donnent pour résultat moyen la parallaxe de $8''{,}61$.

En prenant un milieu entre tous ces résultats, on aura la parallaxe de $8''{,}566$; & si on en exclut celle qu'on tire de

la durée des passages comme la plus incertaine, elle sera de $8'',557$ ou $8'',56$.

Qui ne croiroit, à voir un si grand nombre de résultats conformes les uns aux autres, que la parallaxe du Soleil qu'ils donnoient étoit incontestable? Telle avoit été effectivement l'opinion de M. Pingré à la première lecture; mais une seconde plus réfléchie lui fit voir combien il y avoit à en rabattre.

Ce n'étoit cependant ni la méthode dont s'étoit servi M. Short ni le calcul qu'il avoit fait qui l'avoient induit en erreur; l'une & l'autre étoient exacts, & M. Pingré les reconnut comme tels: mais toute l'erreur venoit de la liberté que M. Short s'étoit donnée d'altérer ou, comme il en parle, de corriger les observations pour les faire cadrer avec son résultat; & ce fait une fois avéré, il n'étoit pas étonnant que de principes ainsi altérés il tirât géométriquement des conséquences toutes différentes de celles qu'il en auroit tirées s'il avoit laissé subsister les observations dans leur entier.

Nous n'entrerons pas dans le détail de tous les changemens de cette espèce qu'il s'est permis, que le Lecteur peut voir dans le Mémoire même de M. Pingré; nous en présenterons seulement quelques articles sur lesquels il en pourra juger.

Le premier sera l'observation même de M. Pingré. M. Short adopte la latitude de l'île Rodrigue, donnée par ce dernier, mais il ajoute une minute à l'heure du second contact intérieur; & avec cette correction prétendue, il en tire, en la comparant aux autres observations, une parallaxe de $8'',57$. Ce qu'il y a de singulier, c'est qu'il y avoit effectivement une correction à faire à l'observation de M. Pingré: il avoit retranché, en réduisant son observation, l'erreur de la pendule au lieu de l'ajouter; mais cette erreur, dont il s'étoit depuis aperçu, avoit été corrigée dans les dernières copies qu'il avoit envoyées de son observation, & de-là venoit la différence entre ces premières copies & l'imprimé, différence que M. Short lui reproche, mais qui ne lui donnoit aucun droit d'altérer l'observation que M. Pingré avoit publiée.

L'observation faite à Madras, offre une réflexion singulière:

M. Short change la longitude de Madras donnée par M. Pingré; mais ce qui a droit de surprendre, c'est qu'en adoptant cette longitude donnée par M. Short, l'observation de M. Hirst, faite à Madras, combinée avec huit de celles qui ont été faites en Europe, donne pour parallaxe moyenne du Soleil $9^{\circ}, 97$, & en rejetant une seule de ces observations, qui s'écarte beaucoup des autres, $10^{\circ}, 125$.

L'article de Bologne mérite une attention particulière, en comparant l'observation faite en cette ville à celle de Paris, & adoptant la longitude qu'on donne ordinairement à cette ville, il adopte successivement les déterminations de deux des Astronomes qui ont observé le contact intérieur & qui diffèrent entre elles de 6 secondes, & cela pour trouver le même résultat entre les Observations de Paris & celle de Torneå, qui diffèrent considérablement & dont la dernière s'écarte considérablement de toutes les autres; il est aisé d'établir des résultats uniformes lorsqu'on se permet un pareil choix d'observations.

Il y a plus, l'observation du premier contact faite à Greenwich, avec un accord singulier de tous les Observateurs, n'est pas plus favorable à M. Short; cette Observation combinée avec celles qui ont été faites en Europe, donne la parallaxe du Soleil de $9^{\circ}, 41$, & si on en exclut l'Observation de Torneå, que nous avons déjà reconnue pour fautive, cette parallaxe sera $9^{\circ}, 55$, bien plus approchante de celle qu'a donnée M. Pingré, de 10° que de celle de M. Short de $8^{\circ}, 56$.

La longitude de Stockholm, mérite de même d'être examinée; M. Pingré s'étoit servi de cette longitude pour déterminer celles d'Upsal, d'Abo, de Cajanebourg, Hernofand, Calmar, Torneå & Tobolsk; M. Short a supposé la longitude de Stockholm différente de celle qu'avoit suivie M. Pingré, il devoit donc changer de même la longitude des autres villes que nous venons de nommer, & c'est ce qu'il n'a pas fait, & cette altération illégitime, rend vicieuses toutes les conséquences que M. Short en a tirées; les Observations de Stockholm ont d'ailleurs été faites par M.^{rs} Klingenshierna

& Wargentin, dont l'habileté est assez reconnue pour qu'on ne puisse, sans de très-fortes raisons, les révoquer en doute, ou les soupçonner d'être défectueuses.

* Voy. l'Hist.
de 1764, page
152.

Nous avons rendu compte l'année dernière * du travail que M. Pingré avoit fait pour déterminer la longitude de Pékin, il ignoroit alors que le passage de Vénus sur le Soleil y eût été observé; il l'avoit cependant été par le P. Dossier, qui y a déterminé le premier contact intérieur à $22^h 10' 26'',7$; le second à $3^h 59' 59'',3$, & enfin la sortie totale à $4^h 17' 57'',4$. Si l'on compare cette Observation si bien détaillée avec celles qui ont été faites dans les autres lieux de la Terre, il en résulte que si on en supprime deux qui donnent la parallaxe trop grande, toutes, excepté l'observation du Cap, l'établissent entre $9'' \frac{1}{2}$ & $11''$; on peut donc prendre pour parallaxe moyenne, celle de $10'' \frac{1}{4}$ donnée par M. Pingré plutôt que celle de $8'',56$ donnée par M. Short.

Il ne peut pas tirer des inductions plus favorables de l'Observation de la moindre distance des centres. Ce qu'il y a ici de singulier, c'est qu'en adoptant les mêmes Observations que M. Pingré, & suivant en apparence la même méthode, il parvienne à des résultats différens; nous avons dit qu'il avoit suivi en apparence la même méthode, mais réellement M. Short ne la suivoit point; nous allons essayer d'expliquer cette espèce de paradoxe.

On a, par des méthodes connues & démontrées, la quantité dont une parallaxe quelconque, doit faire varier dans chaque endroit les durées du passage & la plus courte distance des centres: partant de ce principe, M. Pingré suppose d'abord une parallaxe & calcule la durée des passages & la distance apparente des centres, pour tous les endroits où on a observé; jusque-là les deux Observateurs suivent la même route, mais ils vont bientôt s'écarter; il seroit bien étonnant qu'une parallaxe prise, pour ainsi dire, au hasard, fût la véritable: il est pourtant certain que si elle ne l'est pas, aucun des passages ni des moindres distances calculées, ne quadrera avec les Observations, excepté avec celle dont on sera parti. Que doit-on faire en pareil cas? ce qu'on fait dans toute règle de fausse

fausse position, faire varier la parallaxe & recommencer le calcul, jusqu'à ce que les résultats s'accordent avec les Observations; c'est aussi ce qu'a fait M. Pingré, il donne même dans son Mémoire une formule algébrique pour abrégier ce calcul, mais c'est ce que n'a pas fait M. Short: comme avec la parallaxe de $8''{,}56$, qu'il avoit supposée, il trouvoit par-tout des résultats plus ou moins différens de l'Observation, il a pris un milieu entre toutes ces différences, & partant de-là, il est revenu par un calcul rétrograde, à retrouver à peu près la même parallaxe qu'il avoit trouvée; accord qu'il regarde comme une preuve de son assertion & qui n'est qu'une suite nécessaire de la manière dont il a dirigé son calcul.

Il ne nous reste plus à discuter que la durée des passages, méthode indépendante de la connoissance précise de la longitude des lieux où ont été faites les Observations, mais où les plus petites différences dans l'Observation, peuvent produire des erreurs considérables; il s'en faut cependant bien que M. Short n'en puisse tirer de grands avantages, & M. Pingré fait voir que pour que les durées s'accordent à donner une parallaxe de $10''{,}1$, la plus forte correction qu'il faille faire aux Observations, est $9''$; que pour obtenir une parallaxe de $9''{,}5$, il faut employer une correction de $10'' \frac{1}{2}$ à quelques Observations; & qu'enfin cette correction monteroit à $13''$ si on vouloit avoir la parallaxe de $8''{,}5$ donnée par M. Short; c'est donc cette dernière qui s'éloigne le plus des observations & qui doit par conséquent être rejetée.

Il résulte de tout ce que nous venons de dire, que la parallaxe du Soleil de $10''{,}1$, telle que l'a donnée M. Pingré, est jusqu'à présent celle qui paroît approcher le plus de la véritable, aussi a-t-elle été adoptée par presque tous les Astronomes, même par M. Hornsby, compatriote de M. Short, qui ne diffère en ce point de M. Pingré que de $\frac{3}{10}$ de seconde; au reste, M. Pingré ne croit pas encore cette question si absolument décidée que l'observation du passage de Vénus sur le Soleil, qui doit arriver en 1769, ne puisse donner sur ce point

de nouvelles lumières. Plus on est au fait de l'Astronomie ; plus on est réservé en pareille circonstance.

Nous ne pouvons au reste finir cet article, sans observer que le Mémoire de M. Pingré, duquel nous venons de parler, avoit été destiné à être imprimé en 1764, où il auroit dû paroître, mais que la quantité de matière dont ce volume étoit composé, a obligé de le renvoyer à celui-ci.

SUR LES CONDITIONS NÉCESSAIRES

Pour qu'on puisse observer les Immerfions & les Émersions du second satellite de Jupiter.

V. les Mém.
p. 465.

ON connoît assez l'utilité des éclipses des satellites de Jupiter pour la détermination des Longitudes, & cette partie de l'Astronomie est assez importante pour que les Astronomes emploient toute leur industrie à rendre le calcul de ces Éclipses plus exact.

Un des élémens essentiels de ce calcul seroit la durée de la demeure du Satellite dans l'ombre ; mais un élément si important est très-difficile à déterminer, car pour l'observer avec sûreté, il faudroit voir dans une même Éclipse l'entrée du Satellite dans l'ombre & la sortie ; & cette observation, toujours impossible dans les éclipses du premier Satellite, devient très-rare dans celles du second, dont la proximité est encore assez grande pour que Jupiter couvre presque toujours l'un des deux points de l'entrée & de la sortie.

Il est cependant des circonstances dans lesquelles on peut observer l'entrée & la sortie de l'ombre dans une même éclipse du second Satellite ; & comme ces circonstances sont précieuses, M. de la Lande a travaillé à les déterminer : nous allons tâcher de présenter une légère idée des élémens de ce calcul.

L'ombre de Jupiter n'abandonne jamais le plan de son orbe, & l'axe du cône qui la forme est toujours la prolongation de la ligne qui joint le centre de Jupiter à celui du Soleil.

Il fuit de-là qu'un spectateur placé dans le Soleil, ne verroit jamais aucune partie de l'ombre de Jupiter, puisque la Planète la lui cacheroit toute entière, & que de même la Terre ne peut en apercevoir aucune partie quand elle est dans la même ligne qui joint le Soleil & Jupiter, c'est-à-dire dans le temps des oppositions de cette Planète au Soleil.

Hors de ce temps, la Terre éloignée de cette ligne voit une partie d'autant plus grande du cône d'ombre qu'elle s'écarte davantage de l'opposition, & quand elle en est éloignée d'environ 90 degrés, elle en voit la plus grande partie possible.

Il s'en faut cependant beaucoup que tout le cône d'ombre lui soit alors visible; l'orbite de la Terre, cinq fois plus petite que celle de Jupiter, ne lui permet pas de s'écarter assez pour cela, une grande partie du cône, voisine de Jupiter, est toujours cachée derrière cette Planète du côté opposé à la Terre, & ce n'est qu'à une certaine distance qu'elle peut voir les deux côtés du cône.

Le premier Satellite, très-voisin de Jupiter, passe toujours dans la partie de l'ombre dont on ne peut voir qu'un seul côté; & de-là vient qu'on ne peut jamais observer que l'immersion ou l'émergence de ce Satellite dans ses éclipses, & cela suivant qu'elles arrivent devant ou après l'opposition de Jupiter au Soleil, c'est-à-dire selon que la Terre est à droite ou à gauche du point où s'est fait l'opposition.

Le second Satellite, un peu plus éloigné, approche de la partie de l'ombre que la Terre commence à voir en entier, mais il ne l'atteint pas tout-à-fait; il y a cependant des circonstances favorables qui permettent d'observer quelquefois son immersion & son émergence dans une même Éclipse, & ce sont ces circonstances favorables qu'il est question de déterminer.

Le disque de Jupiter est sensiblement circulaire & celui de la section du cône d'ombre, par un plan perpendiculaire à son axe dans l'endroit où passe le second Satellite, a nécessairement la même figure, seulement un peu plus petite.

Le Spectateur placé sur la Terre, voit toujours ces deux disques empiétant l'un sur l'autre plus ou moins; le disque de

84 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE

Jupiter couvre toujours une partie de celui de l'ombre : mais tandis que les deux parties voisines de la ligne qui joint leurs centres se recouvrent, la figure circulaire fait que par le haut & par le bas les deux disques sont absolument séparés, & que le Spectateur placé sur la Terre peut voir dans leur entier les cordes du disque de l'ombre parallèles à la ligne des centres, qui sont au-dessus & au-dessous de la partie recouverte par le disque de Jupiter.

D'un autre côté, les Satellites n'ont pas leurs orbites dans le plan de Jupiter; elles sont plus ou moins inclinées, & par conséquent le Satellite décrit dans ses plus grandes latitudes une ligne à la vérité parallèle à l'orbite de Jupiter, mais qui en est considérablement éloignée; hors du voisinage de ces limites des plus grandes latitudes, il décrit une ligne inclinée à l'orbite & qui en approche d'autant plus que le Satellite est plus près des nœuds ou intersections de cette orbite du Satellite avec celle de Jupiter.

Pour peu qu'on veuille réfléchir sur ce que nous venons de dire, on verra aisément que si dans le temps même où la Terre est le plus éloignée de la ligne où se fait l'opposition, si le second Satellite n'a que peu ou point de latitude, on ne pourra voir les deux phases de la même Éclipse, une des extrémités de la trace du Satellite dans le disque de l'ombre se trouvant alors nécessairement dans la partie de ce disque qui est recouverte & cachée par le disque de Jupiter; si, au contraire, le second Satellite est alors dans sa plus grande latitude, la corde du disque d'ombre qu'il parcourt pourra être du nombre de celles qui ne sont pas recouvertes en partie par le disque de Jupiter, & par conséquent on pourra voir alors l'immersion & l'émergence dans une même Éclipse.

Pour avoir toutes les Éclipses dans lesquelles ces deux phases peuvent être observées, la recherche se réduit donc à examiner celles qui arriveront 1.^o dans le temps où la Terre est éloignée d'environ 90 degrés du point où elle est lorsque se fait l'opposition de Jupiter; 2.^o si le Satellite est alors dans les limites de sa plus grande latitude ou au voisinage de ces limites.

Dans toutes les Éclipses qui arriveront dans ces circonstances, l'immersion & l'émergence du second Satellite se pourront observer dans une même Éclipse; mais si l'une des deux conditions manque, on ne pourra observer qu'une des deux phases.

Un troisième élément doit cependant encore entrer dans ce calcul. Nous avons jusqu'ici supposé la Terre & Jupiter dans le plan de l'orbite de ce dernier, & cette supposition n'est pas exacte : l'orbite terrestre est inclinée de quelques degrés sur celle de Jupiter, & par conséquent la Terre peut être au-dessus ou au-dessous de son plan; dans le premier cas, le disque de Jupiter paroîtra plus bas qu'il ne l'est réellement à l'égard du disque de l'ombre; & dans le second, il paroîtra plus haut : M. de la Lande n'a pas négligé cette correction dans son calcul.

On doit de même y faire entrer la différence des distances de Jupiter au Soleil, qui naît de son excentricité : cette distance entre nécessairement dans la formation des triangles nécessaires à cette recherche, & on doit y tenir compte de sa variation. Nous ne suivrons pas M. de la Lande dans le détail de son calcul, qui n'est pas susceptible d'être abrégé; nous nous contenterons d'avoir exposé ici l'esprit de sa méthode : comme elle peut être extrêmement utile pour prévoir les circonstances favorables à des observations précieuses, on ne pouvoit la rendre trop exacte, & M. de la Lande n'a rien oublié pour y parvenir.

SUR LA VARIATION DE L'INCLINAISON

D E S

SECOND ET TROISIÈMES SATELLITES

D E J U P I T E R.

LA théorie des Satellites de Jupiter a beaucoup occupé cette année M.^{rs} les Astronomes de l'Académie; nous venons de donner une idée du travail de M. de la Lande sur

V. les Mém.
page 491.

cet objet, nous avons à parler maintenant de celui qui a pour objet la variation de l'inclinaison du second & du troisième Satellite de Jupiter.

On sait depuis long-temps que l'inclinaison de l'orbite du second Satellite est variable; M. Wargentín fixe cette variation à 1 degré 18 minutes, & il est le premier qui ait remarqué que cette variation avoit une période d'environ trente-un ans, en sorte qu'elle croît pendant quinze ans & demi, moitié de la période, & décroît pendant l'autre moitié. Nous venons de voir combien sont rares les Observations qui sont propres à déterminer l'inclinaison; cependant M. Maraldi, profitant de celles de ce genre qui ont été faites en 1750 & 1751, & les comparant avec celles de 1714 & 1715, a remarqué dans l'inclinaison une différence qui ne peut être attribuée à la variation périodique, & qui cependant est assez considérable pour ne pouvoir pas être rejetée sur les erreurs des Observations.

Par trois éclipses, dont une a eu une de ses phases observée à Paris & l'autre à Upsal, dont les deux autres ont été observées à Stockholm, & dans toutes lesquelles on a eu l'immersion & l'émergence du second Satellite; M. Maraldi détermine la demi-durée des éclipses de $1^h 25' 51''$ & l'inclinaison de l'orbe du Satellite, qui en résulte, de $3^d 41' 2''$ pour le 16 Août 1750, de $3^d 44' 30''$ pour le 9 Janvier 1751, & enfin de $3^d 26' 12''$ pour le 11 Septembre de la même année; d'où il suit qu'en huit mois de temps écoulés depuis le 9 Janvier jusqu'au 11 Septembre, l'inclinaison a varié de $18' 18''$, c'est-à-dire de presque du quart de la variation périodique qui doit avoir lieu en trente-un ans.

Par des immersions observées en 1750 & 1751, avant l'opposition, comparées aux émergences observées après l'opposition, on peut, à l'aide de la théorie & des Tables, trouver la durée du passage dans l'ombre; quoique cette méthode ne soit ni aussi directe ni aussi exacte que la première, M. Maraldi en déduit cependant l'inclinaison pour le 23 Octobre 1750, de $3^d 38' 25''$, & pour 1751 de $3^d 18' 23''$, ce qui

donneroit 20' de variation en treize mois, & s'accorde assez avec la détermination précédente.

Les Observations de 1714 & de 1715, ont fait faire à M. Maraldi une remarque importante; les demeures dans l'ombre y ont été exactement observées, & M. Maraldi en a déduit l'inclinaison de l'orbite du second Satellite de $3^d 24' 19''$ pour le 18 Octobre 1714, & de $3^d 44' 58''$ pour le 17 Septembre 1715; la variation a donc été de 20' en onze mois, comme elle l'avoit été en 1750 & 1751 en treize mois; mais cependant avec cette différence qu'en 1714, avant l'arrivée de Jupiter aux limites de ses Satellites, l'inclinaison étoit moindre qu'en 1715 après le passage de Jupiter par ces limites, au lieu qu'en 1751, l'inclinaison étoit plus grande au mois de Janvier, avant le passage de Jupiter par les limites, qu'au mois de Septembre après ce passage, ce qui fit soupçonner à M. Maraldi que le lieu qu'il avoit supposé au nœud, pouvoit bien n'être pas véritable; & en effet ayant calculé d'après les observations, le lieu du nœud, en supposant la plus grande inclinaison de l'orbite constante de $3^d 44' 58''$, il trouve le lieu du nœud par l'Observation de 1715 au $21^d 21' 45''$ du Lion, & par celle de 1751 dans $0^d 54' 9''$ du Lion, dont la différence est $20^d 27' 36''$, ce qui sembleroit indiquer une libration de $10^d 13' 48''$ du nœud; & effectivement cette libration une fois admise, les Observations s'accordent infiniment mieux avec le calcul que par toute autre hypothèse.

Un mouvement si singulier étoit bien propre à piquer la curiosité des Astronomes & à les engager à chercher s'il étoit d'accord avec les principes sur lesquels est fondée l'Astronomie physique, c'est ce qu'a fait M. Bailly & dont il a rendu compte à l'Académie dans un Mémoire imprimé dans ce Volume, à la suite de celui de M. Maraldi, il a trouvé qu'effectivement cette libration du nœud est une suite nécessaire de la théorie Newtonienne.

V. les Mém.
P. 499.

Nous avons parlé en 1761 d'une espèce de paradoxe astronomique * proposé par M. de la Lande, & qui consiste

* Voy. l'Hist.
de 1761, page
138.

en ce que la même action qui produit dans le nœud de l'orbite d'une planète avec celui d'une autre, un mouvement, selon l'ordre des signes, sur celui de cette dernière, peut en produire un contre l'ordre des signes, dans le nœud de la première planète avec l'écliptique; nous prions le Lecteur de vouloir bien se rappeler cette ingénieuse théorie qui est comme la clef de ce que nous avons à exposer ici.

Les orbites des Satellites ne sont dans un même plan, ni entre elles ni avec l'orbite de Jupiter, ces astres doivent donc être continuellement dérangés de leur route par l'action mutuelle qu'ils exercent les uns sur les autres; cela posé, il est impossible que les intersections de leurs orbites ne changent de place, suivant que l'action du Satellite perturbateur agira en dessus ou en dessous du Satellite troublé; ceci supposé, il résulte du calcul de M. Bailly, que le nœud du second Satellite, allant toujours du même sens sur l'orbite du Satellite perturbateur, il paroîtra aller tantôt d'un mouvement direct, tantôt d'un mouvement rétrograde sur l'écliptique de Jupiter; que l'époque du commencement de ce mouvement sera le point où les nœuds du Satellite troublé, & ceux du Satellite troublant se trouveront en même point sur l'orbite de Jupiter; que l'inclinaison du Satellite sur l'orbite de Jupiter doit décroître dans la première moitié de la révolution du nœud de son orbite avec celle du Satellite perturbateur, & augmenter au contraire dans l'autre révolution; & qu'enfin, en supposant cette révolution de trente ou trente-un ans, toutes les variations d'inclinaison s'accordent avec les observations de M.^{rs} Maraldi & Wargentin. L'idée que M. Maraldi avoit eue, d'après les observations, d'introduire une libration dans le nœud du second Satellite, se trouve donc exactement conforme à la théorie: cet accord forme une espèce de démonstration en pareille matière.

V. les Mém.
p. 605.

Le second satellite de Jupiter n'est pas le seul dans l'orbite duquel on ait observé une variation d'inclinaison.

* Voy. l'Hyst.
de 1762, page
131.

M. de la Lande avoit fait voir en 1762 * que le nœud du troisième Satellite, avec l'orbite de Jupiter, devoit en

vertu

en vertu de l'attraction des autres Satellites, avoir un mouvement direct, & que de ce mouvement, il devoit résulter une variation dans l'inclinaison; ce mouvement dans le noeud s'est trouvé vérifié par les observations de M. Maraldi, qui le donnent de 3 minutes par année.

M. de la Lande a suivi cette année le même travail & déterminé non-seulement la quantité du mouvement du noeud qu'il trouve de $3' 30''$ par an, mais encore la variation que ce mouvement doit produire dans l'inclinaison de l'orbite du Satellite: il fait voir que la variation d'inclinaison, que l'attraction du second Satellite occasionne au troisième, est entièrement due à la différente position des noeuds de son orbite, tant avec celle de Jupiter qu'avec celle du second; que vers la fin du dernier siècle cette inclinaison étoit à son *minimum*; aussi ne fut-elle alors observée que de $2^d 48'$; qu'à présent elle est très-près de son *maximum*, & l'observation la donne effectivement de $3^d 12'$; & que cette augmentation d'inclinaison est une suite nécessaire du mouvement du noeud.

La théorie, en n'employant que l'action du seul second Satellite, ne donne pas tout-à-fait l'inclinaison aussi grande qu'on l'observe, & le mouvement du noeud est au contraire un peu trop grand; mais si on introduit dans le calcul l'attraction du premier Satellite qui doit en effet y entrer, cette inégalité disparoit, du moins M. de la Lande croit qu'elle sera par ce moyen entièrement détruite. Combien l'étude de cette partie de l'Astronomie offre-t-elle encore de recherches intéressantes?

Nous renvoyons entièrement aux Mémoires :

Le troisième Mémoire de M. du Séjour sur les nouvelles Méthodes analytiques pour calculer les éclipses de Soleil. V. les Mém. page 286.

Le premier Mémoire de M. Jaurat sur l'état actuel des Tables de Jupiter. Page 376.

Les Observations astronomiques, faites aux Galeries du Louvre depuis 1760 jusqu'en 1764: Par M. Bailly. Page 396.

Hist. 1765.

. M

90 HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE

- V. les Mém. L'Observation de l'opposition de Jupiter au Soleil, du 4
 Page 435. Janvier 1765, & des corrections à faire aux Tables de feu
 M. Cassini : Par M. Jeurat.
- Page 460. L'Écrit de M. le Monnier sur l'utilité des Éclipses qui ont
 été totales ou annulaires, & de l'usage qu'on peut faire de
 celle qu'on attend le 16 Août 1765.
- Page 476. L'Observation de l'éclipse de Soleil du 16 Août 1765,
 faite à Colombes : Par M. le Marquis de Courtanvaux.
- Page 553. La même, faite à Paris : Par M. le Monnier.
- Page 609. La même, faite à l'Observatoire Royal : Par M. Cassini
 de Thury.
- Page 610. La même, faite à l'Observatoire Royal : Par M. l'abbé
 Chappe d'Auteroche.
- Page 611. Et l'Observation de l'occultation de deux étoiles du Capri-
 corne par la Lune, faite à Paris : Par M. Pingré.



HYDROGRAPHIE.

L'ART de la Navigation est sans contredit un de ceux qui font le plus d'honneur à l'esprit humain, & les progrès qu'il a faits depuis environ deux cents ans ont été si rapides, qu'on ne peut s'empêcher d'être étonné lorsque l'on compare l'état présent de la Marine à celui où elle étoit alors. L'outre qu'Ulysse reçut de la main d'Éole * & duquel il fut si mal profiter, a été remis par Minerve même aux Marins modernes; ou, pour parler sans figure, l'application des Mathématiques à la Marine les a mis à portée, sinon d'avoir quel vent ils veulent, au moins de profiter de presque tous les vents possibles, soit pour la route, soit pour le combat.

* *Odyss. d'Horn.
liv. X.*

C'est cet Art si savant & si précieux, que M. Bourdé de Villehuet, Officier des Vaisseaux de la Compagnie des Indes, a entrepris de présenter méthodiquement dans un Ouvrage, intitulé : *Le Manœuvrier ou Essai sur la théorie & la pratique des mouvemens du Navire & des évolutions navales*, qu'il a fait paroître cette année, avec l'approbation de l'Académie.

On a déjà travaillé beaucoup sur la partie mathématique de la Manœuvre des Vaisseaux; M.^{rs} Bernoulli, Renau & Bouguer ont traité ce sujet dans des Ouvrages savans & profonds qui sont entre les mains du Public; mais il faut être bon Géomètre pour puiser dans de pareilles sources. Nous en dirons autant du Traité des évolutions navales, publié il y a environ soixantedix ans par le P. Hoste, qui, indépendamment de sa rareté, est difficile à entendre pour tous ceux qui ne seroient pas absolument au fait de la théorie de la Manœuvre.

Il étoit donc à desirer qu'un Officier expérimenté & également au fait de la théorie & de la pratique, exposât clairement les principes mathématiques de la Manœuvre & les appliquât immédiatement aux différentes opérations qui

peuvent changer la vitesse ou la direction de la course du Navire.

Tel est en effet le plan de l'Ouvrage de M. Bourdé, & il le commence par les notions les plus claires de l'action du vent sur les voiles, & de l'eau sur la proue du Navire : essayons d'en donner une idée.

Qu'on imagine un Navire immobile, n'ayant qu'un mât placé à son centre de gravité & une voile orientée perpendiculairement à sa longueur : si dans cette situation du Navire, le vent vient à s'élever dans la direction de sa longueur & à son arrière, il en résultera nécessairement 1.^o que le Navire courra de l'avant ; 2.^o que le centre d'effort de la voile étant au-dessus du centre de gravité du Navire, tendra à faire baisser la proue. Mais si on fait attention que la figure de la proue est telle que l'eau qu'elle divise tend à la soulever, on verra aisément que l'effort de la voile & cette résistance de l'eau font deux puissances opposées qu'on peut mettre en équilibre, & qu'alors le Navire courra sans s'incliner ; d'un autre côté, l'action continue du vent augmenteroit continuellement sa vitesse si la résistance de l'eau ne croissoit en proportion : aussi le Navire acquiert-il bientôt une vitesse constante, ce qui arrive quand la résistance de l'eau se trouve en équilibre avec l'action du vent sur la voile, qui diminue par la vitesse du Navire qui fuit devant lui pendant que la même vitesse du Navire fait augmenter la résistance de l'eau ; d'où résulte nécessairement un point d'équilibre.

Si présentement, au lieu de considérer le Navire courant vent arrière, on imagine que la direction du vent devienne perpendiculaire à sa quille, alors la voile placée dans la même direction cessera de tendre à le faire mouvoir ; mais si on l'incline de manière que le côté du vent de la voile s'approche de la proue, alors elle tendra à faire aller le Navire de l'avant, mais avec cette différence que dans ce dernier cas l'effort du vent sur la voile n'est pas, comme dans le premier, employé tout entier à faire courir le Navire. Il faut le décomposer comme on fait tous les chocs obliques, & on verra qu'il n'y

en aura qu'une partie qui chasse le Navire de l'avant, & que l'autre est employée à le faire *dérider*, c'est-à-dire marcher sur le côté opposé au vent, & à le faire pencher, ce qu'on nomme être à la *bande*; mais comme la figure du Navire fait que d'un côté il oppose une très-grande résistance au mouvement latéral, & que de l'autre il ne peut s'incliner latéralement sans déplacer une très-grande quantité d'eau, ces derniers effets sont d'autant moindres que le Navire est mieux construit.

L'inclinaison du vent sur la voile produit encore un autre effet; elle en reçoit d'autant moins qu'elle en est vue plus obliquement, en sorte que l'impulsion est nulle si le plan de la voile est dans le *lit* ou la direction du vent; & la plus grande possible, si elle lui est perpendiculaire, c'est-à-dire dans le cas présent, parallèle à la longueur du Vaisseau, mais aussi dans cette situation elle ne tendra nullement à faire aller le Navire de l'avant, mais seulement à le faire *dérider*; on trouve donc encore ici deux forces opposées, la direction très-oblique du vent sur la voile, ne produit qu'une très-petite force, mais de laquelle la plus grande partie est employée à faire courir le Vaisseau; la direction perpendiculaire en produit une très-grande, mais dont aucune partie ne porte à route; il y a donc une direction moyenne qui donnera au Vaisseau la plus grande vitesse possible, c'est cette direction de la voile qu'il est question de déterminer, & que M. Bourdé détermine en effet en faisant voir que le plus grand effort du vent, pour faire courir le Navire, a lieu quand l'angle d'incidence du vent sur la voile a sa tangente double de celle de l'angle que fait la voile avec la quille du Navire.

Nous n'avons jusqu'ici considéré le Navire que comme poussé par un vent perpendiculaire à sa route; mais il peut encore tirer parti d'un vent plus oblique, il peut aller encore tant que la route fera, avec le lit du vent, un angle de 55 degrés, & c'est ce que l'on nomme, *courir au plus près*, mais il ne courra pas alors avec la même vitesse, puisque les voiles seront très-obliques au vent, & d'un autre côté la dérive sera considérable; c'est, pour le dire en passant, ce principe

qui met à portée de se servir de tous les vents possibles pour faire route, car il est évident que le Vaisseau dont la route fait avec le lit du vent un angle de 55 degrés, s'approchant continuellement de la partie d'où vient le vent, il peut en formant la route en zigzag, ce que l'on nomme *louvoyer*, s'approcher du point même d'où vient le vent, ou aller, comme l'on dit, *debout au vent*.

Nous n'avons encore supposé au Vaisseau qu'une seule voile dont le mât étoit placé à son centre de gravité, & cette supposition n'est pas vraie, tout grand Vaisseau a quatre mâts, dont deux sont placés à l'avant de son centre de gravité & deux à l'arrière, & cette construction introduit nécessairement un changement dans la manœuvre; essayons d'en exposer le principe.

Qu'on imagine un corps oblong, par exemple, un parallélépipède flottant sur une eau immobile, s'il est poussé par une force quelconque dans son centre de gravité, il obéira à cette impulsion, mais dans le mouvement qu'il fera, il demeurera toujours parallèle à lui-même & ne tournera point autour de son centre de gravité, mais si au contraire la force agit sur lui par un autre point, il ne conservera plus le même parallélisme, le bout le plus voisin du point par lequel il est poussé s'éloignera plus que l'autre, & cela d'autant plus que le point d'impulsion fera plus éloigné du centre de gravité; d'où il suit qu'indépendamment du mouvement de translation, le corps en aura encore un de tournoyement autour de ce centre; appliquons ce principe au Navire.

Pour peu qu'on y fasse attention on verra qu'il en résulte nécessairement, que les voiles de beaupré & de misaine, qui sont à l'avant du vaisseau, doivent tendre à le faire *abattre* ou *arriver*, c'est-à-dire à lui faire prendre la situation propre à aller vent arrière, & que la grande voile & celle d'artimon, placées à l'arrière du centre de gravité, doivent au contraire, tendre à lui imprimer un mouvement contraire, & à le *rallier au vent*, c'est-à-dire à rapprocher la direction du lit du vent.

L'action des voiles de l'avant & de l'arrière, n'est donc

rien moins qu'indifférente; il faut qu'elles soient en équilibre pour que le Vaisseau suive constamment la même route, & un habile manœuvrier en peut tirer le plus grand parti dans les évolutions qu'il est obligé de faire exécuter à son Vaisseau, c'est ce que M. Bourdé discute avec toute la netteté & toute la précision possibles.

Non-seulement le Vaisseau obéit à l'action des voiles, mais encore il reçoit, pour tourner autour de son centre de gravité, une impression considérable d'une autre pièce qu'on nomme le *gouvernail*; cette pièce connue de tout le monde marin, est un assemblage de fortes pièces de bois, semblable à une porte, beaucoup plus longue que large, dont les gonds sont fixés sur l'étambot, au milieu de l'arrière du Navire, & qui trempe presque entièrement dans l'eau; tant que cette pièce demeure dans la direction de la quille, elle est indifférente à la marche du Vaisseau, mais si on la fait tourner à droite ou à gauche, au moyen d'une barre de bois qui y est attachée & qui entre dans le Navire, elle offrira à l'eau que le Vaisseau divise une résistance plus grande de ce côté, d'où il résultera nécessairement que la poupe étant chassée du côté opposé, le Vaisseau tournera sur son centre.

Plus le Navire file avec vitesse, plus le gouvernail agit puissamment, & si la vitesse étoit nulle, l'action du gouvernail le seroit aussi: on juge bien que cette action est proportionnée à l'inclinaison du gouvernail à la quille, mais on se tromperoit si on croyoit pouvoir augmenter cette action à l'infini; il est clair que si le gouvernail se trouvoit faire un angle droit avec le plan vertical qui passe par la quille, il ne feroit que retarder le sillage du Vaisseau, sans tendre à le faire tourner: il y a donc un angle qui lui donne la plus grande puissance possible; plusieurs Géomètres l'avoient déterminé à 54 degrés 44 minutes, mais ils n'avoient pas fait une attention suffisante à la direction que la figure du Navire fait prendre à l'eau qui s'échappe à ses côtés, pour aller frapper le gouvernail, & M. Bourdé fait voir que l'angle du gouvernail avec la quille, doit être aux environs de 45 degrés, pour lui donner la plus

grande action possible, nous disons aux environs, car les façons de tous les Navires n'étant pas les mêmes, cette différence doit introduire une variation dans la position la plus avantageuse du gouvernail; il est vrai que dans la plupart des Navires, la longueur qu'on donne à la barre ne permet pas, à beaucoup près, de donner cette inclinaison, mais M. Bourdé pense qu'on peut, sans risque, la raccourcir d'un cinquième, & d'ailleurs il propose avec raison, d'employer toujours, autant qu'il est possible, pour faire tourner le Vaisseau, l'action des voiles qui accélère son sillage, préférablement à celle du gouvernail qui le retarde.

Il ne nous reste plus qu'un seul principe mathématique de la manœuvre des Vaisseaux, à exposer, encore n'en dirons-nous ici qu'un mot, nous réservant à en parler plus au long lorsque nous suivrons M. Bourdé dans ses réflexions sur la mâture & la voilure des Vaisseaux, ce principe le plus important peut-être de tous, est la position du centre d'effort des voiles à la hauteur de ce que l'on appelle *le point vélique*; nous allons en donner une idée.

Nous avons dit ci-dessus que la figure de la proue d'un Navire étoit telle que l'eau qu'elle divisoit, tendoit à la soulever, cet effort de l'eau sur toute la surface de la proue, peut être réduit à une ligne qui, sûrement sera inclinée au plan de flottaison, puisqu'elle tend à soulever l'avant du Vaisseau; si d'un autre côté on élève une perpendiculaire au plan de flottaison du Navire, passant par son centre de gravité, cette ligne sera nécessairement coupée par celle qui exprime la direction de l'action de l'eau sur la proue, & le point d'intersection de ces deux lignes, est ce qu'on nomme le point vélique, parce que c'est dans ce point, ou du moins à sa hauteur, que doivent être placés les centres d'effort de toutes les voiles, pour être en équilibre avec la poussée de l'eau & pour faire aller le Navire parallèlement à lui-même & avec le moindre tangage possible, étant évident que dans toute autre situation, les deux forces ne seront plus directement opposées & ne se détruiront pas toujours mutuellement; il est

vrai

vrai que cette destruction ne sera entière que quand le Vaisseau courra vent arrière, puisque dans les routes obliques la direction de l'effort de l'eau sur la proue se trouvant un peu de côté, elle ne rencontre plus la perpendiculaire élevée sur le centre de gravité du Navire & passe à droite ou à gauche de cette ligne; mais dans ce cas même, il sera toujours avantageux de placer le centre d'effort des voiles dans le plan horizontal, où seroit le point vélique s'il avoit lieu, ayant égard à la différence de direction que doit donner à la poussée de l'eau le mouvement latéral du Navire, & à son inclinaison plus ou moins grande, mais toujours inévitable dans toute route oblique.

Tels sont les principes que M. Bourdé regarde avec raison comme les fondemens de toute la Manœuvre, & qu'il établit dans la première partie de son Ouvrage; les trois autres ne sont destinées qu'à les appliquer aux différens usages de la Marine.

Le premier pas qu'un Capitaine ait à faire pour commencer sa campagne est de lever l'ancre & d'appareiller, c'est-à-dire de mettre son Navire en état de recevoir le vent dans ses voiles & de faire route.

Tout Navire à l'ancre & sans voile, présente ordinairement la proue au vent s'il est dans une mer calme, ou au courant s'il se trouve dans un endroit où il y en ait; il est évident que dans cette position les voiles seroient dans le premier cas inutiles, & le feroient plutôt reculer qu'avancer: il est donc nécessaire de le faire tourner à droite ou à gauche, pour que le vent puisse prendre dans les voiles & le faire aller de l'avant. Ce ne peut être qu'en combinant exactement l'action des voiles de l'avant & de l'arrière, & celle du gouvernail, qu'on peut exécuter cette évolution, & M. Bourdé donne tout le détail des opérations nécessaires pour y parvenir, avec des réflexions sur les différences que peuvent entraîner les circonstances dans lesquelles on se trouve quelquefois.

Si le Vaisseau présente la proue à un courant, & que le vent puisse prendre dans ses voiles, la manœuvre devient beaucoup plus aisée; mais c'est encore par une juste combinaison des

voiles de l'avant & de l'arrière qu'on peut faire abattre le Vaisseau de quel côté l'on veut, le gouvernail n'ayant aucune action jusqu'à ce que le Navire ait pris du mouvement; & M. Bourdé donne les moyens d'opérer cet effet.

De quelque manière qu'on s'y soit pris pour appareiller, on doit, autant qu'il est possible, faire en sorte que le côté de l'ancre se trouve au vent; faute de cette précaution la dérive, inévitable à tout Vaisseau qui prend le vent de côté, jette le Navire sur le cable & rend la montée de l'ancre beaucoup plus difficile; il peut même arriver que lorsque l'ancre arrive à la surface de l'eau, son *jas* ou cette longue poutre qui sert à faire tenir les pattes verticales, s'embarasse sous l'avant du Vaisseau, d'où il est souvent difficile de la dégager.

Il arrive quelquefois qu'un Vaisseau se trouve à l'ancre dans un endroit trop étroit pour abattre à l'aide de ses voiles seules: dans ce cas, on *emboffe*, c'est-à-dire on attache au cable de l'ancre une *haussière* ou *grelin*, gros & long cordage qu'on fait passer par un des sabords de l'arrière; alors ce cordage étant bien roidi, on file ou on coupe le cable & on fait servir les focs & le petit hunier; & le Vaisseau, retenu par le grelin qui fait alors l'office de cable, tourne autour du sabbord par où il passe & fait son abatée, après laquelle on file ou l'on coupe le grelin, & on fait servir les voiles pour faire route.

Le Vaisseau une fois en mer, est souvent obligé de changer de route pour se servir de vents contraires, & de prendre le vent tantôt d'un côté, tantôt de l'autre; cette manœuvre se peut faire en abattant le Vaisseau, lui faisant prendre vent arrière & le ramenant ensuite à se rapprocher du vent par l'autre bord; c'est ce qu'on nomme *virer vent arrière*: cette évolution est sûre, mais elle est lente & exige de la place & de la tranquillité; M. Bourdé en donne toute la manœuvre. Il en est une autre bien plus prompte & plus savante, mais qui exige la plus grande précision & la plus grande vivacité dans la manœuvre; c'est ce qu'on nomme *virer vent devant*. Pour y parvenir, on emploie d'abord des voiles de l'arrière pour

appeler le Vaisseau au vent, & dès que les voiles majeures se trouvent dans le lit du vent, on se sert du gouvernail pour faire encore tourner le Vaisseau, qui alors a pris le vent devant; dans ce moment, on oriente vivement les voiles dans la situation opposée à celles qu'elles avoient avant l'évolution, & le Vaisseau se trouve en état de faire route: cette manœuvre est bien plus prompte que celle de virer vent arrière; mais on voit bien qu'elle doit être faite avec la plus grande vivacité, puisqu'il y a un temps où le Vaisseau ne reçoit plus aucune impulsion de ses voiles & qu'il faut rendre ce temps le plus court qu'il est possible. Au reste, ce danger n'existe que lorsque la présence de l'ennemi, un écueil, une côte, &c. exigent qu'on viре très-promptement; hors de-là, si on manquoit à virer, on en seroit quitte pour faire abattre le Vaisseau & virer vent arrière.

Lorsqu'on se trouve dans des endroits où la profondeur de la mer n'est pas trop grande, on peut, au moyen des ancres, arrêter le mouvement du Vaisseau; mais il arrive aussi quelquefois qu'on veut l'arrêter dans des endroits où il n'y a pas de fond: on y parvient en prêtant le côté au vent & en orientant les voiles de manière qu'une partie ait le vent dessus, tandis que l'autre l'a dedans, alors l'effort d'une partie des voiles tendant à faire courir le Vaisseau de l'avant, tandis que l'effort de l'autre partie tend à le faire *culer* ou aller de l'arrière, il demeure comme immobile & ne fait que dériver; c'est ce qu'on appelle *mettre en panne*. Il n'est pas nécessaire d'avertir qu'on peut, en employant plus ou moins de voiles, rendre le Vaisseau tout-à-fait immobile ou lui laisser un peu de mouvement: c'est à la prudence de l'Officier qui commande à bien examiner le cas où il est & à y conformer sa manœuvre; M. Bourdè en fournit tous les moyens.

On ne met jamais en panne pour y rester toujours; quand on veut remettre le Vaisseau à route, on le fait tourner à l'aide des voiles de l'avant, & en ôtant celles de l'arrière jusqu'à ce que la voile qui prenoit le vent soit absolument inutile, alors le Vaisseau culant par l'action de celle qui prend vent devant,

on achève de le faire abattre avec le gouvernail & on oriente ensuite les voiles pour porter à route.

Lorsqu'on est en panne, on a, comme nous venons de le dire, deux voiles brassées en sens contraire, dont l'effet est de ne permettre au Vaisseau d'autre mouvement que la dérive; mais si le vent devenoit trop fort, cette position seroit dangereuse, & le Vaisseau pourroit périr en se renversant: on emploie donc un autre moyen; on ne laisse qu'une seule voile orientée au plus près avec la barre du gouvernail sous le vent; par ce moyen, le Vaisseau, soutenu de cette voile, roule beaucoup moins, & comme il va de l'avant, il sent son gouvernail, & il est ce qu'on nomme *marin* ou *vivant*; c'est ce qu'on appelle *mettre* ou *être à la cape*.

Puisqu'on n'emploie ordinairement qu'une voile, du moins quand on se sert des voiles majeures, on peut employer la misaine, la grande voile ou l'artimon, & on retrouve ici les mêmes effets que nous avons dit que faisoient ces voiles, relativement à leur position à l'égard du centre de gravité; mais M. Bourdé conseille de ne se servir d'aucune & d'employer à leur place le petit foc, la grande voile d'étay & celle d'artimon; ces voiles agissant ensemble, soutiennent le Vaisseau d'autant mieux qu'elles se font équilibre les unes aux autres, & si un coup de vent en emporte quelqu'une, cette perte est bien plus aisée à réparer que ne seroit celle de quelqu'une des voiles majeures, qu'il seroit souvent très-difficile d'enverguer de gros temps.

On ne connoît la profondeur de la mer que par la sonde; cet instrument est une espèce de quille de plomb attachée à un long cordage qu'on nomme *ligne*, la base de cette quille a un creux peu profond & rempli de suif; en descendant la sonde dans la mer, on connoît en mesurant les parties de la ligne qui a été plongée, la profondeur de la mer, & les marques ou les matières que rapporte le suif, indiquent la nature du fond: il est aisé de voir que pendant cette opération le Navire doit être le plus immobile qu'il est possible, sans quoi la ligne descendroit pas à plomb & donneroit une fausse mesure;

M. Bourdé enseigne la manière de mettre le Navire dans la situation convenable pour cette opération.

Nous n'avons jusqu'ici considéré le Navire qu'en lui-même & comme faisant route, il est temps de le voir sous un autre point de vue, comme donnant la chasse à un ennemi qu'on veut atteindre, ou comme la prenant devant un ennemi plus fort qu'on veut éviter.

Il est d'abord absolument nécessaire que le Vaisseau chasseur aille mieux que celui qu'il veut atteindre, sans quoi il ne le joindroit jamais, à moins que le Commandant du Vaisseau chassé ne fit quelque fautive manœuvre; le Vaisseau chasseur peut être au vent du Vaisseau chassé, il peut aussi être sous le vent, s'il est au vent, il doit diriger sa route de manière que le vaisseau chassé lui paroisse toujours au même point de la boussole où il l'a vu d'abord, & il peut être sûr de le joindre par cette méthode; s'il est au contraire sous le vent, il doit faire différentes bordées pour se rapprocher, & virer toujours de bord, à l'instant où il voit le Navire chassé par son travers; le seul avantage de sa marche, le mettra à bord du Vaisseau chassé: le Vaisseau qu'on chasse, doit de son côté employer toute son industrie pour empêcher que l'autre ne l'atteigne; s'il est au vent, il doit constamment garder la même route & profiter de toutes les fautes de son ennemi pour virer à propos & prolonger la chasse, dans l'espérance que la nuit, quelque coup de vent ou quelqu'autre aventure semblable lui fourniront les moyens de s'échapper: mais s'il a affaire à un habile Manceuvrier, il est bien difficile qu'il ne soit pas joint, à moins qu'il n'eût la propriété de ferrer le vent, ou, ce qui revient au même, de s'approcher du lit du vent plus que celui qui le poursuit, puisqu'alors allant au plus près, les deux routes iront toujours en s'écartant, & la jonction deviendra impossible; si le Vaisseau chassé est sous le vent du chasseur, la situation devient encore plus fâcheuse, il doit alors mettre en œuvre toutes les ressources qu'il peut tirer de la construction de son Vaisseau pour prolonger la chasse & pour se soustraire à son ennemi; mais s'il s'aperçoit qu'il ne

peut éviter d'être joint, le conseil que lui donne M. Bourdé, est de se préparer au combat & d'attaquer lui-même; une démarche pareille fait quelquefois perdre à l'agresseur l'envie d'aborder, & l'intrépidité soutenue de quelques circonstances favorables, a souvent réussi.

On ne poursuit un Vaisseau que pour le joindre & pour l'aborder, c'est l'opération la plus vive de toute la Marine, & peut-être celle qui exige le plus d'attention de la part de l'Officier qui commande la Manœuvre; comme il y a différentes manières d'aborder, dont quelques-unes ont plus d'avantage que les autres, le Vaisseau attaqué met certainement en œuvre toute la science de la mer, soit pour faire manquer l'abordage, soit pour le rendre défavorable à son ennemi; il fait sur-tout son possible pour mettre la proue du Vaisseau chasseur dans ses grands haubans, s'il y réussit, l'attaquant court risque d'être très-maltraité, car alors il est enfilé de toute l'artillerie de l'ennemi, tandis que presque toute la sienne lui devient inutile; le Vaisseau le plus foible, peut encore, s'il est accroché de long en long, coiffer ses voiles de manière à faire culer son Vaisseau, & si le Vaisseau attaquant n'en fait pas autant de son côté, l'action des voiles étant en sens contraire, il est impossible que les grapins & leurs attaches ne se rompent, & que l'abordage ne soit manqué; en un mot, l'abordage est peut-être l'action où l'on peut mettre mieux en œuvre toutes les finesse & toutes les chicanes de la Manœuvre; on aborde quelquefois aussi un Vaisseau à l'ancre, & dans ce cas il ne faut pas oublier de laisser tomber la sienne en abordant, autrement le Vaisseau attaqué pourroit, en coupant son cable, s'échouer à la côte & y entraîner le Vaisseau qui l'auroit abordé; M. Bourdé donne tout le détail des différens cas où l'on se peut trouver dans l'instant d'un abordage, & toutes les ruses qui se peuvent mettre en œuvre pour l'assurer ou pour l'éviter.

On est souvent en mer dans le cas de mouiller, c'est-à-dire de fixer le Vaisseau au moyen de l'ancre, cette manœuvre est le sujet du dernier chapitre de la seconde partie de l'Ouvrage de M. Bourdé; le principe général est qu'à moins qu'on

n'y soit forcé, on ne doit pas mouiller sous une grande voile; le but est d'arrêter le Vaisseau, & toute la vitesse qu'il auroit, nuirait à la facilité de l'opération, on courroit d'ailleurs risque de tourner autour de l'ancre lorsqu'elle auroit pris, ce qui la feroit infailliblement quitter: on doit, pour éviter cet inconvénient, porter peu de voiles & considérer si l'on est au plus près, vent large ou vent arrière; car chacune de ces positions exige une Manœuvre différente, qui ne laisse au Vaisseau que la vitesse nécessaire pour s'abattre & présenter ensuite la proue au vent, lorsqu'on aura serlé toutes les voiles. M. Bourdé donne la Manœuvre nécessaire pour tous les différens cas, & pour celui où le Vaisseau étant dans un courant, doit étant mouillé, présenter la proue au courant; il arrive quelquefois qu'on mouille dans la vue de canonner une place, une batterie, un Vaisseau à l'ancre; il est bien essentiel en pareille occasion de présenter le côté à l'objet qu'on attaque; on se mettra dans cette position & on s'y maintiendra en attachant à l'ancre un gros cordage qu'on fera passer par un des sabords de l'arrière, alors l'ancre ayant pris, en tirant plus ou moins sur ce cordage, ou sur le cable qui sort de l'avant du Vaisseau, on le fera tourner aisément dans la situation convenable.

Toutes les Manœuvres dont nous venons de parler, s'exécuteront avec d'autant plus de facilité & de sûreté, 1.^o que le Vaisseau sera mieux construit, 2.^o qu'il sera mieux grée, 3.^o qu'il sera mieux arimé, c'est-à-dire que sa charge sera mieux distribuée, 4.^o que les Matelots seront plus exercés à la Manœuvre & au combat; c'est à l'examen de tous ces points qu'est destinée la troisième partie de l'Ouvrage de M. Bourdé.

Le premier article qu'il examine est la hauteur & la position des mâts & des voiles, il adopte le système proposé par feu M. Bouguer, dans sa Pièce qui remporta le Prix en 1727, & qui tend à raccourcir beaucoup la mâture pour mettre le centre d'effort des voiles, à la hauteur du point vélique & à augmenter la largeur des voiles pour compenser le raccourcissement qu'on leur fait subir en diminuant la hauteur

des mâts ; l'expérience, d'accord en ce point avec la théorie , & fait voir à M. Bourdé que la soustraction des voiles hautes , quand le vent est bon , non-seulement ne diminuoit pas la vitesse du Navire , mais que même elle l'augmentoît quelquefois , & que presque toujours elle procuroit une diminution de roulis & de tangage , & une plus grande stabilité ; d'où il résulte ce paradoxe singulier , qu'on peut quelquefois diminuer la vitesse d'un Navire en augmentant sa voilure , principe qui semble opposé à la théorie dont il découle , ce qui mérite bien que nous essayons de l'y ramener.

La figure de la proue & de toute la partie du Navire qui est plongée dans l'eau , n'est nullement arbitraire ; la Géométrie enseigne à la former de manière qu'elle facilite le plus qu'il est possible le sillage du Navire , c'est de celle de la proue que dépend l'action de l'eau sur cette partie , qui détermine le point vélique : or en surchargeant le vaisseau de voiles hautes , même vent arrière , on fait certainement enfoncer l'avant & soulever la poupe ; d'où il suit que l'effort de l'eau étant augmenté en plus grande proportion que celui des voiles , l'équilibre qui doit être entre ces deux puissances , sera rompu , & que le Vaisseau ira moins bien & se tourmentera ; la même chose arrivera si le vent vient de côté , la surcharge des voiles le fera incliner , pour lors la partie plongée n'est plus celle dont la figure a été déterminée la plus avantageuse , & le Vaisseau perd de sa vitesse & demeure plus exposé aux coups de mer , la plus petite réflexion peut démontrer la vérité de ce principe.

La position des mâts n'est pas plus indifférente , on peut les mettre dans une situation verticale , & c'est celle qui facilite le plus le sillage ; on peut les incliner vers l'avant , mais on court risque de faire plonger le Vaisseau vers l'avant & de le rendre trop facile à arriver ou à obéir au vent ; on peut aussi , & c'est la position qu'adopte M. Bourdé , les faire incliner un peu vers l'arrière , le service en devient plus facile , le Vaisseau en plongera moins , il tiendra mieux le vent & sera capable de virer vent devant bien plus facilement.

La coupe & la façon des voiles méritent aussi une attention particulière, on voit aisément que leur figure peut faire varier la position du centre d'effort dont la place la plus avantageuse au Navire est déterminée, puisqu'il doit répondre au point vélique ou à ses hauteurs; M. Bourdé donne la manière de les tailler, mais il ajoute à ses recherches une observation bien importante, puisque les figures des voiles & leurs grandeurs sont déterminées, on doit faire en sorte qu'elles ne puissent en changer; or on fait que la toile neuve & les cordes appelées *ralingues*, qui se mettent dans l'ourlet des voiles pour les fortifier, sont extrêmement susceptibles d'extension, M. Bourdé conseille donc de les faire servir avant que de les arrêter à demeure, & de les retailler ensuite quand elles auront pris toute leur extension; il discute aussi la question de savoir si on doit, en bordant les voiles, les tenir les plus plates qu'il est possible ou les laisser se gonfler par le vent; il combat cette dernière opinion, se range de la première, & n'oublie aucun des principes nécessaires pour établir cette importante partie de l'armement du Navire.

On ne sauroit trop presser le service de l'armement, souvent les circonstances l'exigent; mais n'y en eût-il aucune de particulière, la vivacité avec laquelle on le fait épargne toujours des frais considérables, qui tomberoient en pure perte: il est donc très-important de suivre chaque partie l'une après l'autre & de ne point mettre au même temps des opérations qui se pourroient nuire réciproquement: cet article & l'ordre qu'on y doit garder, n'ont pas échappé à l'attention de M. Bourdé.

Les Vaisseaux n'ont pas seulement à craindre les élémens & les hommes, ils sont encore exposés à un autre genre d'ennemis plus méprisables en apparence & pourtant très-capables de nuire, des vers qui s'engendrent par milliers dans certains parages, se logent dans leur bois & y creusent une infinité de canaux qui entraînent à la fin la ruine du Bâtiment; pour se garantir de ces insectes, on double le Vaisseau, c'est-à-dire qu'on garnit toute la partie qui est à l'eau, de planches, ordinairement de sapin, entre lesquelles & le franc-bord, on

niet une composition de verre pilé, de bouse de vache, de soufre, d'huile & de goudron, & on couvre ce doublage entier de clous à large tête; mais il est aisé de voir combien cette addition de bois doit retarder le fillage. M. Bourdé pense donc qu'on peut épargner ce doublage en mailletant le Vaisseau sur le franc-bord même, c'est-à-dire le couvrant de ces clous dont les têtes & les tiges gênent également le travail des vers, ou en couvrant, comme font les Anglois, tout le franc-bord de plaques de cuivre très-minces attachées avec des clous de même matière, ceux de fer étant trop sujets à la rouille: cette espèce de doublage a même un avantage, c'est qu'aucune ordure ne s'y peut attacher.

On peut faire des Vaisseaux plus ou moins forts de bois: quelques-uns ont cru qu'il y avoit beaucoup à gagner du côté de la légèreté, en diminuant l'échantillon; M. Bourdé s'élève avec raison contre cette pernicieuse méthode: il fait voir que cette diminution de poids est de nulle conséquence; que le Vaisseau n'en va pas mieux, mais qu'il perd par-là la propriété d'être en état de résister au canon de l'ennemi qui le perce aisément d'outre en outre & met en risque ceux qui servent son canon; & que de plus les secousses répétées de sa propre artillerie sont capables de le faire entr'ouvrir; on n'en a vu que trop d'exemples. Il pense donc qu'on doit faire les Vaisseaux de guerre très-forts d'échantillon, & donne les moyens de compenser cet excès de pesanteur par le retranchement des choses inutiles & par l'arrangement de celles qui sont nécessaires, se rappelant toujours ce principe, que ce n'est pas le plus ou le moins de poids absolu d'un Navire qui le rend plus ou moins bon voilier, mais sa figure, la grandeur & la disposition de ses voiles.

Un autre abus que M. Bourdé combat très-vivement & avec raison, c'est l'excessive rentrée des côtés du Vaisseau vers ses hauts, que donnent plusieurs Constructeurs; il en résulte les plus dangereux inconvénients: l'artillerie du dernier pont est gênée; les mâts & vergues de rechange, qu'on est obligé de mettre sur des chandeliers, demeurent exposés au canon

de l'ennemi; dans l'extrême inclinaison, la ligne d'eau peut passer le renflement, & alors le Vaisseau court risque de *chavirer* ou de tourner sens dessus-dessous; enfin on rend par-là l'abordage, sinon impossible, du moins très-difficile par l'espace qui se trouve entre le vibord des deux Vaisseaux qui se touchent par le ventre; toutes considérations assez fortes pour proscrire sévèrement cette construction vicieuse.

Le gréement d'un Vaisseau n'exige pas moins d'attention que le reste de la part de l'Officier qui arme; & M. Bourdé trouve plusieurs défauts essentiels dans la manière ordinaire de gréer. Pour mieux comprendre ses réflexions à ce sujet, il est bon de se rappeler que le premier principe de cette opération est la diminution du poids & du volume dans les hauts du Vaisseau; ces poids, placés au haut des mâts ou beaucoup au-dessus du centre de gravité, prennent une vitesse & par conséquent une force considérable qui augmente le roulis & le tangage du Navire, ou pour s'exprimer comme les gens de mer, lui donnent de la *bricole*; cette bricole, toujours incommode en ce qu'elle augmente les mouvemens du Vaisseau & le fatigue beaucoup, peut être très-dangereuse dans le cas d'un coup de vent imprévu, & on ne doit rien négliger pour la diminuer: c'est dans cette vue que M. Bourdé supprime la plus grande partie des fourrures, c'est-à-dire de ces garnitures qu'on met aux manœuvres pour les empêcher de se couper; il supprime de même la plus grande partie des raccages ou de ces chapelets de grosses pommes de bois qui servent à faire glisser la vergue le long du mât; & indépendamment de la diminution du poids, il trouve encore un autre avantage dans cette soustraction, c'est que si un boulet de canon touche au cordage qu'il substitue aux raccages, il ne fait pas voler les pommes & les bigots de raccages qui, dans cette occasion, tuent ou blessent beaucoup de monde. Il supprime de même cette multitude de poulies dont la tête des mâts est garnie, & trouve moyen de placer celles qu'il conserve de manière qu'elles n'augmentent que peu le poids & le volume; enfin il trouve moyen de décharger beaucoup

le Vaisseau dans les hauts, sans nuire à la sûreté ni à la facilité de la Manœuvre.

Le Vaisseau fourni de tous les agrès, de ses munitions, tant de guerre que de bouche, est en état de marcher; mais il remplira d'autant mieux sa destination qu'il sera fourni d'un Équipage suffisamment nombreux & également exercé à la Manœuvre & au service militaire en cas de combat: le Vaisseau n'est, pour ainsi dire, qu'un corps qui a besoin d'une ame pour se mouvoir; & cette ame est l'Équipage qui le monte.

La partie la plus essentielle de cet Équipage est le Capitaine; c'est sur lui que roule principalement la conduite du Vaisseau; il doit bien se garder de vouloir faire tout par lui-même; le détail est incompatible avec sa place; il est réservé pour les Officiers qui commandent sous lui, auxquels il doit concilier la confiance de l'Équipage & se réserver pour les occasions où il s'agit de l'encourager: c'est en suivant cette conduite que, chacun se trouvant à sa place, le service s'en fait beaucoup mieux, & que chacun, tant Officier que Matelot, s'instruit & se forme plus facilement.

M. Bourdè se plaint avec raison de ce que, par la manière dont le service des Officiers est réglé à la mer, il ne leur reste que peu ou point de temps qu'ils puissent donner à l'étude de la théorie de leur métier; il desireroit que les *quarts* ou gardes, fussent moins longs & plus fréquens: on doit ménager, autant qu'il est possible, le temps de l'Officier qui veut s'instruire; ne pas d'ailleurs épuiser ses forces en pure perte & les réserver pour les occasions où il fera du bien du service de les employer.

L'Équipage, tant Officiers-mariniers que Matelots, est en général divisé en deux parties, qui sont de quart ou de service alternativement; on doit encore subdiviser chaque moitié en trois, eu égard aux fonctions auxquelles chacun est destiné, & bien prendre garde que les forces de chaque partie soient proportionnées aux Manœuvres qu'elle doit exécuter; c'est par ce moyen qu'on parvient à faire exécuter les commandemens avec tout l'ordre & toute la vivacité possibles.

Tout Vaisseau, ou est essentiellement destiné à combattre, ou au moins ne peut se flatter de n'y être jamais exposé; il est donc nécessaire que ceux qui le montent sachent ce qu'ils ont à faire en cas de combat, soit pour attaquer l'ennemi, soit pour se défendre de ses attaques.

Un des premiers soins en pareil cas, est de débarrasser les entre-ponts des branles ou lits des Matelots & de leurs hardes, le tout se met dans des filets au dehors du Navire, & est recouvert d'une forte toile goudronnée qui préserve ces effets de la pluie & du feu, de manière qu'ils peuvent demeurer en cet état plusieurs jours, s'il est nécessaire, c'est ce qu'on nomme *faire branle bas*, & qu'on ne doit jamais omettre dès qu'on est menacé d'un combat; M. Bourdé pense même que pour y accoutumer les Équipages, même ceux des Vaisseaux marchands, on feroit très-bien de leur faire faire souvent cette manœuvre, quoique sans nécessité.

Le poste du Chirurgien & celui de l'Aumônier sont à fond de cale, au-dessous du grand panneau, sur le faux pont qui y règne; on tiendra cet endroit libre & bien paré pour que les blessés puissent y recevoir tous les secours qui leur seront nécessaires.

On aura soin que les manœuvres qui doivent être doublées, triplées, &c. le soient, & que toutes les voiles & les manœuvres de rechange soient prêtes à remplacer celles qui pourroient être mises hors d'état de servir.

On tiendra prêt tout ce qui est nécessaire aux Charpentiers & aux Calfats, pour réparer le dommage que le canon ennemi peut faire, & sur-tout les coups qui pourroient ouvrir le passage à l'eau.

On mettra les grapins d'abordage garnis de leurs chaînes, au bout des vergues, & on en tiendra d'autres, sur les gaillards & les passé-avants, prêts à être jetés à la main sur le Vaisseau ennemi; on aura soin d'avoir dans tous les endroits convenables des *boute-dehors*, c'est-à-dire des pièces de bois ferrées par le bout pour empêcher l'abordage des Brûlots.

Le danger du feu est à craindre en tout temps pour un

Navire, mais bien plus encore dans un combat; on doit donc avoir soin qu'il ne se trouve, autant qu'il se pourra, rien de susceptible d'embrasement au dehors du Vaisseau, & garnir en dedans tous les postes de baquets pleins d'eau; M. Bourdé desireroit même avec raison qu'il y eût dans chaque Vaisseau une pompe à incendie, qui serviroit en cas d'accident à éteindre le feu, & en temps de vent foible à mouiller les voiles.

Le Canonnier doit disposer tout ce qui regarde le canon; bien garnir les postes & faire en sorte que rien ne manque pendant l'action qui puisse diminuer la vivacité du feu.

Le Pilote & les adjoints, préparent les signaux, les barres de gouvernail de rechange, les compas & les horloges qui doivent servir à mesurer le temps de l'action & de ses principales parties, & il doit veiller à l'habitable pour connoître la route & faire exécuter aux Timonniers les commandemens de l'Officier.

Le Capitaine - d'armes de son côté, aura soin de voir si toutes les armes sont en état; il les distribuera dans les différens postes, de façon que rien n'y manque & qu'il en ait plutôt en réserve.

Tout ceci doit précéder le combat; dès qu'il commence; chacun doit exactement garder son poste & écouter avec la plus grande attention le commandement; s'il arrive que le Vaisseau reçoive des coups de canon à l'eau ou que le feu prenne, ceux qui s'en apercevront en avertiront en particulier le Capitaine; on aura soin de ne point tirer de canon que bien chargé & bien ajusté, & de n'en jamais laisser aucun vide; si on aborde l'ennemi, on fermera les sabords de la batterie basse dès que les Vaisseaux se toucheront, pour empêcher l'ennemi d'entrer par-là ou d'y jeter des grenades ou des feux d'artifice.

Si l'ennemi ou un Brûlot vient pour aborder, on cessera son feu sur tout autre pour le lui donner en entier; les Chaloupes tâcheront d'accrocher le Brûlot pour le tirer au large, & sur-tout de couper la retraite à ceux qui les conduisent.

Tout ceci s'exécutera d'autant plus aisément, 1.^o que les hommes seront mieux distribués dans les différens postes, & M. Bourdé donne un exemple de cette distribution; 2.^o qu'ils seront mieux disciplinés, & il recommande avec grande raison les fréquens exercices, & donne la manière de faire cet exercice & de le commander, tant pour le canon que pour la grenade.

Il prescrit de même ce qui doit être observé pendant l'abordage, espèce de combat qui convient mieux que tout autre à notre Nation, & qu'elle doit rechercher avec d'autant plus d'empressement que, quoiqu'il paroisse plus vif & plus sanglant que tout autre, il est cependant moins meurtrier qu'un feu bien dirigé & long-temps soutenu; il conseille donc aux Officiers qui commandent, d'en parler souvent à leurs Équipages & de les familiariser avec cette idée, tant par leurs discours qu'en leur en faisant faire de temps en temps les préparatifs: c'est un grand pas vers l'intrépidité que réduire, pour ainsi dire, le danger à sa valeur intrinsèque.

Mais ce que nous ne pouvons absolument passer sous silence, c'est la dissertation que l'Auteur fait sur les pièces de canon, qu'il desireroit qu'on pût considérablement raccourcir, tant pour débarrasser les ponts, que la grande longueur des pièces incommode beaucoup, que pour pouvoir faire porter aux Bâtimens des pièces d'un plus gros calibre. Il propose pour cela des canons dont le fond de l'ame seroit terminé par une demi-sphère; il examine avec soin la position de la lumière, la manière de donner feu, soit avec une platine amarrée sur le canon, soit avec la mèche; enfin il discute exactement tout ce qui peut concerner cet important objet.

Tout ce que nous avons dit jusqu'ici regarde le Navire considéré comme agissant seul; on peut cependant & on doit le regarder sous un autre point de vue, comme faisant partie d'une escadre ou d'une armée navale, ou comme protégeant d'autres Navires non armés en guerre: il est clair que cette nouvelle position exigera de lui de nouvelles manœuvres, & par conséquent de nouvelles connoissances au Capitaine qui le monte: c'est l'objet de la quatrième & dernière partie de

l'Ouvrage de M. Bourdé de Villehuet, dans laquelle il traite des évolutions navales.

Cette matière avoit déjà été traitée à la fin du dernier siècle, par le P. Hofte, & en dernier lieu par M. Bigot de Morogues, Capitaine des Vaisseaux du Roi; mais M. Bourdé s'est d'autant plus volontiers porté à ajouter cette partie à son Ouvrage, qu'elle étoit nécessaire d'une part pour le compléter, & que de l'autre le P. Hofte, ni M. de Morogues, n'avoient, selon lui, assez insisté sur l'ordre du convoi, qu'il regarde comme très-important; nous allons essayer de donner une légère idée de cette partie de la Marine, qui, n'étant elle-même que détail, ne peut guère être présentée en abrégé.

Chaque armée navale, quelque nombreuse qu'elle soit, doit être divisée en trois escadres ou divisions, qu'on subdivise encore suivant le besoin ou les circonstances.

En cas de combat, le milieu est le poste du Commandant; son escadre l'occupe, la seconde est à sa droite, & la troisième à sa gauche, ou bien elles seront à l'avant ou à l'arrière, selon les circonstances & l'ordre du Commandant; celui de la première escadre portera le pavillon de distinction au grand mât, celui de la seconde au mât de misaine, & celui de la troisième au mât d'artimon, & on doit avoir attention qu'elles soient aussi fortes l'une que l'autre, tant pour le nombre que pour la qualité des Vaisseaux, afin qu'elles puissent également s'opposer à l'ennemi & qu'on ne soit pas obligé de les changer & de faire en sa présence des démarches & des manœuvres, souvent difficiles, & toujours dangereuses; les Brûlots, Flûtes, Corvettes, Vaisseaux d'hôpital ou Vivandiers seront au vent de l'armée pour être plus à portée d'arriver sur les Vaisseaux qui les soutiennent, & les Bâtimens inutiles seront hors de portée de l'autre côté de l'ennemi; les Brûlots & les Frégates seront au vent de l'armée si elle a le vent sur l'ennemi; mais si au contraire l'ennemi l'avoit sur elle, ils devroient être à l'avant de leurs Commandans & assez près pour pouvoir les joindre aisément.

Tel est à peu-près l'ordre dans lequel une armée navale marche à l'ennemi, bien entendu cependant que les circonstances permettent

permettent de l'observer; mais elle marche souvent d'autre manière, toujours cependant de façon qu'elle puisse aisément ou se remettre à l'instant en ordre de bataille, ou même combattre dans l'ordre qu'elle tient, si elle s'y trouvoit forcée.

Lorsque l'armée fait simplement route, elle va *en ordre de convoi*, sur une seule ligne, ou si elle est nombreuse, sur plusieurs lignes droites, parallèles à celle du Commandant; les Vaisseaux dans cet ordre doivent peu s'écarter pour se conserver plus aisément.

Si on soupçonne qu'on puisse trouver l'ennemi, on arrange un peu différemment les Vaisseaux; les trois chefs de division prendront leurs postes, & l'armée dans un moment pourra, selon le besoin, passer de cet ordre à celui de combat, cet ordre se nomme *ordre de marche*.

Si l'armée, en présence de l'ennemi, juge à propos de faire retraite, les Vaisseaux se sépareront en deux colonnes, dont chacune tiendra le plus près du vent; l'une à *tribord*, c'est-à-dire à droite; & l'autre à *bas-bord*, c'est-à-dire à gauche: ces deux colonnes feront alors un angle de 135 degrés, dont la pointe sera occupée par le Vaisseau du Commandant ou par le plus fort de l'armée. Il est clair que l'ennemi ne peut attaquer l'armée, dans cet ordre, sans essuyer le plus grand feu & sans risquer d'être doublé par les Vaisseaux de la tête, qui le peuvent toujours aisément, & de se trouver par-là entre deux feux; il est d'ailleurs toujours possible de passer aisément de cet ordre à celui de combat.

L'ordre de combat est toujours en ligne, & en tenant le plus près du vent; d'où il suit nécessairement qu'il y a une des armées qui est au vent & l'autre sous le vent de celle-ci: chacune de ces positions a ses avantages & ses désavantages, celui qui est au vent, est le maître d'engager le combat & d'aborder, s'il le juge à propos, il peut serrer l'ennemi, envoyer aisément des Brûlots, enfin il est à l'abri du feu & de la fumée que le vent porte en ce cas sur l'ennemi; mais aussi s'il ne se trouve pas le plus fort, il ne peut se dégager ni se mettre en ordre de retraite, sans le plus grand risque d'être

maltraité; l'inclinaison de ses Vaisseaux rend ses batteries basses inutiles, & le service de son canon très-pénible & bien plus lent que dans toute autre position; les Vaisseaux dégradés ne peuvent faire vent arrière pour se retirer, sans s'exposer au feu de l'ennemi.

L'armée qui est sous le vent a sa batterie basse très-libre; ses Vaisseaux maltraités peuvent aisément sortir de leur ligne, elle peut à chaque instant, si elle se trouve trop foible, prendre l'ordre de retraite, elle peut aussi, quoique plus difficilement que celle du vent, la doubler & mettre l'avant-garde ou l'arrière-garde entre deux feux; mais aussi elle ne peut aborder que difficilement ni s'empêcher de l'être; les Brûlots lui sont presque inutiles & elle est très-incommodée de la fumée & des valets ou bourres de canon enflammés que le vent lui envoie: M. Bourdé discute soigneusement tous les avantages & les désavantages des deux positions, & en conclut qu'il est toujours plus avantageux de combattre au vent que sous le vent.

On juge bien qu'il doit y avoir des moyens d'exécuter toutes ces évolutions avec facilité & avec promptitude; & M. Bourdé les donne avec tout le détail nécessaire. Un de ces moyens les plus ingénieux, est ce qu'on nomme *le quarre naval*; cette figure une fois tracée sur le milieu du gaillard d'arrière, est un guide sûr pour l'Officier de quart, au moyen duquel il peut aisément reconnoître non-seulement si sa propre manœuvre est bien faite, mais encore si quelqu'un des autres Vaisseaux manque à la sienne.

Lorsqu'on marche sur un certain ordre & qu'on est forcé de changer de route, on conservera son ordre si chaque Vaisseau vient faire la même manœuvre que celui qui est à la tête de sa ligne, dans la place que celui-ci vient de quitter: c'est ce qu'on nomme *aller par la contre-marche*.

Nous ne pouvons suivre M. Bourdé dans tous les moyens qu'il donne pour former les différens ordres ou les changer selon le besoin; cet article demande à être lû dans son ouvrage, & nous allons passer à d'autres objets.

Tous les arrangemens qu'il est possible de faire en mer;

soient toujours subordonnés aux causes physiques qui peuvent à chaque instant les déranger, & une des principales causes de ces dérangemens est l'instabilité des vents : il est donc nécessaire qu'un bon Officier sache ce qu'il doit faire en pareil cas pour maintenir ou pour rétablir l'ordre qu'il juge nécessaire, & qui a été troublé par le changement, ou, comme on le dit en mer, *la saute* du vent; M. Bourdé en donne les moyens pour tous les différens cas possibles.

Quelquefois on est obligé de faire différentes manœuvres, en conservant toujours son ordre, soit pour traverser un détroit avec un vent peu favorable, soit pour s'éloigner d'une côte, soit pour disputer à l'ennemi le dessus du vent, soit pour éviter ou pour engager le combat lorsque l'ennemi le présente ou le refuse, soit enfin pour tâcher de le doubler pour le mettre entre deux feux : on sent assez combien ces évolutions doivent être précises pour que l'ennemi, qui doit de son côté observer tous les mouvemens, n'en puisse profiter; c'est ce que M. Bourdé donne dans tout le détail nécessaire pour tous ces différens cas.

Une autre opération, souvent très-nécessaire, est de mouiller en présence même de l'ennemi, ou, étant à l'ancre en ordre de bataille, d'appareiller : M. Bourdé enseigne la manière d'exécuter ces manœuvres dans tous ces cas.

L'armée peut être poursuivie par un ennemi plus fort & se réfugier dans un port, mais souvent elle n'y seroit pas en sûreté si l'arrangement des Vaisseaux n'y étoit pas tel que l'ennemi ne pût y entrer sans être exposé tant à leur feu de part & d'autre, qu'à celui des batteries qu'on construira à terre; & cet important objet est discuté avec toute l'attention possible.

Le but de toutes les manœuvres qu'on fait vis-à-vis de l'ennemi est ou de l'aborder si on se trouve le plus fort, ou d'éviter l'abordage si on se trouve le plus foible : M. Bourdé donne les moyens d'exécuter l'un & l'autre autant qu'il est possible; mais il insiste beaucoup & avec raison sur la nécessité de cette manœuvre, bien plus conforme que toute autre au génie de notre Nation & qui, malgré le spectacle terrible qu'elle

présente, ménage cependant les hommes & la mâture des Navires, & par conséquent doit être préférée à une canonnade souvent inutile & presque toujours plus meurtrière que l'abordage le plus sanglant.

Les Vaisseaux de guerre ne sont pas toujours destinés à combattre en armée, on les emploie souvent à *comoyer* ou escorter des flottes de Vaisseaux marchands; en ce cas, si la flotte est grande, les Vaisseaux doivent être accompagnés de plusieurs Frégates qui seront, pendant la marche, aux côtés, à l'avant & à l'arrière de la flotte, & dont il y aura toujours quelques-unes à la découverte, qui, en cas de besoin, avertiront le Commandant, par des signaux, de la présence & de la force de l'ennemi, & s'il se trouve trop fort, feront fausse route pour l'égarer & l'empêcher de joindre la flotte : le poste des Vaisseaux de guerre est au vent & un peu sur l'avant de la flotte; des petites Corvettes, mêlées entre les Vaisseaux marchands, y maintiendront l'ordre & avertiront le Commandant de tout ce qui se passera; la nuit, les Frégates seules auront des feux & se rapprocheront de la flotte pour la maintenir & en écarter tout Vaisseau étranger venant du large.

On emploie quelquefois les Vaisseaux de guerre à forcer l'entrée d'un port; c'est peut-être une des opérations de la Marine des plus délicates & des plus hardies. On doit soigneusement s'instruire de la situation du port & de ses défenses, car il y en a quelques-unes d'inattaquables; & nous ne pouvons mieux faire que de renvoyer, d'après M. Bourdé, le Lecteur à la belle expédition de *Rio-Janeiro*, exécutée par le célèbre Duguay-Trouin, & qu'il a si bien décrite dans ses Mémoires: on y verra toutes les ressources de l'art & de la valeur employées dans un des cas les plus difficiles; & M. Bourdé y ajoute, dans cet article, toutes les réflexions qui doivent avoir lieu dans les circonstances différentes.

Les descentes ou débarquemens en pays ennemi, sont encore un objet important dans la Marine militaire: on ne doit jamais tenter ces expéditions que dans des endroits où la mer brise peu ou point, sans quoi les Bateaux qui doivent débarquer

les troupes courroient trop de risque d'être renversés ; ces Bateaux doivent être soutenus par le feu des Vaisseaux qui écarteront l'ennemi immédiatement avant la descente. Il est nécessaire que celui qui les commande connoisse parfaitement la nature de la côte & qu'il sache quelles sont les forces & les retranchemens que l'ennemi peut lui opposer ; il rangera au moment de l'action les Vaisseaux & ses Frégates, de manière qu'elles prêtent le côté aux retranchemens & à la côte, il fera plusieurs fausses attaques pour couvrir la véritable ; alors les Bateaux rangés sur deux lignes, de manière que ceux de la seconde puissent passer par les intervalles de la première, & soutenus du feu des Vaisseaux & de celui des Chaloupes canonnières mêlées avec eux, s'ébranleront & iront s'échouer à la côte, débarqueront leur monde & ensuite se remettront à flot, l'avant & leur canon tourné vers la terre, pour favoriser la retraite en cas qu'on fût repoussé : le détail de toutes ces opérations, suivant les différentes circonstances, est exactement décrit par M. Bourdé.

Le dernier article de son ouvrage concerne les signaux ; ils doivent être simples, précis, sans équivoques & sur-tout impénétrables à l'ennemi ; ceux de M. de la Bourdonnaye, que M. Bourdé donne pour exemple, paroissent avoir toutes ces qualités.

Ils consistent en dix flammes différenciées par des couleurs primitives & bien tranchées ; chacune de ces flammes représente un des chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 & 0 ; on peut donc avec ces flammes, exprimer tel nombre qu'on voudra, & M. Bourdé en donne plusieurs exemples ; on remettra à chaque Capitaine, en partant, la valeur du chiffre que représente chaque flamme, & comme cette valeur est arbitraire, il sera très-difficile à l'ennemi de la connoître, mais eût-il été assez heureux pour s'en instruire, il n'en seroit pas plus avancé, ces flammes n'exprimeront jamais que des chiffres & des nombres, & à moins qu'il n'eût le mémoire des commandemens qui répondent à ces nombres, il ne peut pénétrer le sens des signaux, sur-tout si, comme il est d'usage,

118. HISTOIRE DE L'ACADÉMIE ROYALE
on les change à chaque campagne, & que les seuls Capitaines
en aient la clef.

Ces signaux seront excellens le jour & de beau temps ,
mais en temps de brume ou la nuit , ils deviendroient inutiles ;
en temps de brume on les fera par le bruit du canon , du
fusil, des cloches & des tambours, observant de distinguer les
généraux & les divisions par le nombre des coups, par la façon
de tirer & par les batteries du tambour.

La nuit n'admet non plus que des feux ou des coups de
canon auxquels on donne une valeur de convenance, comme,
par exemple , un pour chaque feu & sept pour chaque coup
de canon, en sorte qu'un feu & un coup de canon, vaudront
8, & six feux & quatre coups 34 ; si on craint d'être entendu
de l'ennemi, on emploiera au lieu de canon, de fausses
amorces, ou on leur substituera des coups de fusil ou de
pierrier.

Quelques Officiers ont voulu employer pour signaux des
fusées volantes, mais M. Bourdé proscriit cet usage parce
qu'elles sont sujettes à manquer, sur-tout quand le vent est fort
& la mer grosse, & qu'alors on est obligé d'en tirer d'autres,
ce qui ne peut qu'embrouiller les signaux.

Cet Ouvrage a paru très-digne de l'attention du Public ;
tant à cause des principes mathématiques de la manœuvre &
des évolutions navales qui y sont expliqués avec clarté & avec
méthode, qu'à cause des détails des règles de pratique & des
réflexions judicieuses dont il est rempli.





DIOPTRIQUE.

SUR LES LUNETTES ACHROMATIQUES.

Nous avons rendu compte l'année dernière * du commencement du travail de M. d'Alembert sur cette matière, & nous prions le Lecteur de vouloir bien se rappeler les principes que nous y avons établis, qui sont nécessaires pour entendre facilement le nouveau Mémoire dont nous avons maintenant à parler.

V. les Mém.

P. 53.

* Voy. l'Hist.
de 1764, page
175.

La destruction des couleurs par le moyen des objectifs, composés de plusieurs lentilles de différentes matières, exige une combinaison assez précise, & les moindres erreurs y sont très-préjudiciables; M. d'Alembert s'est donc proposé de découvrir celles qui peuvent être les plus nuisibles, soit dans la construction d'un objectif à trois lentilles, soit dans les rayons des surfaces qui les terminent, & de chercher les moyens les plus efficaces d'y remédier ou de les prévenir.

Le plus dangereux de ces inconvéniens est l'erreur qu'on peut commettre en mesurant la diffusion ou l'écartement des couleurs causé par la réfraction dans les différentes matières; on mesure cette division ou par l'espace qu'occupent les couleurs au foyer de deux différentes lentilles formées de ces matières, ou en faisant passer le rayon au travers de deux prismes adossés, dont le premier est formé d'une de ces matières, & le second de l'autre: la mesure est très-difficile dans la première méthode par la difficulté de bien discerner le terme des couleurs dans l'image; celle qui se fait par le moyen des prismes est peut-être plus exacte, mais elle exige qu'on connoisse exactement les angles de ces prismes qui sont petits, & par conséquent très-difficiles à obtenir avec un certain degré de précision: cependant une très-petite erreur dans cette opération en produit

une très - considérable dans l'effet qu'on attend des objectifs, non-seulement parce que le rapport des réfrangibilités en est sensiblement altéré, mais encore parce que l'erreur commise dans le rapport de la diffusion des couleurs est encore augmentée dans l'aberration de l'objectif dans la raison de 1 à 3, sans qu'on puisse la détruire par l'arrangement des verres qui le composent.

Cette erreur est de si grande conséquence, que si on se trompe d'un seul dixième dans le rapport de la diffusion des couleurs, l'aberration des couleurs qu'on aura cru détruire existera encore pour plus d'un cinquième, & si le rapport de la diffusion des couleurs dans le cristal d'Angleterre & dans le verre commun, au lieu d'être de 3 à 2 comme on le suppose ordinairement, se trouvoit de 32 à 20, ou, ce qui est la même chose, de 8 à 5, comme d'autres l'ont donné, l'aberration des couleurs de l'objectif seroit le quart de celle d'un objectif ordinaire de même foyer: une lunette achromatique de 3 pieds ainsi construite, ne produiroit donc que l'effet d'une de 12, tandis qu'un télescope Grégorien, de même longueur, fait l'effet d'une de 50; & c'est-là, selon M. d'Alembert, ce qui a empêché de tirer jusqu'à présent des lunettes achromatiques tout le parti qu'on en pouvoit tirer.

Un inconvénient aussi considérable que celui duquel nous venons de parler, méritoit bien qu'on en cherchât le remède; c'est aussi ce qu'a fait M. d'Alembert, & ses recherches lui en ont procuré un si simple qu'on ne peut rien desirer de plus facile dans l'exécution.

Le rapport de diffusion qu'on a trouvé, peut être ou plus grand ou plus petit que le rapport véritable; dans le premier cas, l'erreur est en *plus*, & dans le second elle est en *moins*.

Dans le premier cas, il suffira de diminuer un peu la courbure de la première surface de l'objectif, c'est-à-dire de celle qui est tournée vers l'objet, en laissant les lentilles qui composent l'objectif appliquées les unes contre les autres à l'ordinaire.

Dans le second cas, il est encore bien plus facile de remédier au mal; en écartant un peu l'une de l'autre les lentilles qui composent

composent l'objectif, on détruira presque toute l'aberration de réfrangibilité qui étoit demeurée à l'objectif composé.

Rien n'est plus simple que ces deux moyens, mais comme le second est incomparablement plus facile à exécuter que le premier, il sera bon de prendre toujours le rapport de la diffusion des couleurs plutôt un peu moindre qu'un peu plus grand que le vrai.

Non-seulement il est possible de corriger en grande partie l'erreur qui naît de la fausse détermination du rapport de diffusion, par les moyens que nous venons d'indiquer, mais on peut encore la faire disparaître au moyen de l'oculaire convexe, qu'on adapte ordinairement à ces lunettes ; car l'aberration de couleurs de cet oculaire étant heureusement alors en sens contraire de celle de l'objectif, il est possible d'avoir un oculaire qui la détruise presque entièrement, & M. d'Alembert donne tout le calcul nécessaire pour en déterminer les dimensions.

Le travail que cette recherche l'a obligé de faire sur les oculaires, l'a mis dans le cas de faire sur ce sujet deux remarques essentielles.

La première est qu'au lieu d'employer pour ces oculaires du verre commun, il faudroit y employer une matière où la diffusion des rayons fût plus grande, telle, par exemple, que celle qu'a trouvée M. Zeiher, qui, ayant à peu-près la même réfraction moyenne que celle du cristal d'Angleterre, écarte les couleurs deux fois autant que ce dernier, & trois fois plus que le verre commun ; ces oculaires, quoiqu'avec un foyer plus court, représenteroient les objets aussi nettement, & comme en détruisant ce qui reste de couleurs ils permettroient de donner aux objectifs de plus grandes ouvertures, les images en seroient plus nettes & plus vives.

La seconde a pour objet le rapport des courbures qu'on doit donner aux deux faces de l'oculaire, pour éviter autant qu'il est possible l'aberration de sphéricité ; le calcul a fait voir à M. d'Alembert que celles qui ont été données jusqu'ici par les Opticiens, étoient insuffisantes en ce qu'elles n'évitoient

l'aberration que pour les objets placés dans l'axe, & qu'elles la donnoient considérable pour ceux qui s'en écartoient, au lieu qu'il faut au contraire que cette aberration soit nulle pour les objets placés dans l'axe & la plus petite possible pour ceux qui s'en écartent.

Le calcul de M. d'Alembert lui a fait voir que des oculaires ordinaires seroient de cette part les plus parfaits qu'il est possible d'en construire, si le rayon de la surface tournée vers l'objet étoit égal à neuf fois la longueur du foyer de l'oculaire, & celui de la surface tournée vers l'œil, les trois cinquièmes de cette même distance.

Cette même observation a lieu pour les objectifs simples; le rapport des rayons de leurs deux surfaces n'est pas d'un à six, comme on l'a cru jusqu'ici; la surface tournée vers l'objet doit, selon M. d'Alembert, avoir pour rayons les cinq neuvièmes de la longueur du foyer qu'aura le verre, & celle qui est tournée vers l'œil doit avoir pour rayon cinq fois cette même distance; & M. d'Alembert croit qu'avec des objectifs de cette sorte, auxquels on adapteroit des oculaires concaves faits de la matière trouvée par M. Zeiher, on pourroit parvenir à faire des lunettes de *poche* ou d'*Opéra*, qui grossiroient environ trois fois l'objet, n'auroient que très-peu ou point de couleurs, porteroient une très-grande ouverture & donneroient par conséquent à l'objet beaucoup de netteté : revenons aux lunettes achromatiques.

Nous n'avons parlé jusqu'ici que d'un seul oculaire appliqué à ces lunettes; la théorie de M. d'Alembert l'a conduit à y adapter des oculaires composés de deux lentilles, & lui a donné en même temps la proportion des rayons de leurs surfaces, telle que ce double oculaire n'ait aucune aberration de sphéricité & qu'il détruise encore presque entièrement ce qui resteroit de l'aberration de réfrangibilité : une lunette construite avec un objectif à trois lentilles & un oculaire de cette espèce seroit, selon M. d'Alembert, très-supérieure aux télescopes de réflexion de même longueur.

Les erreurs dont nous venons de parler ne sont pas les

seules qu'on puisse commettre tant en mesurant le rapport de réfraction des matières réfringentes, qu'en construisant les lentilles conformément à la théorie; mais ces erreurs seront souvent insensibles & toujours assez petites pour qu'on puisse aisément y remédier: le moyen le plus sûr, selon M. d'Alembert, est de multiplier le nombre des lentilles qui composent les objectifs achromatiques & de ne pas donner précisément le même rayon à celles des surfaces de ces lentilles qui se doivent toucher; on se ménage par-là, dans la solution du Problème, un plus grand nombre d'indéterminées qu'on peut faire varier, & on se trouvera plus à portée de donner à ces différentes surfaces la courbure la plus propre à anéantir l'effet des différentes erreurs. Pour peu qu'on veuille y faire réflexion, il sera aisé de voir combien, par cette méthode, on peut se ménager de combinaisons différentes & avantageuses; deux lentilles ne se peuvent arranger que de deux façons, trois ont six combinaisons, quatre en ont douze, cinq en ont vingt, &c. Il est vrai qu'il faudra du calcul pour déterminer toutes ces combinaisons, mais on en sera bien dédommagé par le degré de perfection qui en résultera; on ne doit pas même craindre la perte de rayons que cette multiplication de verres sembleroit devoir occasionner: l'expérience fait voir combien peu elle diminue la vivacité des images.

Un pas que M. d'Alembert regarde encore comme très-essentiel à la perfection des lunettes, est le rapport des ouvertures avec les oculaires: il a déjà démontré, dans ses Opuscules, combien la théorie donnée jusqu'ici par les Opticiens pour déterminer ce rapport étoit fautive & imparfaite, & il lui a substitué des formules plus exactes; en employant donc tous ces moyens, il est presque hors de doute qu'on pourra porter les lunettes achromatiques à un point auquel on n'auroit peut-être jamais osé se flatter de parvenir.

Il n'est pas inutile d'ajouter ici que cette conclusion paroît directement opposée à celle d'un grand Géomètre, qui paroît douter qu'il soit possible de porter ces lunettes à un grand degré de perfection; la raison qu'il en apporte est que le

crowm-glass étant verdâtre & ne laissant par conséquent passer seulement que les rayons de cette couleur, il n'est pas étonnant qu'il écarte moins les rayons colorés que le cristal d'Angleterre, sans que pour cela sa réfrangibilité soit moindre, & que par conséquent le rapport de diffusion qu'on trouve entre le *crowm-glass* & le cristal d'Angleterre ou *flint-glass* n'est pas exact: mais il est facile de répondre à cette objection de deux manières; premièrement, par l'expérience qui a fait voir que les objectifs achromatiques, construits d'après la théorie fondée sur ce rapport, se sont trouvés très-bons & peuvent, comme nous venons de le faire voir, devenir encore meilleurs; en second lieu, on peut substituer au *crowm-glass* notre verre blanc, qui, avec la même réfrangibilité que ce dernier, n'a presque aucune couleur. Rien n'empêche donc d'espérer de porter les lunettes achromatiques à leur perfection; mais il est aisé de voir combien il reste encore de travail à faire sur cette matière, & qu'il s'en faut bien que celui que M. d'Alembert a déjà publié & dont nous avons rendu compte ne soit à sa fin: on peut également compter sur son zèle & sur sa capacité pour l'y conduire.

SUR LA THÉORIE GÉNÉRALE DE LA DIOPTRIQUE.

V. les Mém.
p. 555.

IL est souvent utile & toujours agréable que les principes généraux des Sciences se trouvent rassemblés, & comme rapprochés les uns des autres; ils en deviennent presque toujours plus lumineux & ceux même qui les ont vus détaillés séparément plus au long, les retrouvent rassemblés avec plus de plaisir.

C'est ce qui a engagé M. Euler à rassembler dans un seul Mémoire, & sous un petit nombre de formules, presque tous les principes de la Dioptrique; & l'espèce de révolution que cette science vient d'éprouver par l'invention des lunettes

achromatiques, rend ce travail encore plus utile : nous allons essayer de présenter l'esprit de sa méthode.

Il suppose un nombre quelconque de surfaces convexes, sphériques & réfringentes, placées les unes les autres à certaines distances, sur un axe commun qui joigne tous leurs centres de convexité, & toutes ces convexités tournées du même sens vers un certain objet.

Il est certain que les rayons partant de cet objet, se rompront en passant au travers de ces surfaces réfringentes & formeront au foyer de chacune, une image de cet objet, qui sera alternativement directe ou renversée selon que le nombre des surfaces sera pair ou impair, & qu'enfin l'image qui se formera au foyer de la dernière surface réfringente, sera vue par l'œil placé derrière à une certaine distance, d'autant plus grande que les surfaces réfringentes auront causé plus d'écartemens aux rayons.

Les rayons de ces surfaces étant connus, M. Euler commence par en faire les données ou constantes de son problème; il y fait entrer de même la loi de réfringence de chacune de ces surfaces, mais ce qui est extrêmement adroit, il rend cette quantité variable suivant la nature des rayons différemment réfringibles; ce point est comme la clef de tout ce qu'il dit dans ce Mémoire.

Supposant donc d'abord des rayons moyens entre les plus & les moins réfringibles; il recherche avec soin la route de ces rayons, leurs intersections avec l'axe, la grandeur des images qu'elles produisent au foyer de chaque surface réfringentes, le petit écartement que prennent entre eux les rayons du centre & ceux des extrémités de l'objet, à raison de la figure sphérique des surfaces qui ne réunit pas tous les rayons en même point, & enfin l'agrandissement de l'image au foyer de la dernière lentille.

L'équation qui exprime les conditions de ce problème est donc composée de termes connus, au moyen desquels on exprime par les mêmes symboles ou par d'autres qui les représentent, la petite aberration des rayons, qui naît de la figure

sphérique, & elle peut également s'appliquer aux lunettes en rendant la distance de l'objet à la première surface comme infinie, & aux microscopes en la supposant à une assez petite distance de la première surface réfringente.

Il est évident qu'en faisant évanouir, ou au moins réduisant à leur moindre valeur possible, les termes de l'équation qui expriment l'aberration de sphéricité, on parviendra à obtenir les proportions & les arrangemens des surfaces, qui seront les plus convenables à l'effet qu'on se propose, puisque ce n'est que par le moyen de ces proportions qu'on pourra parvenir à détruire l'aberration de sphéricité, bien entendu qu'on ait eu égard dans ce calcul à la différente réfringence de chaque surface; la formule à laquelle arrive M. Euler présente toutes les quantités nécessaires, exprimées par les symboles même algébriques, qui ont formé l'équation, & qu'il n'y a plus qu'à réaliser, pour ainsi dire, selon le besoin.

La même équation donne encore, sous les mêmes expressions, les ouvertures qu'on doit donner à chacune des surfaces réfringentes, le pouvoir amplifiant de l'instrument qui en sera composé, les angles de chaque rayon avec l'axe & le lieu où l'œil peut être placé le plus avantageusement pour apercevoir la dernière image après le grossissement qu'elle a reçu.

Jusqu'ici nous avons supposé que tous les rayons étoient également réfrangibles, & c'est la raison pour laquelle M. Euler a pris leur état de réfrangibilité moyenne; ils ne le sont cependant pas & il naîtroit de-là une autre aberration des rayons, différemment colorés, qui seroit beaucoup plus incommode que la première & dont il s'agit de se délivrer.

M. Euler y parvient en faisant varier, dans son calcul, les termes qui expriment la réfringence des surfaces, d'abord suivant la réfrangibilité des rayons qui l'ont la plus grande, & ensuite suivant celle des rayons qui l'ont la plus petite, il obtient par ce moyen de nouveaux foyers & de nouvelles images, mais ces images ne sont ni à la même distance, ni égales entre elles, & de plus elles sont de couleurs différentes,

ce qui causeroit une confusion insupportable qu'il est nécessaire de détruire.

M. Euler y parvient en faisant varier les rayons de la courbure de ses surfaces réfringentes & la grandeur des ouvertures qu'on peut leur donner, & il arrive par ce moyen à de nouvelles formules, mais il faut avouer que le calcul qu'elles présentent est effrayant, heureusement on peut employer un autre moyen très-ingénieux que donne M. Euler.

Toutes les images colorées, produites par la séparation des rayons différemment réfrangibles, sont placées à des distances différentes sur l'axe, & de plus elles sont inégales en grandeur; il se trouve, par un heureux hasard, que les plus proches de l'œil, sont les plus petites: si donc on imagine une ligne qui rase l'extrémité de toutes ces images, elle ira joindre l'axe dans un point, & l'œil placé dans ce point, verra l'image la plus proche de lui, couvrir toutes les autres, & comme le mélange de tous les rayons colorés, forme le blanc, il n'apercevra plus de couleur, quand même il ne seroit pas possible de réunir toutes les images colorées: on parviendroit donc toujours à éluder presque entièrement l'inconvénient qu'elles produisent en plaçant l'œil dans le point dont nous venons de parler, & M. Euler donne les moyens de le déterminer.

Nous avons dit qu'on éviteroit par ce moyen presque entièrement l'inconvénient des couleurs, car le calcul fait voir qu'il en restera encore un peu, mais on peut remédier en grande partie à cet inconvénient; en faisant, non pas évanouir, mais diminuer dans l'équation le terme auquel il répond, on parvient à obtenir une combinaison dans laquelle cette aberration de couleurs devient insensible.

Les formules données par M. Euler, dans ce Mémoire, sont, comme on voit, une clef générale de toute la Dioptrique dont elles contiennent la théorie générale; mais cette clef ne peut être maniée que par une main presque aussi savante que celle qui l'a formée. La Dioptrique entière est contenue, à la vérité dans cet Ouvrage, mais elle y est, s'il m'est permis de m'exprimer ainsi, comme une plante l'est dans son

germe, & pour en tirer parti il faut, pour ainsi dire, la développer; on voit assez par le peu que nous en venons de dire combien il falloit posséder cette Science pour la réduire à des principes si précis & si abrégés.



M É C A N I Q U E.

S U R L A M A N I È R E

*De mesurer le rapport des Mesures à grains & celles
des liquides avec le Boisseau ou la Pinte
de Paris.*

V. les Mém.
p. 452.

IL est inutile d'énoncer ici combien il seroit utile qu'il n'y eût dans tout le Royaume, & même s'il se pouvoit, par tout le monde, qu'un seul poids & une seule mesure; nous avons exposé en 1747 * les avantages qui en résulteroient, & répondu d'avance aux objections qu'on peut faire contre cette uniformité de mesures; le Conseil occupé de cet important objet, a cru devoir commencer par s'assurer du rapport de toutes les mesures, tant à grains qu'à liquides, avec le boisseau & la pinte de Paris; & en conséquence M. le Contrôleur général chargea feu M. Hellot & M. Tillet de travailler à cette évaluation.

* Voy. Mém. de
l'Acad. 1747.
p. 82.

Pour faciliter ce travail, ils imaginèrent quelques machines qui rendent cette opération également simple & facile, & desquelles M. Tillet a donné la description; essayons de présenter une idée tant de celles qui servent à comparer les mesures à grains que de celles qui servent à comparer les mesures à liquides.

Qu'on imagine un cylindre de fer-blanc de 10 pouces de diamètre & de 27 à 28 pouces de hauteur, ouvert par les deux bouts: qu'on se figure ensuite une espèce de guéridon
duquel

duquel le dessus soit circulaire, de même diamètre que le cylindre de fer-blanc & garni tout autour d'une bande de peau de daim : il est aisé de voir que si on fait entrer le dessus de ce guéridon dans le cylindre de fer-blanc, on aura un vaisseau à fond mobile & capable d'avoir successivement toutes sortes de capacités ; on voit de plus qu'en mesurant exactement la marche du cylindre sur le plateau, on pourra dresser une table des pouces & parties de pouces cubiques qui répondent à chaque abaissement du cylindre, depuis sa hauteur totale de 28 pouces jusqu'à l'enfoncement total qui amènera le bord du cylindre au niveau du plateau, & fera disparaître toute sa capacité.

Pour mesurer les enfoncemens du cylindre & pour le forcer à descendre toujours droit, il porte deux anneaux quarrés de chaque côté, qui passent dans deux barres de fer fixées sur le pied du guéridon, & dont l'une est chargée d'une graduation en pouces qui se peut subdiviser en lignes au moyen d'un curseur divisé en lignes, attaché à l'un des anneaux supérieurs du cylindre & qui s'élève avec lui, l'autre anneau porte une vis, au moyen de laquelle on peut arrêter le cylindre à quelle hauteur on veut.

Pour empêcher la perte du grain qui pourroit tomber du cylindre, il est environné d'une gouttière mise en pente, qui a vers le bas un bec ou goulot fermé d'une petite vanne, qu'on ouvre pour faire sortir le grain qui y est contenu.

Par les expériences de M. Tillet, la tranche de ce cylindre d'une ligne d'épaisseur, contient un peu plus de 6 pouces cubes ; celle d'un pouce d'épaisseur, un peu plus de 78 pouces cubes ; & celle d'un pied, un peu plus de 942 pouces cubes : il sera donc toujours aisé, en enfonçant le cylindre plus ou moins, pour le faire quadrer avec une mesure donnée, de savoir combien cette mesure contient de pouces cubes, & par conséquent sa proportion avec le boisseau de Paris, qui en contient $661 \frac{2}{3}$: on ne peut guère imaginer de moyen plus prompt ni plus facile pour parvenir à cette connoissance.

L'instrument qui sert à comparer les mesures des liquides

Hist. 1765.

. R

avec la pinte de Paris, est aussi simple & construit sur les mêmes principes; il se peut fabriquer de deux manières.

On forme un tuyau cylindrique d'étain, fermé par son extrémité inférieure, dont le diamètre intérieur est de 2 pouces 9 lignes & une portion de ligne presque imperceptible; ce tuyau est fixé sur un pied qui le maintient dans une situation verticale; son extrémité supérieure est couverte d'une platine de cuivre qui y est fixée avec des vis & qui porte une règle de cuivre qui y est fixée verticalement, cette règle est divisée en pouces, lignes & quarts de ligne, & à côté de cette règle est une petite planche qui peut porter successivement différentes bandes de carton partagées en trois colonnes, dont la première indique les différentes mesures, la seconde le poids des liquides, & la troisième la contenance de ces mesures en pouces cubiques.

La platine est percée près de la règle pour donner passage à un fil d'argent, fixé dans un morceau de liège placé dans le cylindre, & ce fil d'argent a la même longueur que le cylindre, c'est-à-dire 13 pouces ou environ; cette même platine est encore percée d'un trou gros comme le petit doigt, pour recevoir la queue d'un entonnoir, avec lequel on peut remplir le cylindre d'eau, & il y a au bas du cylindre un robinet destiné à laisser écouler l'eau quand on le juge à propos.

Pour faire usage de cet instrument on y verse d'abord assez d'eau pour que l'extrémité du fil d'argent qui s'élève avec le liège qui flotte, atteigne l'extrémité inférieure de la division de la règle de cuivre; cette eau n'entre point en compte, elle n'est faite que pour éviter les erreurs que pourroient causer les inégalités du fond & la plus ou moins grande imbibition du liège; alors on y introduit des quantités d'eau bien déterminées & pesées avec soin, tenant même compte des gouttes qui restent attachées au vase, & on examinera avec soin les divisions auxquelles chaque quantité d'eau fera monter la pointe du fil d'argent, & on verra que 3 onces 7 gros & 9 grains d'eau font monter le fil d'argent à 1 pouce $\frac{1}{16}$ de ligne, qui équivalent à 5 pouces 11 lignes $\frac{5}{12}$ cubes, & par conséquent

au huitième de pinte ou poisson; que 15 onces $\frac{4}{5}$ gros $\frac{1}{2}$ qui font élever le fil d'argent à 4 pouces $\frac{1}{4}$ de ligne, forment la chopine rasée & fournissent 23 pouces 11 lignes $\frac{137}{128}$ cubes; & qu'enfin 31 onces 1 gros d'eau, font élever le fil de 8 pouces $\frac{1}{2}$ ligne, équivalant à très-peu près à 48 pouces cubes & forment la pinte de Paris. Il est aisé de sentir combien cet instrument, que M. Tillet nomme *hydromètre*, doit apporter de précision dans la comparaison des différentes mesures; l'expérience a même fait voir à M. Tillet que lorsque le fil d'argent étoit une fois fixé à un point de la règle, on l'y retrouvoit encore huit ou dix heures après; preuve évidente qu'on n'a rien à craindre de ce côté.

Comme on a connu par l'ascension du fil d'argent la quantité d'eau qu'on introduisoit dans le cylindre, en ouvrant le robinet qui est au bas de la machine, on connoîtra par la descente du fil, la diminution de l'eau qu'on peut aussi peser à chaque opération; nouvelle vérification de l'exactitude de cet instrument.

La seconde méthode de le construire est encore plus simple, dans cette construction le cylindre est ouvert par les deux bouts comme le cylindre de fer-blanc de la mesure à grains, un piston y entre par son extrémité inférieure & la tige de ce piston, arrêtée verticalement sur un pied, porte des divisions en pouces, en lignes & en quarts de ligne.

Il est évident qu'en enfonçant plus ou moins le cylindre d'étain sur ce piston, on diminue la capacité de sa partie supérieure, & que cette diminution est marquée par les divisions de la tige du piston; on peut donc connoître exactement avec cet instrument, comme avec l'autre, la quantité de pouces cubiques que contient un certain nombre de divisions, le poids de l'eau nécessaire à remplir cette quantité, & enfin le rapport de cette quantité de fluide avec la pinte de Paris.

Il est presque inutile ici d'ajouter que le cylindre étant abaissé jusqu'au bas de la division, il reste encore environ deux lignes entre son bord & le piston, ces deux lignes ne se comptent pas, & elles ne servent, comme dans l'autre manière, qu'à

éviter les erreurs qui viendroient de l'inégalité du piston & de l'eau qui pourroit s'insinuer entre lui & le cylindre.

C'est au moyen de ces instrumens aussi simples qu'ingénieux que M. Tillet parvient à pouvoir faire une comparaison exacte des différentes mesures avec le boisseau & la pinte de Paris, l'utilité d'une pareille recherche est la juste mesure des éloges qui lui sont dûs.

LES Arts qui ont été publiés pendant le cours de l'année 1765, sont au nombre de trois.

Le premier est l'*Art du Drapier*, par M. du Hamel. On y verra avec plaisir tout l'appareil de cet Art destiné à nous procurer l'étoffe singulière qu'on nomme *Drap*, & qui est composée de deux étoffes de nature très-différente; savoir, d'une toile de laine & d'une espèce de feutre qui la recouvre, produit par le foulage & l'apprêt des poils de laine qui sortent de cette toile. M. du Hamel prend cet Art depuis le choix de la laine: il indique toutes les préparations qu'on doit lui donner, tant pour la carder que pour la filer; les différentes espèces de laine & l'usage qu'on en doit faire; ce qu'on doit attendre de leur mélange, la manière de les ourdir sur le métier & de les y travailler, de fouler le drap, de le tondre & d'y donner le lustre; en un mot, tout ce que les Manufactures les plus renommées pratiquent pour porter cet Art à la plus grande perfection.

Le second est l'*Art du Chapelier*, par M. l'abbé Nollet. Cet Art singulier enseigne à former des habillemens de tête impénétrables à l'air & à l'eau avec des poils non filés & non tissus, auxquels on donne à dessein & par des procédés très-ingénieux un arrangement fortuit capable de les faire prendre les uns avec les autres, & de recevoir ensuite, par le moyen du foulage qu'on leur fait subir, une adhérence qui en fait une étoffe assez forte pour résister à toutes les injures de l'air: on y verra le choix des différentes matières qui peuvent entrer dans la fabrication des chapeaux; les prépa-

rations qui leur sont nécessaires; & enfin la manière de joindre les pièces qui en sont formées & de leur donner la forme convenable pour les rendre propres aux usages auxquels on les emploie.

Le troisième & dernier Art qui ait paru en 1765 est celui du *Mégissier*, par M. de la Lande. Cet Art a pour objet la préparation des peaux blanches, tant de moutons que d'agneaux & de chevreaux, qui servent à faire des tabliers d'Ouvriers, des gants & des doublures de gants, des garnitures de soupapes & de sommiers dans les orgues, & à une infinité d'autres usages auxquels on les emploie : on y verra la manière d'enlever à la peau l'humidité animale qu'elle contient & qui en auroit bientôt occasionné la pourriture; celle d'y substituer des matières capables de lui donner le degré de souplesse nécessaire; le choix des eaux propres à accélérer ce travail; & enfin tout le détail des opérations nécessaires pour procurer les peaux blanches, si utiles à une infinité d'Arts & de travaux différens.

MACHINES ou INVENTIONS

APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE

EN M. D C C L X V.

I.

DES canons de fusil, proposés par le sieur Descourtieux. Ces canons se forgent en roulant en hélice une lame de fer autour d'un tuyau de même matière, soudant ensuite les tours de l'hélice entr'eux & au tuyau, & enlevant ensuite, en forant le canon, tout le fer du tuyau qui lui a servi de mandrin : cette méthode de construire les canons a paru de beaucoup préférable à la méthode ordinaire; elle avoit même depuis long-temps été pratiquée en partie par quelques Canoniers jaloux de leurs ouvrages; mais quelque-avantage qu'on y ait reconnu, l'Académie croit devoir avertir ceux qui voudroient

se servir de canons de cette espèce de ne les employer qu'après les avoir soumis aux épreuves ordinaires. Quelque bonne que puisse être la méthode, la moindre négligence de la part de l'Ouvrier, le moindre défaut dans la matière peuvent rendre un canon défectueux & même dangereux; on ne peut s'assurer de sa bonté que par les épreuves.

I I.

Des Ressorts de suspension pour les Voitures, présentés par le sieur Reynal, Machiniste. Ces ressorts sont du genre de ceux qu'on nomme *ressorts à boudins*, & ceux du sieur Reynal sont enfermés dans une boîte cylindrique, ce qui leur donne la forme de ces pesons cylindriques à ressort si fort en usage; la boîte est arrêtée au train de la voiture, & la caisse est attachée à une tringle de fer, qui, en tirant, presse les spires du ressort; au lieu d'un seul ressort, le sieur Reynal en met deux, au moyen de quoi les ressorts sont plus courts & plus aisés à fabriquer; mais il faut aussi que la partie de la tringle qui pèse sur les ressorts soit double. Quoique cette invention ne soit pas absolument nouvelle, puisque le fond en a été proposé à l'Académie en 1703 * par le sieur Thomas, cependant comme le sieur Reynal a corrigé, dans sa construction, plusieurs inconvéniens qui se trouvoient dans celle du sieur Thomas, & que ses ressorts ont très-bien réussi dans les expériences qui en ont été faites, on a cru qu'ils pouvoient à cet égard mériter qu'on en fît de nouvelles épreuves qui pussent en constater la durée, & cela d'autant plus qu'ils coûteroient beaucoup moins que les ressorts ordinaires.

I I I.

Une manière d'imprimer la Musique, proposée par le sieur Gando fils, par laquelle il ne se doit trouver aucun blanc ni dans les lignes ni entre les notes & les lignes. Pour y parvenir, le sieur Gando imprime la Musique en deux fois & sur deux différentes planches ou formes; la première contient la note, les pauses, les lettres & les chiffres; & la seconde contient les réglés qui doivent former les lignes: ces réglés ne sont pas composés de pièces détachées dont les angles, en s'abattant,

* Voy. l'Hist.
de 1703, page
136.

formeroient nécessairement des interruptions ou blancs dans les lignes; ils sont formés d'une lame de cuivre continue, & par conséquent il est impossible qu'il se forme aucun blanc; mais aussi cette méthode exige la plus scrupuleuse attention de la part de l'Imprimeur; la plus petite négligence dans cette partie, le plus petit dérangement dans le tympan de la presse, feroit que les notes ne répondroient plus à leur place: aussi le sieur Gando a-t-il proposé plusieurs moyens pour assurer cette opération, & il a paru, par les épreuves qui en ont été faites, qu'avec de l'attention on pouvoit, par les moyens qu'il propose, éviter cet inconvénient. Quoique l'Art d'imprimer la Musique semblable à celle qui est gravée ne soit pas nouveau; que le sieur Breitkopf, de Léipsick, en ait publié de cette espèce en 1755; qu'un an après le sieur Fournier le jeune, en ait fait voir quelques essais qu'il a depuis perfectionnés & desquels l'Académie a rendu compte au Public *; cependant comme la Musique du sieur Gando a l'avantage de n'avoir point de blancs, on a cru qu'en prenant les précautions nécessaires, elle pouvoit réussir, & que cette méthode qui fourniroit aux Amateurs, de la Musique aussi belle que la gravée, à un prix beaucoup moindre, méritoit d'être tentée, & que les plus habiles Artistes employassent toutes les ressources de leur génie pour la porter à sa perfection.

* V. l'Hist. de
1762, p. 192.

I V.

Un Peson à ressort, présenté par le sieur Hanin, Serrurier. Le corps de ce peson est un cercle de fer plat, au côté duquel est fixé par son milieu un demi-cercle d'acier trempé, allant en diminuant vers ses extrémités; à l'une de ces extrémités, sont attachés un étier & un anneau pour suspendre le peson, & à l'autre le crochet qui doit porter la marchandise à peser: ces mêmes extrémités portent encore l'une une branche de fer qui vient au centre du cercle & qui porte un pignon, & l'autre une semblable branche qui porte un rateau pour engréner dans ce pignon. Il est aisé de voir que, par ce moyen, lorsqu'on chargera le crochet, les deux extrémités du demi-cercle d'acier tendront à s'écarter d'autant plus que le crochet sera

plus chargé; ce qui ne peut se faire sans que le rateau ne fasse tourner le pignon, qui, par ce mouvement, marquera, au moyen d'une aiguille attachée à son axe, le poids de la marchandise sur les divisions tracées sur le cercle immobile. Cette construction de peson a paru commode & ingénieuse, & on a cru qu'elle pouvoit être utile, pourvu qu'elle fût bien exécutée; le seul inconvénient qu'on y pourroit craindre, seroit que le ressort ne se relâchât à la longue, ou que le froid & le chaud excessifs ne pussent augmenter ou diminuer son action; mais on en seroit bientôt averti, soit en voyant si le peson marque fidèlement la pesanteur d'un poids connu, soit parce que le peson étant déchargé, l'aiguille ne marqueroit plus 0, comme elle le doit faire.

V.

Une nouvelle manière de faire le Carmin, proposée par M. Viquesnel. Ce carmin étant mêlé avec le sel d'oseille & avec l'alkali fixe, sa couleur n'a pas été plus altérée par ces mélanges que ne l'a été celle du meilleur carmin de la fabrique ordinaire, qui servoit de pièce de comparaison; il n'a paru inférieur ni en beauté ni en bonté à aucun autre; il semble même avoir plus d'éclat que les plus beaux que l'on connoisse: & pour dernier avantage, son prix n'excédera pas celui de ces derniers.

V I.

Une Machine à arracher des Arbres, présentée par M. Jurine. Cette machine est une espèce de cric, composé de deux longues pièces de bois qui coulent l'une sur l'autre sans se pouvoir séparer, & qui sont menées par une crémaillère à dents de rochet, à laquelle un long levier imprime le mouvement; la pièce qui est en haut porte à son extrémité supérieure une griffe de fer qui entre dans l'arbre lorsque la machine s'appuie contre, & la pièce qui est en bas est armée à son extrémité inférieure de deux pointes de fer qui l'empêchent de glisser sur la terre. Quoique cette machine ne soit pas absolument nouvelle, cependant sa construction a paru ingénieuse & propre à produire les effets auxquels l'Auteur la destine, pourvu cependant qu'on ne veuille pas les porter trop loin; car il y a certainement des cas

cas où la machine exigeroit pour produire son effet d'être si forte & si considérable, que l'embarras du transport & les équipages nécessaires pour la mettre en jeu excédroient l'avantage qu'on en pourroit tirer.

VII.

Plusieurs Machines du genre de celle qui est connue sous le nom de Digesteur ou de Machine de Papin, présentées par le sieur Tilhaye, pour appliquer aux usages domestiques le principe de cette machine qui augmente prodigieusement la chaleur & l'action de l'eau bouillante, en retenant les vapeurs qui s'en élèvent.

La première est la Machine même de Papin, extrêmement simplifiée; il a paru par l'expérience qui en a été faite, que cette machine chauffée au point que les gouttes d'eau qu'on laissoit tomber sur le couvercle, s'évaporeroient à l'instant, avoit tiré d'un os de bœuf, qui y avoit été renfermé avec cinq pintes d'eau, quatre pintes & plus d'un bouillon gras, de saveur à la vérité désagréable, inconvénient qu'on pourroit peut-être éviter; que l'os s'étoit trouvé inégalement amolli, friable en quelques endroits, en un mot qu'elle avoit exactement produit le même effet que le Digesteur de Papin.

La seconde est une Casserole de cuivre doublée d'étain, où l'on peut cuire des viandes en peu de temps & avec peu de feu, en ménageant l'avantage de conserver les parties qui s'en évaporent lorsqu'on les cuit à feu ouvert; cette casserole est environnée d'un autre vaisseau qu'on remplit d'eau, qui devient un bain-marie ordinaire si on laisse une libre issue aux vapeurs de cette eau, & un véritable digesteur si on ferme cette issue; le couvercle de la casserole s'applique de même exactement & est contenu par une vis: il est aisé de voir qu'en empêchant l'eau du bain-marie de s'évaporer, on obtient une chaleur suffisante pour faire cuire toutes sortes de viandes, & qu'en retenant de même les vapeurs qui s'exhalent de la viande, on les oblige à la pénétrer & à en faciliter la cuisson.

La troisième Machine est une cafetière ou cucurbite d'étain,

Hist. 1765.

. S

revêtu de même d'un bain-marie qui le peut fermer, & garni d'un couvercle qui ferme exactement ; on voit aisément que par le moyen de cet instrument on peut faire bouillir différentes matières sans crainte de les brûler, & leur donner, en fermant le bain-marie, tel degré de chaleur que l'on veut ; on peut même substituer au couvercle un chapiteau, & pour lors on aura un véritable alembic. Ces machines ont paru une application ingénieuse du principe du digesteur, mais il faut être très-attentif à ne les pas surchauffer ; on sait que la force expansive de l'eau, réduite en vapeurs, est prodigieuse ; & la moindre négligence sur ce point, pourroit causer des explosions & des accidens terribles : on ne doit donc les confier qu'à des gens assez attentifs & assez intelligens pour prévenir ce malheur. L'Académie s'est cru obligée de faire cette observation au Public.

V I I I.

Un nouveau *Clavecin organisé*, présenté par M. Berger, Organiste de Grenoble : ce clavecin ne diffère presque pas, à l'extérieur, d'un clavecin ordinaire, mais la personne qui joue, peut à son gré augmenter ou diminuer le son de l'instrument, en poussant avec le genou droit la queue d'un levier placée verticalement sous la table du clavier, ou en le laissant retomber. Un autre levier, placé horizontalement & exposé à l'action du même genou, fait agir une sourdine, & ces deux leviers peuvent agir indépendamment l'un de l'autre, en sorte qu'on peut entier & diminuer le son du clavecin avec la sourdine ou sans la sourdine ; un petit jeu d'orgue à anche est placé sous le fond du clavecin, l'un des claviers communique à l'orgue & l'autre au clavecin, & on les peut jouer ensemble ou séparément ; le son de l'orgue, comme celui du clavecin, peut être augmenté ou diminué par l'action du genou gauche sur un autre levier, placé à côté du premier ; l'effet de cet instrument a paru agréable & bien remplir le but que l'Auteur s'est proposé. Quoique la propriété d'entier & de diminuer les sons du clavecin, ne soit pas absolument nouvelle, & que l'Académie ait même rendu compte en 1759 * de quelques

* V. l'Hist. de
l'Acad. 1759,
p. 241.

*

tentatives faites à ce sujet: cependant, comme la manière d'opérer ce changement dans le clavecin du sieur Berger est très-différente de celles qui ont été précédemment employées, & que celle dont il se sert pour enfler & diminuer le son de l'orgue est neuve & ingénieuse; on a cru que le clavecin de M. Berger, quoique susceptible d'être encore perfectionné, méritoit l'attention des connoisseurs & celle du Public.

I X.

Un *Habit à nager*, proposé sous le nom de *scaphandre (a)* ou *homme-bateau*, par M. l'abbé de la Chapelle: cet habit est une espèce de camifole sans manche ou de soubreveſte, qui descend jusqu'à la hauteur des hanches & se boutonne par-devant, elle est composée de deux fortes toiles ou coutils, entre lesquels sont fixés des quarrés de liége, & le tout est retenu par en bas avec une bande de toile double qui tient au bas du dos de la camifole, & après avoir passé entre les jambes du nageur, vient s'attacher au-devant; à l'aide de cette camifole & de l'art avec lequel M. l'abbé de la Chapelle y a distribué ses morceaux de liége, on peut flotter dans l'eau debout & avoir la tête & les bras hors de l'eau; dans l'expérience qui en fut faite par M. l'abbé de la Chapelle, il cauſoit avec ceux qui étoient dans le bateau, il pouvoit porter à ſa bouche des alimens & de la boiſſon, tirer un pistolet & geſticuler avec une épée, un bâton, &c. prendre toutes les ſituations poſſibles & ſe conduire à l'aide de ſes mains & de ſes jambes. L'idée de ces ſortes d'habits n'eſt nullement nouvelle, l'Académie a publié avec éloge en 1757 *, celui qui lui fut alors préſenté par M. de Gélacy, Colonel d'Infanterie étrangère; elle n'ignoroit pas non plus les tentatives qui avoient été faites par M. de Puy-fégur pour nager, à l'aide d'une ceinture de liége attachée à une espèce de Pantalon de toile, qui avoit la ſemelle chargée de plomb: ce moyen même conviendrait très-bien pour des Soldats qui devroient nager les armes à la main, mais pour le cas de naufrage que M. l'abbé de la Chapelle a eu principalement en vue, il a paru que ſon ſcaphandre étoit

* Voy. l'*Hif.*
de 1757. page
179.

(a) Σκάφη navicula ἀνὸρ vir:

préférable à toutes les inventions de cette espèce connues jusqu'ici, tant parce qu'il est d'un usage plus sûr, que parce que dans un cas subit & inopiné, il est d'un usage plus prompt, & qu'enfin il ne cause aucun embarras.

X.

Une *Plate-forme à diviser les instrumens de Mathématique*, proposée par M. le Duc de Chaulnes; nous ne répèterons point ici ce que nous avons dit ci-dessus*, de la manière de diviser & de la précision à laquelle elle peut atteindre, nous dirons seulement que cette plate-forme une fois faite & divisée avec les attentions qu'exige la méthode de M. le Duc de Chaulnes, & étant placée dans un lieu convenable, tous les Instrumens astronomiques pourront y être divisés avec la plus grande précision & avec une telle facilité, que la main la moins exercée sera capable d'y réussir; il arrivera de-là que l'instrument divisé en moins de temps, coûtera moins cher, qu'on sera plus sûr de sa division que de celle de ceux même qui auront été faits par les meilleurs ouvriers, dont mille causes peuvent altérer l'attention, & rendre l'adresse inutile; & qu'enfin on ne sera plus dans le cas de dépendre de la vie & de la santé d'un seul homme, qui peut être enlevé par un grand nombre d'accidens. On a jugé que cette plate forme seroit de la plus grande utilité, & que M. Duc de Chaulnes, qui la propose, & qui fera par-là jouir la Nation de toute la perfection de sa méthode, avoit droit à la reconnaissance de l'Académie & à celle de tous ceux qui cultivent ou qui aiment l'Astronomie & les Mathématiques.

DANS le nombre des Pièces qui ont été présentées cette année à l'Académie, elle a jugé les quatorze suivantes dignes d'avoir place dans le Recueil de ses Ouvrages qu'elle fait imprimer.

Sur les Eaux minérales ferrugineuses : Par M. Monnet.

Sur l'analyse du Gyps : Par M. Lavoisier.

Sur la nécessité de multiplier les Observations & les Expériences sur quelques propriétés de la mer : Par M. le Prince de Lowenstein.

Sur l'analyse des Eaux de la mer : Par M. Monnet.

Observations astronomiques faites à Toulouse : Par M. d'Arquier.

Essais sur le Pilotage : Par M. Goimpy.

Sur les éboulemens des montagnes & autres terrains élevés, & sur la manière de s'en garantir : Par M. Perronet.

Observations météorologiques faites à *Santa-fé de Bogota* : Par M. Mutis.

Observations sur une Colique de *Miserere*, singulière : Par M. Boucher de l'Isle.

Sur le Bazalt : Par M. Desmarest.

Sur les éclipses de Soleil des 16 Août 1765 & 5 Août 1766 : Par M. du Vaucel.

Observations de l'éclipse de Soleil du 1.^{er} Avril 1765, faites à Stockholm, Upsal & Pello : Communiquées par M. Wargentin.

Sur la nature & la cause des différentes graisses du Verre : Par M. d'Antick.

Description & usage d'un petit Chariot, au moyen duquel on peut, non-seulement lancer en l'air un cerf-volant électrique, mais encore en diviser la ficelle sans la toucher, lors même que l'orage est le plus animé : Par M. de Romas.

L'ACADÉMIE avoit proposé pour le sujet du Prix de 1763, la Description des différentes méthodes qu'on emploie, tant pour l'arrimage des Vaisseaux marchands que pour celui des Vaisseaux de guerre, la discussion de ces méthodes & l'examen de ce qu'on peut faire pour les perfectionner.

N'ayant pas été satisfaite des pièces qui lui furent alors envoyées, elle proposa le même sujet avec un Prix double, c'est-à-dire de 4000 livres, & elle demanda qu'on examinât *quelles sont les méthodes usitées dans les ports pour lester ou arrimer les Vaisseaux de toutes les grandeurs & de différentes espèces, le poids & la distribution des matières qu'on y emploie, l'effet qu'elles produisent sur le sillage, sur les lignes d'eau, sur les propriétés de bien porter la voile, de bien gouverner, d'être doux à la mer, & sur les autres qualités d'un Vaisseau, les inconvéniens dont ces méthodes sont susceptibles & les remèdes qu'on pourroit y apporter.*

Elle a partagé ce Prix par portions égales de 1000 livres chacune entre quatre pièces qui lui ont paru également bonnes.

La première est la pièce n.º 4, qui a pour devise :

Pondere tuta suo est Navis jactata per undas ;

dont l'Auteur est M. l'abbé Bossut, Professeur de l'École royale du Génie, à Mézières, & Correspondant de l'Académie.

La seconde est la pièce n.º 6, dont la devise est :

Les qualités du Navire se font connoître par un bon arrimage ;

l'Auteur est M. Bourdé de Villehuet, Officier des Vaisseaux de la Compagnie des Indes.

La troisième est la pièce n.º 7, qui a pour devise :

Qui dubiis ausus committere flatibus alium,

Quas natura negat, præbuit arte vias,

dont l'Auteur est M. Grogard, Constructeur des Vaisseaux du Roi.

La quatrième est la pièce n.º 8, qui a pour devise :

Amoris Patriæ Pignus ;

dont l'Auteur ne s'est pas fait connoître.

L'Académie proposa l'année dernière un Prix extraordinaire de 1000 livres *sur la meilleure manière d'éclairer pendant la nuit les rues d'une grande ville, en combinant ensemble la clarté, la facilité du service & l'économie.*

Un Magistrat distingué par sa place, & plus encore par ses talens & par son activité continuelle pour le bien Public, avoit fourni le sujet & les fonds de ce Prix : quoiqu'il n'ait pas voulu être nommé dans le Programme, le Public n'a pas tardé à reconnoître M. de Sartine, Conseiller d'État & Lieutenant général de Police ; c'est à lui que l'on doit ces encouragemens destinés à ceux qui contribueront à la commodité & à la sûreté publiques en perfectionnant les moyens d'éclairer la ville de Paris.

Aucune des Pièces qui ont concouru n'ayant rempli toutes les conditions détaillées dans le Programme, l'Académie a fait proposer à M. le Lieutenant de Police, de remettre le Prix à l'année prochaine & de l'augmenter pour exciter davantage les Physiciens & les Artistes à multiplier les observations & les expériences sur cet objet si utile, à quoi ce Magistrat ayant consenti, l'Académie a proposé de nouveau le même sujet avec un Prix de 2000 livres, qui sera donné à l'Assemblée publique qui se tiendra après Pâques 1766, & sous la condition expresse, que toutes les lanternes qui seront présentées, seront essayées dans les rues de Paris, depuis le 1.^{er} Janvier 1766 jusqu'au 15 Mars suivant.





ÉLOGE

DE M. CLAIRAUT.

ALEXIS-CLAUDE CLAIRAUT, de la Société Royale de Londres, des Académies de Berlin, de Pétersbourg, d'Upsal, d'Édimbourg & de celle de l'Institut de Bologne, naquit à Paris le 13 Mai 1713, de Jean-Baptiste Clairaut, Maître de Mathématique à Paris, Membre de l'Académie Royale des Sciences de Berlin, & de Catherine Petit, tous deux d'honnête famille.

Il étoit le second de vingt-un enfans, le premier étant mort en nourrice, sa mère en conçut un si vif chagrin qu'elle se détermina à nourrir les autres elle-même, ce qu'elle ne put cependant exécuter qu'à l'égard de celui dont nous faisons l'éloge, & d'un de ses frères qui le suivit immédiatement & qui auroit certainement marché sur les traces de son aîné, si une mort prématurée ne l'eût enlevé à l'âge de seize ans, ayant publié un an auparavant un Traité des Quadratures circulaires & hyperboliques, qui avoit mérité les éloges de l'Académie & de tout le monde Mathématicien.

L'éducation du jeune Clairaut fut domestique, il montra dès qu'il put parler, qu'il seroit un jour capable des raisonnemens les plus suivis, & son père se fit un plaisir de cultiver des dispositions si marquées; on lui enseigna à connoître les lettres de l'alphabet sur les figures des Éléments d'Euclide; on se doutoit bien qu'il essayeroit d'en tracer de pareilles & qu'il en voudroit connoître l'usage; c'étoit une espèce de piège qu'on tendoit à sa curiosité, il réussit parfaitement, & à l'aide de quelques petites récompenses accordées à propos, il sut lire & assez bien écrire à l'âge de quatre ans.

Les figures des Éléments d'Euclide n'étoient pas non plus sorties de sa mémoire & il en parloit souvent; mais avant qu'il pût

put aller jusque-là, il falloit le rendre familier avec le Calcul, plus rebutant par lui-même, sur-tout pour un enfant, que toutes les figures de Géométrie : on imagina pour cela un expédient à peu-près semblable à celui qu'on avoit déjà employé ; ce fut de lui faire écrire de suite tous les nombres naturels depuis l'unité jusqu'à un très-grand nombre, dans des cases toutes préparées, en l'avertissant que toutes les fois que les nombres n'étoient exprimés que par des 9, il falloit dans la case suivante mettre autant de 0 qu'il avoit trouvé de 9 & les faire précéder à gauche du chiffre 1 ; on remplissoit aussi d'avance quelques-unes des cases des multiples des nombres premiers ; par ce moyen la curiosité de l'enfant étoit piquée, & les réponses à ses questions l'instruisirent de la savante théorie de la numération, ignorée même par un grand nombre de ceux qui se servent le plus des nombres : la multiplication & les autres règles d'Arithmétique furent amenées par des moyens semblables, & il se trouva au fait de cette partie des Mathématiques, presque sans s'être aperçu qu'il l'eût étudiée, ou du moins l'ayant étudiée sans aucun dègout ; nous avons cru devoir rapporter avec quelque détail cette partie de son éducation.

A mesure que les talens de M. Clairaut se développoient, une forte inclination pour la guerre se manifestoit en lui ; il se plaisoit à en entendre parler, il avoit souvent ce plaisir avec de jeunes Officiers auxquels son père enseignoit les Mathématiques, il s'animoit à ces discours & cette inclination naissante auroit certainement dérangé ses études, si on ne lui eût fait entendre (ce qui est effectivement vrai jusqu'à un certain point) que l'étude des Mathématiques étoit absolument nécessaire à quiconque aspire à se distinguer dans le service.

Les dispositions marquées du jeune Clairaut pour les Mathématiques avoient fait prendre à son père la résolution de l'y pousser le plus avant qu'il seroit possible, dans la vue d'en faire un jour un Académicien, mais il se gardoit bien de le lui dire ; l'Algèbre & la Géométrie qui faisoient alors sa principale occupation, ne passaient chez lui que pour des

préliminaires du service; on employa même ce goût pour l'engager à apprendre le latin; on laissoit exprès à sa portée quelques Livres de Machines de guerre écrits en cette langue, & l'envie de les entendre le porta bientôt à l'étudier; le desir d'entrer au service, si souvent dicté aux jeunes gens par l'envie de se débarrasser de leurs études, servit au contraire à M. Clairaut, d'un puissant motif de faire les siennes avec plus d'application; ce même desir lui faisoit employer ses récréations à copier des Cartes géographiques; on ne paroissoit pas s'en apercevoir & on laissoit aller ce double emploi du temps, qui ne pouvoit tourner qu'à son avantage.

Quand il eut atteint l'âge de neuf ans, car des dates de cette espèce ont besoin d'être énoncées, on lui mit entre les mains l'application de l'Algèbre à la Géométrie de M. Guisnée; son Père lui servit de guide à la première lecture, mais il en fit une seconde & une troisième de lui-même; & on assure qu'à cette dernière il savoit déjà résoudre la plupart des problèmes du Livre d'une manière plus simple & plus élégante que celle de l'Auteur: l'étude commençoit déjà à développer en lui ce génie inventif & lumineux qui faisoit la principale partie de son mérite, & ces essais de ses propres forces l'animoient tellement, qu'il fallut le distraire de son travail pour l'empêcher d'altérer sa santé.

Cette distraction si nécessaire se présenta d'elle-même; on forma en 1722 un Camp au petit Montreuil, pour faire voir au Roi, alors très-jeune, l'attaque d'un polygone: un Capitaine au régiment du Roi, nommé M. le Chevalier d'Allemand, ancien ami du P. Malebranche & qui connoissoit tout le mérite du jeune Clairaut, voulut lui faire voir ce siège. Il en fut enchanté, il en conçut toutes les opérations & se vit bientôt environné de personnes qui l'écoutoient avec attention & qui s'entre-demandoient où ce jeune Officier en avoit tant appris: ils ne se trompoient que sur le titre, son inclination pour le service, ses talens & son travail l'avoient certainement bien mis en état de le mériter. Le même M. d'Allemand le présenta bientôt après à feu M. le Maréchal

de Chaulnes, qui cherchoit un jeune enfant bien né, sage & intelligent pour le lier avec M. le Vidame d'Amiens, aujourd'hui M. le Duc de Chaulnes; & cette circonstance lui valut l'estime & l'amitié dont ce digne Seigneur l'a honoré jusqu'à sa mort.

Le jeune Clairaut, âgé de dix ans, entreprit la lecture des Sections coniques de M. le Marquis de l'Hôpital; il vint à bout de l'entendre, mais il n'en avoit pas saisi les principes aussi facilement que ceux des autres livres qu'il avoit déjà lûs; on jugeoit qu'une seconde lecture lui étoit nécessaire, mais il étoit comme rebuté & refusoit presque de s'y prêter; heureusement une circonstance fortuite vint au secours: M. de l'Isle, de cette Académie & fort ami de M. Clairaut le père, vint le voir, il trouva le jeune Clairaut tenant à la main le Livre de M. le Marquis de l'Hôpital, & ne croyant pas qu'un enfant de cet âge fût en état de l'entendre, il lui dit avec une espèce de souris moqueur, qu'il tenoit-là un Ouvrage qu'il ne connoissoit vraisemblablement que par le titre & la couverture; le jeune homme fut piqué au vif de cette espèce d'insulte; il eut pourtant la modération de se contenir, mais cette circonstance l'obligea de relire l'ouvrage une seconde & même une troisième fois; ces lectures réitérées, que lui-même alors jugeoit nécessaires, faisoient bien voir que si M. de l'Isle n'avoit pas eu tout-à-fait raison de lui faire ce reproche, il n'avoit pas eu non plus tout-à-fait tort. Il parcourut ensuite rapidement l'Analyse des Infinimens petits du même auteur, & fut bientôt au fait des nouvelles méthodes & du Calcul différentiel, & de l'Intégral.

Jusque-là, les talens de M. Clairaut n'avoient encore brillé qu'aux yeux de sa famille ou tout au plus de quelques amis; il étoit temps qu'il parût sur un plus grand théâtre, & une circonstance singulière lui en procura bientôt l'occasion.

Le célèbre M. Néricaut Destouches arriva d'Angleterre avec Madame son épouse, prête d'accoucher; il vint loger dans la même maison où demeuroit M. Clairaut & au-dessous de son appartement; il demanda en grâce qu'on ne fît aucun

bruit sur sa tête, tant pour Madame Deslouches que pour lui, qui travailloit alors à sa belle Comédie du *Philosophe marié*: on le lui promit & on lui tint parole, & lorsqu'après le rétablissement de son épouse, il voulut en remercier le principal locataire, celui-ci lui dit qu'il seroit bien surpris en apprenant qu'il avoit au-dessus de lui onze enfans, le père & la mère; M. Deslouches voulut voir par lui-même cette espèce de phénomène; il monta chez M. Clairaut & devint bientôt l'ami de la famille, & en particulier du jeune Clairaut; il le présenta à feu M. l'abbé Bignon & à quelques-uns des plus illustres Membres de cette Académie, qui tous furent charmés de le connoître: ce fut-là le commencement de cette réputation qu'il a depuis si dignement soutenue.

Ce commencement de réputation ne fit qu'enflammer davantage son ardeur; le Père ayant changé de demeure, il se trouva dans le nouveau logement un petit cabinet dans lequel lui & son jeune frère, dont nous avons déjà parlé, pouvoient étudier à part: malheureusement ce cabinet étoit tellement situé qu'ils pouvoient y entrer, en sortir ou y être sans être aperçus; ils ne manquèrent pas d'en abuser; ils se pourvurent d'un briquet, & lorsqu'on les croyoit bien endormis, ils se relevoient & passoient la plus grande partie de la nuit à travailler; M. Clairaut, en particulier, s'occupoit en très-grand secret à un Mémoire sur quatre Courbes du troisième genre qu'il avoit découvertes, au moyen desquelles on pouvoit trouver un nombre quelconque de moyennes proportionnelles entre deux lignes données. Il vouloit surprendre agréablement en montrant ce travail tout fait, mais il fut découvert & surpris dans cette occupation par son Père, qui proscrivit sévèrement cette studieuse débauche; ne voulant pas cependant lui en faire perdre le fruit, il le présenta à l'Académie pour y lire son ouvrage; il étoit si disproportionné à son âge qu'on douta qu'il pût être de lui, & ce ne fut qu'après qu'on se fut assuré, par les questions qu'on lui fit, qu'il étoit capable d'en produire même de plus forts, qu'il reçut de cette Compagnie les justes éloges qu'il méritoit; le P. Reyneau sur-tout, qui y étoit présent,

ne put retenir les larmes de joie que lui arrachoit la vue d'un enfant qui méritoit déjà de figurer au nombre des plus grands hommes. Cet Ouvrage est imprimé dans les *Miscellanea Berolinensia* de 1724, avec le certificat dont l'Académie l'avoit honoré.

Ce fut à peu-près vers ce même temps qu'il jeta les premiers fondemens de son excellent Ouvrage *sur les Courbes à doubles courbures*, c'est-à-dire dont toutes les parties ne sont pas dans un même plan ; son principe est de former, par des lignes parallèles allant de la courbe à un plan donné, une projection de la courbe sur ce plan ; cette courbe de projection a, comme on voit, un rapport essentiel avec la première ; mais on sent bien que cette manière d'examiner la nature de celle-ci exige nécessairement de faire entrer dans son équation non-seulement l'abscisse & l'ordonnée de chaque point de la courbe de projection, mais encore la ligne qui va de ce point à celui de la première courbe auquel il répond, ce qui introduit nécessairement trois variables dans l'équation : ce principe est comme la clef de tout l'Ouvrage ; mais cette clef avoit besoin d'être maniée par une main aussi habile que celle de M. Clairaut, pour ouvrir aux Géomètres une nouvelle carrière dans laquelle personne jusqu'alors n'avoit pu ou voulu s'engager.

Dès que M. Clairaut eut trouvé ce principe il auroit voulu, par une impatience de jeune homme, bien pardonnable à l'âge de treize ans qu'il avoit alors, voir son ouvrage fini & il s'y livra avec une ardeur si vive & si indiscrette, qu'il en eut une fièvre violente accompagnée d'un furieux mal de tête ; cet accident interrompit son travail & en recula peut-être plus la fin qu'il ne l'avoit cru avancer par son impatience.

Cette diminution de travail fut remplie par un objet d'une autre espèce, car l'amour de M. Clairaut pour les Sciences ne lui permettoit pas de demeurer oisif à leur égard, ce fut la part qu'il eut en 1726 à l'établissement d'une Compagnie uniquement destinée à l'avancement des Arts ; les Sciences y devoient aussi être admises, mais elles n'y jouoient pas le principal rôle, elles n'y paroissoient que pour aider les Artistes

ou pour répondre à leurs questions; M. Clairaut père & ses deux fils, les deux M.^{rs} le Roy, ces coryphées de l'horlogerie françoise; M. Sully, célèbre horloger anglois, M. Chevetot, de l'Académie Royale d'Architecture, feu M. Rameau, M.^{rs} l'abbé Nollet, de la Condamine & l'abbé de Gua, tous trois aujourd'hui de cette Académie, en furent les premiers Membres, & la reconnoissance ne me permet pas de dissimuler qu'ils voulurent bien me faire l'honneur de me donner place parmi eux; cet établissement, depuis honoré de la protection de S. A. S. M.^{gr} le Comte de Clermont, & duquel des circonstances étrangères à cet Éloge ont précipité la fin, remplirent dans l'esprit & dans le cœur de M. Clairaut le vide qu'y laissoit le ralentissement de ses travaux géométriques occasionnés par sa maladie; il se consoloit comme Citoyen de ce qu'il perdoit comme Géomètre.

Il n'avoit cependant pas abandonné son ouvrage, il le continuoit toujours, quoiqu'avec plus de lenteur, & le finit en 1729; l'Académie à laquelle il le présenta, exigea que cet Ouvrage fût promptement imprimé avec le Certificat honorable qu'elle lui avoit accordé, & dans lequel il étoit fait mention expresse des précautions qu'elle avoit prises pour s'assurer que l'auteur avoit à peine seize ans accomplis lorsqu'il avoit présenté un livre dont les plus célèbres Géomètres se feroient fait honneur.

Ce dernier ouvrage acheva de concilier à M. Clairaut toute l'estime de l'Académie & fit désirer à cette Compagnie de s'attacher un pareil sujet, mais l'extrême jeunesse de M. Clairaut, qui ne l'empêchoit pas d'être au rang des plus habiles Mathématiciens, ne lui permettoit pas l'entrée de l'Académie, les réglemens exigent l'âge de vingt ans pour y être admis; il falloit avoir recours au Législateur, & le Roi, sur le rapport de M. le Comte de Maurepas, voulut bien accorder à M. Clairaut la dispense d'âge, au moyen de laquelle il fut reçu parmi nous en qualité d'Adjoint-Mécanicien, le 14 Juillet 1731, âgé de dix-huit ans; distinction jusqu'à présent unique, c'étoit presque un titre pour obtenir une

semblable dispense que d'être dans le cas de la demander.

La joie que M. Clairaut & toute sa famille conçurent de cet évènement, fut bientôt troublée par la mort de son jeune frère, qui marchoit si dignement sur ses traces & qui fut emporté en deux jours par la petite vérole; l'amitié qui les unissoit plus encore que le sang, lui fit sentir ce coup si vivement, qu'on craignit quelque temps pour lui-même.

Les bornes qui nous sont prescrites ne nous permettent pas de faire ici même une simple énumération de tous les Mémoires dont M. Clairaut a enrichi nos Recueils, nous nous contenterons d'en énoncer quelques-uns, & nous nous hâterons de venir aux principales époques de sa vie académique.

Dans l'année même de la réception, il donna deux Mémoires, le premier contenoit une Méthode d'obtenir d'une manière très-simple les formules dont on se sert pour trouver le centre de gravité des espaces, renfermés par des courbes qu'on peut former en coupant une surface double quelconque, par un plan donné de position; ce dernier ne doit l'élégance de la solution qu'à l'application du même principe que M. Clairaut avoit déjà employé dans son Traité des Courbes à double courbure, avantage réel, mais qu'il ne devoit qu'à lui-même, le même principe lui donna encore le moyen de simplifier extrêmement la théorie des épicycloïdes sphériques & des courbes qui peuvent être tracées sur la surface du cône.

Quelqu'habile que fût M. Clairaut, il étoit bien éloigné de penser qu'il n'y eût plus rien à apprendre pour lui, l'exemple de M. de Maupertuis qui avoit été à Bâle pour y travailler avec le célèbre Jean Bernoulli, lui paroïssoit digne d'être imité, & il y fut encore bien plus facilement déterminé par l'offre que lui fit M. de Maupertuis lui-même de l'y accompagner; il n'eut pas lieu de regretter les fatigues de ce voyage, tant par la quantité de connoissances qu'il en rapporta, que par l'amitié qu'il eut lieu de contracter avec M. Bernoulli & avec sa respectable famille.

Lorsque M. Clairaut revint de Bâle, il trouva l'Académie extrêmement occupée de la question de la Figure de la Terre;

nous ne répèterons point ici ce que l'Académie en a publié dans son Histoire, ni ce que nous en avons dit dans les Éloges de M.^r Cassini, Bouguer, de Maupertuis & Godin; il étoit impossible que M. Clairaut ne prît part à une question si intéressante; & pour y réfléchir avec plus de tranquillité, M. de Maupertuis & lui allèrent se retirer au mont Valérien; ce fut-là qu'acheva de se former le projet du voyage du Nord, dans l'exécution duquel M. Clairaut rendit depuis de si grands services. L'éloignement de Paris ne les mit pas cependant à l'abri de toutes visites, la célèbre M.^{me} la Marquise du Châtelet avoit résolu d'apprendre la Géométrie de M. Clairaut, & elle alloit souvent à cheval le trouver au mont Valérien, & ce fut pour cette Dame qu'il composa les Éléments de Géométrie qu'il publia depuis en 1741; cet Ouvrage est d'une espèce singulière; il y remonte par-tout des usages de la Géométrie aux Problèmes, aux Théorèmes, & enfin aux Axiomes; il suit en un mot la marche que les hommes ont suivie dans l'invention de cette Science & l'enseigne moins à ses Lecteurs qu'il ne la leur fait inventer, par-là il prévient les sécheresses & le dégoût, & grave d'autant mieux ses leçons dans leur esprit, qu'elles s'y trouvent, pour ainsi dire, peintes des couleurs de l'amour propre.

Les réflexions que M. Clairaut avoit faites sur la question de la Figure de la Terre, ne demeurèrent pas oisives entre ses mains, elles produisirent plusieurs Écrits, entre autres un Mémoire sur la détermination géométrique de la perpendiculaire à la méridienne, où il fait voir que cette perpendiculaire ne se trouve dans un plan que dans la supposition de la Terre sphérique, & que dans toute autre hypothèse, toute perpendiculaire à la méridienne, excepté l'Équateur, est une courbe à double courbure dont il détermine la nature. Un examen de la Méthode proposée par feu M. Cassini, de déterminer si la Terre est sphérique ou non, en observant du haut d'une montagne, l'abaissement apparent de l'horizon dans le sens du Méridien & dans celui du premier vertical; il y ajoute la Théorie de l'avantage & du désavantage de la mesure des parallèles

parallèles à différentes latitudes, & fait voir que quoique la mesure des degrés des parallèles qui se fait par le temps, soit en général moins exacte que celle des degrés du Méridien, qui s'observent immédiatement; cependant la diminution des parallèles en approchant du Pôle, fait qu'il y a telle latitude où le degré de certitude devient égal entre les deux mesures; discussion également fine & intéressante pour la question alors agitée.

Les observations délicates que faisoit alors M. de Mairan sur la longueur du pendule, donnèrent encore lieu à un Mémoire de M. Clairaut, sur les oscillations d'un pendule, qui ne se font pas dans un plan, il en détermine les loix & la singulière figure de la courbe qu'elles font décrire au pendule.

Toutes ces recherches & bien d'autres d'un autre genre, que nous sommes obligés de supprimer, remplirent abondamment le temps qui s'écoula depuis le retour de Bâle jusqu'à celui du départ pour la Lapponie; M. Clairaut y rendit les plus grands services, il fut le premier qui calcula & donna à ses Collègues la quantité de l'aplatissement de la Terre; il composa sur ce sujet un Mémoire qu'il envoya à la Société Royale de Londres, qui n'y répondit qu'en l'informant qu'elle lui avoit fait l'honneur de l'admettre au nombre de ses Membres. Au retour de ce voyage le Roi lui accorda une pension de Mille livres, qui fut suivie en moins d'un an de celle qui vint à vaquer à l'Académie par la vétérance de M. Chevalier, car il avoit obtenu le grade d'Associé dès l'année 1733, deux ans après son entrée à l'Académie.

Ce fut dans ce même temps que M. Clairaut donna à l'Académie son travail sur l'aberration des Étoiles; nous avons parlé dans l'Éloge de M. Bradley de ce mouvement apparent des Étoiles, qui leur fait décrire dans le courant d'une année, une petite ellipse, & dont la cause est le mouvement successif de la lumière, combiné avec le mouvement de la Terre autour du Soleil; mais M. Bradley s'étoit contenté d'en exposer le principe: M. Clairaut s'en saisit, & non-seulement il en éclaircit la théorie, mais il calcula cette aberration & en

donna les Tables, il reprit encore quelques années après une autre branche de cette même théorie, à laquelle on n'avoit pas pensé, c'étoit l'aberration des Planètes, d'autant plus compliquée qu'il y faut faire entrer leur mouvement & les inégalités, & leur position à l'égard du Soleil & de la Terre. On jugera aisément combien ce calcul étoit difficile à manier, il en vint cependant à bout & fit voir que cette inégalité étoit assez sensible pour ne devoir pas être négligée.

La Théorie de l'aberration des Étoiles fut suivie bientôt après d'un Mémoire dans lequel il enseigne à les dépouiller de l'effet de cette inégalité, pour voir si on ne pourroit pas leur découvrir une parallaxe,

Ce morceau fut suivi d'une discussion des explications Cartésienne & Newtonienne de la réfraction, il se décide en faveur de la dernière, en déclarant cependant qu'il ne regarde pas l'attraction comme une propriété essentielle à la matière; mais comme un effet qui peut avoir une cause physique, & d'après ce principe il fait voir qu'on peut légitimement attribuer la déviation qu'éprouvent les rayons en traversant les diaphanes & à l'approche des corps opaques, à l'attraction que les uns & les autres exercent sur eux.

Nous voici insensiblement arrivés aux travaux les plus intéressans de M. Clairaut, & désormais nous ne le verrons plus occupé que de l'application du calcul géométrique aux plus grands & aux plus utiles objets de l'Astronomie & de la Physique.

Il avoit commencé à donner en 1743, un Ouvrage intitulé, *Théorie de la figure de la Terre suivant les principes de l'Hydrostatique*, c'est-à-dire une détermination de la figure qu'elle auroit dû prendre, suivant ces principes, en supposant qu'elle ait été primitivement fluide; ce problème avoit déjà fait l'objet des recherches de plusieurs illustres Géomètres, mais M. Clairaut a voulu le réduire absolument aux loix de l'attraction Newtonienne; il les applique à tous les cas de la planète supposée primitivement fluide & de densité uniforme ou variable dans les différentes couches; il examine ce qui

doit arriver lorsqu'il n'y en a qu'une partie d'endurcie, & ce qui est très-singulier, il tire des mêmes principes l'explication de l'ascension & de la descension des liqueurs au-dessous du niveau dans les tuyaux capillaires, enfin la Théorie embrasse dans la plus grande généralité tout ce que les observations pourront nous apprendre sur la figure des planètes; le calcul en est fait d'avance, & il ne s'agira plus que d'évaluer les formules en nombres connus dès qu'on voudra chercher la raison de ces phénomènes par les loix de l'attraction.

Cette même année, il donna le commencement de son travail sur la *Théorie de la Lune*; cette Théorie n'avoit été, pour ainsi dire, qu'ébauchée par Newton; la double action que cette Planète éprouve de la part de la Terre & de celle du Soleil, rend son orbite si irrégulière & si variable que le Problème en avoit acquis une certaine célébrité & étoit connu sous le nom de *Problème des trois corps*. M. Clairaut en entreprit la solution; mais quel fut son étonnement en voyant que le calcul ne donnoit que la moitié du mouvement qu'on observe dans l'apogée de la Lune? il auroit peut-être cru s'être trompé si M.^{rs} Euler & d'Alembert, qui travailloient sur la même matière, n'eussent trouvé de leur côté la même chose. Il communiqua ce résultat à l'Académie & proposa d'introduire dans la loi de l'attraction une quantité qui, agissant très-peu dans l'éloignement & beaucoup dans la proximité, ne touchât point au reste de l'Univers Newtonien & pût expliquer ce singulier phénomène: cette idée fut vivement attaquée par M. de Buffon; la modestie de M. Clairaut lui permit de l'écouter, & il songea moins à défendre son opinion qu'à voir s'il ne s'étoit pas réellement trompé; il découvrit effectivement la source de l'erreur; il falloit qu'elle fût bien délicate & bien cachée pour avoir pu échapper aux yeux d'aussi grands Géomètres que ceux que nous venons de nommer, & il se hâta de publier cette espèce de rétractation, plus glorieuse peut-être pour lui qu'il ne l'eût été de ne s'être pas trompé. Il continua ce même travail & remporta en 1751 le Prix proposé sur cette matière par l'Académie de

Pétersbourg, & enfin donna en 1754, la première édition de ses Tables de la Lune, dont nous avons rendu compte dans l'Histoire de cette année, & en 1765 une seconde édition revue & corrigée, à laquelle il a joint la Pièce qui avoit mérité le prix de Pétersbourg & qui en contenoit toute la théorie. Cet Ouvrage reçut le plus favorable accueil de tout le monde savant, & ces Tables passent pour les meilleures qui aient paru jusqu'à présent.

Ce fut pendant la durée de ce travail qu'il donna ses *Éléments d'Algèbre*, qui parurent en 1746; ces élémens sont absolument dans le même goût que ceux de Géométrie; on n'y voit ni théorème ni problème; toutes les vérités y découlent les unes des autres, & la méthode est simple & facile; mais il n'étoit ni simple ni facile de ramener des élémens d'Algèbre à cet état.

Ces travaux, & quelques autres Mémoires desquels le temps ne nous permet pas même de faire mention, occupèrent M. Clairaut jusqu'en 1754, qu'il donna un Ouvrage *sur la Détermination de l'orbite terrestre*, ayant égard aux perturbations causées par l'action des autres Planètes, de laquelle il peut résulter, dans de certaines circonstances, une petite latitude qui feroit paroître le Soleil hors de l'écliptique.

Il fit quelque temps après une application bien plus heureuse de cette idée; ce fut la Théorie de la célèbre Comète de 1759: la théorie Newtonienne regarde les Comètes comme de véritables Planètes du système solaire, mais dont les orbites sont si excessivement alongées que, quoique le Soleil soit à un de leurs foyers, elles cessent d'être visibles, à cause de l'éloignement, dans la plus grande partie de leur cours. Feu M. Halley avoit osé, d'après cette Théorie, assurer que la Comète de 1682 étoit la même qui avoit été observée en 1607 & en 1531, & prédire son retour pour 1758; toute l'Europe astronome étoit dans l'attente de cet événement; M. Clairaut fit réflexion que les Planètes qu'elle rencontreroit en son chemin pourroient déranger son cours, il entreprit de calculer ces perturbations & y réussit si bien que malgré la difficulté du

problème, il trouva qu'elle ne devoit paroître qu'au commencement de 1759; prédiction que l'apparition de la Comète a pleinement justifiée. Grâce à ses soins, l'opinion que les Comètes sont des Planètes aussi anciennes que le Monde, cesse d'être une conjecture & passe au rang des choses démontrées; il donna depuis toute cette théorie dans un Ouvrage qu'il fit paroître en 1760.

M. Clairaut n'étoit cependant pas si fort absorbé dans ses savantes Théories qu'il n'en sortît dès que le besoin le demandoit; il fut, en 1756, un de ceux qui se prêtèrent à la mesure de la base de Ville-juive, autrefois déterminée par M. Picard: le sublime Théoricien ne dédaigna pas de se prêter à une simple opération de Géométrie-pratique.

Lorsqu'en 1758, l'Académie perdit M. Bouguer, une pension de Trois mille livres qu'il avoit pour travailler à la Marine, fut partagée entre M. le Monnier & lui, & ce nouvel engagement valut à l'Académie un excellent Mémoire sur la manœuvre des Vaisseaux, matière depuis long-temps traitée par les plus habiles Géomètres, mais sur laquelle ses recherches ont jeté un nouveau jour; tout cela ne prenoit rien ni sur la Théorie des Comètes ni sur un autre objet aussi important que celui-là, qu'il traitoit en même temps, ni sur la netteté & la perfection de tout ce qui sortoit de ses mains.

Cet Ouvrage étoit la recherche des moyens propres à perfectionner les lunettes d'approche, par le moyen des objectifs composés qui détruisent les couleurs, nous ne répéterons point ici tout le détail de cette découverte que nous avons donné en 1756, nous dirons seulement que M. Dollond, qui avoit travaillé d'après M. Klingenshierna à trouver les rapports de réfractions nécessaires pour produire cet effet, n'ayant pas donné la route qui l'avoit conduit aux principes sur lesquels il avoit travaillé, M. Clairaut crut devoir reprendre en entier toute cette Théorie, & rechercher les moyens les plus avantageux d'y réussir; c'est ce qu'il a fait dans trois Mémoires que l'Académie a publiés en 1756, 1757 & 1762, il y examine avec le plus grand scrupule, la différence de réfran-

gibilité des différens verres ou cristaux qu'on emploie, la différente forme qu'on doit leur donner, les différentes combinaisons qu'on en peut faire & le degré d'avantage ou de désavantage qui en résulte, & il tire de toutes ces discussions les différentes constructions des lunettes achromatiques ou sans couleurs; & l'expérience, souverain juge en ces matières, a jusqu'ici suivi pas à pas toutes ses déterminations; il compoitoit, & il m'en avoit assuré lui-même, donner un précis de toute cette Théorie à l'usage des Praticiens, & des Tables toutes calculées des longueurs de foyer des différens verres qu'ils auroient à employer, de leurs épaisseurs, en un mot, de tout ce qui étoit nécessaire pour réussir dans ce travail, mais il n'en a pas eu le temps, & cet Ouvrage a été le terme de son travail & celui de sa vie.

M. Clairaut n'avoit pas seulement le mérite d'être un grand Géomètre, la douceur & l'aménité de ses mœurs le faisoient désirer de tous ceux qui le connoissoient, & il répondoit volontiers à ces avances, mais il s'étoit imposé la loi de ne jamais souper en ville: quelques-uns de ses amis eurent l'imprudence de l'engager à la transgresser; il ne fut pas longtemps sans avoir lieu de s'en repentir, une indigestion se joignit à un rhume qu'il avoit depuis quelques jours, & la promptitude de cette maladie ne laissa bientôt aucun lieu aux secours de l'Art, & il mourut le 17 Mai de cette année, âgé de cinquante-deux ans; son père qui l'avoit vu en pleine santé dix à douze jours auparavant, fut averti de son mal dès qu'on le crut dangereux, il y vola, mais il le trouva déjà sans connoissance, une pareille situation se peut imaginer, mais elle ne se peut pas décrire.

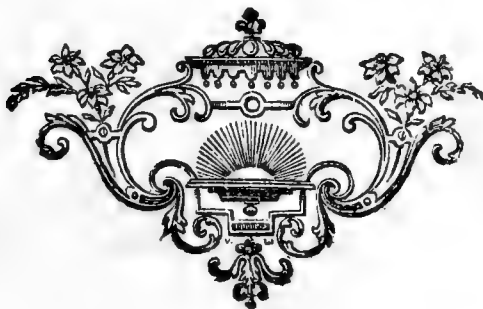
Il étoit de taille médiocre, bien fait & d'un maintien agréable; sa douceur & sa modestie étoient peintes sur son visage, son cœur aussi droit & aussi net que son esprit, ne lui avoit jamais permis le moindre écart; il étoit l'ami déclaré de la probité & de la vérité, & n'a jamais manqué l'occasion de rendre service dès qu'elle s'est présentée; il est presque inutile d'ajouter après cela que rien n'étoit plus égal que sa

conduite , & que l'humeur & le caprice lui étoient inconnus, aussi n'a-t-il jamais eu d'ennemis , & personne n'a joui plus tranquillement d'une grande réputation.

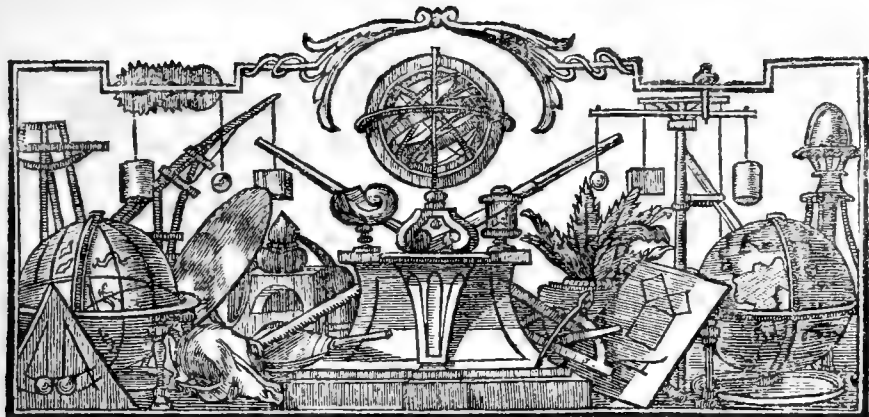
Il étoit du nombre de ceux qui sont chargés de la rédaction du Journal des Savans, & il ne s'est jamais démenti dans l'exercice de cette fonction , ni sur la clarté ni sur l'impartialité de ses extraits.

De la nombreuse famille de M. Clairaut, il ne reste aujourd'hui qu'une de ses sœurs, à laquelle le Roi vient d'accorder une pension de Douze cents livres, en considération des services de son frère, libéralité vraiment royale & qui fait à la fois l'éloge du mérite de M. Clairaut & du Monarque qui a su si bien le reconnoître; on trouvera toujours dans l'Histoire moins de Titus que d'Alexandres.

La place de Pensionnaire-Mécanicien de M. Clairaut, a été remplie par M. d'Alembert, déjà depuis quelques années Pensionnaire surnuméraire.



MÉMOIRES



M É M O I R E S

DE

MATHÉMATIQUE

ET

DE PHYSIQUE,

TIRÉS DES REGISTRES

de l'Académie Royale des Sciences.

Année M. DCCLXV.

NOUVELLE RECHERCHE

*Sur la détermination de la Parallaxe du Soleil par
le Passage de Vénus du 6 Juin 1761.*

Par M. P I N G R É.



AI rendu compte, dans mon premier Mémoire de mon observation du passage de Vénus à Rodrigue, des combinaisons que j'avois faites de cette observation avec toutes celles dont j'avois alors connoissance, & du résultat que ces combinaisons m'avoient procuré par rapport
Mém. 1765. . A

à la quantité de la parallaxe horizontale du Soleil. J'avertissois que mon observation ne pouvoit subsister avec celle du cap de Bonne-espérance; que celle-ci ne permettoit point d'étendre la parallaxe au-delà de 8 secondes $\frac{1}{2}$, au lieu que, selon la mienne, cette parallaxe excédoit 10 secondes; il ne se trouvoit par malheur aucune observation qui pût décider directement la contestation: j'avois appuyé ma décision par des raisonnemens qui m'avoient été inspirés plutôt par l'amour de la vérité que par un esprit d'entêtement & d'attachement à mes propres idées; je ne regardois point cependant ces raisonnemens comme définitivement concluans, & j'étois bien éloigné de croire que mon autorité dût suffire pour réunir tous les esprits. Je n'ai donc point été surpris de trouver dans le LIII.^{me} Volume des Transactions philosophiques, un Mémoire dont l'auteur prétend renverser en entier l'édifice que j'avois entrepris d'élever: il restreint la parallaxe du Soleil à 8", 56; &, pour prouver la vérité de ce qu'il avance, il me combat en quelque sorte par mes propres armes. J'avois essayé de déterminer la parallaxe par trois méthodes, par la comparaison des temps de l'observation du contact intérieur à la sortie de Vénus, par la combinaison des différentes durées du passage, observées en différens lieux, enfin par celle des moindres distances des centres, conclues ou de l'observation immédiate de la plus grande distance des bords, ou de celle de la durée entière du passage; ce sont précisément ces trois mêmes méthodes que l'auteur du Mémoire emploie pour persuader le Public que la parallaxe du Soleil est beaucoup moindre que je ne l'avois présumé.

Il établit d'abord cent seize comparaisons du second contact intérieur, observé en différens lieux au nord de la Ligne; & prenant un milieu entre les résultats, qui s'accordent d'ailleurs presque tous à une seconde près, il détermine la parallaxe du Soleil de 8", 565.

2.^o Les mêmes observations du contact intérieur, au nombre de vingt - une, comparées avec l'observation du cap de Bonne-espérance, donnent pour parallaxe moyenne 8", 50. J'accorde

volontiers cet article ; j'avois même déjà prévenu l'auteur sur ce sujet dans mon premier Mémoire : la question est de décider si l'observation du Cap doit être préférée à la mienne ?

3.° L'auteur du Mémoire fait à mon observation du même contact intérieur, les corrections qu'il juge nécessaires ; & comparant cette observation, ainsi corrigée, aux mêmes vingt-une observations, il trouve que tout s'accorde encore fort bien ; il établit pour parallaxe moyenne $8'',57$.

4.° Les moindres distances des centres, conclues des observations faites en deçà de la Ligne & combinées avec celle que j'ai observée à Rodrigue, lui fournissent pour parallaxe moyenne $8'',56$.

5.° Les moindres distances apparentes des centres, conclues de la durée totale du passage & comparées entr'elles, donnent $8'',53$.

6.° Enfin en comparant les durées observées en différens lieux & en prenant un résultat moyen, on aura $8'',61$.

Le milieu de tous ces milieux est $8'',566$; & si on exclut le résultat de la comparaison des durées, comme étant le moins certain, vu la petitesse des élémens qui le procurent, la vraie parallaxe du Soleil sera de $8'',557$, ou de $8'',56$. L'auteur est si assuré de l'exactitude de cette décision, qu'il lui semble impossible qu'il y ait $\frac{1}{10}$ de seconde d'erreur ; il va plus loin : « Il est très-probable, dit-il, que l'erreur ne peut pas même excéder $\frac{1}{500}$ de la quantité totale ou de la parallaxe déterminée, » comme le grand Docteur Halley avoit eu la confiance de « l'annoncer il y a plusieurs années. » En conséquence il finit par féliciter son siècle & sa nation d'une découverte aussi intéressante & aussi glorieuse à l'un & à l'autre.

Je ne pouvois me dispenser de lire ce Mémoire avec toute l'attention possible, soit pour rendre hommage à la vérité, si j'avois le bonheur de la rencontrer, soit pour proposer les doutes que sa lecture pourroit m'occasionner, ou les difficultés que je croirois y apercevoir : le Mémoire est écrit avec beaucoup d'ordre, de clarté & de netteté ; les raisonnemens y sont presque toujours exacts & solides. A la première lecture, j'ai

été frappé de la justesse de ces raisonnemens & de l'accord surprenant & presque miraculeux que j'apercevois entre les résultats : j'avois déjà presque renoncé à mon sentiment sur la quantité de la parallaxe solaire ; je me suis cependant déterminé à une seconde lecture , celle-ci a été plus réfléchie ; je me suis aperçu que nous tirions, l'auteur & moi, des conclusions absolument différentes de la combinaison des mêmes observations : cette remarque m'a engagé à vérifier les principes de l'auteur, & je me suis convaincu que la différence de nos conclusions ne portoit point ordinairement sur celle de nos méthodes, de nos raisonnemens & de nos calculs ; j'y suppose de part & d'autre la même justesse & la même solidité, mais nous sommes partis de principes trop différens pour nous accorder dans nos résultats. J'entends ici par *principes* les heures des différentes observations du dernier contact intérieur des bords de Vénus & du Soleil, les durées observées entre les deux contacts intérieurs, la différence des méridiens sous lesquels la même phase a été observée, & enfin le choix entre les différentes observations faites en un même lieu. L'auteur du Mémoire a cru pouvoir introduire des changemens dans ces heures, dans ces durées & dans ces différences de méridiens ; il s'est déterminé, entre les observations faites en un même lieu, à un choix qui souvent ne paroît pas naturel : je ne doute point qu'en tout cela il ne se soit appuyé sur des raisons au moins spécieuses ; mais selon les loix de la plus saine Logique, la conclusion ne peut jamais être plus certaine que les prémisses. Que les corrections & le choix de l'auteur soient regardés comme établis sur des fondemens probables, c'est tout ce qu'il peut raisonnablement exiger, & c'est ce que je ne crois pas pouvoir lui accorder ; mais quand je le lui accorderois, il n'en résulteroit autre chose, sinon que l'accord des observations combinées & la conséquence qu'on en tire pour la détermination de la parallaxe du Soleil, sont renfermés l'un & l'autre dans les bornes d'une simple probabilité : il y a quelquefois bien loin de la probabilité à la certitude.

J'ai dit que je n'étois pas même disposé à regarder les

changemens & le choix , faits par l'auteur du Mémoire, comme appuyés sur une probabilité suffisante : pour établir les fondemens de mon doute, je vais suivre cet auteur pas à pas dans toute sa marche. Les changemens qu'il fait dans les observations sont souvent peu considérables en eux-mêmes, mais il est à remarquer que , comme il se l'objecte lui-même, les élémens de ses combinaisons sont eux-mêmes fort petits; la moindre altération qu'on y introduira , occasionnera une différence très-sensible dans la conséquence : aussi ne fait-il pas difficulté d'avouer que chaque combinaison en particulier fourniroit un moyen bien foible pour la détermination de la parallaxe; mais en considérant leur réunion & le peu de différence qu'on aperçoit dans les résultats, il ne peut, dit-il, s'empêcher de penser que cette détermination, fondée même sur les seules observations faites en deçà de l'Équateur, doit nécessairement approcher fort près de la vérité.

Je commence par mon observation de Rodrigue : l'auteur du Mémoire est d'accord avec moi sur la longitude de cette île, mais il n'en est pas de même de l'heure à laquelle j'ai déterminé le second contact intérieur; il veut qu'on y ajoute une minute, & je voudrois au contraire qu'on pût en retrancher cette minute. L'auteur n'auroit certainement pas nui à sa cause, s'il eût bien voulu laisser mon observation telle que je l'ai fait imprimer moi-même dans les Mémoires de l'Académie; cela paroïssoit d'autant plus naturel, que je l'ai rapportée dans le plus grand détail avec toutes ses circonstances, & sur-tout avec les hauteurs correspondantes du Soleil prises le même jour; j'ai copié fidèlement sur mon original les temps marqués à la pendule : me suis-je trompé en les réduisant en temps vrais? ou bien M. Short m'auroit-il soupçonné d'avoir altéré mes observations pour les rendre conformes à un système aveuglément embrassé & opiniâtement défendu? je ne lui rendrai pas la pareille. J'ai déjà dit qu'il s'est sans doute cru autorisé, par des raisons au moins spécieuses, à altérer les élémens des observations qu'il a combinées; mais j'avois envoyé de Lisbonne à Paris & à Londres des extraits de mon observation, & ces

extraits ne s'accordent point avec ce que j'ai fait imprimer depuis mon Mémoire sur la parallaxe du Soleil? cela est vrai; en voici la cause: je l'ai dit à mille personnes à Paris, & je croyois même l'avoir mandé à Londres; la lettre que j'écrivois à ce sujet, envoyée par une voie indirecte avant la conclusion de la Paix, ne sera probablement pas arrivée au lieu de la destination. Après l'observation de Vénus, je me suis occupé à parcourir l'île de Rodrigue & les petits îlots qui l'environnent; j'ai fait aussi plusieurs autres opérations jusqu'à la fin de Juin, & j'ai négligé de réduire mon observation en temps vrai; vers la fin du mois, l'île fut prise, & j'y fus abandonné à la merci de la Providence; j'avoue que je fis alors de tristes réflexions sur l'incertitude du sort que j'avois à attendre dans cette île déserte, & sur la possibilité d'y rester sans secours plusieurs mois & peut-être plusieurs années. Ce fut au milieu de ces réflexions, qu'il me vint dans l'idée de rédiger mon observation & d'en envoyer une copie à Londres par le canal de ceux qui s'étoient emparés de l'île; ma Lettre, à l'adresse de feu M. le Comte de Macclesfield, contenoit quelque plainte contre eux; je doute qu'ils l'aient fait passer en Europe: quoi qu'il en soit, la détresse où j'étois alors influa sur mon attention; ma pendule retardoit par jour de près de 2 minutes sur le temps vrai; je ne me suis pas trompé dans l'évaluation de ce retard; elle retardoit à midi du 6 Juin de 1' 2"; il falloit ajouter cette quantité aux temps marqués par la pendule, je l'ai au contraire retranchée; voilà la cause unique & véritable de ces variantes *. Je ne me suis aperçu de l'erreur qu'à Paris, après avoir déjà fait tous mes calculs sur la parallaxe du Soleil, que je ne trouvois alors que d'environ 7 secondes; sur l'original, écrit de la main d'un des Officiers qui étoient à la pendule, le contact intérieur est marqué à 0^h 35' 45"; j'ai retranché dans mon premier Mémoire une minute pour la raison que j'y ai déduite; la pendule retardoit alors de 1' 5": en ajoutant cette quantité au temps marqué par la pendule, on aura

* Tout ce que je dis a été vérifié sur mon Journal original, à l'Assemblée de l'Académie des Sciences du 5 Décembre 1764.

0^h 36' 49" pour le temps vrai de ce contact ; lorsque je faisois ma réduction à Rodrigue, j'ai supposé au contraire que la pendule avançoit de 59", que j'ai soustraites de 0^h 35' 45", & il a resté 0^h 34' 46" ; je ne fais pourquoi il y a 47" sur mon original. Quant aux variantes, qu'on relève au sujet des distances que j'ai observées entre les bords de Vénus & du Soleil, elles sont trop petites pour mériter qu'on s'y arrête : si l'on veut y avoir égard, il faut s'en tenir aux distances déterminées dans mon Mémoire ; celles-ci sont fondées sur une évaluation plus récente des révolutions de mon micromètre, faite sur une plus grande base, & sur une mire proportionnellement plus large.

Si l'on retranche une minute de l'heure à laquelle j'ai déterminé le contact intérieur des bords, mon observation s'accordera parfaitement avec celle du cap de Bonne-espérance ; mais je ne crois pas qu'on soit fondé à altérer une observation, sur ce que cette altération conduit à un résultat désiré : je voudrois très-sincèrement trouver quelque autre motif légitime de cette altération, j'y accédrois avec tout le plaisir & toute la promptitude possible.

J'avois cru pouvoir me servir du premier contact intérieur des bords pour déterminer avec plus de certitude la longitude de Tobolsk & de Cajanebourg : l'auteur du Mémoire trouve cette méthode fort ingénieuse ; il l'adopte, il en use ou plutôt il en abuse d'une manière qui me paroît un peu outrée ; je n'ai prétendu proposer cette méthode que pour le cas de nécessité ; elle suppose les deux observations comparées absolument exactes ; elles peuvent ne pas l'être : que l'observation de ce contact donne une différence de méridiens démentie par un très-grand nombre d'observations faites dans les lieux mêmes dont on veut établir la différence de longitude, il est manifeste que, dans ce cas, plusieurs observations sont préférables à une seule ; ce ne sera point se soumettre aux loix d'une saine critique, que de vouloir conclure définitivement la parallaxe du Soleil de cette observation seule & isolée : il sera plus naturel, à mon avis, de dire qu'un des deux Observateurs s'est trompé.

L'auteur du Mémoire établit la longitude de vingt-deux lieux où le passage de Vénus a été observé, & c'est aux seules observations faites en ces lieux, qu'il borne ses combinaisons; elles sont, je pense, au nombre de deux cents seize.

Je commence par récuser 1.^o toutes les combinaisons faites avec l'observation du cap de Bonne-espérance; je conviens que cette observation ne peut cadrer avec la mienne: la question est de savoir à laquelle des deux on donnera la préférence?

2.^o Je ne vois aucun motif légitime d'altérer d'une minute le temps d'une de mes observations à Rodrigue: ainsi toutes les combinaisons où l'on fait entrer cette observation, ainsi altérée, sont exclues de droit.

3.^o L'observation du Grand-mont près de Madras, est également altérée; quand elle ne le feroit pas, on ne devoit pas l'employer. J'ai sous les yeux une Lettre originale du P. Duchoiselle, qui a fait cette observation; il marque le deuxième contact intérieur à $1^h 37' 30''$, & tous les calculs dont il a accompagné le détail de son observation, demandent nécessairement ce nombre; l'auteur du Mémoire y a substitué $1^h 38' 30''$: outre cela, selon lui, le passage entre les deux contacts intérieurs a duré $5^h 51' 20''$, & selon le P. Duchoiselle $5^h 50' 20''$; ce Père auroit sans doute mieux observé s'il avoit eu tous ses instrumens; ils étoient passés au pouvoir des Anglois: il a été obligé de se contenter d'une montre à secondes, réglée sur le lever du Soleil & ensuite sur un cadran équinoxial; cette seule circonstance suffiroit pour récuser son observation.

4.^o Le P. Coeurdoux, à Tranquebar, étoit probablement encore plus mal partagé; son observation, comparée avec celle de Tobolsk, donne 14 secondes & plus, de parallaxe; pour en tirer parti, l'auteur du Mémoire diminue de 2 minutes la durée observée, & accélère de 2 minutes le dernier contact intérieur: cette observation est pareillement bien détaillée dans la Lettre du P. Duchoiselle; il est impossible d'y supposer une faute d'écriture.

5.^o Ce changement de dates n'est point borné aux pays méridionaux; on en trouve des exemples pour l'Europe même, sans

fans parler, pour le présent, des observations d'Hernofand & d'Abo. A Florence, le P. Ximénès a certainement déterminé le contact intérieur à $9^h 4' 28''$ (*Voyez les Ephémérides du P. Hell, année 1762, page 60 de l'Appendice*); on ne peut y supposer de faute d'impression, puisqu'on y a ajouté l'instant de la sortie totale & la durée de l'émerfion, & que tout s'accorde; cependant M. Short établit cette phase à $9^h 3' 28''$.

6.^o Je ne fais point comment on s'y est pris pour déterminer la longitude de Calcutta au royaume de Bengale; l'observation du passage de Vénus, qui a été faite par un auteur anonyme, ne me nuirait pas, mais je lis dans les Transactions, *Volume LII, page 582*, qu'on n'a pu régler le temps des différentes phases du passage que sur une simple montre: ce n'est pas d'après une telle observation que le procès pourra être irrévocablement terminé.

7.^o Je crois pouvoir conclure de la Lettre du P. Duchoifelle, que M. Hirst, à Madras, étoit mieux partagé en fait de pendule & d'instrumens que je ne l'avois cru d'abord; quant à son expérience & à sa sagacité, je ne l'ai jamais révoquée en doute. J'ai établi dans un Mémoire, que la longitude de Madras, à l'égard du méridien de Paris, ne pouvoit guère être moindre que de $5^h 12' 54''$; je me fondeis sur ce qu'il est dit dans le *LII.^e Volume des Transactions philosophiques, page 396*, que Madras est de $3' 4''$ de temps à l'est de Pondichery, & qu'un grand nombre d'observations ne paroissent pas permettre de déterminer la longitude de Pondichery, à l'égard de Paris, à moins de $5^h 9' 50''$: donc celle de Madras seroit de $5^h 12' 54''$; cependant l'auteur du Mémoire la restreint à $5^h 11' 02''$, fondé sans doute sur la comparaison des heures du premier contact intérieur observé à Madras & à Tobolsk. Outre qu'il est très-possible que les observations, faites à Pondichery, n'aient pas eu pour auteurs des Astronomes aussi habiles que M. Hirst, sur quoi est fondée la différence des méridiens entre Madras & Pondichery, établie dans les Transactions? je l'ignore absolument. J'accepte donc avec action de grâces, de la main de M. Short, les armes qu'il me fournit contre lui;

Mém. 1765.

. B

j'accorde que la longitude de Madras est de $5^h 11' 02''$ à l'est de Paris : donc la parallaxe du Soleil est d'environ 10 secondes. Pour établir cette conséquence, j'adopte tous les calculs de l'auteur du Mémoire, & je me contente de mettre ici sous les yeux du Lecteur les résultats des combinaisons, que ce même auteur a faites, de l'observation du contact intérieur vu à Madras, avec les observations du même contact déterminé sous d'autres méridiens ; je n'en exclus que les combinaisons faites avec les observations de Calcutta & de Bologne ; la première, pour la raison déduite ci-dessus ; la seconde, parce qu'elle est appuyée sur une base trop petite, & que d'ailleurs elle restreint la parallaxe du Soleil à moins de 6 secondes.

L'observation de Madras, combinée avec celle de Cajanebourg, donne, selon l'auteur, pour parallaxe solaire.....	9,71
Avec celle de Tobolsk.....	9,54
Avec celle de Stockolm.....	10,33
Avec celle d'Upsal.....	10,15
Avec celle de Torneå.....	8,90
Avec celle d'Abo.....	10,48
Avec celle de Calmar.....	10,80
Avec celle d'Hernofand.....	9,77
En prenant un milieu, on aura.....	9,97

Et si l'on exclut la combinaison faite avec l'observation de Torneå, parce qu'elle s'écarte de plus d'une seconde du résultat moyen, la parallaxe sera de $10'', 125$.

Au reste, en faisant usage des combinaisons de l'auteur, je ne prétends pas les adopter toutes ; mais en y faisant les changemens que j'y croirois nécessaires, il resteroit toujours constant que l'observation de Madras donne un résultat beaucoup plus approchant du mien que de celui qu'on peut conclure de l'observation du Cap : cette vérité sera confirmée ci-dessous par la durée du passage observé à Madras, & comme la combinaison de cette durée n'exige pas une parfaite connoissance de la longitude, son accord avec la combinaison de l'atouchement

intérieur des bords, me persuade facilement que la longitude de Madras a été bien déterminée par l'auteur du Mémoire ; cette détermination peut cependant être susceptible d'une erreur de quelques secondes, & d'ailleurs si l'on corrige la longitude de Tobolsk, pour la raison que j'ai exposée dans l'addition à mon premier Mémoire, il faut adapter la même correction à la longitude de Madras.

8.^o Le passage de Vénus a été observé à Paris par un grand nombre d'Astronomes ; M. de la Lande a fixé le contact intérieur à $8^h 28' 25''$, le P. Clouet à $8^h 28' 26''$, M. Baudoin à $8^h 28' 27''$, M. Messier à $8^h 28' 30''$, M. l'abbé de la Caille à $8^h 28' 37''\frac{1}{2}$, le P. de Merville à $8^h 28' 40''$, M.^{rs} Maraldi & de Barros à $8^h 28' 42''$: que fait l'auteur du Mémoire dans cette surprenante variété de déterminations ? il préfère la première à toutes les autres, & les combinaisons qu'il en fait lui procurent une parallaxe de $8''\frac{1}{2}$; mais si je fais choix des observations de M.^{rs} Maraldi & de Barros, du P. de Merville, & de M. l'abbé de la Caille, alors ces combinaisons feront monter la parallaxe à 10 secondes & au-delà ; j'en excepte la comparaison qu'on feroit avec l'observation de Bologne, celle-ci restreindroit la parallaxe à 3 secondes.

9.^o La longitude de Bologne, que l'auteur suppose, est réellement celle qu'on a coutume de déterminer pour l'église de S.^t Pétrone : c'est à l'Observatoire de l'Institut, $2''\frac{1}{2}$ de temps à l'est de S.^t Pétrone, que le passage de Vénus a été observé ; les Observateurs étoient au nombre de six ; M. Zanotti, avec une lunette de 2 pieds $\frac{1}{2}$ seulement, a fixé le contact intérieur à $9^h 4' 34''$; l'auteur ne fait point usage de cette observation, & je pense qu'il a raison : M. Zanotti est certainement un bon Observateur, mais il se servoit d'une lunette trop petite, voulant, de cette observation même, déduire les effets que pouvoient produire les différentes longueurs des lunettes ; les cinq autres Observateurs ont fixé le commencement de l'émerſion à $9^h 4' 54''$, à $9^h 4' 56''$, à $9^h 4' 58''$, & à $9^h 5' 0''$. Aucune de ces observations ne peut satisfaire à toutes les combinaisons de l'auteur du Mémoire, qui a cependant choisi Bologne pour

un des principaux termes de comparaison : à laquelle de ces déterminations jugera-t-il à propos de s'attacher ? à toutes alternativement, selon que chacune lui paroîtra favorable au but qu'il s'est proposé : j'en donne deux exemples, j'en pourrois donner davantage ; l'un & l'autre sont pris à la *page 307*. L'auteur combine l'observation de Bologne avec celle de Paris, s'il établissoit celle de Bologne à $9^h 5' 0''$, il trouveroit $12''$, 12 pour parallaxe, & ce seroit trop ; mais en fixant l'observation à $9^h 4' 54''$, il trouve pour parallaxe $8''$, 50 : d'un autre côté, dans la combinaison entre Bologne & Torneâ, la supposition que le contact intérieur ait été observé à Bologne à $9^h 4' 54''$, donneroit une parallaxe trop petite ; elle ne seroit que de $7''$, 62 : il faut donc ici supposer que l'observation faite à $9^h 5' 0''$ & la parallaxe $8''$, 23 , qui résultera de cette supposition, approchera beaucoup plus du résultat moyen que l'on cherche. Au reste je ne relève ceci que pour détruire le concert apparent que l'auteur voudroit nous faire trouver dans ses combinaisons ; je suis d'ailleurs bien éloigné de penser qu'il ait eu la moindre intention de faire illusion au Public, il est même facile de prouver le contraire par deux raisons assez frappantes : 1.^o il n'a pas tiré tout le parti qu'il pouvoit tirer de cette diversité de dates des observations ; 2.^o toutes ces combinaisons sont renfermées dans deux pages & sont placées les unes à côté des autres ; il n'étoit pas possible de ne point s'apercevoir au premier coup d'oeil de la variété.

En considérant les observations de Bologne en elles-mêmes, elles me paroissent incompatibles avec celles de Greenwich, avec la plupart de celles de Paris, avec celle de Madras, avec la plupart des observations faites en Italie & en Allemagne ; je ne puis m'empêcher de soupçonner qu'il est arrivé à la pendule quelque altération, dont on n'aura pas jugé à propos d'instruire les Observateurs : au reste il ne faut pas ajouter un grand nombre de secondes aux dernières observations de Bologne pour les faire accorder avec celles qui ont été faites ailleurs *.

* Dans un Mémoire postérieur à celui-ci, je crois avoir démontré la véritable cause du peu d'accord des observations de Bologne avec les autres ;

10.° Le passage de Vénus a été observé à Greenwich par trois Observateurs, qui se sont accordés avec une précision singulière sur le premier contact, & qui n'ont différé que d'une seule seconde sur le dernier; M. Short diminue beaucoup la force de ce concert, en l'attribuant à la trop grande vivacité d'un des Observateurs, qui, en jetant un cri au moment où il jugea que l'attouchement se faisoit, détermina, selon M. Short, le jugement de ses deux conjoints; sans ce cri, les deux autres Observateurs auroient apparemment fixé le commencement de l'immersion quelques secondes un peu plus tard; si cela fût arrivé, leurs observations, combinées selon les principes de l'auteur, auroient absolument confirmé l'exactitude de la mienne; celle de Greenwich, telle qu'elle est, ne m'est pas entièrement favorable, mais les résultats démentent bien plus fortement l'observation du cap de Bonne-espérance: en voici la preuve sur les seules combinaisons de l'auteur du Mémoire.

L'observation de Greenwich, combinée avec celle de Stockholm, donne, selon lui, pour parallaxe.....	9",66
Avec celle d'Upsal.....	9,61
Avec celle de Torneå.....	8,42
Avec celle de Cajanebourg.....	9,09
Avec celle de Tobolsk.....	9,11
Avec celle d'Abo.....	10,04
Avec celle de Calmar.....	10,16
Avec celle d'Hernofand.....	10,20
En prenant un milieu, on a.....	9,41.

Et en excluant la comparaison faite avec Torneå, parce qu'elle s'écarte seule d'une seconde entière du résultat moyen, les combinaisons de l'observation de Greenwich donnent, selon les calculs de l'auteur, pour parallaxe solaire 9",55.

J'ai encore exclu ici l'observation de Calcutta, ainsi que celle de Bologne; celle-ci réduit la parallaxe à 7",71.

c'est que la longitude de Bologne, telle qu'elle est marquée dans la Connoissance des Temps, est trop forte d'environ 12 à 15 secondes.

11.^o Je ne doute point de l'habileté de l'auteur dans les observations astronomiques; il a observé le passage de Vénus à Londres dans la maison ou l'hôtel, dit *Savile-House*; les combinaisons de cette observation ne s'accordent pas avec les résultats de la mienne, mais l'observation en elle-même ne cadre pas mieux avec les observations de Greenwich ni avec celles de M.^{rs} Hornsby & Phelps, faites au château de Sherburn. Outre la différence des temps de l'observation du contact intérieur, j'en remarque une encore plus frappante dans la durée de l'émerison; à Greenwich, à Sherburn, Vénus n'a employé que 18' 9" au plus à quitter le Soleil; & à Londres, la sortie a duré 18' 43"; je conçois que cette différence peut être attribuée à l'excellence de l'instrument dont l'auteur se servoit & à sa dextérité à le manier; mais s'il avoit tant d'avantage sur les autres Observateurs, par cela seul son observation ne peut plus être comparée à celle des autres Astronomes.

Quant au château de Sherburn, je dois avertir que je me suis trompé dans mon premier Mémoire, lorsque j'ai donné la position de ce château d'après une carte de M. de l'Isle: il y a apparemment en Angleterre plusieurs lieux de ce nom; celui où M. Hornsby a observé est situé par 51^d 39' 22" de latitude, à 4' 1" de temps à l'ouest de l'Observatoire de Greenwich. J'aurois pu voir cela dans les Tables de M. Halley, je ne l'y ai pas cherché; au reste, cette position de Sherburn ne m'empêche pas de revendiquer l'observation de M.^{rs} Hornsby & Phelps, comme m'étant entièrement favorable: elle me l'est même trop dans un sens, comme on pourra le voir ci-dessous.

12.^e M. le Docteur Bévis, dans une Lettre écrite à M. Ferner, & rapportée dans les *Éphémérides* du P. Hell, année 1762, détermine la longitude de Leskeard, au comté de Cornouailles, à 17' 5" à l'ouest de S.^t Paul de Londres, & à 17' 27" $\frac{1}{2}$ à l'ouest de Greenwich; le même M. Bévis, au LII.^e Volume des *Transactions*, page 202, restreint la longitude de Leskeard, à l'égard de Londres, à 16' 10"; en avertissant que M. Haydon, dans un Mémoire fait quelques années auparavant, l'établissoit de près de 2 minutes plus forte;

M. Short la décide de $18' 2''$ à l'ouest de l'hôtel de Savile. Tout ceci prouve que l'on peut encore douter de la certitude de cet élément; M. Haydon, Observateur de Leskeard, est le seul que je connoisse qui ait donné plus de 19 minutes à la durée de l'émerison : cette durée, déterminée par presque tous les autres Observateurs Européens, est renfermée entre $18'$ & $18' 30''$, à très-peu près.

13.^o L'observation de Rome est faite par un Anonyme; il est donc impossible de juger quel est le degré de précision qu'on peut y supposer : pour moi, j'y présume au contraire de l'imperfection, & voici sur quoi je m'appuie. La longitude de Rome, établie par l'auteur du Mémoire, est réellement celle de S.^t Pierre de Rome; mais l'Anonyme observoit au couvent de S.^{te} Marie de la Minerve, $4'' \frac{1}{2}$ ou $5''$ à l'est de S.^t Pierre; l'auteur ne fait que deux combinaisons de l'observation de Rome, & cette précaution est fort sage; un plus grand nombre de combinaisons manifesterait trop clairement le défaut de l'observation anonyme : j'en cite deux exemples. En restituant au couvent de la Minerve la vraie longitude, & en comparant l'observation qui y a été faite avec celle de Paris, telle qu'elle a été choisie par l'auteur, la parallaxe du Soleil n'est que de $6'', 16$; & si, pour l'observation de Paris, on prend celle de M. Maraldi, la parallaxe est restreinte à $2'', 55$; la même observation de Rome, comparée avec celle de Greenwich, donne pour parallaxe $5'', 32$: la prudence auroit dû conseiller la suppression totale de cette observation*.

14.^o Je n'incidenterai pas sur 5 secondes que l'auteur a ajoutées à la longitude que j'avois établie pour Goettingen; il a suivi sans doute la *Connoissance des Temps*; il ne fait que deux combinaisons de l'observation faite à Goettingen, & ces deux combinaisons lui donnent pour parallaxe $9'', 25$ & $10'', 57$;

* Dans le Mémoire cité à la note précédente, j'établis une longitude de Rome, différente de celle qu'on trouve dans la *Connoissance des Temps*, & avec laquelle l'observation de Rome peut subsister; d'ailleurs l'auteur s'est fait connoître, l'observation n'est plus anonyme; elle est d'un Astronome très-intelligent, du P. Audifredi.

en prenant un milieu, la parallaxe seroit de $9^{\circ}, 91$; je crois d'ailleurs qu'il place Goettingen un peu trop à l'est.

15° 16° 17° 18° 19° 20° 21° & 22° . Je comprends sous ces huit numéros les huit villes qui complètent le catalogue des vingt-deux lieux, dont la longitude respective est déterminée par l'auteur, c'est-à-dire Stockholm, Upsal, Abo, Hernosand, Torneå, Calmar, Cajanebourg & Tobolsk. Stockholm est, selon lui, à $1^h 3' 10''$ à l'est du méridien de Paris, j'y consens volontiers ; feu M. l'abbé de la Caille y ajoutoit 3 secondes, je ne m'y oppose pas ; M. Wargentin restreint cette longitude à $1^h 2' 50''$ ou $51''$, j'accepte encore avec plaisir la décision ; mais la longitude de Stockholm une fois admise, doit régler la longitude de la plupart des villes que j'ai nommées : or cet arrangement ne s'accorderoit point avec les idées de notre auteur. Que fait-il donc ? il déplace Stockholm, & laisse à Cajanebourg & à Tobolsk la longitude que je leur ai assignée : mais je n'ai déterminé la longitude de Tobolsk & de Cajanebourg que sur celle de Stockholm ; je n'avois aucune observation qui me permit de comparer directement leur position avec celle de Paris : si donc on recule Stockholm à l'est, il faut en faire autant à l'égard de Cajanebourg & de Tobolsk. Mais j'ai aussi réglé la longitude de ces deux villes sur celle d'Upsal, & l'auteur ne touche point à cette décision ? cela est vrai ; son système exigeoit qu'il admît entre ces deux villes & Upsal les distances que j'avois déterminées ; & pour étayer ce système, il met $1' 59''$ de différence entre les méridiens d'Upsal & de Stockholm, tandis qu'il est démontré, par près de deux cents observations, que cette distance n'est que de $1' 39''$ ou $1' 40''$ au plus. « Je me suis écarté, dit-il *, de la méthode » de M. Pingré à l'égard de la longitude de Stockholm, que je » n'ai point déterminée par l'entrée de Vénus, parce qu'il me » paroît clair qu'il doit y avoir eu une erreur dans l'observation » du premier contact intérieur à Stockholm ; & cette erreur doit » être attribuée, comme je l'ai dit dans mon premier Mémoire, » au peu de hauteur du Soleil sur l'horizon au moment de ce » contact : en effet, que l'on compare les temps de l'entrée & de la

* page 302.

la sortie observés à Stockolm & à Upsal, nous trouverons pour différence de longitude entre ces villes $1'39''$ & $1'59''$; & puisque nous sommes assurés que l'observation de la sortie doit donner dans ce cas la différence de longitude avec plus de certitude, il suit que l'erreur doit être au temps de l'entrée de Vénus, & il est aisé de prouver qu'elle est du côté des Observateurs de Stockolm. » J'avoue que je ne reconnois point dans ce raisonnement la solidité ordinaire du jugement de l'auteur; il lui a été certainement dicté par la nécessité d'altérer toutes ces longitudes, afin de trouver dans ses combinaisons le concert qu'il avoit dessein de m'objecter: en effet, pourquoi le peu de hauteur du Soleil rendroit-il incertain le premier contact intérieur? ce n'est certainement pas à cause de l'incertitude des réfractions, encore moins à cause de la différence des parallaxes; ce seroit donc parce qu'on supposeroit les bords du Soleil mal terminés? mais aucun des Observateurs ne nous avertit de cette circonstance: est-elle absolument nécessaire pour la supposer gratuitement? le Soleil n'étoit pas plus élevé à Upsal qu'à Stockolm; si l'on prétend qu'on ne peut, pour cette raison, se fonder sur le premier contact intérieur de Vénus & du Soleil, on rend incertaine la position de Tobolsk & de Cajanebourg. Je crois devoir raisonner autrement: deux cents observations d'éclipses de Satellites, faites à Upsal & à Stockolm, c'est-à-dire sous un même ciel, dans un même climat, à même élévation de la Lune & de Jupiter sur l'horizon, en un mot dans des circonstances parfaitement les mêmes, établissent $1'39$ à $40''$ de différence entre les méridiens de ces deux villes; on tire la même conclusion des observations du premier contact intérieur & de celle du second contact extérieur des bords du Soleil & de Vénus: donc cette conclusion forme un élément incontestable qu'il n'est pas permis d'altérer. Mais le second contact intérieur fournit un autre résultat? j'en conviens; que s'ensuit-il? qu'il y a une erreur dans l'observation de ce contact; & je ne vois pas pourquoi l'on prononce avec tant d'assurance que l'erreur est du côté des observateurs de Stockolm: M.^{rs} Klingenshierna & Wargentín ont, en fait d'observations

astronomiques, une réputation qui doit faire présumer en leur faveur; le plus qu'on pourroit accorder seroit de partager l'erreur entre Stockholm & Upsal; la différence de longitude entre ces deux villes est donc de $1' 39''$ à $40''$, & non pas de $1' 59''$: M. Wargentin a pareillement déterminé, par la combinaison de plusieurs observations, la longitude d'Abo, à l'égard de Stockholm, de $16' 35''$ à 36 secondes à l'est, celle d'Hernofand de 38 à $39''$ à l'ouest, celle de Calmar de $6' 26''$ environ à l'ouest, enfin celle de Torneå de $24' 37''$ à $38''$ à l'est; l'auteur place Abo à $16' 4''$ de Stockholm; Hernofand à $1' 4''$, Calmar à $6' 51''$, & Torneå à $24' 34''$; après cela, faut-il s'étonner s'il a réussi à trouver ou plutôt à mettre un concert si parfait dans les résultats de cent cinquante-huit combinaisons qu'il nous présente, entre les observations du dernier contact intérieur des bords de Vénus & du Soleil, faites dans les vingt-deux villes qu'il a choisies pour termes de ses comparaisons?

Venons maintenant à la comparaison des différentes durées du passage, observées en divers lieux: cette méthode n'exige point une connoissance précise de la longitude des lieux où s'est faite l'observation; il y a plus, quelque mal qu'on ait pu s'y prendre pour régler la pendule, cela n'influera point sur le résultat, pourvu que d'ailleurs on connoisse la marche de la pendule, c'est-à-dire son retardement ou son accélération journalière; il seroit seulement à desirer que la pratique de cette méthode pût être fondée sur des différences de durée assez grandes, pour que l'erreur possible des observations devînt presque insensible dans les résultats, & c'est ce que nous ne trouvons point dans les observations du passage de 1761. J'avois cependant essayé d'employer cette méthode: l'auteur du Mémoire n'attaque point mes combinaisons; il se contente de leur en opposer d'autres au nombre de douze; il compare les durées observées à Madras, au Grand-mont, & à Tranquebar d'une part, avec celles qui ont été déterminées d'autre part à Tobolsk, à Cajanebourg, à Abo, & à Torneå; le résultat est que la parallaxe du Soleil n'excède pas $8'',61$.

Mais de ces douze combinaisons, j'en ai déjà rejeté huit, savoir celles où les durées observées à Tranquebar & au Grandmont entrent comme termes de comparaison ; de ces durées, l'une a été augmentée & l'autre diminuée par l'auteur, comme je l'ai fait voir ci-dessus ; les quatre autres combinaisons donnent, suivant l'auteur, pour parallaxe solaire $9''{,}61$; $10''{,}66$; $10''{,}09$; & $9''{,}20$: par un milieu, la parallaxe seroit de $9''{,}89$; ce résultat approche beaucoup plus du mien que de celui de l'auteur.

Enfin l'auteur entreprend de déterminer la parallaxe du Soleil par les observations de la moindre distance des centres : cette méthode est fort bonne, mais on est obligé d'y employer des élémens bien délicats. L'auteur commence par admettre non-seulement l'opération que j'ai faite à Rodrigue, pour déterminer cette plus courte distance, mais même la conclusion que j'en ai tirée, savoir que cette plus courte distance étoit de $9' 21''{,}7$, ou, comme il le dit, de $9' 21''{,}4$; la différence de $0''{,}3$ ne peut occasionner ici une erreur bien sensible : il s'agissoit de comparer cette plus courte distance apparente, déterminée pour Rodrigue, avec d'autres distances apparentes observées en de-çà de la Ligne & même en de-çà des Tropiques, je l'avois fait ; la durée du passage entre les deux contacts intérieurs, observée à Tobolsk, à Cajanebourg, à Stockholm, à Upsal, à Tomeå, m'avoit donné occasion de déterminer la moindre distance apparente des centres en ces mêmes lieux, & tout cela m'avoit conduit à regarder la parallaxe du Soleil comme excédant 10 secondes ; l'auteur du Mémoire fait précisément les mêmes comparaisons, & son résultat lui donne une parallaxe de $8''\frac{1}{2}$ seulement : nous avons prétendu suivre la même route ; comment sommes-nous arrivés à des termes si différens ? il faut nécessairement que nous ayons manqué le chemin l'un ou l'autre : l'auteur prétend s'être appuyé sur de vrais principes. « Je dis *vrais*, dit-il dans une note au bas de la page 334, parce que j'ai raison de croire qu'il y a une erreur dans la méthode proposée par M. Pingré. » Cela peut être : l'auteur m'auroit véritablement obligé, s'il eût voulu me faire connoître cette erreur ; je ne l'aperçois pas. Je fais,

il est vrai, que ma méthode porte sur une supposition fautive ou du moins incertaine; je suppose la parallaxe connue, & c'est elle que je cherche; mais les règles de fautive position ne sont pas bannies de la science des Nombres: si en supposant 10 secondes de parallaxe, mes opérations ne m'en eussent donné que $9\frac{1}{2}$ ou même moins, je ne m'en serois pas tenu là; j'aurois recommencé les opérations sur la nouvelle supposition d'une parallaxe de $9''\frac{1}{2}$ ou même moindre, & je serois peut-être parvenu, par les règles ordinaires de deux fautives suppositions, à une parallaxe de $8''\frac{1}{2}$; mais mes premières opérations m'ayant donné un peu plus de 10 secondes de parallaxe, j'ai cru pouvoir m'en tenir à cette première détermination, d'autant plus que les durées observées ne différoient pas assez entr'elles pour pouvoir me conduire à un résultat absolument précis. Je ne vois pas là d'erreur.

Je n'en dirai pas autant de la méthode, ou plutôt des deux méthodes, que l'auteur propose, pages 343 & 344; elles ne me paroissent exactes ni l'une ni l'autre. Dans la première, il suppose l'orbite apparente de Vénus sur le Soleil rectiligne; il fait tirer une perpendiculaire du centre du Soleil sur cette orbite, &, pour corriger la fautive de sa première supposition, il en forme une seconde, qui ne me paroît pas moins fautive, savoir qu'on connoît la partie de cette perpendiculaire (*MF dans sa figure*) comprise entre l'orbite apparente rectiligne & l'orbite vraie de Vénus: or je ne vois pas comment on connoît cette partie; mais je ne m'arrête point à cette première méthode, l'auteur n'en ayant point fait usage dans son Mémoire.

Par la seconde méthode, il suppose une parallaxe du Soleil, &, partant de cette supposition, il réduit la durée du passage apparente & observée en durée géocentrique & vraie; il convertit ensuite la demi-durée géocentrique en minutes & secondes de degrés, en prenant sans doute le mouvement horaire de Vénus au Soleil dans les tables, & non pas en le déduisant de l'observation même, comme quelques-uns ont cru pouvoir le déduire sans faire assez de réflexion sur les causes de ce mouvement horaire. Après cette opération, l'auteur résout un

triangle rectiligne rectangle, dont l'hypoténuse est la différence des demi-diamètres du Soleil & de Vénus, supposés connus; un côté de ce triangle est donné, c'est la demi-durée géocentrique réduite en fractions de degrés; on cherche l'autre côté, qui est la moindre distance géocentrique des centres: si on ajoute à cette moindre distance la parallaxe en latitude calculée pour le milieu du passage, ou si on l'en retranche, selon l'exigence des cas, on aura la moindre distance apparente des centres. Je demande si, dans cette méthode, on ne suppose pas évidemment ce qui est en question, c'est - à - dire la parallaxe du Soleil? si l'auteur employoit cette supposition comme une supposition fautive ou incertaine, pour parvenir par degrés à la parallaxe véritable, tout seroit en règle: mais c'est ce qu'il ne fait pas. Il applique sa méthode, *pages 334 & 335*, à la durée du passage observée en douze différens lieux; il réduit d'abord ces durées en durées géocentriques; la différence des résultats est frappante, & cela seul auroit dû l'avertir que la supposition d'une parallaxe de $8'',56$ étoit absolument fautive: il auroit donc fallu recommencer sur une nouvelle supposition; l'auteur ne le fait point, il prend un milieu entre ces résultats disparats, & regarde ce milieu $5^h 58' 05''$ comme la vraie durée géocentrique du passage; & il en conclut la moindre distance géocentrique des centres de $9' 31''$. Supposant ensuite cette moindre distance géocentrique, & combinant différemment les douze durées observées, il retrouve à très-peu près la parallaxe horizontale, de laquelle il étoit parti d'abord; cela devoit arriver ainsi: je prie l'auteur de faire le même calcul dans la supposition de 11 secondes de parallaxe; j'ose l'assurer qu'excepté la durée de Stockholm, toutes les autres durées géocentriques, conclues des durées véritablement observées, s'accorderont aussi bien que dans la supposition; elles s'accorderont beaucoup mieux si, au lieu de $8'',56$ ou de $11''$, on suppose la parallaxe de $10''$, & le reste de l'opération de l'auteur rendra toujours à la fin la parallaxe qu'on aura supposée au commencement: on ne fait que revenir sur ses pas, il est naturel qu'on se retrouve au point dont l'on étoit parti.

Pour conclure assez exactement la véritable parallaxe du Soleil, par la méthode de l'auteur, voici, ce me semble, comment on pourroit s'y prendre : je suppose avec lui la parallaxe du Soleil de $8'',56$; la durée a été observée à Tobolsk de $5^h 48' 53''$; ajoutez $9' 16''$ pour l'effet de la parallaxe, la durée géocentrique sera de $5^h 57' 59''$; ajoutez à $5^h 51' 43''$, durée observée à Madras, $6' 35''$ pour l'effet de la parallaxe, la somme $5^h 58' 18''$ donnera une durée géocentrique plus forte de 19 secondes que celle qui a été conclue de l'observation de Tobolsk : donc la supposition de $8'',56$ pour parallaxe n'est pas juste. Soit l'excès $19'' = n$, & la différence entre les effets de la parallaxe $9' 6'' - 6' 35'' = 2' 31'' = 151'' = m$; soit aussi la véritable parallaxe $= p$, & la parallaxe supposée $= p'$; soit enfin l'effet de la parallaxe ajouté pour trouver la durée géocentrique $= d'$, & l'effet qu'il falloit ajouter pour trouver la véritable durée géocentrique $= d$; on aura toujours $d = d' \pm \frac{d'n}{m}$ & $p = p' \pm \frac{p'n}{m}$.

Le signe $+$ a lieu lorsque l'effet de la parallaxe étant le plus grand, la durée géocentrique conclue est la plus petite ; ainsi, dans l'exemple présent, l'effet de la parallaxe est de $9' 6''$ à Tobolsk, & à Madras de $6' 35''$; il est donc le plus grand à Tobolsk : mais la durée géocentrique conclue pour Tobolsk, $5^h 57' 59''$, est au contraire plus petite que celle de Madras, $5^h 58' 18''$; c'est donc ici le signe $-$ qu'il faut employer ; $p' = 8'',56$; $\frac{p'n}{m} = \frac{8,56 \times 19}{151} = 1,08$: donc $p = 9'',64$. D'autre part, en prenant l'observation de Tobolsk, on aura $d' = 9' 6'' = 546''$, & $\frac{d'n}{m} = 69''$; donc $d = 16' 15''$, & la durée géocentrique conclue de l'observation de Tobolsk, sera $5^h 59' 08''$; à Madras, $d' = 6' 35''$ & $\frac{d'n}{m} = 50''$: donc $d = 7' 25''$, effet de la parallaxe qu'il faut ajouter à la durée observée $5^h 51' 43''$;

la somme sera comme auparavant $5^h 59' 8''$: donc les durées observées à Tobolsk & à Madras, donneront $9'',64$ pour parallaxe horizontale, & $5^h 59' 08''$ pour durée géocentrique du passage. Que l'on fasse la même opération sur les durées observées à Upsal & à Madras, on trouvera pour parallaxe $10'',8$, & pour durée géocentrique $6^h 0' 2''$. Après un nombre suffisant de combinaisons, on pourra prendre un milieu entre les résultats, & l'on trouvera une parallaxe horizontale, une durée géocentrique, & une moindre distance apparente des centres bien différentes de celles que l'auteur établit.

Je crois avoir assez bien détruit le concert prétendu des combinaisons de l'auteur du Mémoire, puisque j'ai montré que la plupart de ces combinaisons étoient appuyées sur des observations incertaines & mêmes altérées, soit en elles-mêmes, soit par rapport à la longitude des lieux où elles ont été faites; que quelques-unes m'étoient plus favorables que contraires; que les autres enfin étoient fondées sur des méthodes absolument fautives. Je suis toujours prêt à reconnoître la vérité, si on me la montre; je ne suis certainement point infailible, je puis m'être trompé, j'ose même assurer que j'ai fait le premier tous mes efforts pour me convaincre moi-même d'erreur. Si je persiste à croire que la parallaxe horizontale du Soleil est d'environ 10 secondes $\frac{1}{4}$, c'est que mon observation ne me permet pas de penser autrement; c'est que cette observation me paroît d'ailleurs confirmée par des présomptions auxquelles on n'a point encore répondu, & auxquelles il seroit même peut-être difficile de répondre.

Je mets au nombre de ces présomptions la décision de feu M. l'abbé de la Caille, au sujet de la parallaxe du Soleil : on sait que cet Astronome regardoit cette affaire comme décisivement terminée par les observations qu'il avoit faites au cap de Bonne-espérance; les voyages qu'on se dispoisoit à entreprendre, dans le dessein d'observer le passage de Vénus, étoient même, selon lui, des voyages assez inutiles pour le but qu'on se propoisoit. Il en disoit trop peut-être; mais ce

qu'il en disoit, étoit au moins une preuve bien décisive de la confiance qu'il avoit en ses observations : si la parallaxe n'est que de $8''\frac{1}{2}$, il faut dire que cet habile Observateur se sera trompé d'une cinquième partie dans la détermination de cet élément, ce qui ne me paroît point du tout vraisemblable.

L'observation de Sainte-Hélène, par M. Maskelyne, me fournit une seconde présomption, qui ne me paroît pas moins forte que la première; M. Maskelyne, comme je l'ai dit dans un autre Mémoire, a déterminé vers la fin du passage une distance des bords dans la précision des fractions de secondes : j'en ai conclu que la parallaxe du Soleil étoit au moins de 10 secondes. Je fixois la longitude de l'île de Sainte-Hélène à $31^{\circ}54''$ à l'ouest de Paris; M. Maskeline, la fait, dit-on, de $32^{\circ}46''$: cette dernière détermination écarte bien davantage l'observation de Sainte-Hélène de celle du cap de Bonne-espérance; ainsi ou mon observation est exacte, ou M. Maskelyne s'est trompé d'environ 15 secondes dans la détermination qu'il nous a donnée de la distance des bords du Soleil & de Vénus.

Quand je lisois à l'Académie, il y a environ six mois, un Mémoire sur la longitude & la latitude de Pékin, j'ignorois que le passage de Vénus eût été observé dans cette ville : je pouvois encore moins deviner combien cette observation devoit confirmer la mienne. Le P. Doslier, apparemment Jésuite françois, y a observé le premier contact intérieur à $22^h10'26''{,}7$, & le second à $3^h59'59''{,}3$; il a déterminé la sortie totale à $4^h17'57''{,}4$: ceci est extrait d'une Lettre de M. Épinus à M. l'abbé Nollet, écrite de Pétersbourg, & lûe à l'Académie le jour même que j'ai commencé à lire ce Mémoire. Ainsi je puis compter huit observations admissibles de la durée du passage entre les deux contacts intérieurs, celles de Tobolsk, de Cajanebourg, de Stockholm, d'Upsal, de Torneå, de Calmar, de Madras & de Pékin : je rejette celles de Tranquebar & du Grand-mont, elles sont manifestement fautives; pour en tirer parti, M. Short a été obligé d'y faire des changemens fondés sur de simples conjectures : j'en

j'en dis autant des observations d'Abo & d'Hernofand; l'une a duré $5^h 51' 9''$, l'autre $5^h 50' 55''$ ^a. L'auteur du Mémoire a eu raison de penser que ces durées étoient trop longues; mais l'altération qu'il introduit, d'une minute à la première observation & de 29 secondes seulement à la seconde, ne paroît pas avoir un degré d'authenticité suffisant pour nous faire regarder ces durées comme indubitablement observées: je serois tenté d'admettre l'observation de Calcutta, elle ne me seroit pas défavorable; mais quel fondement solide peut-on poser sur une observation faite avec une simple montre?

^a Voy. les Transf.
tome LII, part. I,
page 214.

Le passage entre les deux contacts intérieurs a duré $5^h 48' 53''$ à Tobolsk, ou même $5^h 48' 50''$ seulement, selon M. l'abbé Chappe^b.

^b Voy. les Mém.
de l'Acad. année
1761, p. 362.

A Cajanebourg, cette durée a été de $5^h 49' 54''$, selon une Dissertation de M. Planman, rédigée en forme de Thèse, & imprimée à Abo en 1763; je l'ai sous les yeux.

A Pékin, Vénus n'a été entièrement sur le Soleil que pendant $5^h 49' 32''$, 6, selon la Lettre de M. Épinus à M. l'abbé Nollet.

A Torneå, M. Hellant a déterminé la durée de $5^h 50' 9''$.

A Upsal, M. Bergmann l'a fixée à $5^h 50' 26''$.

A Stockolm, elle a été, selon M. Wargentin, de $5^h 50' 45''$; &, selon M. Klingenshierna, de $5^h 50' 42''$: je me servirai de celle-ci, laquelle est même encore un peu trop longue de l'aveu de M. Short. Au reste, j'ai tiré ces déterminations pour Torneå, Upsal & Stockolm, d'une Lettre de M. Wargentin, qui m'a été communiquée par M. de l'Isle; & d'ailleurs elles sont imprimées dans les Transactions, dans les Mémoires de l'Académie, dans la Dissertation de M. Planman, &c.

Dans cette même Dissertation de M. Planman, je trouve que le dernier contact intérieur a été observé par M. Vijkström à Calmar en Smaland, à $9^h 23' 40''$: M. Short fait la durée à Calmar de $5^h 50' 39''$; le premier contact intérieur aura donc été observé à $3^h 33' 1''$. Je ne vois rien qui m'empêche de me rendre à l'autorité de M. Short.

Enfin la durée à Madras a été de $5^h 51' 43''$ ^c.

Mém. 1765.

^c Voy. le même
vol. des Transf.,
page 398.

. D

26 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Pour conclure la parallaxe des durées observées, j'ai dit qu'on n'avoit pas besoin de connoître avec une grande précision la longitude des lieux où les observations ont été faites; & c'est certainement un grand avantage de cette méthode: mais d'un autre côté les durées observées diffèrent si peu, que la moindre erreur dans la détermination de ces durées, influe très-sensiblement sur la parallaxe qu'on veut conclure; aussi en combinant les huit durées déterminées ci-dessus, j'ai trouvé des parallaxes de 4 à 5 secondes, elles ont quelquefois été portées jusqu'à 13 & 14 secondes & au-delà. Pour ne pas abandonner cependant en entier les avantages de cette méthode, je l'ai envisagée sous une autre face: si ces durées étoient exactes, me suis-je dit, le résultat de leurs combinaisons seroit toujours le même, & donneroit manifestement la même parallaxe; ceci n'arrive pas, il y a donc erreur dans plusieurs de ces observations & peut-être dans toutes? mais si nous sommes forcés de reconnoître des erreurs dans ces observations, il paroît du moins naturel d'y en admettre le moins qu'il sera possible. Si donc, dans une supposition de parallaxe quelconque, les erreurs des observations deviennent moindres que dans la supposition de toute autre parallaxe, on pourra présumer avec fondement, que la supposition de cette première parallaxe est véritable: ceci posé, examinons quelles sont les erreurs qui résultent de différentes suppositions.

1.^o Pour que toutes les durées s'accordent à donner une parallaxe de 10'', 1,

retanchez de celle de Tobolsk. . . .	2'' $\frac{1}{2}$
de celle de Stockolm. . . .	9'' $\frac{1}{4}$
de celle de Torneâ.	8
ajoutez à celle de Pékin.	9
à celle de Cajanebourg. . . .	1'' $\frac{3}{4}$
à celle d'Upsal.	6'' $\frac{1}{2}$
à celle de Calmar.	6'' $\frac{3}{4}$
à celle de Madras.	4.

2.^o Les durées s'accorderont à donner une parallaxe de 9'', 5;

si on retranche de celle de Madras.	$1''\frac{3}{4}$
de celle de Stockolm.	$10\frac{3}{4}$
de celle de Torneå.	$7\frac{3}{4}$
& si l'on ajoute à celle de Pékin.	$10\frac{15}{2}$
à celle de Cajanebourg.	2
à celle d'Upsal.	5
à celle de Calmar.	$4\frac{1}{2}$
à celle de Tobolsk	$1\frac{1}{2}$

3.^o Enfin si vous voulez que toutes les combinaisons de ces durées donnent $8'',5$ de parallaxe,

retranchez de celle de Madras.	12''
de celle de Stockolm.	$13\frac{5}{4}$
de celle de Torneå.	7
ajoutez à celle de Pékin.	13
à celle de Cajanebourg.	3
à celle d'Upsal.	$2\frac{1}{2}$
à celle de Calmar.	$\frac{5}{2}$
à celle de Tobolsk	10.

Donc si la parallaxe est de $10'',1$, les plus grandes erreurs des durées observées seront de $9''$; elles seront de $10''\frac{1}{2}$, si on suppose que la parallaxe du Soleil n'est que de $9'',5$; enfin si on restreint la parallaxe à $8'',5$, les erreurs des observations monteront jusqu'à 13 secondes : les combinaisons des durées observées doivent donc m'être beaucoup plus favorables que contraires, & par cela seul, l'observation de ces durées forme une présomption très-forte en faveur de l'exactitude de mon observation de Rodrigue & de la certitude du résultat que j'en ai tiré dans mon premier Mémoire.

Jé reviens à l'observation de Pékin : une éclipse de Soleil ; un passage de Mercure, & un très-grand nombre d'immersions & d'émersions du premier satellite de Jupiter, observés tant à Paris qu'à Pékin, m'ont conduit à établir $7^h 36' 23''$ de différence entre les méridiens de l'Observatoire royal de Paris & celui de la maison des Jésuites français à Pékin; si cette

longitude est regardée comme douteuse, il faut, à mon avis, renoncer à en déterminer aucune.

J'ai comparé les observations faites à Pékin, avec toutes les autres observations que j'ai calculées, tant pour le premier contact intérieur que pour le second; le petit nombre de contacts intérieurs, observés à l'entrée de Vénus, m'a engagé à n'en exclure aucun; par rapport à la sortie, j'ai exclu toutes les combinaisons d'observations qui ne différoient pas au moins de $2\frac{1}{2}$.

Pour faire ces combinaisons, il m'a fallu établir la longitude des lieux où les observations ont été faites; j'ai mis Torneà à $1^h 27' 49''$ à l'est de Paris, pour la raison que j'ai exposée dans mon premier Mémoire; M. Wargentin place Calmar à environ $56' 25''$ à l'est de Paris; M. Planman restreint cette distance à $56' 13''$; M. Short, en prenant un milieu, l'a déterminée de $56' 19''$; j'ai cru pouvoir l'imiter. Dans tout ce qui concerne d'ailleurs la longitude des villes de Suède, je me suis attaché à la décision de M. Wargentin; j'admets la longitude de Madras telle que M. Short l'a établie; je suis le P. Hell sur la longitude de plusieurs villes d'Allemagne; je conserve cependant la longitude de Goettingen telle que je l'avois déterminée, & je prends celle de Munich & d'Ingolstat dans la *Connoissance des Temps*, ainsi que celles de Bologne & de Florence; le feu P. Carcani a déterminé celle de Naples à $47' 10''$ ou $47' 12''$ au plus; j'ai calculé celle de Madrid sur l'éclipse de Soleil de 1706 & sur quelques éclipses du 1.^{er} satellite de Jupiter; j'ose bien assurer qu'elle n'est pas plus forte que je la donne ici; si elle est plus foible, ce ne peut être que d'un très-petit nombre de secondes; quelques éclipses du 1.^{er} satellite de Jupiter, observées à Lisbonne par le P. Carbonne, & à Paris par M.^{rs} Cassini & Maraldi, font la longitude de Lisbonne de $46' 10''$ à l'ouest de Paris; d'autres, observées par le P. Chevalier, la restreignent à $45' 48''$; je me suis enfin déterminé à $45' 55''$, & je ne crois pas qu'elle puisse être moindre: c'est pour le collège (ci-devant) de S.^t Antoine, que j'ai calculé cette longitude; si M. Ciéra y a observé la dernière éclipse de Soleil, on pourra avoir quelque chose de plus certain.

Le premier contact intérieur a été observé, comme je l'ai dit, à Pékin à $22^h 10' 26''{,}7$; & le second à $3^h 59' 59''{,}3$; c'est-à-dire, réduction faite au méridien de Paris, à $14^h 34' 3''{,}7$ & à $20^h 23' 36''{,}3$. Dans la Table suivante, la première colonne, contient le nom des villes où se sont faites les observations que je combine avec celle de Pékin; la seconde, l'heure du premier contact intérieur observé dans ces villes; la troisième, la même heure réduite au méridien de Paris: la différence de temps entre ces deux colonnes donnera la différence de méridiens que j'ai supposée entre ces mêmes villes & l'Observatoire royal de Paris; la quatrième colonne donne l'effet observé de la parallaxe, c'est-à-dire la quantité de temps dont l'entrée a été observée à Pékin plus tôt que dans les autres lieux marqués dans la première colonne; la cinquième colonne, marque la même quantité de temps, telle que l'observation auroit dû la donner, dans la supposition que la parallaxe du Soleil fût de 10 secondes; enfin, de la comparaison des deux colonnes précédentes, je conclus quelle est la véritable parallaxe horizontale du Soleil, déduite de l'observation; cette parallaxe occupe la sixième & dernière colonne.

TABLE de la parallaxe du Soleil, déduite de l'observation du premier contact intérieur.

Noms des Villes comparées avec PÉKIN.	OBSERVATION du 1. ^{er} contact intérieur.	La même observ. réduite au méridien de PARIS.	E F F E T		Parallaxe horizont. du SOLEIL.
			de la parallaxe observée.	de la parallaxe calculée.	
	H. M. S.	H. M. S.	M. S.	M. S.	S.
Torneâ.....	16. 4. 0	14. 36. 11	2. 7,3	2. 7,5	9,98
Cajanebourg..	16. 18. 5	14. 36. 24	2. 20,3	2. 19,9	10, 3
Hernofand....	15. 38. 35	14. 36. 23	2. 19,3	2. 25,4	9,58
Upsal.....	15. 37. 43	14. 36. 32	2. 28,3	2. 28,1	10, 1
Abo.....	15. 55. 50	14. 36. 33	2. 29,3	2. 30,8	9,91
Stockolm...	15. 39. 26	14. 36. 35	2. 31,3	2. 31,3	18,00
Tobolsk....	19. 0. 30,2	14. 36. 38,2	2. 34,5	2. 35,3	9,96
Calmar.....	15. 33. 1	14. 36. 42	2. 38,3	2. 39,0	9,96
Madras.....	19. 47. 55	14. 36. 53	2. 49,3	2. 51,4	9,88

L'observation seule d'Hernofand ne s'accorde point avec les autres: j'ai dit plus haut que l'auteur du Mémoire, pour tirer parti de cette observation, y avoit introduit quelques changemens, tant par rapport à la durée, que par rapport au dernier contact intérieur; il ne faudroit retarder le premier contact que de 6" pour faire cadrer cette observation avec les autres; c'est M. Stom qui l'a faite; M. Gifter, qui observoit avec lui, a cru voir le contact 9" plus tôt; en admettant son observation, la parallaxe seroit au-dessous de 9"; en prenant un milieu entre toutes les autres, on a pour parallaxe 9",97; il n'est aucun résultat particulier qui diffère de $\frac{1}{10}$ de seconde de ce résultat moyen.

La Table suivante ressemble en tout à la précédente; l'unique différence est qu'elle a pour objet de déterminer la parallaxe par le deuxième contact intérieur; à Paris, les lettres *L* & *M* distinguent, comme dans le premier Mémoire, les observations de M. de la Lande & de M. Maraldi.

TABLE de la parallaxe du Soleil, déduite de l'observation du second contact intérieur.

Noms des Villes comparées avec PÉKIN.	OBSERVATION du 2. ^d contact intérieur.	La même observ. réduite au méridien de PARIS.	E F F E T de la parallaxe observée.	E F F E T de la parallaxe calculée.	Parallaxe horizon. du SOLEIL.
	H. M. S.	H. M. S.	M. S.	M. S.	S.
Cajanebourg .	22. 7. 59	20. 26. 18	2. 41,7	2. 33,4	10,54
Abo	21. 46. 59	20. 27. 42	4. 5,7	3. 8,3	13, 5 ::
Hernofand . .	21. 29. 21	20. 27. 9	3. 32,7	3. 12,2	11, 7 ::
Upsal	21. 28. 9	20. 26. 58	3. 21,7	3. 18,5	10,16
Stockolm . . .	21. 30. 8	20. 27. 17	3. 40,7	3. 22,1	10,92
Calmar	21. 23. 40	20. 27. 21	3. 44,7	3. 42,6	10, 9
Goettingen . .	20. 58. 26	20. 28. 15	3. 38,7	4. 34,3	10,16
Sherburn	20. 15. 10	20. 28. 28	4. 51,7	4. 39,4	10,44
Greenwich . . .	20. 19. 0	20. 28. 17	4. 40,7	4. 40,7	10, 0
Tyrnau	21. 29. 9	20. 28. 14	4. 37,7	4. 49,2	9,60 ::
Wezlas	21. 20. 48	20. 28. 48	5. 11,7	4. 50,7	10,72 ::
Schwezingen . .	20. 53. 35	20. 29. 0	5. 23,7	4. 52,9	11, 5 ::
Ingolstat	21. 4. 58	20. 28. 48	5. 11,7	4. 54,4	10,58
Madras	1. 39. 38	20. 28. 36	4. 59,7	4. 55,7	10,13
Dillingen	21. 0. 20	20. 28. 42	5. 5,7	4. 58,1	10,25 ::

Noms des Villes comparées avec PÉRIN.	OBSERVATION du 2. ^d contact intérieur.	La même observ. réduite au méridien de PARIS.	EFFET de la parallaxe observée.	EFFET de la parallaxe calculée.	Parallaxe horizont. du SOLEIL.
	H. M. S.	H. M. S.	M. S.	M. S.	S.
Munich.....	21. 5. 46	20. 28. 46	5. 9,7	4. 59,3	10,35
Paris L....	20. 28. 25	20. 28. 25	4. 48,7	5. 1,7	9,57
Paris M....	20. 28. 42	20. 28. 42	5. 5,7	5. 1,7	10,13
Laubac.....	21. 18. 15	20. 28. 30	4. 53,7	5. 10,8	9,46 :
Bologne....	21. 5. 0	20. 28. 55	5. 18,7	5. 30,1	9,65
Florence....	21. 4. 28,5	20. 29. 40,5	6. 4,1	5. 37,8	10,77
Naples.....	21. 16. 55	20. 29. 43	6. 6,7	5. 56,4	10,29
Madrid.....	20. 6. 56	20. 29. 59	6. 22,7	6. 16,1	10,17
Lisbonne....	19. 44. 26	20. 30. 21	6. 44,7	6. 36,7	10,20
Rodrigue....	0. 36. 49	20. 33. 23	9. 46,7	9. 35,4	10,20 :
Cap de B. E..	21. 39. 52	20. 35. 34	11. 57,7	13. 18,5	8,98 :

J'ai rapporté les résultats de toutes ces combinaisons, parce que je les ai calculées toutes; on voit qu'excepté celle du cap de Bonne-espérance & celle d'Abo, toutes établissent la parallaxe depuis $9^{\circ}\frac{1}{2}$ jusqu'à 11° ; entre les vingt-six résultats, il y en a neuf que j'ai marqués comme douteux; les observations du Cap & de Rodrigue ne peuvent subsister ensemble; l'une ou l'autre est certainement fautive; il s'agit de décider laquelle des deux doit être admise; ce n'est probablement pas par ces observations mêmes qu'on en jugera, l'une & l'autre doit donc être exclue de la comparaison. Le résultat de l'observation d'Abo est certainement trop fort; M. Short croit qu'il y a une minute d'erreur, cela peut être: en corrigeant cette minute, l'observation donneroit $9^{\circ}86'$ pour parallaxe solaire, ce qui approche bien plus de $10^{\circ}10'$ que de $8^{\circ}56'$; mais dans cette supposition, la sortie aura duré à Abo $18^{\circ}43''$, ce que j'ai bien de la peine à croire, ou bien dira-t-on qu'il y a aussi une minute d'erreur dans l'observation d'Abo, par rapport au second contact extérieur? je crois qu'il est beaucoup plus simple de renoncer au secours que nous pourrions tirer de cette observation, ainsi que de celle d'Hernoland qui est pareillement fautive.

La longitude de Laubac en Carniole, n'a été déterminée que par une éclipse de Lune; je ne fais sur quel fondement on a établi celle de Dillingen en Souabe : ainsi quelque favorable que me soit l'observation de Vénus faite en cette ville, je consens à y renoncer pour le présent; cette observation ne servira qu'à prouver que la longitude de Dillingen est assez bien déterminée. Quant à Tynau, au château de Wezlas & à Schwezingen, il est certain ou qu'on a mal observé le passage de Vénus, ou que les longitudes de ces lieux ne sont pas bien assurées; la preuve en est manifeste : le contact intérieur devoit être observé à Tynau $1''\frac{1}{2}$ seulement plus tôt qu'à Wezlas, & $3''\frac{1}{2}$ plus tôt qu'à Schwezingen, & les différences de temps réellement observées se montent à $34''$ & à $46''$. J'ai cru cependant devoir insérer ces observations dans la Table précédente; elles peuvent devenir utiles lorsque le zèle, aussi infatigable qu'éclairé, du P. Hell aura réussi à fixer irrévocablement la longitude des lieux où elles ont été faites.

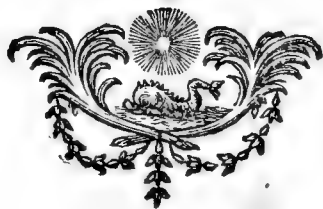
En excluant de ces observations celles du Cap, de Rodrigue, d'Abo & d'Hernofand, les vingt-deux autres, comparées avec celle de Pékin, donnent pour parallaxe moyenne $10'',235$; & en excluant toutes celles que j'ai marquées comme douteuses, la parallaxe est de $10'',24$: le résultat, comme on voit, est le même & ne diffère que de $0'',4$ de celui qui est donné par la comparaison de l'observation de Rodrigue avec celle de Pékin; les combinaisons du premier contact intérieur donnoient $9'',97$; en prenant un milieu, on aura pour parallaxe horizontale du Soleil apogée $10'',10$; & c'est ce qui est confirmé par la comparaison des durées observées, par les observations & les calculs de feu M. l'abbé de la Caille, & par l'observation de M. Maskelyne à l'île Sainte-Hélène. Je n'ose cependant donner ce résultat comme absolument certain; l'observation du cap de Bonne-espérance ne me le permet pas; je crois devoir défendre mon observation, parce que je la crois exacte; mais je suis bien éloigné de vouloir révoquer en doute la science & l'expérience des autres Observateurs. Je suis encore bien moins disposé à croire que le passage de Vénus, en 1761,

ait pu nous donner la parallaxe du Soleil à $\frac{1}{500}$ près, sur-tout lorsque je considère qu'il se trouve 17 secondes de différence entre les observations du contact intérieur des bords, faites en un même lieu par des Astronomes dont on ne peut contester le zèle & les talens. Ce ne sera qu'en 1769, qu'on pourra se promettre plus de précision; les Observateurs seront plus aguerris, & les termes de comparaisons bien plus distans, puisqu'une minute d'erreur sur la durée du passage n'en occasionnera pas une d'une demi-seconde sur la parallaxe du Soleil: mais pour retirer de ce passage tout le fruit qu'on a droit d'en espérer, il ne faudra point préférer pour l'observation les lieux qui promettroient le plus de commodités pour la vie; il faudra percer jusqu'à ceux dont on espérera un succès plus favorable pour la certitude du résultat de l'observation, je veux dire jusqu'aux îles de la mer du sud, entre l'Équateur & le tropique du Capricorne, à 140 degrés de longitude au moins à l'ouest de Paris; les observations qu'on y fera, sur-tout si l'on y en fait plusieurs en diverses îles, comparées avec celles de la Norwège, de la Lapponie donneront la parallaxe à $\frac{1}{100}$ près*.

P. S. Le volume des Transactions, où est contenu le Mémoire que je viens d'analyser, n'est arrivé à Paris que deux ou trois mois après la rentrée de l'Académie, & ma Réponse étoit prête bien avant la fin des vacances; M. Short avoit fait tirer des exemplaires séparés de son Mémoire; M. le Monnier avoit bien voulu me communiquer un de ces exemplaires: en conséquence, je n'ai pu avoir que M. Short en vue dans le Mémoire qu'on vient de lire. Le LIII.^e volume des Transactions, outre celui de M. Short, en contient un autre sur la même matière: l'auteur est M. Hornby, Professeur Savilien d'Astronomie dans l'Université d'Oxford. M. Hornby, sans réfuter directement M. Short, sans même le nommer, attaque fortement son avis sur la parallaxe du Soleil; il s'appuie principalement sur les observations de feu M. l'abbé de la Caille: de toutes les combinaisons que l'on a faites de ces observations avec les correspondantes faites en Europe, aucune ne donne la parallaxe horizontale du Soleil au-dessous de 8",94; la plupart la

* Voyez les Mémoires sur ce passage, publiés par M. de la Lande en 1764, & par moi en 1767.

donnent au-dessus de $9''{,}5$. Après cette remarque générale, qui me paroît fort juste, ainsi que tous les autres raisonnemens de M. Hornsby, cet Astronome fait un grand nombre de combinaisons des observations du passage de Vénus, & ces combinaisons s'accordent aussi bien que celles de M. Short & sont d'ailleurs mieux fondées; les différentes durées observées, les moindres distances des centres, les observations du dernier contact intérieur, tout devient entre les mains de M. Hornsby des objets de comparaison, qui le conduisent à établir la parallaxe du Soleil, pour le 6 Juin 1761, de $9''{,}736$, c'est-à-dire d'environ $1''{,}17$ plus forte que celle de M. Short, & seulement de $0''{,}36$ plus foible que je ne l'ai établie: en rejetant quelques observations moins certaines, & en admettant quelques légers changemens dans les longitudes des lieux, telles que M. Hornsby les propose, il seroit très-facile d'établir un concert plus parfait entre sa décision & la mienne. Il finit son Mémoire, par dire qu'il faut nécessairement ou convenir de la quantité qu'il assigne à la parallaxe du Soleil, ou rester dans l'ignorance de cet élément jusqu'au passage de Vénus, en 1769, qui doit nous en donner la connoissance la plus précise que nous puissions espérer.



SECONDE MÉMOIRE
SUR LA
CIRCULATION DU SANG
DANS
LE FOIE DU FŒTUS HUMAIN.

Par M. BERTIN.

AVANT de décrire le mouvement du sang & les directions constantes que suit ce fluide dans les vaisseaux dont j'ai exposé la structure dans mon premier Mémoire, inséré dans le volume de l'Académie, année 1753, il me reste à décrire 1.^o les veines hépatiques du fœtus branchues de la veine-cave, & principalement des petites branches de communication qui naissent de plusieurs rameaux de la veine-porte & de la veine ombilicale, & qui avoient été ignorées jusqu'à ce jour; 2.^o à déduire de cette structure & de celle de la veine-porte des conséquences utiles pour l'intelligence du vrai cours du sang dans le foie du fœtus & de l'adulte, & des maladies de ce viscère.

Les veines hépatiques du fœtus humain sont très-nombreuses; elles naissent des grains glanduleux du foie dans lesquels leurs ouvertures communiquent avec celles des branches de la veine-porte & de la veine ombilicale, & du canal hépatique ou pore biliaire & des artères hépatiques; ces rameaux, presque imperceptibles dans les grains glanduleux, se font facilement apercevoir quand ils en sortent; ils sont si nombreux que quand on les examine, après une injection bien faite, on seroit porté à croire que le foie n'est composé que de cette espèce de vaisseaux.

Ces petits rameaux forment des petites branches qui se croisent avec les plus petites branches sensibles de la veine-porte, de la

veine ombilicale, du pore biliaire & des artères hépatiques; ces branches forment de petits troncs qui se croisent encore avec les mêmes vaisseaux; quelques-uns de ces petits troncs reçoivent visiblement dans leur cavité les extrémités des branches ou arcades de communication, dont je parlerai plus amplement ci-dessous, & qui, ainsi que je le dirai, naissent des branches de la veine-porte & de celles de la veine ombilicale; ces petits troncs en forment de grands qui se croisent, ainsi que les précédens, avec les troncs du canal hépatique, de la veine-porte, de la veine ombilicale & de l'artère hépatique.

Tous ces troncs & branches de veines hépatiques empruntent dans leurs croisemens, sur-tout dans l'adulte, de petits prolongemens de la capsule de Glisson, & ils se terminent par neuf à dix troncs plus grands encore dans le tronc de la veine-cave inférieure; parmi ces troncs, quatre à cinq se font distinguer par une grandeur qui étonne; deux de ces plus gros troncs se réunissent assez ordinairement en un à l'instant qu'ils sortent du foie, & ce tronc de réunion est quelquefois d'un diamètre à peu-près égal à celui de la veine-cave inférieure.

Les gros troncs se terminent au-dessus des autres dans la veine-cave inférieure, car il y en a de moyens & de petits; il arrive cependant assez souvent qu'un des grands troncs s'insère dans la veine-cave au milieu des moyens & des petits; la longueur de tous ces troncs est proportionnée à leur largeur; les grands se répandent dans toute la convexité du foie & dans le bord antérieur de la concavité de ce viscère; les moyens & les petits se perdent dans la concavité: cette structure étant exposée, je vais passer aux anastomoses que j'ai dit ci-dessus être ignorées jusqu'à ce jour.

Personne ne doute des anastomoses des artères avec les artères, des veines avec les veines; l'œil les aperçoit sans le secours des verres & celui des injections: mais l'œil n'a presque jamais vu, d'une manière qui exclue toute espèce de doute, les anastomoses des artères avec les veines. Galien, Servet, Réalcolomb, Coësalpin, Arantius, Fabricius les ont supposées

comme une suite nécessaire de la structure des vaisseaux & de la direction que suit le sang dans leur cavité; mais ils ne les ont pas vues: Leuwenhoeck & Malpighi, & plusieurs Anatomistes après eux, les ont enfin aperçues à l'aide du microscope, mais dans quelques parties telles que le poumon, le mésentère & la queue de plusieurs animaux; dans l'homme, on n'en a vu qu'une à deux fois (a); c'est donc, comme on voit, un spectacle des plus rares de voir une artère se continuer sensiblement dans une veine, & cependant si on ne voit pas des yeux du corps cette continuation, on ne voit que des yeux de l'esprit cette partie intéressante du cercle que décrit le sang dans les extrémités des vaisseaux. J'ai fait bien des expériences & des recherches inutiles; elles ne m'ont réussi constamment que sur l'artère bronchique, & trois à quatre fois sur l'artère radiale, c'est-à-dire, que j'ai vu si souvent une branche de l'artère bronchique s'ouvrir tantôt dans une veine œsophagienne & tantôt dans une branche veineuse du tronc inférieur des veines pulmonaires gauches, qu'on peut regarder cette structure comme constante (b), & que pour ce qui regarde l'artère radiale, je l'ai vue trois à quatre fois donner une branche visible, qui s'ouvroit visiblement dans une des deux veines satellites dont elle est accompagnée.

Comme la veine-porte & la veine ombilicale dans le foie font, à bien des égards, la fonction d'artères, il suit que bien constater des anastomoses visibles entre la veine-porte & entre les veines hépatiques, c'est donner une preuve de la circulation du sang dans le foie plus physique que toutes celles qui ont été données jusqu'à ce jour; car c'est soumettre aux yeux un espace du cercle que décrit le sang, espace qui a fait les vœux de tous les Anatomistes & contre lequel toute leur industrie a échoué.

(a) M. Winslow, Traité des artères.

(b) J'ai cru d'abord être le premier qui eût aperçu l'anastomose de l'artère bronchique avec une veine œsophagienne; mais j'ai remarqué

depuis que M. Winslow a vu une à deux fois cette anastomose: mais M. Winslow n'a jamais vu l'artère bronchique s'anastomoser avec une veine pulmonaire.

Nous ne voyons que des yeux de l'esprit le passage du sang des extrémités des rameaux de la veine ombilicale & de la veine-porte dans les ramifications des veines que la veine-cave répand dans le foie ; aucun véritable Anatomiste n'oseroit avancer qu'il a vu distinctement les dernières extrémités des rameaux de la veine-porte & de la veine ombilicale se continuer immédiatement dans les extrémités naissantes des veines hépatiques (c) ; nous voyons bien nettement les branches des veines hépatiques & celles de la veine-porte & de la veine ombilicale, après avoir erré quelque temps comme au hasard dans la profondeur de ce grand viscère, se croiser, passer alternativement les unes sur les autres, se séparer, s'écarter, ensuite se rapprocher & se perdre ensemble dans des grumaux très-fins ; mais dans ces petits espaces, les filets veineux du foie se dérobent aux yeux : nous voyons qu'ils y vont, la raison seule voit ce qu'ils y font ; elle est réduite à prononcer sur leur action sans être appuyée du témoignage des sens.

Ici les expériences viennent au secours de la raison : les injections poussées dans la veine-porte ou dans la veine ombilicale, pénètrent aisément dans les branches de la veine-cave & se répandent dans les cavités du cœur & dans tout le système des vaisseaux, tant artériels que veineux. Glisson n'est pas le seul auquel ces expériences aient réussi ; toutes les fois que j'ai essayé de faire pénétrer la cire des branches de la veine-porte & de la veine ombilicale dans les veines hépatiques, j'y ai réussi ; mais ces expériences ne sont concluantes que pour le passage du sang ; elles prouvent seulement que quoique nous ne puissions pas voir la continuité du dernier rameau de la veine-porte & de la veine ombilicale avec les rameaux naissans des veines hépatiques, nous ne pouvons pas douter que le sang ne passe des rameaux de la veine - porte & de la veine ombilicale dans les rameaux des veines hépatiques. Ce passage,

(c) Quoique les branches que la veine ombilicale & la veine-porte répandent dans le foie, soient des veines hépatiques, les Anatomistes sont convenus de ne donner le nom de veines hépatiques qu'aux branches que la veine-cave répand dans le foie.

comme on voit, ne paroît différer en rien de celui du sang de toutes les extrémités artérielles dans les origines de toutes les veines du corps; il a donc été connu des anciens comme des modernes, avec cette différence que les anciens croyoient que le sang passoit également des veines hépatiques dans la veine-porte & de la veine-porte dans les veines hépatiques, & que les modernes au contraire pensent unanimement, depuis la découverte du cours du sang par Harvei dans la substance du foie, que le sang de la veine-porte entre dans les veines hépatiques.

Les anciens, pour établir le flux & le reflux du sang des branches de la veine-porte dans les veines hépatiques & des veines hépatiques dans la veine - porte, supposoient 1.^o des ouvertures dans les extrémités de toutes ces veines, qui prenoient le sang extravasé dans le parenchyme du foie à peu-près comme les racines des plantes prennent les suc que la terre leur fournit; 2.^o ils supposoient des communications entre les principales branches des veines hépatiques & entre celles de la veine-porte: j'ose dire qu'ils les supposoient ces communications ou anastomoses; car il n'est pas possible d'apercevoir les anastomoses réelles des branches de la veine-porte avec les veines hépatiques sans le secours des injections dont ils étoient privés. Diemerbroek dit que la plupart des Anatomistes, d'accord en cela avec Galien (d), supposent plusieurs anastomoses entre les branches des veines hépatiques & entre celles de la veine-porte. Ce sentiment des anciens a eu des partisans même parmi les modernes, tels que Spigel, Bartholin & plusieurs autres; quelques-uns en ont donné des figures, mais ces anastomoses sont représentées si grandes dans les figures, qu'il est évident que ceux qui les ont représentées ont été trompés, & qu'ils ont donné pour des anastomoses des espèces de colemens & d'unions membraneuses, que les branches capitales des veines hépatiques contractent avec celles de la veine-porte aux endroits de leur croisement.

(d) Galien & plusieurs autres admettoient aussi, ainsi que les modernes, des communications immédiates ou des anastomoses invisibles entre les artères & les veines.

mutuel. Ces fausses anastomoses ont excité des disputes, sans qu'elles aient jamais été constatées; & M. Haller (e) est bien éloigné de les admettre. *Nous pouvons*, dit cet auteur, *très-bien nous passer de ces ennuyeuses disputes des anciens sur les anastomoses de la veine-cave avec la veine-porte; des anciens, dis-je, qui, sans être guidés par des expériences, ne disoient que des mots.* Eustachi étoit trop Anatomiste pour les admettre (f); il ne les a point représentées dans ses figures, & il les a niées dans ses écrits; car quoique cet Anatomiste n'ait pas donné de traité particulier sur cette matière, ses vrais sentimens sur ce sujet sont suffisamment exprimés 1.^o dans la *figure 1* de la *planche XXVII*: en effet, dans cette figure, qui représente les branches de la veine-porte & les veines hépatiques, on n'y voit aucune communication, aucune anastomose; 2.^o dans son *Traité des reins*, dans lequel Eustachi nie ouvertement les anastomoses entre les branches de la veine-porte & entre celles de la veine-cave, quoiqu'il assure positivement que le sang passe des rameaux d'une de ces veines dans les rameaux d'une autre. Fallope, Riolan, Glisson & presque tous les Anatomistes du XVII.^{me} siècle, pensent, avec Eustachi, que ces anastomoses ou n'existent point, ou ne peuvent être placées au rang des choses démontrées; Glisson, loin de conclure du passage des liqueurs colorées qu'il injectoit dans la veine-porte & qui étoient aussi-tôt portées au cœur par les veines hépatiques & même jusqu'aux reins, en tire une conséquence toute opposée: en effet, cet Anatomiste conclut de ce passage des liqueurs injectées, qu'il appelle *experimentum memorabile*, qu'il n'y a point d'anastomoses entre la veine-porte & la veine-cave dans la substance du foie (g). Ce même Anatomiste, après avoir plusieurs fois dépouillé le système veineux du foie de tout le parenchyme de ce viscère, conclut que les rameaux des veines hépatiques & ceux de la veine-porte, contractent des

(e) Comment. Tome III, page 146, n.^o (1).

(f) Je parle des anastomoses visibles.

(g) Il veut dire, dans le sens des anciens qui prétendoient que, par ces anastomoses, le sang passoit dans la veine-porte & couloit dans les viscères du bas-ventre.

adhérences, (& c'est ce qu'on aperçoit très-facilement) qu'ils sont couchés les uns sur les autres, mais qu'ils ne communiquent point entr'eux par des anastomoses sensibles : du reste il dit, avec les anciens, que le sang ne passe pas immédiatement des derniers rameaux de la veine-porte dans ceux de la veine-cave, mais qu'il se dépose dans la substance parenchymateuse du foie, & qu'il est repris de cette substance par les ouvertures des veines hépatiques. Un travail rebutant & pénible m'a découvert des anastomoses très-différentes de celles de Spigel & qui ne sont pas non plus tout-à-fait celles qu'on desire tant d'apercevoir, c'est-à-dire les unions des plus petites extrémités des artères ou de la veine-porte dans les extrémités des veines, mais qui en approchent un peu; je les fis voir à l'Académie, en 1746, sur la même pièce injectée, sur laquelle je lui fis voir le fondement de mes idées sur le cours du sang du fœtus; j'avois alors trois à quatre préparations sur lesquelles on en apercevoit quelques-unes qui s'étoient conservées par le dessèchement : voici le procédé qui m'a conduit à leur découverte.

Dans le dessein de découvrir ce qui se passe dans ces petites sphères irrégulièrement arrondies, qu'on appelle *grains glanduleux du foie*, formées, comme l'on sait, par le concours des dernières ramifications de la veine-porte, de l'artère hépatique, du pore biliaire & des veines hépatiques, j'ai plusieurs fois fait bouillir des foies de différens animaux; cette substance, connue sous le nom de *parenchyme*, tomboit en la raclant avec un petit scalpel de bois, & par ce moyen, je séparois tout le système des vaisseaux sensibles du foie; cette manœuvre m'en découvroit une multitude presque infinie, mais la substance parenchymateuse, qui tomboit par grumeaux, n'étant autre chose que les petites sphères dont j'essayois de découvrir la structure, je n'avois garde, par cette méthode, d'arriver au but que je me proposois; dans ces espèces d'exclamations du foie, j'aperçus avec plaisir plusieurs communications apparentes entre les troncs de ces vaisseaux du foie; plusieurs paroissoient disposées en arcades; il y en avoit d'autres en toute direction; je crus être enfin tombé sur les anastomoses représentées par Spigel, mais en

les examinant de près, elles me parurent uniquement membraneuses; il y en avoit de grandes & de petites; les grandes alloient des grosses branches de la veine-porte aux grosses branches des veines hépatiques; les petites alloient des petites branches d'une grande veine à de petites branches d'une autre grande veine; en tirant un peu sur les grosses communications ou du moins sur les membranes que j'avois pris d'abord pour des branches de communication, je m'assurai, à n'en point douter, qu'elles n'étoient que des adhérences membraneuses; en continuant le travail, j'observai qu'il en étoit de même de plusieurs petites.

Je fus plus heureux sur le foie humain, car j'aperçus dans quelques-unes des petites adhérences, de véritables cavités; ces cavités ouvertes avoient une surface polie, & je crus les conduire sans interruption jusqu'aux cavités des branches veineuses auxquelles elles alloient s'unir; c'en étoit assez pour conclure que c'étoient des vaisseaux, & ce n'étoit pas assez pour que je pusse décider auxquels des vaisseaux du foie ces vaisseaux de communication appartenoient: en effet, ils pouvoient être des rameaux de communication entre les différentes branches de la veine ombilicale, & ils pouvoient être des branches de communication de la veine-porte avec des branches de la veine-porte; ils pouvoient encore uniquement appartenir aux branches de la veine-cave sans avoir aucun rapport ni avec les branches de l'ombilicale ni avec celles de la veine-cave.

Il étoit important de dissiper une telle incertitude, & pour y réussir, je continuai le travail, il me convainquit de nouveau que les branches que Spigel, avec plusieurs Anatomistes, avoit regardé comme des vaisseaux de communication, ne s'arrêtoient pas aux endroits où elles paroissoient d'abord se terminer, mais qu'elles alloient, après s'être croisées plusieurs fois avec d'autres branches, se perdre dans la substance du foie, ainsi que Glisson les a représentées après Eustachi; elles passaient dessous les troncs auxquels je croyois qu'elles alloient se terminer; je perdis toute espérance d'apercevoir de grandes anastomoses vasculaires

entre les grandes branches veineuses du foie, & par conséquent de voir Spigel justifié.

Je m'attachai de nouveau aux petites communications dans lesquelles j'avois observé, ainsi que je l'ai dit ci-dessus, des cavités qui me sembloient s'ouvrir dans des branches veineuses, dans le dessein de découvrir plus nettement encore leur cavité, & sur-tout pour m'assurer si elles alloient des branches de la veine-porte à des branches des veines hépatiques de la veine-cave; mon objet principal étoit alors de faire cette découverte, car c'en est une si les grandes anastomoses de Spigel & de Bartholin n'existent point, & si celles que j'annonce sont constantes: quelques-unes de ces petites branches, que je commençois à regarder comme les seules véritables anastomoses, me parurent constamment s'unir intimement aux troncs vers lesquels elles dirigeoient leur cours, & j'entrevis encore leurs ouvertures dans les branches auxquelles je les voyois attachées. Ces observations plusieurs fois répétées sur les mêmes sujets & sur plusieurs autres, l'analogie avec plusieurs autres viscères où l'on voit manifestement les veines communiquer avec les veines par des branches disposées assez souvent en arcades, l'existence réelle & constante du canal d'*Aranus*, m'autorisoient à penser que si la Nature a formé ce canal pour faire arriver avec plus de promptitude le sang de la veine ombilicale au cœur du fœtus, & afin qu'il ne fût pas privé de toute espèce de nourriture, en cas qu'il arrivât quelqu'engorgement dans les ramifications de la veine ombilicale & de la veine-porte, elle avoit pratiqué dans les arcades vasculaires que je voyois, autant de petits canaux veineux dans des vues à peu-près semblables.

Mais cette idée, qui seroit suffisamment établie si les vraisemblances étoient suffisantes pour asseoir des décisions, ne l'étoit pas assez sur le témoignage des sens pour exclure toute espèce de doute; pour le dissiper, j'eus recours aux injections & je vis très-distinctement les arcades que j'avois tant cherchées, & je les suivis depuis leur naissance de la veine-porte jusqu'à leur insertion dans les veines hépatiques des branches de la veine-cave; j'en ai trouvé constamment quatre ou cinq ou

44 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

fix, & je ne doute nullement qu'il n'y en ait beaucoup plus; car comme elles sont petites, elles se cassent facilement dans le temps qu'on les développe; quelques-unes sont très-courtes; il y en a qui n'ont que 2 à 3 lignes de longueur; les plus longues ont 4 à 5 lignes, & environ 1 ligne de largeur; quelques-unes sont disposées en arcades, mais pour l'ordinaire elles sont presque droites & elles marchent obliquement d'une petite branche de la veine-porte ou de l'ombilicale à une petite branche des veines hépatiques.

Toutes ces branches de communication sont moins difficiles à apercevoir qu'à conserver; si on réussit à les remplir d'injection, elles se cassent en les développant & leurs extrémités s'ensévelissent & se confondent dans cette multitude énorme de vaisseaux qui se présentent aux yeux de l'Anatomiste; quand on les cherche sans injection, on ne distingue rien exactement; on est porté d'abord à croire qu'il y en a beaucoup, mais ce sont des branches vasculaires ou qui se croisent sans s'anastomoser ou qui, après avoir marché quelque temps collées ensemble, se séparent de nouveau & se distribuent ensuite en petits rameaux d'une finesse extrême.

Il n'est pas difficile de déterminer l'usage de ces anastomoses nouvelles: dans le fœtus, elles sont autant de canaux subsidiaires au canal veineux d'Arantius; & dans l'adulte, elles sont des routes qui nous mettent à l'abri des engorgemens & des embarras qui se seroient formés dans les rameaux de la veine-porte, si les extrémités de ces rameaux avoient été les seules routes du sang qui passe de la veine-porte dans les veines hépatiques. Elles font comprendre comment dans des foies obstrués & presque squirreux, la circulation peut se soutenir assez long-temps & même pendant des années, quoique les grains glanduleux du foie aient acquis un degré de dureté qui ne permet plus au sang de traverser leur substance; dans de tels malades, sans ces branches de communication, une mort prompté seroit inévitable.

On peut aussi conclure de cette structure, que si l'Anatomie qui ne connoît de communications entre la veine-porte & la

veine-cave que par des extrémités capillaires que l'art le plus recherché ne peut rendre sensibles, ne permet à la Médecine de traiter qu'avec peu d'espérance de guérir les grandes obstructions du foie, l'Anatomie qui nous découvre des communications visibles entre la veine-porte & la veine-cave, doit faire naître aux Médecins des espérances consolantes dans le traitement de ces maladies & plus dignes de l'excellence de leur Art que celles qui ne sont fondées que sur des succès.

Leur utilité est fondée sur la difficulté du passage du sang de la veine-porte à travers la substance du foie & sur sa lenteur & son épaissement : c'est la difficulté de ce passage du sang qui produit la lenteur & l'épaississement de ce fluide; le sang qui entre des artères coeliaque & mésentériques dans les ramifications inférieures de la veine-porte, est tout aussi fluide à l'instant de son entrée dans ces veines que le sang qui entre des branches de l'aorte dans toutes celles de la veine-cave; car 1.^o le sang splénique ne perd rien de sa fluidité dans la rate; on pense même assez unanimement que le sang de la veine splénique est plus fluide que le sang des autres veines. 2.^o Si le sang de plusieurs branches de la coeliaque, si celui de l'artère mésentérique supérieure perd de sa fluidité dans l'estomac & dans les intestins, les fluides que nous buvons, une partie du chyle que nous formons & dont la quantité est trop grande pour entrer dans le sang par le seul canal thorachique & dont par conséquent une partie entre dans les veines mésentériques, lui rendent sa fluidité. 3.^o Nulle raison ne prouve que le sang des artères mésentériques inférieures perde sa fluidité, & cependant il est d'observation que le sang de la veine-porte est très-souvent plus épais que le sang des autres veines.

Pour saisir mieux la cause de cet épaissement & de cette lenteur, qu'on suppose pour un instant que le tronc de la veine-porte, au lieu de se ramifier de nouveau dans le foie, s'insère par une seule ouverture dans l'oreillette droite, le sang de cette veine dans cette supposition seroit-il plus épais & couleroit-il avec plus de lenteur que le sang des autres veines? non sans doute: la fluidité & la célérité seroient au moins égales à la

fluidité & à la célérité du sang des autres veines; & si la veine-cave, au lieu de s'ouvrir dans l'oreillette droite, se ramifioit de nouveau à la manière des artères, son sang seroit-il aussi fluide & son mouvement seroit-il aussi rapide que le sang de la veine-porte dans la première supposition? il me paroît évident qu'il ne seroit ni aussi rapide ni aussi fluide. Ainsi toute la différence entre la consistance & la rapidité du sang de la veine-porte comparées à la consistance & à la rapidité du sang des autres veines, vient uniquement de ce que la veine-porte, au lieu de porter directement, ainsi que les autres veines, son sang dans le tronc de la veine-cave, donne des branches nombreuses dans le foie & répand son sang dans toutes ces branches; car il est évident que la surface, la figure conique de chacune de ces ramifications nombreuses, les contours & les angles multipliés par leurs divisions & subdivisions, retardent beaucoup la marche du sang dans toute l'étendue du foie, & même que ce sang ne passeroit qu'avec une certaine difficulté si la Nature n'avoit pas appliqué sur les vaisseaux du ventre des puissances actives capables de concourir avec les forces du cœur à hâter la marche d'un tel sang.

Si cette difficulté dans le passage du sang de la veine-porte à travers la substance du foie est réelle, elle l'est aussi dans les branches inférieures & dans le tronc de la veine-porte, puisque le sang de ces branches & de ce tronc ne sauroit monter qu'autant que celui qui est engagé dans les ramifications hépatiques de la veine-porte lui fraie le passage; de-là il suit que si le sang coule avec difficulté dans les branches supérieures de la veine-porte, il coule avec difficulté dans les branches inférieures de cette veine, dans son tronc, dans son sinus: or l'idée de cette difficulté emporte avec elle celle de la lenteur & de l'épaississement; car telle est la nature de nos fluides, que les parties de même genre se rapprochent quand le mouvement circulateur cesse de les mêler intimement; & pour ce qui regarde la lenteur, il est évident que quand un canal conique ne peut pas laisser couler le fluide qui y est poussé, la quantité du fluide, depuis la base jusqu'à la pointe du cône, est retardée dans son cours, & par conséquent coule avec lenteur.

Cette difficulté du passage du sang dans le foie, a été fautive il y a bien du temps, & plusieurs auteurs ont cru trouver dans la capsule qui enveloppe les ramifications supérieures & le sinus & une partie du tronc de la veine-porte, une puissance capable d'animer le sang dans son cours à travers la substance du foie; mais quoique cette capsule soit réelle, elle a bien assez de force pour rendre les ramifications hépatiques & le sinus de la veine en état de résister à l'impétuosité que nos muscles expirateurs & le diaphragme impriment au sang quand nous voulons les faire agir violemment, & point assez pour qu'à la manière du cœur & des artères elle puisse accélérer le cours du sang dans le foie, ou du moins elle ne peut contribuer que très-faiblement à cette accélération.

Les muscles du bas-ventre & le diaphragme sont sans doute les seules puissances qui concourent avec les forces du cœur & des artères à donner au sang de la veine-porte une quantité de mouvement assez grande pour qu'il surmonte avec facilité & même avec beaucoup de supériorité les résistances du foie; mais comme dans les respirations ordinaires, ces puissances ne se contractent que faiblement, il suit que quelque violente que puisse être l'action de ces muscles sur le sang de la veine-porte, elle n'est cependant que très-faible, à moins qu'ils ne se mettent dans une contraction vive par un ordre exprès de la volonté, ou par des exercices qui supposent le concours de la volonté, ou par l'effet de quelque cause irritante qui les oblige à se contracter avec force. M. Boërhaave (*h*) a observé constamment qu'immédiatement après l'ouverture du ventre de plusieurs chiens vivans, les veines mésentériques sont très-petites, mais que peu à peu elles s'enflent, se distendent beaucoup & jusqu'à devenir variqueuses. La raison que cet auteur donne d'un tel phénomène, est que le sang des veines qui, par leur réunion, forment la veine-porte, ne peut circuler sans le secours de la respiration; d'abord que le ventre est ouvert, les organes de la respiration ne peuvent plus exciter de compression sur le ventre: ainsi le sang de la veine-porte, privé

(*h*) Commentaire sur les Instituts, Vol. III.

de l'action de ces organes, ne peut plus passer par le foie, & par conséquent il distend les veines qui ont coutume de le porter dans la veine-porte.

Cette expérience confirme que quoique les forces du cœur sur le sang qui circule dans le tronc de la veine-porte soient aussi grandes que sur le sang des autres veines, cependant il y circule difficilement, & la raison de cette difficulté est fondée sur la structure de la veine-porte; cette structure nous apprend que le sang étant arrivé dans le tronc & dans le sinus de la veine-porte, a de bien plus grands obstacles à vaincre que ceux qu'il a vaincus, car il faut qu'il recommence une circulation nouvelle & qu'il franchisse toutes les résistances que lui opposent les surfaces, les contours, les angles des branches supérieures de la veine-porte, qui toutes, à la façon des artères, deviennent plus nombreuses & plus petites à mesure qu'elles s'avancent dans la substance du foie.

La pratique journalière, d'accord avec la structure, confirme que la lenteur du sang, inséparable de la difficulté de son passage dans le foie, favorise le rapprochement des parties les plus grossières du sang hépatique & abdominal; car il arrive plus fréquemment des concrétions dans le foie & dans les détours de la veine-porte que dans aucune autre partie; l'humeur appelée la *bile noire*, n'a pas plus fréquemment son siège dans le canal hépatique & dans la vésicule du fiel que dans les détours, tant supérieurs qu'inférieurs, de la veine-porte.

Il seroit difficile de concevoir que des fluides devenus aussi épais par la lenteur & par la tendance naturelle de leurs éléments à se rapprocher, pussent passer sans s'arrêter dans les derniers capillaires de la veine-porte, si la Nature ne leur avoit pas ouvert des routes particulières qui les dérobent aux plus petits vaisseaux, en les faisant passer de la veine-porte dans la veine-cave avant qu'ils arrivent aux grains glanduleux du foie; il seroit sur-tout difficile de comprendre qu'un homme de Lettres, qui est obligé d'être presque continuellement en repos, d'avoir le corps plié en devant, c'est-à-dire dans une attitude où les muscles de la respiration n'agissent presque point sur les viscères,

de

de demeurer long-temps attaché à des objets qui l'occupent si vivement qu'on s'aperçoit à peine qu'il respire, ne soit pas attaqué ou de mélancolie ou de quelqu'autre incommodité relative à cette maladie. Il n'est, je l'avoue, que trop vrai que les affections mélancoliques sont très-fréquentes dans l'ordre de la Littérature : aussi Celse * desiroit que tous les Philosophes fussent la Médecine, *parce que, disoit-il, les Philosophes en ont plus besoin que les autres hommes* ; mais elles le seroient beaucoup plus si la Nature n'avoit pas formé dans les détours du foie des branches de communication entre les rameaux de la veine-porte & entre ceux de la veine-cave.

* *Libr. de
Médecin. prat.
part. II.*

Si les communications que je découvre aujourd'hui, sont consolantes pour tous les hommes, elles le sont donc en particulier pour les hommes de Lettres ; car si les fluides de leur foie se sont épaissis, s'ils ont même dégénéré en bile noire, ils peuvent entrer par ces nouvelles anastomoses dans les courans du sang de la veine-cave, & recommencer des circulations nouvelles & souvent capables de leur rendre leur fluidité & leur douceur.

Il est vrai que de l'alliage de ces humeurs âcres & quelquefois corrosives avec la masse du sang, il résulte quelquefois des effets funestes ; les fonctions de divers organes en sont dérangées ; elles portent sur-tout le trouble dans le cerveau ; mais ces accidens ne sont pas sans remède : le repos les a produits, souvent le mouvement seul les détruit.

C'est par ces mêmes anastomoses que nous pouvons concevoir que la matière purulente des abcès & des ulcères, formés dans les viscères du bas-ventre, rentre dans la masse du sang.

Les branches de communication que j'annonce aujourd'hui entre la veine-porte & la veine-cave, sont placées fort profondément dans la substance du foie ; elles ne sont pas beaucoup éloignées des grains glanduleux de ce viscère ; elles ne sont point communiquer les grosses branches, mais les petites ; c'est-à-dire celles qui ont depuis demi-ligne jusqu'à une ligne de diamètre ; cette situation rend leurs fonctions presque aussi utiles que si elles faisoient communiquer les branches capitales de ces deux veines.

Car si nous supposons que le sang qui circule dans les rameaux de la veine-porte soit chargé de molécules épaisses & tenaces, telles à peu-près que celles de la bile noire, qui tantôt est une espèce de bile qui a perdu sa fluidité & sa couleur, & qui est quelquefois une espèce de lie du sang, *quasi fex aut crassamentum sanguinis*, disent les auteurs; & si ces parties grossières ne peuvent pas franchir les résistances qu'elles éprouvent dans les grains glanduleux, elles reviennent par un mouvement rétrograde vers les troncs, & elles pénètrent dans les branches de communication, & par ces branches dans la veine-cave. On conçoit que ce mouvement rétrograde est d'autant plus facile ici, que les colonnes du sang qui marchent par une propulsion directe du sinus de la veine-porte jusqu'aux communications, ne sont poussées que par des forces à peu-près égales à celles qui repoussent le sang des capillaires vers les branches où j'ai observé les communications entre la veine-porte & entre la veine-cave; ces principales forces sont celles de la respiration : il est aisé de concevoir que ces puissances agissent plus efficacement sur la portion des veines obstruées depuis les grains glanduleux jusqu'aux communications, que depuis ces communications jusqu'au sinus de la veine-porte; car dans l'espace qui est depuis le sinus jusqu'aux communications, les colonnes du sang sur lesquelles elles agissent peuvent couler & vers les communications & vers le sinus, c'est-à-dire en deux directions opposées par les deux bouts du canal, au lieu que dans l'espace compris entre les communications & les grains glanduleux, tout leur effort est employé à pousser le sang dans une seule direction, c'est-à-dire à le faire rétrograder depuis le grain glanduleux, qui est un obstacle rendu invincible par l'obstruction, jusqu'aux communications.

D'ailleurs, en général, plus la propulsion directe d'un fluide quelconque dans un canal est foible, plus il rétrograde facilement : or, cette propulsion est plus foible dans les petites branches de la veine-porte, entre les anastomoses & entre les grains glanduleux du foie, que depuis les anastomoses jusqu'au sinus de la veine-porte; & par conséquent la position des

anastomoses nouvelles les rend plus utiles dans les obstructions du foie que les grandes anastomoses de Spigel qui paroissent contraires aux loix de la circulation du sang dans le foie humain.

On comprend encore sans peine qu'il est plus facile qu'un globule ou une suite de globules grossiers, rétrograde de 4 lignes ou de 8 lignes que de 5 à 6 pouces, & on peut dire en général & avec vérité que plus les colonnes rétrogrades sont courtes, plus elles rétrogradent aisément; ainsi plus l'espace qu'elles auroient à parcourir depuis l'obstacle que nous supposons dans le grain glanduleux seroit long, plus difficilement elles arriveroient aux vaisseaux de décharge qui peuvent les transporter dans la veine-cave.

On objectera peut-être que le petit nombre & le petit diamètre de ces communications les rendent d'une foible ressource dans les grandes obstructions du foie, c'est-à-dire dans les cas où le foie est obstrué dans une grande étendue de sa substance ou dans sa totalité: je réponds premièrement qu'à la vérité je n'ai jamais observé plus de quatre, cinq, six communications dans le même foie; mais quoique je me sois servi de toute mon attention pour tâcher de les apercevoir toutes, tout Anatomiste doit facilement se persuader qu'il m'en est échappé plusieurs.

Secondement, que leur capacité n'est pas grande & qu'elles n'ont que depuis demi-ligne jusqu'à environ une ligne de diamètre, mais que c'est assez pour laisser passer le sang, le pus, l'atrabile; d'ailleurs c'est une règle générale que nos vaisseaux se dilatent à raison de l'effort que les fluides font sur eux: c'est ce qui arrive aux vaisseaux de la matrice dans le temps de la grossesse, aux conduits lacteux avant & après l'accouchement, aux artères pulmonaires & à la courbure de l'aorte après la naissance de l'enfant, aux branches de l'artère brachiale, qui, quoique presque imperceptibles avant la ligature de l'artère dans l'anévrisme, se dilatent cependant très-souvent assez pour nourrir l'avant-bras & la main. « Ne coupez pas le bras de ce malade, disoit un jour un Membre (i) de l'Académie, dans une assemblée où les instrumens de l'amputation étoient préparés, « ne le

(i) M. du Verney.

„ coupez pas ; quoique l'artère brachiale soit liée, les branches
 „ collatérales, qui naissent du tronc lié au-dessus de la ligature &
 „ qui communiquent avec les rameaux artériels de l'avant-bras
 „ par des ouvertures presque imperceptibles ou que l'art seul des
 injections rend sensibles, se dilateront peut-être. » Il parloit à
 des esprits dociles & éclairés ; il fut cru, & il sauva le bras &
 peut-être la vie du malade (k).

Les Médecins conviennent, & l'expérience confirme, que
 la Nature a souvent des ressources qu'on ne connoît point assez
 pour opérer des guérisons imprévues. Ne connoître ces ressources
 que par les effets, c'est presque les ignorer : mais les connoître
 en elles-mêmes telles qu'elles sont, c'est le moyen de les
 attendre à propos, de compter sur elles autant qu'on le doit, &
 de prescrire des remèdes capables d'en amener, d'en seconder,
 d'en multiplier les bons effets.

(k) Je tiens ce fait de M. Hunauld, successeur de M. du Verney.



NOUVELLES RECHERCHES

SUR

LES VERRES OPTIQUES;

*Pour servir de suite à la Théorie qui en a été donnée
dans le Volume III des Opuscules Mathématiques.*

Second Mémoire.

Par M. D'ALEMBERT *.

JE me propose d'examiner dans ce Mémoire, l'effet des différentes erreurs qu'on peut commettre, soit dans la construction d'un objectif à trois lentilles, soit dans la mesure des quantités qui servent à trouver les rayons des surfaces; de déterminer parmi ces erreurs celles dont l'effet est le plus dangereux & le plus nuisible à la perfection de l'objectif; & de donner des moyens de les prévenir ou d'y remédier. Un de ces derniers moyens consistant sur-tout dans le choix d'un oculaire convenable, je proposerai à cette occasion des vues pour la perfection des oculaires & pour la manière la plus avantageuse de les combiner avec les objectifs, soit dans les grandes lunettes, soit dans les petites lunettes appelées *lunettes de poche*. Je terminerai ce Mémoire par des formules générales, non-seulement pour les objectifs à trois lentilles non-contiguës, mais pour les objectifs composés de tant de lentilles qu'on voudra.

* L'Extrait de ces Recherches avoit été lû à l'Académie dès le 14 Mai 1766, dans l'Assemblée à laquelle S. A. M. le Prince Héréditaire de Brunswick assista; cet extrait a été imprimé dans le Journal de Trévoux de Janvier 1767. Le Mémoire a été lû ensuite en Juin

1766; il devoit paroître dans le volume de l'Académie de 1764, où est déjà imprimé en entier le premier Mémoire; mais comme le volume de 1764 auroit été trop grossi par ces nouvelles Recherches, l'impression en a été renvoyée au volume de cette année 1765.

Énumération des différentes sources d'erreur qui peuvent se glisser dans la construction des objectifs achromatiques.

(1.) Quoiqu'on soit parvenu dans ces derniers temps, à construire des lunettes achromatiques, sur-tout avec des objectifs à trois lentilles, dont l'effet est d'augmenter autant que les télescopes de même longueur, il faut cependant avouer qu'en général la plupart de celles qu'on a construites jusqu'ici, sur-tout avec des objectifs de deux lentilles seulement, n'équivalent guère tout au plus qu'à des lunettes dioptriques ordinaires quatre à cinq fois plus longues; ce qui prouve que l'aberration, bien loin d'être anéantie entièrement ou presque entièrement dans ces objectifs, comme la théorie le suppose, n'est diminuée tout au plus que de $\frac{4}{5}$, tandis que les télescopes catoptriques, dans lesquels l'aberration de sphéricité subsiste toute entière, équivalent à des lunettes incomparablement plus longues: en effet, un télescope d'un pied équivaut à une lunette de 9, & un de 5 pieds à une lunette de 100, & ainsi du reste.

(2.) Je n'examine point ici les avantages que les lunettes achromatiques peuvent avoir d'ailleurs sur les télescopes quant à la netteté de l'objet, à l'étendue du champ & à d'autres circonstances; mais je me propose d'examiner, si en leur conservant ces avantages, il ne seroit pas possible de les réduire à n'être pas plus longues ou même à l'être encore moins qu'un télescope de même effet pour l'augmentation.

(3.) Nous avons vu (*Mém. de 1764, S. XVI*) que des objectifs, composés seulement de deux lentilles immédiatement appliquées l'une contre l'autre, avoient l'inconvénient de donner une aberration trop grande en largeur; ainsi ce ne doit pas être vraisemblablement par le moyen de ces objectifs qu'on parviendra à donner aux lunettes achromatiques toute la perfection possible; il faudra se servir ou d'un objectif composé de deux lentilles très-proches l'une de l'autre, ou d'un

objectif composé de trois lentilles contiguës, ou peut-être pour arriver à une plus grande perfection, employer encore d'autres moyens dont nous nous proposons de parler successivement.

(4.) Nous allons d'abord examiner les différentes sources des erreurs qu'on peut commettre dans la construction des objectifs, & les inconvénients qui résultent de ces erreurs dans l'effet que l'objectif doit produire.

(5.) Les causes des erreurs qu'on peut commettre dans la construction des objectifs sont en grand nombre; ce sont 1.^o les erreurs qui peuvent se glisser dans la mesure du rapport des sinus de réfraction & sur-tout dans le rapport de la différence de ces sinus; 2.^o la trop grande sphéricité des surfaces des verres objectifs, sphéricité qui peut être assez grande pour ne pas permettre de négliger les termes qu'on a négligés dans le calcul de l'aberration; 3.^o les erreurs qu'on peut commettre dans la construction de ces surfaces, en faisant leur courbure un peu plus grande ou un peu plus petite que ne la donne le calcul; 4.^o l'effet qui peut résulter de l'épaisseur de l'objectif, jusqu'à présent négligée dans la théorie de ces sortes de verres; 5.^o j'ajoute à ces causes d'erreur, l'impossibilité de détruire entièrement l'aberration lorsque l'objet n'est pas dans l'axe; inconvénient qui est à la vérité le moindre de tous, puisqu'il a lieu dans le télescope même.

(6.) Parcourons la plupart de ces causes, voyons les erreurs qu'elles peuvent produire & les remèdes qu'on y peut apporter.

S. I I.

Des erreurs commises dans le rapport des différences de réfraction.

(1.) Comme la construction des objectifs formés de différentes matières, est principalement fondée sur la mesure du rapport entre les différences des sinus de réfraction des rayons différemment colorés, je commencerai par examiner les erreurs qui peuvent naître de la mesure de ce rapport.

(2.) Soit donc P le rapport de réfraction des rayons moyens dans la première des deux matières dont l'objectif est composé (& que j'appelle A); P' le rapport de réfraction dans la seconde des deux matières (que j'appelle B); il s'agit d'examiner 1.^o quelles erreurs on peut commettre dans la mesure du rapport $\frac{dP}{dP'}$; 2.^o quelles erreurs en peuvent résulter dans la perfection du foyer de l'objectif.

(3.) On peut mesurer la quantité $\frac{dP}{dP'}$ de deux manières; ou par le moyen de deux lentilles, l'une de la matière A & l'autre de la matière B , en mesurant, suivant la méthode de M. Newton, les quantités dP & dP' dans chacune de ces deux lentilles; ou en mesurant, suivant la méthode de M. Dollond, le rapport de dP à dP' par le moyen des angles de deux prismes adossés, & formés l'un de la matière A , l'autre de la matière B .

(4.) Soit ρ le rayon d'une lentille bi-convexe isocèle de la matière A , R la distance focale, on aura $\frac{1}{R} = \frac{2P-2}{\rho}$; & $\frac{dR}{RR} = \frac{2dP}{\rho} = \frac{dP}{R(P-1)}$. Donc la distance focale R demeurant la même, l'aberration sera proportionnelle à $\frac{dP}{P-1}$, & sa valeur absolue sera $\frac{RdP}{P-1}$.

(5.) Or dans le verre, on a $dP = \frac{1}{50}$, suivant les expériences de M. Newton, en prenant dP pour la différence entre la réfraction des rayons rouges & des rayons violets; on a de plus $P = \frac{31}{20} =$ à très-peu près $\frac{3}{2}$; donc $\frac{RdP}{P-1} = \frac{1}{25}$ à peu-près, ou plus exactement $\frac{20}{50 \times 11} = \frac{2}{55}$; donc, en supposant $R = 25$ pieds, on aura $\frac{RdP}{P-1} = 1$ pied à peu - près.

(6.) Dans

(6.) Dans la lentille où le rapport de la réfraction est P' , on aura de même $\frac{R d P'}{P' - 1}$ pour l'aberration du foyer.

(7.) Soit maintenant $\frac{R d P}{P - 1} = \alpha$, $\frac{R d P'}{P' - 1} = \alpha'$, & soient $d\alpha$ & $d\alpha'$ les quantités dont on peut s'être trompé dans la mesure de α & de α' ; on aura, par l'observation,

$$\frac{d P'}{d P} = \frac{\alpha' (P' - 1)}{\alpha (P - 1)}, \text{ \& dans l'exactitude rigoureuse,}$$

$$\frac{d P'}{d P} = \frac{\alpha' (P' - 1) \left(1 + \frac{d \alpha'}{\alpha'}\right)}{\alpha (P - 1) \left(1 + \frac{d \alpha}{\alpha}\right)},$$

(8.) Si donc $\frac{\alpha' (P' - 1)}{\alpha (P - 1)}$ est supposé $= k'$, on aura à très-peu près $\frac{d P'}{d P} = k' \left(1 + \frac{d \alpha'}{\alpha'} - \frac{d \alpha}{\alpha}\right)$; donc en supposant $\pm d\alpha' = \mp d\alpha$ pour rendre l'erreur la plus grande qu'il sera possible, & mettant pour α' sa valeur approchée $\frac{\alpha k' (P - 1)}{P' - 1}$, l'erreur commise dans la valeur de $\frac{d P'}{d P}$ pourra être égale à $\mp \frac{k' d \alpha}{\alpha} \left[1 + \frac{P' - 1}{k' (P - 1)}\right]$; donc le rapport de cette erreur (positive ou négative) au rapport trouvé k' , pourra être $\frac{d \alpha}{\alpha} \left[1 + \frac{P' - 1}{k' (P - 1)}\right]$.

(9.) Soit donc, comme ci-dessus, $\alpha = 1$ pied, & supposons qu'on se trompe de 3 lignes à un bout & de 3 lignes à l'autre dans la mesure de α & dans celle de α' , (ce qui est très-facile, le foyer ayant toujours une pénombre mal terminée), on aura $\frac{d \alpha}{\alpha} = \frac{1}{24}$; & supposant $P' = 1,6$; $P = 1,55$; $k' = \frac{2}{3}$, il en résulte $\frac{d \alpha}{\alpha} \left[1 + \frac{P' - 1}{k' (P - 1)}\right] = \frac{1}{24} \left(1 + \frac{60 \cdot 2}{3 \cdot 55}\right) =$
Mém. 1765. . H

environ $\frac{1}{14}$. En général, soit $\alpha = m$ lignes, & supposons que l'erreur commise dans α soit de μ ligne à un bout, & de μ à l'autre en sens contraire, ce qui donne $d\alpha = 2\mu$ lignes; on aura $\frac{d\alpha}{\alpha} \left[1 + \frac{P' - 1}{k'(P - 1)} \right] = \frac{2\mu}{m} \times \frac{57}{33}$; & comme $\alpha = \frac{R d P}{P - 1} = \frac{R d P}{0,55}$, on aura $d\alpha = \frac{R d P}{0,55} \times \frac{2\mu}{m} \times \frac{57}{33}$.

(10.) Si on supposoit, avec M. Newton, l'objet placé à une distance telle, qu'elle fût égale à la distance de son foyer,

* Opusc. Math.
Tome III, art.
900. on auroit cette distance $= \frac{P}{P - 1}$ *, & l'aberration $= \frac{2 d P}{P}$ $\times \frac{P}{(P - 1)^2}$; donc en supposant $P = \frac{3}{2}$, & par conséquent la distance focale $R = P$, l'aberration seroit égale à $8 P d P$, & par conséquent beaucoup plus sensible que l'aberration trouvée ci-dessus $\frac{R d P}{P - 1} = 2 P d P$; ce qui donnera la facilité d'employer à cette expérience des lentilles d'un rayon plus court. Par exemple, soit $8 R d P$ ou $8 P d P = 1$ pied, on aura $P = \frac{25 \text{ pieds}}{4}$ & $\frac{P}{P - 1} = 2 P = \frac{25 \text{ pieds}}{2}$; ce qui réduit le rayon au quart de ce qu'il étoit ci-dessus, & la distance du foyer à la moitié; mais il en résultera toujours, qu'en nommant R' la distance du foyer, qui est ici $\frac{P}{P - 1}$, on aura l'aberration $= \frac{2 P d P}{(P - 1)^2} = \frac{2 R' d P}{P - 1}$ dans une des lentilles, & $\frac{2 R' d P'}{P' - 1}$ dans l'autre; d'où l'on tirera les mêmes conclusions que dans l'art. 6 ci-dessus & les suivans, avec cette seule différence qu'au lieu de R , il faudra mettre $2 R'$ ou $\frac{2 P}{P - 1} = \frac{2 P}{0,55}$.

(11.) Supposons présentement qu'on se serve de prismes

adossés, dont les angles soient δ & δ' , & que ces angles soient

assez petits; on aura * $\frac{dP}{dP'} = \frac{\delta}{\delta'}$; ce rapport n'est déjà * *Opusc. t. III; p. 385.*

qu'approché, car on y néglige (comme on peut le voir dans l'endroit cité) des quantités de l'ordre de δ^3 & de δ'^3 qui peuvent être sensibles lorsque δ & δ' ne sont pas fort petits: mais cette considération mise à part, soit $d\delta$ la quantité dont on peut se tromper dans la mesure de l'angle δ , & $d\delta'$ celle dont on peut se tromper dans la mesure de l'angle δ' ;

on aura $\frac{dP'}{dP} = \frac{\delta' (1 + \frac{d\delta'}{\delta'})}{\delta (1 + \frac{d\delta}{\delta})} =$ à peu - près $\frac{\delta'}{\delta}$

$(1 + \frac{d\delta'}{\delta'} - \frac{d\delta}{\delta}) =$ (en supposant $\frac{\delta'}{\delta} = k'$ & $d\delta = -d\delta')$ $k' (1 - \frac{d\delta}{\delta k'} - \frac{d\delta}{\delta})$,

(12.) Soit $\frac{d\delta}{\delta} = \pm \frac{1}{20}$; la quantité $k' (1 - \frac{d\delta}{\delta k'} - \frac{d\delta}{\delta})$ sera $k' [1 \pm \frac{1}{20} (\frac{2}{3} + 1)]$: donc le rapport entre l'erreur commise sur la mesure de k' & cette quantité k' , sera $\frac{1}{12}$; & en général si $\frac{d\delta}{\delta} = -\epsilon$, on aura le rapport dont il s'agit $= \frac{5\epsilon}{3}$.

(13.) Il est bon de remarquer que les calculs précédens n'ont pas été faits à la rigueur, les carrés des quantités qu'on regarde comme très-petites y ayant été négligés; mais plus d'exactitude n'étoit pas nécessaire, puisqu'il suffit de déterminer à *peu-près* quelles sont les erreurs où l'on peut tomber dans l'appréciation de la quantité k' .

(14.) Il est visible que si k' est $= k' + k'\epsilon'$, la quantité $k = \frac{1}{k'}$ deviendra à très-peu près $\frac{1}{k'} (1 - \epsilon')$ $= k (1 - \epsilon') = k (1 - \frac{5\epsilon}{3})$; d'où l'on voit que

si l'erreur de k' est en moins, c'est-à-dire si on a fait k' plus petite qu'elle n'est réellement, celle de k sera en plus; c'est-à-dire que k est plus petit qu'on ne le suppose dans le calcul.

(15.) Plus exactement, si k' , au lieu d'être $\frac{3}{2}$, est $\frac{3}{2} (1 + \mu)$, on aura $\frac{1}{k'}$ ou $k = \frac{2}{3(1 + \mu)} = \frac{2}{3} (1 - \frac{\mu}{1 + \mu})$. Par exemple, si au lieu de faire $k' = \frac{3}{2}$, on avoit dû supposer $k' = \frac{32}{20} = \frac{3}{2} (\frac{64}{60})$; on auroit $\mu = \frac{1}{15}$ & $k = \frac{2}{3} (1 - \frac{1}{16})$.

Donc, prenant $k + k'$ pour la vraie valeur de k , on voit que ν sera de signe contraire à μ .

(16.) Si on se sert de lentilles pour mesurer $\frac{dP'}{dP}$, & qu'on appelle \mathcal{C} l'erreur commise dans les mesures, ou plutôt le rapport de cette erreur à la quantité α , on trouve (art. 8) que l'erreur de k' est $\mathcal{C} (1 + \frac{P' - 1}{k'(P - 1)})$; en se servant de prismes, cette erreur (art. 11) est $\mathcal{C} (\frac{1}{k'} + 1)$. Donc, en supposant que \mathcal{C} soit la même de part & d'autre, c'est-à-dire que $\frac{d\alpha}{\alpha} = \frac{d\delta}{\delta}$, la première erreur sera plus grande ou plus petite que la seconde, selon que P' sera $>$ ou $< P$. Si l'on fait $\frac{dP}{dP'} = k$, on trouvera aussi (art. 8) que l'erreur dans le cas des lentilles est proportionnelle à $\frac{d\alpha'}{\alpha'} (1 + \frac{P - 1}{k(P' - 1)})$, & dans le cas des prismes à $\frac{d\delta'}{\delta'} (\frac{1}{k} + 1)$; & supposant $\frac{d\alpha'}{\alpha'} = \frac{d\delta'}{\delta'}$, la première erreur sera plus grande ou plus petite que la seconde, selon que P' sera $<$ ou $> P$.

Ainsi, en supposant les erreurs égales dans les valeurs de $\frac{d\alpha}{\alpha}$ & de $\frac{d\delta}{\delta}$, l'observation faite par les lentilles aura plus d'avantage que l'observation faite par les prismes; ce sera le contraire si $\frac{d\alpha'}{\alpha'} = \frac{d\delta'}{\delta'}$.

(17.) Si les quantités $d\alpha$, $d\alpha'$ dans l'art. 7, & $d\delta$, $d\delta'$ dans l'art. 11, étoient supposées de signes différens, les erreurs qui en résulteroient dans les valeurs de k' & de k , seroient sans doute beaucoup moindres; mais il suffit que les quantités $d\alpha$ & $d\alpha'$, ainsi que $d\delta$ & $d\delta'$, puissent être de même signe, pour qu'il soit permis de les supposer telles, & d'apprécier, par ce moyen, l'erreur où l'on peut tomber dans le résultat de k' & de k .

S. I I I.

De l'effet que peut produire dans l'aberration de réfrangibilité l'erreur commise dans le rapport de la différence des sinus.

(1.) Imaginons d'abord un objectif composé de deux lentilles très-proches l'une de l'autre & de matières différentes; & supposons $P - 1 = \omega$, $P' - 1 = \omega'$, on aura $\frac{\omega}{\lambda} + \frac{\omega'}{\lambda'} = \frac{1}{R}$, & $\frac{dP}{\lambda} + \frac{k'dP}{\lambda'} = 0$; d'où l'on tire $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{R(\omega - \frac{\omega'}{k'})}$ & $\frac{1}{\lambda} = -\frac{1}{\lambda k'}$
 $= -\frac{1}{R(k'\omega - \omega')}$: or la véritable équation, pour détruire

l'aberration de réfrangibilité, auroit dû être $\frac{dP}{\lambda} + \frac{k'dP}{\lambda'}$
 $+ \frac{dk'dP}{\lambda'} = 0$; donc, à cause de $\frac{dP}{\lambda} + \frac{k'dP}{\lambda'}$

supposé $= 0$, l'aberration restante sera $\frac{dk' dP}{\omega'}$ =

$$= \frac{dk' dP}{k' R \left(\omega - \frac{\omega'}{k'} \right)} .$$

(2.) Maintenant, l'aberration dans une lentille bi-convexe isocèle de verre ordinaire est proportionnelle à $\frac{dP}{R(P-1)}$ $= \frac{dP}{R\omega}$; donc supposant (comme dans l'art. 12 du paragraphe précédent) $\frac{dk'}{k'} = \frac{1}{12}$, $\omega = 0,55$, $\omega' = 0,6$, $k' = \frac{3}{2}$; l'aberration restante dans l'objectif composé sera à l'aberration dans un objectif simple de verre, comme $\frac{1}{12}$ à $\frac{15}{55}$, c'est-à-dire comme 11 est à 36.

(3.) Donc les erreurs commises dans la seule mesure de k' , pourroient être telles que l'aberration restante fût beaucoup plus du quart & près du tiers de l'aberration d'une lentille ordinaire de même foyer.

(4.) En général, si $\frac{dk'}{k'} = \mu$, le rapport des aberrations sera de μ à $\frac{3}{11}$ ou de 11 μ à 3; par exemple, si $\mu = \frac{1}{15}$, c'est-à-dire si $k' = \frac{32}{20} = \frac{8}{5}$ (art. 15, paragr. précéd.), le rapport sera de 11 à 45, c'est-à-dire de près du quart; & puisque $\mu = \frac{56}{3}$ (S. II, art 12) 6 étant l'erreur commise dans la mesure de l'angle des prismes, le rapport des aberrations sera de 11 \times 56 à 9; d'où l'on voit que l'erreur 6 se trouve augmentée dans l'aberration en raison de 55 à 9, c'est-à-dire de plus de 6 à 1.

(5.) Il résulte donc de tout ce qu'on vient de dire, qu'en comparant, par exemple, la diffusion du verre commun à celle du cristal d'Angleterre, si on s'est trompé d'une certaine quantité

dans le rapport des images des lentilles ou des angles des prismes, l'erreur qui en résulte dans la quantité qui exprime le rapport de diffusion peut être plus grande en raison de 5 à 3 ou même davantage ; & que l'effet de cette erreur est encore beaucoup plus grand dans l'aberration de l'objectif, puisqu'elle est encore augmentée en raison de 11 à 3.

(6.) Ainsi l'erreur commise dans les premières mesures, augmente de plus de six fois dans l'aberration, en sorte que si on s'est trompé seulement de $\frac{1}{30}$ dans ces premières mesures, ce qui est très-facile, l'aberration des couleurs, au lieu d'être nulle comme elle le devoit être dans l'objectif composé, fera encore plus d'un cinquième de l'aberration d'un objectif simple de verre commun.

(7.) C'est sans doute pour cette raison, comme nous l'avons déjà fait entendre, que la plupart des lunettes achromatiques construites jusqu'à présent, quoique très-supérieures aux lunettes simples ordinaires, & même à plusieurs égards aux télescopes de réflexion, n'ont pas encore eu sur ces télescopes tous les avantages qu'on pouvoit désirer & même espérer.

En effet, dans la plupart des objectifs achromatiques construits jusqu'à présent, on a supposé que la diffusion des couleurs, causée par le cristal d'Angleterre, étoit à la diffusion causée par le verre commun, comme 3 à 2 ; or si ce rapport, au lieu d'être de 3 à 2, étoit de 32 à 20 ou de 8 à 5, comme d'autres Observateurs l'ont trouvé, l'aberration d'un objectif construit d'après le rapport de 3 à 2, au lieu d'être nulle ou au moins insensible comme la théorie le donne, ne seroit guère que le quart de l'aberration d'un objectif simple : ainsi une lunette de 3 pieds, par exemple, construite avec cet objectif, ne produiroit l'effet que d'une lunette ordinaire de 12 pieds, tandis qu'un télescope de 3 pieds produit l'effet d'une lunette de 50.

(8.) Si la première des deux lentilles est supposée de cristal

d'Angleterre, & la seconde de verre commun, on aura

$$\frac{k' dP}{\lambda} + \frac{dP}{\lambda'} + \frac{dk' dP}{\lambda} = 0, \text{ \& } \frac{P-1}{\lambda} + \frac{P-1}{\lambda'} \\ = \frac{1}{R}, \text{ ou } \frac{\omega'}{\lambda} + \frac{\omega}{\lambda'} = \frac{1}{R}; \text{ d'où l'on tire } \frac{dk' dP}{\lambda} \\ = dk' dP \times \frac{1}{R(\omega' - \omega k')}, \text{ c'est-à-dire la même valeur}$$

que dans l'*art.* 1, avec cette seule différence qu'elle aura un signe contraire. On pourra donc appliquer à ces objectifs ce qui vient d'être démontré pour ceux où la lentille de verre commun est la première.

(9.) Ainsi de quelque manière qu'on dispose les deux lentilles qui forment l'objectif composé dont il s'agit ici, l'erreur commise dans la seule valeur de k' , quoiqu'assez petite en elle-même, pourra néanmoins être telle que l'aberration restante soit encore très-considérable & laisse apercevoir dans la lunette des couleurs sensibles.

(10.) Nous ne prétendons pas néanmoins que l'aberration soit pour l'ordinaire aussi grande dans les objectifs à plusieurs lentilles, que nous venons de trouver qu'elle le peut être; mais il suffiroit qu'elle fût beaucoup au-dessous de cette valeur pour être encore nuisible à la bonté de l'objectif.

(11.) On peut démontrer aisément pour un objectif composé de trois lentilles, contiguës ou non (pourvu que les deux lentilles extérieures soient de la même matière), ce que nous venons de démontrer pour un objectif formé de deux lentilles très-proches l'une de l'autre; en effet, on aura toujours les

$$\text{équations } \frac{dP}{\lambda} + \frac{k' dP}{\lambda'} = 0, \text{ \& } \frac{P-1}{\lambda} + \frac{P'-1}{\lambda'} \\ = \frac{1}{R}, \text{ ou } \frac{k' dP}{\lambda} + \frac{dP}{\lambda'} = 0, \text{ \& } \frac{P'-1}{\lambda} + \frac{P-1}{\lambda'} \\ = \frac{1}{R}; \text{ d'où l'on tire les mêmes conclusions.}$$

(12.) Nous remarquerons aussi, qu'outre l'aberration qui peut provenir de l'erreur commise dans la mesure de $\frac{dP'}{dP}$, il
peut

peut encore y avoir une autre source d'erreur, provenant de ce que le rapport $\frac{dP'}{dP}$ n'est pas vraisemblablement le même

pour les rayons de toutes les couleurs; c'est ce que nous avons déjà remarqué dans le III.^{me} Volume de nos Opuscules, art. 781 & suiv. Un habile Géomètre, qui depuis a fait cette même remarque, l'a confirmée par des expériences. Cette cause d'erreur mérite d'autant plus qu'on y fasse attention, qu'elle subsistera toujours quand même on auroit pris avec la précision la plus grande la valeur de $\frac{dP'}{dP}$ pour les rayons moyens; & par conséquent, comme nous l'avons remarqué dans l'endroit cité, il sera impossible d'empêcher absolument qu'il n'y ait dans l'objectif quelque aberration de réfrangibilité.

(13.) Cependant, quoique nous soyons persuadés, par les raisons que nous avons dites dans l'Ouvrage cité, que le rapport $\frac{dP'}{dP}$ n'est pas le même pour tous les rayons, nous ne croyons pas qu'il doive résulter de cette différence une aberration sensible, si les matières qui composent l'objectif sont bien choisies & les surfaces bien taillées. Voici ce qui nous porte à penser ainsi: la lunette construite dernièrement en Angleterre avec un objectif à trois lentilles, quoique formée de deux matières seulement, est, à ce qu'on assure, absolument exempte de couleurs; ce qui ne devrait pas être si la différence du rapport $\frac{dP'}{dP}$ pour les différentes couleurs étoit tant soit peu considérable.

Au reste, la valeur moyenne du rapport $\frac{dP'}{dP}$ assignée par le Géomètre dont nous parlons, d'après ses propres expériences, pour le *flint-glass* & le verre commun, est = 1,47, c'est-à-dire plus petite que $\frac{3}{2}$; tandis que suivant d'autres expériences, faites par d'autres Observateurs, ce rapport paroît au contraire

Mém. 1765. I

plus grand & aller jusqu'à $\frac{32}{20}$; ainsi en supposant les observations faites de part & d'autre avec le plus grand soin , il s'ensuivroit que la diffusion pourroit différer assez considérablement dans les différentes espèces de *flint-glass* ; & par la même raison, il pourroit se faire aussi qu'une espèce de *flint-glass* donnât plus d'inégalité qu'une autre entre le rapport de dP' à dP pour les différentes couleurs : c'est un objet que je laisse aux Physiciens à examiner. En ce cas, il faudroit préférer pour les objectifs celui qui donneroit le moins d'inégalité entre les rapports de dP' à dP pour les différentes couleurs.

(14.) Quoi qu'il en soit, nous donnerons plus bas les moyens de remédier à l'aberration qui peut provenir de cette variabilité de valeur dans le rapport de dP' à dP ; nous ferons de plus voir ailleurs qu'il est comme impossible de pouvoir diminuer l'aberration de réfrangibilité jusqu'au point de la rendre plus petite que l'aberration de sphéricité d'un télescope de même longueur.

§. I V.

De l'aberration de réfrangibilité qui peut résulter des erreurs commises, tant dans la valeur des rayons des surfaces, que dans la mesure du rapport de la différence des sinus.

(1.) Je suppose, pour ne point trop embrasser d'objets à la fois, que les quantités P & P' aient été exactement mesurées ; je reviendrai dans la suite sur l'effet des erreurs qu'on peut y commettre ; je suppose ensuite que dk soit la quantité dont on s'est trompé dans la mesure de k , en sorte que k doive être réellement $k + dk$, au lieu de k ; je suppose enfin qu'après avoir pris une distance focale R à volonté, & supposé les quantités P, P', k , telles que l'observation les donne ; on ait trouvé les valeurs que doivent avoir les rayons r, p, r', p' , valeurs que j'appelle $mR, \mu R, m'R, \mu'R$; & qu'en construisant les lentilles qui doivent former l'objectif, on ait donné

par erreur aux rayons les valeurs $mR + \alpha R$, $\mu R + \zeta R$,
 $m'R + \gamma R$, $\mu'R + \delta R$: cela posé,

(2.) On aura (*Mém.* 1764, §. XX) ($P - 1$)
 $(\frac{1}{r} - \frac{1}{p}) = (P - 1) (\frac{n}{\lambda} + \frac{\epsilon'}{\lambda})$; ($P' - 1$)
 $(\frac{1}{p} - \frac{1}{r'}) = - (P' - 1) (\frac{k}{\lambda} + \frac{k\nu}{\lambda})$;
 $(P - 1) (\frac{1}{r} - \frac{1}{p'}) = (P - 1) (\frac{1-n}{\lambda}$
 $+ \frac{\sigma - \epsilon'}{\lambda})$; donc ($P - 1$) ($\frac{1}{r} - \frac{1}{p} + \frac{1}{r'} - \frac{1}{p'}$)
 $+ (P' - 1) (\frac{1}{p} - \frac{1}{r'}) = (P - 1) (\frac{1}{\lambda} + \frac{\sigma}{\lambda})$
 $+ (P' - 1) (-\frac{k}{\lambda} - \frac{k\nu}{\lambda}) = \frac{1}{R} +$
 $\frac{(P - 1)\sigma - (P' - 1)k\nu}{0,15 R}$; d'où il est aisé de voir que

la distance focale R deviendra à très-peu près

$$R (1 - \frac{(P - 1)\sigma - (P' - 1)k\nu}{0,15})$$

(3.) A l'égard de l'aberration, elle sera $dP (\frac{1}{r} - \frac{1}{p}$
 $+ \frac{1}{r'} - \frac{1}{p'}) + dP' (\frac{1}{p} - \frac{1}{r'}) = dP$
 $(\frac{1}{\lambda} + \frac{\sigma}{\lambda}) + \frac{dP}{k + dk} \times (-\frac{k}{\lambda} - \frac{k\nu}{\lambda})$
 $= \frac{\sigma dP}{\lambda} - \frac{\nu dP}{\lambda} + \frac{dk dP}{k\lambda} = \frac{dP}{0,15 R} \times (\sigma - \nu$
 $+ \frac{dk}{k})$.

(4.) Donc mettant pour k la valeur $\frac{2}{3}$, & pour σ & ν leurs
valeurs trouvées dans les Mémoires de 1764 (§. XX, art. 6),
& supposant $\frac{dk}{k} = \nu'$, on aura l'altération causée dans la
valeur de $R =$ à très-peu près $-\frac{0,55}{0,0225} \times [\delta(m + k - 1)^2$
 $- \alpha m m] + \frac{0,05}{0,0225} [\zeta(m - n)^2 - \gamma(m - n + k)^2]$;

$$\& \text{l'altération causée dans l'aberration} = \frac{dP}{0,0225 R}$$

$$[d(m+k-1)^2 - amm - 36 \frac{(m-n)^2}{2}$$

$$+ 3\gamma \frac{(m-n+k)^2}{2} + v' \times 0,15].$$

(5.) L'aberration d'une lentille bi-convexe & ifocèle de verre commun est proportionnelle à $\frac{dP}{0,55 R}$; on pourra donc comparer aisément à cette aberration l'altération trouvée, & déterminer l'effet qui en résulte.

(6.) Il est bon de remarquer en passant, que la quantité k_v est très-différente de la quantité $k_{v'}$; la première vient de l'erreur qu'on suppose avoir commise dans la valeur qu'on a donnée aux rayons p, r' , c'est-à-dire que $\frac{k_v}{\lambda}$ est la différence qui se trouve entre la valeur de $\frac{1}{p} - \frac{1}{r'}$ qui résulte de la construction des lentilles, & la valeur de $\frac{1}{p} - \frac{1}{r'}$ qui résulte du calcul, laquelle est rigoureusement $-\frac{k}{\lambda} = -\frac{2}{3\lambda}$, en supposant $k = \frac{2}{3}$; à l'égard de la quantité $k_{v'}$, elle représente l'erreur qui a été commise dans la valeur de k , en sorte qu'on auroit dû supposer, pour avoir un objectif absolument achromatique, non pas $k = \frac{2}{3}$, mais $k = \frac{2}{3} (1 + v')$.

(7.) Et si l'erreur $\frac{k_v}{\lambda}$ commise dans la valeur donnée à $\frac{1}{p} - \frac{1}{r'}$ par la construction, se trouve telle que v soit $= v'$, ce qui ne peut arriver que par hasard, l'aberration (art. 3) se réduira à $\frac{\sigma dP_1}{0,55 R}$.

S. V.

Moyens de remédier à l'aberration causée par l'erreur commise dans le rapport de la différence des sinus.

(1.) Il faut distinguer ici deux cas, celui où l'erreur commise dans la valeur de k' est en moins, c'est-à-dire où la valeur réelle & rigoureuse de k' est $k' - dk'$; & celui où l'erreur est en plus, c'est-à-dire où la vraie valeur de k' est $k' + dk'$. Il est clair, par l'art. 1 du paragraphe précédent, que dans le

premier cas, la formule d'aberration
$$= \frac{dk' dP}{k' R (\omega - \frac{\omega'}{k'})}$$

est négative, & positive dans le second : cela posé,

(2.) Il est aisé de voir, par les formules du §. VI, art. 1 *Mém. de 1764*, que si on suppose Δ infinie, ϵ , ϵ' , ϵ'' les épaisseurs des lentilles, e , e' , &c. leurs distances, on aura pour l'aberration en longueur, causée par ces petites quantités,

$$\begin{aligned} & \frac{\epsilon (1 - m)^2}{m r r} + \frac{\epsilon'}{m'} \left[\frac{1 - m'}{r'} + m' \left(\frac{P - 1}{P} \right) \right]^2 \\ & + \frac{\epsilon''}{m''} \left[\frac{1 - m''}{r''} + m'' \left(\frac{P - 1}{P} + \frac{P' - 1}{\lambda'} \right) \right]^2 \\ & + e \left(\frac{P - 1}{P} \right)^2 + e' \left(\frac{P - 1}{P} + \frac{P' - 1}{\lambda'} \right)^2, \text{ \&c.} \end{aligned}$$

(3.) Cette quantité est évidemment toujours positive, puisque ϵ , ϵ' , &c. sont toujours des quantités positives, & que les quantités qui les multiplient sont des carrés; mais quelques-unes de ces quantités pourront devenir négatives, si on en prend la différence en ne regardant que P & P' comme variables.

(4.) Connoissant donc le coefficient de dP dans l'aberration
$$= \frac{dk' dP}{k' R (\omega - \frac{\omega'}{k'})}$$
 qui peut se réduire aisément

(§. III, art. 1) à $-\frac{dk' dP}{k' \lambda}$, & différentiant la quantité trouvée

dans l'art. 2 précédent, on aura $(A\epsilon + B\epsilon' + C\epsilon'' + D\epsilon$

$+ Fe')$ $\frac{dP}{\lambda} - \frac{dk' dP}{k' \lambda}$ pour la petite aberration qui peut provenir tant de l'erreur dk' que des quantités $\epsilon, \epsilon', \epsilon'', e, e', \&c.$

(5.) Donc si on peut rendre ces quantités $\epsilon, \epsilon', \&c. e, e', \&c.$ telles que la petite aberration trouvée dans l'article précédent soit $= 0$, on aura remédié à l'inconvénient qui résulte de l'erreur dk' .

(6.) Comme les distances e, e' des lentilles sont absolument arbitraires & peuvent être changées à volonté, pourvu qu'elles restent toujours très-petites, au lieu que les épaisseurs $\epsilon, \epsilon', \epsilon''$ sont assujetties, au moins le plus souvent, à la figure des lentilles & à l'ouverture qu'on leur donne, & que d'ailleurs on ne peut pas les changer quand une fois la lentille est construite; nous ferons abstraction pour le présent des épaisseurs $\epsilon, \epsilon', \epsilon'', \&c.$ sur lesquelles nous reviendrons dans la suite pour en considérer plus particulièrement l'effet; & nous n'aurons d'égard ici qu'aux distances e, e' des lentilles, & à l'usage qu'on en peut faire pour anéantir ou pour diminuer considérablement l'aberration produite par l'erreur dk' .

(7.) Donc il suffira de supposer $(De + Fe') \frac{dP}{\lambda} - \frac{dk' dP}{k' \lambda} = 0$, c'est-à-dire $2e \frac{(P-1)}{P^2} + 2e' (\frac{1}{P} - \frac{1}{\lambda}) (\frac{P-1}{P} + \frac{P'-1}{\lambda'}) = \frac{dk'}{k' \lambda}$.

(8.) Or en supposant $\frac{1}{P} = + \frac{1}{\lambda} \times 0,7114$, on aura
(Mém. de 1764, S. X, art. 7), $\frac{1}{\lambda'} = \frac{1}{P} - \frac{1}{r'} =$
 $= \frac{0,6666}{\lambda}; \frac{P-1}{P} + \frac{P'-1}{\lambda'} = \frac{0,55 \times 0,7114}{\lambda}$
 $= \frac{0,6 \times 0,6666}{\lambda} = \frac{0,00869}{\lambda}; \frac{P-1}{P} =$
 $+ \frac{0,39127}{\lambda}; \frac{1}{P} - \frac{1}{\lambda} = - 0,2886; \frac{P-1}{P^2}$
 $= + 0,27835; \& (\frac{1}{P} - \frac{1}{\lambda}) (\frac{P-1}{P} + \frac{P'-1}{\lambda'})$

$$= + \frac{0,00025}{\lambda^2}; \text{ donc on aura } 2e \times 0,27835 = + 2e' \times 0,00025 = \frac{dk' \cdot \lambda}{k'} = 0,15 R \times \frac{dk'}{k'}.$$

(9.) Donc si dk' est positif, comme on le suppose ici; e, e' seront l'une & l'autre positives, comme elles le doivent être; donc on pourra supposer à e, e' des valeurs propres à corriger entièrement l'aberration résultante de l'erreur dk' : or comme le coefficient de e dans l'équation précédente est plus grand que celui de e' , il est aisé d'en conclure que $e + e'$ fera d'autant plus petit que e' sera plus petit, & qu'ainsi pour que la somme $e + e'$ des distances des lentilles soit la plus petite qu'il est possible, il faut faire $e' = 0$.

$$(10.) \text{ Donc on aura } 2e \times 0,27835 = \frac{dk'}{k'} \times 0,15 R.$$

Soit, par exemple, $\frac{dk'}{k'} = \frac{1}{15}$, on aura $e =$ à très-peu près $\frac{R}{55}$; c'est-à-dire que si le rapport de dP' à dP , au lieu d'être $\frac{3}{2}$, étoit $\frac{32}{20}$ (*S. II, art. 15*), il n'y auroit simplement qu'à écarter la deuxième lentille de la première d'une distance $= \frac{R}{55}$ (dans le premier des deux objectifs du *S. X des Mém. de 1764*), pour remédier à l'aberration qui proviendrait de la supposition de $\frac{dP'}{dP} = \frac{3}{2}$.

$$(11.) \text{ Si on suppose } \frac{1}{p} = + \frac{0,2696}{\lambda} \text{ (Mém. de 1764, S. X, art. 8), on aura } \frac{P-1}{p} = + \frac{0,14828}{\lambda};$$

$$\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{\lambda^2} = - \frac{0,25168}{\lambda}; \frac{P-1}{p^2} =$$

$$+ 0,03998, \text{ \& } \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{\lambda} \right) \left(\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{\lambda^2} \right)$$

$$= + 0,18383. \text{ Donc } 2e \times 0,03998 = + 2e' \times 0,18383 = \frac{dk' \cdot \lambda}{k'}.$$

(12.) Comme le coefficient de e est plus petit dans cette équation que le coefficient de e' , il est aisé de voir que $e + e'$ sera d'autant plus petit que e sera plus petit, & qu'ainsi pour avoir $e + e'$ le plus petit qu'il est possible, il faut prendre $e = 0$, & $e' = \frac{dk' \times \lambda}{2 k' \times 0,18} = \frac{R \times 15 dk'}{2 \cdot 18 k'}$.

(13.) Donc si $\frac{dk'}{k'} = \frac{1}{15}$, on aura $e' = \frac{R}{36}$ à très-peu près, c'est-à-dire que dans le second des objectifs du §. *X des Mém. de 1764*, il faudra écarter la troisième lentille de la seconde d'une quantité $= \frac{R}{36}$ pour remédier à l'aberration produite par l'erreur $\frac{1}{15}$ qu'on a commise, par l'hypothèse, dans la valeur de k' .

(14.) Donc en général pour anéantir l'aberration en longueur, dans le cas où la valeur de dk' est positive, il suffit d'écarter tant soit peu la seconde lentille de la première dans le premier de nos objectifs à trois lentilles, en laissant la seconde & la troisième appliquées l'une contre l'autre; ou la troisième de la seconde dans le second de ces objectifs, en laissant la première & la seconde immédiatement contiguës.

(15.) Mais si, après avoir détruit l'aberration de réfrangibilité en longueur par l'écartement de deux des lentilles, on veut détruire encore l'aberration de réfrangibilité en largeur, ce qui rendra l'objectif encore plus parfait; en ce cas, on considérera que l'aberration en longueur étant supposée détruite par l'équation $De + Fe' - \frac{dk' \cdot \lambda}{k'} = 0$, il ne reste plus qu'à supposer égales à zéro, dans l'aberration en largeur, les différentielles des termes qui contiennent e & e' .

(16.) Ainsi pour anéantir l'aberration en largeur, il faut faire la différence de $e \left(\frac{p-1}{p} \right) + e' \left(\frac{p-1}{p} + \frac{p'-1}{k'} \right) = 0$,
c'est-

c'est-à-dire $\frac{e}{p} + e' \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{\lambda} \right) = 0$, ou en supposant $\frac{1}{p} = 0,7114$ (*Mém.* 1764, §. X), $e \times 0,7114 - e', 0,2886 = 0$.

(17.) Donc en combinant les deux équations des articles 7 & 16, on aura $2e \frac{(P-1)}{PP} - 2e' \frac{(P-1)}{P} \left(\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{\lambda'} \right) = \frac{dk'}{k'\lambda}$.

(18.) Puisque (*art.* 16) e' est à peu près $= e \times \frac{70}{28} = \frac{5e}{2}$, donc (*art.* 8) on aura $2e(0,27835 + 0,00062) = \frac{0,15 R \cdot dk'}{k'}$; ce qui donne pour e à peu-près la même valeur que dans le cas de l'article 10, où l'on a supposé $e' = 0$, en sorte que si $\frac{dk'}{k'} = \frac{1}{15}$, on aura $e =$ à très-peu près $\frac{R}{55}$ & $e' = \frac{R}{22}$.

(19.) Par la même raison, dans le cas de $\frac{1}{p} = 0,2696$, on aura $e \times 0,2696 - e' \times 0,7304 = 0$, ou $e' =$ à très-peu près $\frac{27e}{73} =$ à peu près $\frac{3e}{8}$; donc on aura à très-peu près $2e \times (0,32000 + 0,55149) = \frac{8dk'}{k'} \times 0,15 R$. Donc si $\frac{dk'}{k'} = \frac{1}{15}$, on aura $e = \frac{R \times 8}{2 \cdot 87} =$ à très-peu près $\frac{R}{22}$, & $e' = \frac{3R}{22 \cdot 8} =$ à peu-près $\frac{R}{59}$.

(20.) Donc en général, si la quantité dk' est positive, c'est-à-dire si l'erreur commise dans le rapport $\frac{dP'}{dP}$ donne une valeur plus petite que la vraie, on pourra, par le simple *Mém.* 1765.

74 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
 écartement des lentilles, remédier à l'aberration de réfrangibilité qui résulte de cette erreur.

(21.) Lorsque dk' est négatif, alors il est impossible de corriger l'aberration par le moyen des distances $e, e', \&c.$ puisque la quantité $(De + Fe' - \frac{dk'}{k})$ est alors positive dans tous les termes.

(22.) Il faut donc, lorsque dk' est négatif, chercher un autre moyen de remédier à l'aberration qui en résulte. Pour cela on considérera que si dk' est négatif, c'est-à-dire (§. II, art. 15) si μ est négatif, ν' ou $\frac{dk}{k}$ sera positif; donc, dans le §. IV, art. 4, faisant l'aberration $= 0$, & supposant pour abrégér $\mathcal{C} = 0, \gamma = 0, \sigma = 0$, on aura $\frac{\alpha mm}{0,15} = \nu'$; d'où il est clair que α sera positif; c'est-à-dire qu'il n'y aura qu'à augmenter le rayon MR de la première surface d'une petite quantité $= \alpha R$, ou, ce qui revient au même, diminuer un peu la courbure de cette surface, sans faire d'ailleurs aucun autre changement à l'objectif, pour remédier à l'aberration qui résulte de l'erreur dk .

(23.) Soit $\frac{dk'}{k'} = -\frac{1}{15}$, & par conséquent (§. II, art. 15) $\frac{dk}{k} = \frac{1}{16}$; on aura, à cause de $mm = \frac{1}{16}$, à très-peu près (puisque m est $=$ à peu-près $0,25$) $\alpha R = 0,15 R$; ce qui donneroit une correction ou diminution assez forte à la courbure du premier rayon.

(24.) Au reste, l'aberration de sphéricité qui résultera de cette correction, sera très-peu considérable; car puisque $\frac{\alpha mm}{0,15} = \nu'$, & que α' & σ (Mém. de 1764, §. XX, art. 6) sont égaux à $-\frac{\alpha mm}{0,15}$, il s'ensuit que si $\nu = \frac{1}{16}$, l'aberration longitudinale sera (Mém. 1764, §. XX, art. 1)

$$= (0,0027 + 0,0533) \times - \frac{1}{16} = - \frac{0,0560}{16}$$

$= - 0,0035$, beaucoup plus petite que celle d'une lentille

bi-convexe ifocèle; & l'aberration latitudinale $= - \frac{0,0056}{16}$

$= - 0,0003$, c'est-à-dire presque insensible; & dans l'autre objectif, dans celui de l'*art. 2*, §. XX, *Mém.* 1764, les aberrations seroient encore plus petites.

(25.) Dans le cas où l'erreur seroit en moins, si on vouloit en corriger l'effet par la correction faite à la courbure de la première surface, il faudroit faire une opération contraire à celle de l'*art. 22*; c'est-à-dire que si on laissoit les lentilles appliquées l'une contre l'autre, il faudroit augmenter la courbure de la première des surfaces; ce qui est beaucoup moins aisé à faire que de la diminuer.

(26.) Ainsi l'on voit que les deux cas d'une erreur en moins ou d'une erreur en plus, fournissent chacun une manière particulière de corriger cette erreur, qui ne réussiroit pas aussi-bien dans le cas opposé; le premier moyen consiste dans le simple écartement des lentilles lorsque l'erreur est en moins; le second consiste à diminuer la courbure de la première surface lorsque l'erreur est en plus.

(27.) Cependant il est visible que le moyen de corriger l'erreur, quand elle est en moins, se réduisant à un simple écartement des lentilles, est beaucoup plus facile, plus court & plus sûr que le moyen de corriger l'erreur quand elle est en plus, lequel exige qu'on retravaille un peu la surface d'une des lentilles, ou qu'on ait une autre lentille un peu moins convexe par-devant à y substituer. Nous croyons donc qu'en général, lorsqu'on mesure le rapport de diffusion, il faut tâcher que l'erreur, s'il y en a, soit plutôt en moins qu'en plus; ainsi dans les calculs qu'on fera pour déterminer les rayons des surfaces, il vaudra mieux supposer le rapport de diffusion un peu au-dessous de celui que l'expérience a donné, que de le prendre au-dessus.

(28.) Il y a encore un autre avantage à ce que l'erreur, si elle a lieu, soit plutôt en moins qu'en plus; c'est qu'on peut la corriger par le moyen de l'oculaire convexe adapté à ces sortes d'objectifs: car il se trouve, par une circonstance heureuse, que l'aberration de cet oculaire est alors en sens contraire de l'aberration de l'objectif; d'où il est aisé de voir qu'on peut trouver facilement un oculaire dont l'aberration détruise, au moins presque entièrement, celle qui peut rester dans l'objectif: mais c'est un point que nous traiterons plus bas en détail dans un article particulier.

(29.) Il nous reste à parler des moyens de corriger l'aberration qui provient de la différente valeur de $\frac{dP'}{dP}$ pour les rayons de différentes couleurs. L'habile Géomètre, dont j'ai déjà fait mention §. III, art. 11, propose d'employer pour cet effet trois matières différentes dans la construction de l'objectif, de l'eau, du verre commun & du cristal d'Angleterre; il est clair en effet, que par ce moyen on pourra avoir deux équations différentes $\frac{1}{\lambda} + \frac{k}{\lambda'} + \frac{k'}{\lambda''} = 0$, $\frac{1}{\lambda} + \frac{k + \omega}{\lambda'} + \frac{k' + \omega'}{\lambda''} = 0$, $k + \omega$, & k étant, ainsi que $k' + \omega'$, & k' , les valeurs différentes de $\frac{dP'}{dP}$ & de $\frac{dP''}{dP}$ dans les trois matières, pour différentes couleurs.

(30.) Sur quoi je remarquerai 1.° que s'il n'y a que quatre rayons r, p, r', p' à déterminer, comme on a une nouvelle équation $\frac{\omega}{\lambda'} + \frac{\omega'}{\lambda''} = 0$, on aura plus d'équations que d'inconnues, & qu'ainsi un tel objectif pourroit être sujet à une aberration considérable de sphéricité, du moins pour les objets placés hors de l'axe: 2.° que pour remédier à cet inconvénient, il n'y a d'autre moyen que de supposer au moins cinq inconnues, en sorte que deux au moins des trois lentilles ne soient pas appliquées immédiatement l'une contre l'autre; ce qui augmentera beaucoup le travail de l'Artiste;

puisque'il aura une surface de plus à tailler, indépendamment de deux observations de plus que la troisième matière exigera pour déterminer P'' & $\frac{dP''}{dP} : 3.^{\circ}$ que si on consent, malgré ces considérations, à employer trois matières, il faut éviter de choisir l'eau pour une d'entr'elles, & en général de prendre une matière fluide; d'abord, parce que ces matières sont sujettes à se troubler, à se salir & à se remplir de bulles d'air qui nuiront à la bonté de l'objectif; & en second lieu, parce qu'une lentille supposée de matière fluide demande qu'on taille deux surfaces de plus que si la matière étoit solide *: 4.^o enfin nous avons déjà remarqué ci-dessus, d'après la dernière lunette achromatique construite en Angleterre, que l'objectif de cette lunette, quoique composé de deux matières seulement, est sensiblement exempt de toutes couleurs; ce qui paroît prouver qu'on peut, avec deux matières seulement, réussir à rendre insensible l'aberration dont il s'agit. Nous verrons plus bas par quel moyen on peut y parvenir.

§. V I.

Des erreurs commises dans le rapport des sinus, des effets qui en résultent & des moyens d'y remédier.

(1.) Venons maintenant aux erreurs qu'on peut commettre dans la mesure des quantités P & P' ; l'effet de ces erreurs est bien moins à craindre que celui des erreurs qu'on peut commettre dans la mesure de k , pour deux raisons; 1.^o parce que ces erreurs doivent être beaucoup moindres; 2.^o parce que leur effet influe peu sur l'aberration & se réduit principalement à altérer la distance du foyer, en sorte que la lunette en deviendra un peu plus ou moins longue. Entrons là - dessus dans quelque détail.

(2.) En premier lieu, puisque $\omega = P - 1 = \frac{\rho}{2R}$ pour une lentille bi-convexe isocèle (§. II, art. 3), soit $d\rho$

* Voyez le III.^e Volume de mes Opuscules, article 60.

l'erreur commise dans la valeur de ρ , & dR l'erreur commise dans la mesure de R ; on aura $\partial P = \frac{d\rho}{2R} - \frac{\rho dR}{2RR}$, & $\frac{\partial P}{P} = \frac{1}{P} \times \frac{R d\rho - \rho dR}{2RR}$. Soit $P = 1,55$ ou plus simplement $\frac{3}{2}$; $R = 25$ pieds, ainsi que ρ ; $d\rho = 0$; $dR = 3$ lignes; on aura $\frac{\partial P}{P} =$ à très-peu près $\frac{3 \text{ lignes}}{3 \cdot 25 \text{ pieds}} = \frac{1}{300 \cdot 12}$; ce qui est comme infiniment au-dessous de $\frac{1}{14}$, qu'on a trouvé ci-dessus (§. II, art. 8) pour la valeur de $\frac{d\alpha}{\alpha}$ dans la même hypothèse d'une erreur de 3 lignes; & si on faisoit $d\rho = 1$ pouce en plus ou en moins, l'erreur seroit $\frac{1}{300 \cdot 12} + \frac{1}{25 \cdot 3 \cdot 12} = \frac{1}{720}$, ce qui est encore fort au-dessous de $\frac{1}{14}$.

(3.) On voit donc d'abord que les erreurs commises dans la mesure des quantités qui servent à déterminer ω , ont un effet beaucoup moins sensible, toutes choses d'ailleurs égales, que les erreurs commises dans la mesure des quantités qui servent à déterminer k , & qu'ainsi en général l'erreur $\frac{\partial P}{P}$ fera beaucoup moindre que l'erreur $\frac{dk}{k}$.

(4.) Il est aussi très-aisé de voir que si ∂P est l'erreur commise dans P & $\partial P'$ dans P' , en sorte que P soit réellement $= P + \partial P$, & $P' = P' + \partial P'$, on aura pour l'erreur qui en résulte dans la distance $\frac{1}{R}, \frac{\partial P}{\lambda} - \frac{k \partial P'}{\lambda}$
 $= \frac{\partial P - k \partial P'}{0,15 R}$, en sorte que R deviendra, par l'effet de cette erreur, égale à $R (1 - \frac{\partial P - k \partial P'}{0,15})$; à l'égard de l'aberration, elle ne souffrira point d'altération par cette erreur, parce que l'erreur de l'aberration dépend uniquement de celle

qu'on commet dans la mesure de $\frac{dP}{dP'}$, & par conséquent dans celle des quantités dP & dP' , qui sont très-différentes de ∂P & de $\partial P'$; car les premières sont les différences du rapport des sinus des rayons rouges & violets au rapport des sinus des rayons verts ou moyens; & les secondes sont les erreurs qu'on a commises dans la mesure du rapport de réfraction des rayons moyens.

(5.) Il résulte de tout ce que nous avons dit dans cet article, que pour remédier à l'effet qui peut provenir de l'erreur commise dans la mesure de ∂P & dans celle de $\partial P'$, il suffit simplement d'augmenter ou de diminuer tant soit peu la longueur de la lunette, c'est-à-dire d'éloigner ou de rapprocher l'oculaire de l'objectif. Nous donnerons dans une autre occasion des formules simples & utiles pour déterminer exactement par le calcul l'effet des erreurs ∂P , $\partial P'$; & nous appliquerons de plus ces formules à des objets différens de celui qui fait le sujet de cet article.

§. VII.

Des inconvéniens qui résultent de la trop grande ou trop petite sphéricité des surfaces, & des erreurs commises dans leur courbure; & des moyens d'y remédier.

(1.) Nous avons vu, dans le premier Mémoire, que l'inconvénient qui peut résulter de la trop grande ou trop petite sphéricité des surfaces, n'est point à craindre dans un objectif composé de deux lentilles de verre commun, qui en renferment un de cristal d'Angleterre, parce que les surfaces des lentilles ne sont ni trop ni trop peu courbes dans cet objectif; mais si on employoit d'autres matières, & qu'en faisant dans l'objectif toutes les aberrations $= 0$, on trouvât des surfaces d'une courbure trop grande ou trop petite, voici pour lors ce qu'il faudroit tenter.

(2.) On considérera que l'objectif pourroit rester excellent,

quand même l'aberration de sphéricité ne seroit pas exactement nulle, pourvu qu'elle ne fût pas plus grande que celle d'une lentille bi-convexe isocèle de verre commun & de même foyer.

Soit donc $\frac{\phi}{2\lambda^3}$ l'aberration de cette lentille en longueur, &

$\frac{\mu}{2\lambda^2}$ son aberration en largeur; on substituera dans la formule

de l'*art. 8 du §. IX, Mém. 1764*, $M \mp \mu$ au lieu de M , & $F' \mp \phi$ au lieu de F' , ce qui donnera les valeurs de

$\frac{1}{p}$ & de $\frac{1}{r}$ propres aux cas où l'aberration en longueur

& en largeur ne passe pas les limites prescrites; de sorte qu'en prenant, comme dans l'*article 12, §. XI, Mém. 1764*,

$$\frac{\alpha}{2pp} + \frac{\epsilon}{2p\lambda} + \frac{\gamma}{2\lambda\lambda} = 0 \text{ pour l'équation de l'aberration, lorsque } \mu \text{ \& } \phi \text{ sont égaux à zéro, on aura pour l'équation}$$

$$\text{générale de la même aberration } \frac{\alpha}{2pp} + \frac{\epsilon + \eta\mu}{2p\lambda} + \frac{\gamma + \mathfrak{D}\mu^2 + \sigma\mu + \rho\phi}{2\lambda\lambda} = 0; \eta, \mathfrak{D}, \sigma, \rho \text{ étant des coefficients}$$

connus & dépendans des quantités A', B', C', L', M', G' .

(3.) Cela fait, on cherchera les valeurs de $\frac{1}{p}$ & celles

des rayons de courbure qui en résultent, en supposant μ & ϕ successivement positifs & négatifs, & on en dressera des tables qui seront au nombre de quatre; par le moyen de ces tables & des valeurs des rayons qui répondent aux cas de $\mu = 0$ & $\phi = 0$, on verra aisément s'il est possible de donner aux surfaces des lentilles une courbure qui ne soit ni trop petite ni trop grande, en prenant μ & ϕ de tels signes qu'on voudra, & égales ou plus petites que les valeurs supposées; si ce moyen ne réussit pas, il faut alors renoncer absolument à se servir d'un tel objectif.

(4.) A l'égard des erreurs qu'on peut commettre dans la construction des surfaces, le remède à ces erreurs est le même que celui qui a été proposé ci-dessus pour les erreurs commises dans

dans la valeur de $\frac{dP'}{dP}$; savoir, ou d'écarter tant soit peu les lentilles les unes des autres, ou, si ce moyen ne réussit pas, de diminuer la courbure de la première surface : en effet, si l'aberration qui résultera de l'erreur dont il s'agit, est supposée $= G dP$, & que G soit négatif, on y remédiera en écartant les lentilles ; si G est positif, on y remédiera (§. IV, art. 4) en rendant α plus grand, & par conséquent en diminuant la courbure de la première surface.

§. VII I.

De l'aberration produite par l'épaisseur & la distance des lentilles, & des moyens d'y remédier.

(1.) Il est aisé de voir par nos formules générales (*Mém.* 1764, §. VI, art. 1 & 2) que si $A\epsilon + B\epsilon' + C\epsilon'' + D\epsilon + F\epsilon'$, &c. est la partie qui dépend de ϵ , ϵ' , &c. dans la formule de l'aberration en largeur, $A^2\epsilon + B^2\epsilon' + C^2\epsilon'' + D^2\epsilon + F^2\epsilon'$, &c. sera la partie qui dépendra des mêmes quantités dans la formule de l'aberration en longueur, A, B, C , &c. étant des coefficients qui dépendent de r, p , &c. & de P, P' , &c.

(2.) Or, pour anéantir l'aberration en largeur, il faudra faire la différence des coefficients $= 0$, en ne faisant varier que P & P' , & mettant pour dP' la valeur $k' dP$, ce qui donnera $a\epsilon + b\epsilon' + c\epsilon'' + d\epsilon + f\epsilon'$, &c. $= 0$; & $2Aa\epsilon + 2Bb\epsilon' + 2Cc\epsilon'' + 2Dd\epsilon + 2Ff\epsilon'$, &c. $= 0$; d'où l'on tirera les valeurs de ϵ , ϵ' , &c. ou plutôt leurs rapports.

(3.) Supposons, pour simplifier le calcul, que les sommets des lentilles se touchent, c'est-à-dire que $e = 0$, $e' = 0$; il est évident qu'il doit rester au moins trois indéterminées ϵ , ϵ' , ϵ'' , afin qu'il n'y ait pas plus d'inconnues que d'équations : cela posé, on aura $a\epsilon + b\epsilon' + c\epsilon'' = 0$, & $Aa\epsilon + Bb\epsilon' + Cc\epsilon'' = 0$; d'où l'on tire $Ab\epsilon' - Bb\epsilon'$

Mém. 1765.

. L

$$\begin{aligned}
 &+ A c \epsilon'' - C c \epsilon'' = 0; \text{ \& par conséquent } \frac{\epsilon''}{\epsilon''} \\
 &= \frac{c(C-A)}{b(A-B)}; \text{ on aura de même } Ca\epsilon - Aa\epsilon + Cb\epsilon' \\
 &- Bb\epsilon' = 0, \text{ \& } \frac{\epsilon'}{\epsilon} = \frac{a(A-C)}{b(C-B)}.
 \end{aligned}$$

(4.) Aucune des quantités ϵ , ϵ' , ϵ'' , &c. ne peut être négative; elles ne peuvent même être $= 0$, à moins que les deux surfaces ne soient concaves, ou à moins que la surface antérieure n'ait un rayon plus grand que celui de la surface postérieure si elles sont toutes deux convexes, ou plus petit si elles sont concaves. Par exemple, dans le premier de nos objectifs à trois lentilles, l'épaisseur ϵ' peut être $= 0$, ou du moins aussi petite que l'Artiste la pourra faire, parce que la lentille du milieu est bi-concave.

(5.) Si les valeurs ou quelqueune des valeurs de ϵ , ϵ' , ϵ'' , qu'on trouve par ce calcul, sont négatives, alors il est impossible de déduire cette partie de l'aberration; on peut tout au plus la diminuer, en employant le moyen indiqué dans le *III. Vol. de nos Opuscules*, art. 730 & suiv. jusqu'à 738. On peut encore, pour diminuer cette aberration, employer la considération suivante.

(6.) Dans une lentille bi-convexe isocèle, l'aberration longitudinale provenant de l'épaisseur est $\epsilon d \frac{(1-m)^2}{r^2}$
 $= 2\epsilon \frac{(1-m) d P}{P P r^2} =$ (en supposant, pour simplifier le calcul, $m = \frac{2}{3}$, $P = \frac{3}{2}$, $r = R = \frac{100\lambda}{15}$)
 $\frac{8\epsilon \cdot 225 d P}{27 \cdot 10000} = \frac{\epsilon d P}{3 \cdot 50}$; & l'aberration en largeur $= \frac{\epsilon d P}{P P r}$
 $= \frac{4\epsilon \cdot 225 d P}{9 \cdot 10000} = \frac{\epsilon d P}{100}$; or il faut faire en sorte que l'aberration de l'objectif composé, produite par l'épaisseur des lentilles, tant en longueur qu'en largeur, ne soit pas plus grande que dans la lentille simple.

(7.) C'est pourquoi on supposera $ae + be' + ce'' = \pm \frac{\mu n}{100}$

$$\pm \frac{\mu n}{100}, \& Aae + Bbe' + Cce'' = \pm \frac{\nu n}{150}, \mu \& \nu$$

étant des nombres égaux à l'unité ou plus petits, & n étant l'épaisseur d'une lentille bi-convexe isocèle de verre commun & de même foyer; & par ce moyen on pourra, dans plusieurs cas, déterminer les épaisseurs e, e', e'' , dont il y en aura toujours une à volonté. Pour trouver facilement les valeurs de e, e', e''

$$\text{dans les équations } ae + be' + ce'' = \pm \frac{\mu n}{100}, \&$$

$$Aae + Bbe' + Cce'' = \pm \frac{\nu n}{150}, \text{ il faudra d'abord}$$

supposer à n la valeur connue, & à e la plus petite valeur qu'on puisse lui donner; ensuite on construira, par le moyen des deux équations données, deux lieux à la ligne droite, dont e', e'' seront les indéterminées; les points d'intersection de ces deux lignes droites feront voir tout d'un coup très-facilement si e', e'' peuvent être telles qu'on l'exige, c'est-à-dire toutes deux positives & ni trop grandes ni trop petites. Cette méthode graphique me paroît la plus simple, d'autant qu'il n'est pas question ici d'une exactitude rigoureuse, & qu'une valeur approchée suffit.

(8.) Je terminerai ces recherches par la solution d'une question qu'on m'a proposée, & qui peut souvent être utile quoiqu'elle n'ait pas un rapport direct à l'objet de cet article; c'est de savoir quelle est la partie de l'épaisseur qu'on doit ajouter à la distance focale dans un objectif composé, pour mesurer les objets vus par un objectif garni d'un micromètre. Nous avons fait voir (*Mém.* 1764, §. VI, art. 2 & 3) que si a est la distance de l'objet à l'axe; p la distance au sommet de la lentille, rapportée à l'axe; R la distance focale, prise depuis le sommet de la surface postérieure de l'objectif; a' la distance de l'image à l'axe; e, e', e'' , &c. les épaisseurs des lentilles, e, e', e'' , &c. leurs distances, $r, p; r', p'$ leurs rayons, en sorte que $\frac{1}{r} - \frac{1}{p} = \frac{1}{\lambda}, \frac{1}{r'} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{\lambda'}$, &c.

on auroit, en regardant δ comme infinie, $a' = \frac{\alpha R}{\delta}$

$$\left[1 + \varepsilon \left(\frac{1-m}{r} \right) + \varepsilon' \left(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m' \times (P-1)}{\lambda} \right) \right.$$

$$+ \varepsilon'' \left[\frac{1-m}{r'} + m'' \left(\frac{P-1}{\lambda} + \frac{P'-1}{\lambda'} \right) \right], \&c.$$

$$\left. + e \left(\frac{P-1}{\lambda} \right) + e' \left(\frac{P-1}{\lambda} + \frac{P'-1}{\lambda'} \right) \right], \&c.$$

De-là il est aisé de voir, que faisant abstraction de l'aberration, l'image d'un objet seroit vue sous le même angle que cet objet si l'œil étoit placé à une distance du foyer $= R(1 + \phi)$, $1 + \phi$ étant le coefficient de $\frac{\alpha R}{\delta}$ dans le second membre de l'équation précédente; car l'image étant $\frac{\alpha R}{\delta} (1 + \phi)$, & la distance de l'œil $R(1 + \phi)$, l'angle visuel seroit $\frac{\alpha}{\delta}$, le même que celui sous lequel l'objet seroit vu, à l'œil nu; placé à la distance δ .

(9.) S'il n'y a qu'un seul objectif de verre bi-convexe & isocèle, on aura $m = \frac{2}{3}$, $R = r$ à très-peu près; donc $R(1 + \phi) = R(1 + \varepsilon \times \frac{1}{3R}) = R + \frac{\varepsilon}{3}$, ce qui est conforme à ce qu'on savoit déjà pour ces seuls objectifs. Il est aisé d'étendre notre formule au cas où δ ne seroit pas infinie, puisqu'il suffit (*Mém. de 1764, §. VI*), d'ajouter au second membre les termes $-\frac{\varepsilon m}{\delta} + \frac{\varepsilon' m'}{\delta} + \frac{\varepsilon'' m''}{\delta}$, &c. Il n'est pas moins facile d'appliquer notre formule à un objectif donné dont on connoîtra les dimensions: un plus grand détail ne paroît pas nécessaire.

(10.) Il est aisé de voir que si, après avoir construit l'objectif & donné aux lentilles les épaisseurs convenables pour produire le moins d'aberration qu'il est possible, il en reste

encore quelque peu, on pourra facilement y remédier, soit en écartant les lentilles l'une de l'autre, soit en donnant moins de courbure à la première surface.

(11.) Nous remarquerons de plus, à cette occasion, que le moyen proposé (*art. 73^d du III.^e Vol. de nos Opuscules*) pour détruire l'aberration de sphéricité en largeur par le moyen de l'épaisseur des lentilles, n'est bon que pour les rayons qui tombent d'un côté de la lentille; car si on a $R\omega\omega + \alpha n P + \epsilon Q = 0$, on aura, en faisant n négatif, $R\omega\omega - \alpha n P + \epsilon Q = -2\alpha n P$: ainsi ce moyen de détruire l'aberration en largeur ne peut réussir qu'en partie, & ne doit être employé tout au plus que dans le cas où P est assez petit, c'est-à-dire pour d'assez grandes lunettes.

§. I X.

*Du choix des oculaires qu'on doit adapter à l'objectif
achromatique.*

(1.) Nous avons déjà vu (§. V, *art. 27*) qu'il est avantageux que la quantité dk' soit positive, ou ce qui revient au même, que l'erreur commise dans la valeur de k' soit en moins, parce qu'on peut remédier à cet inconvénient, au moins en grande partie, par le seul écartement des lentilles; la supposition de dk' positif produit un autre avantage, c'est que

l'aberration étant $-\frac{dk' dP}{k' \lambda}$, sera $= -\frac{dR}{RR}$; d'où

l'on voit que dR sera $= \frac{dk' dP}{k' \lambda} \times RR$, & par conséquent

positif, & qu'ainsi les rayons les plus réfringibles auront leur foyer plus loin de la lentille composée, ce qui est le contraire de ce qui arrive dans les lentilles bi-convexes simples, & en général, dans toutes les lentilles simples qui ont une distance focale positive, c'est-à-dire du côté opposé à celui où se trouve l'objet.

(2.) Donc si on prend un oculaire dont la distance focale p soit positive, que ϖ soit le rapport des sinus d'incidence &

de réfraction en passant de l'air dans cette lentille, qu'enfin on suppose $\varpi - 1 = \sigma$, & qu'on adapte cet oculaire à l'objectif de manière que les foyers des rayons moyens coïncident, on aura une destruction parfaite de couleurs, si $\frac{dk' dP}{k' \lambda} \times R R \text{ est } = \frac{\rho d\varpi}{\sigma}$; donc $\rho = \frac{R^2 dk'}{k' \lambda} \times \sigma \times \frac{dP}{d\varpi}$:

(3.) Donc si on a, par exemple, $\frac{dk'}{k'} = \frac{1}{150}$, $\lambda = 0,15 R$, & qu'on fasse $\varpi = P$, c'est-à-dire que l'oculaire soit de verre commun, on aura $\rho = \frac{R}{150} \times \frac{55}{15} = 0,0244 R$; & si $\varpi = P'$, c'est-à-dire si l'oculaire est de cristal d'Angleterre, on aura $d\varpi = \frac{3 dP}{2}$, $\sigma = 0,6$, & $\rho = \frac{R}{150} \times \frac{40}{15} = 0,0177 R$.

(4.) En général, l'aberration $\frac{dk' dP \times R^2}{k' \lambda}$ étant donnée; l'oculaire fera d'un foyer d'autant plus court que $\frac{d\varpi}{\varpi - 1}$ sera plus grand, ou, en supposant $d\varpi = \nu dP$, que $\frac{\nu}{\varpi - 1}$ sera plus grand; & cet oculaire aura le double avantage & de donner plus d'augmentation à l'objet, & de rendre l'image plus distincte.

(5.) Par exemple, si on forme l'oculaire d'une matière telle que $d\varpi = 1,61$, & $\frac{d\varpi}{dP} = 3$ *, on aura $\frac{\nu}{\varpi - 1} =$ à très-peu près 5, & $\rho = \frac{R dk'}{k' \lambda} \times \frac{100}{75}$; en sorte que cet oculaire auroit un foyer qui seroit plus court que celui d'un oculaire de verre commun, en raison de $\frac{1}{5}$ à $\frac{55}{100}$, c'est-à-dire de 4 à 11.

(6.) Si dk' est négatif, alors au lieu d'un oculaire bi-convexe,

* Voyez Opuscules Mathématiques, Tome III, page 404.

il faudra en employer un bi-concave & d'ailleurs de la même matière; cet oculaire à la vérité aura l'inconvénient de donner moins de champ à la lunette; cependant il pourra être très-utile, sur-tout si la lunette n'est pas longue.

(7.) Un oculaire tel que nous le proposons, pourra servir aussi à rendre comme insensible l'aberration qui provient de la différente valeur de $\frac{dP'}{dP}$ pour les rayons de différentes couleurs; car soit, par exemple, $k' + p dP$ la valeur de $\frac{dP'}{dP}$ pour les différentes couleurs, l'aberration de l'objectif sera $(\frac{dP}{\lambda} + \frac{k' dP}{\lambda'} + \frac{p dP^2}{\lambda'}) RR$; & si on suppose un oculaire tel que la partie $\frac{dP}{\lambda} + \frac{k' dP}{\lambda'}$ soit détruite; il restera pour aberration $p dP^2$, qui est de même signe, soit que dP soit positif ou négatif, c'est-à-dire qui est de même signe pour les rayons rouges & les rayons violets; donc ces rayons seront également réfractés après leur passage par l'oculaire; donc ils entreront de la même manière dans l'œil; donc l'aberration qu'ils pourront produire formera au fond de l'œil deux très-petits cercles qui seront absolument coincidens, & qui renfermeront les autres cercles d'aberration que les rayons des autres couleurs pourront produire; donc (*III. Volume de nos Opuscules, art 471*) l'effet de l'aberration sera insensible.

(8.) Et quelle que soit la loi générale de la valeur de $\frac{dP'}{dP}$, par exemple $k' + p dP + \gamma dP^2$, &c. le raisonnement de l'article précédent aura toujours lieu, pourvu que l'aberration restante dans l'oculaire soit telle que ses deux plus grandes valeurs soient ou égales & de même signe, ou égales & de différent signe; parce que dans ces deux cas les cercles d'aberration (*art. 471 de l'Ouvrage cité*) se couvriront exactement au fond de l'œil.

(9.) Or il est aisé de voir qu'on pourra toujours trouver

un oculaire qui produise cet effet; car si on a, par exemple;

$$\frac{dP'}{dP} = k' + \rho dP + \gamma dP^2, \text{ \& qu'on laisse subsister}$$

l'oculaire précédent, l'aberration restante sera $(\rho dP^2 + \gamma dP^3)$

$$\times - \frac{R^2}{\lambda'} \text{ si } dP \text{ est positif; \& } (\rho dP^2 - \gamma dP^3) \times - \frac{R^2}{\lambda'}.$$

si dP est négatif; elle sera donc tant soit peu plus grande ou plus petite dans le premier cas que dans le second, selon que

γ sera de même signe que ρ ou de signe différent; donc si on

suppose que $\rho' + d\rho'$ soit le rayon de l'oculaire, ρ' étant tel que

$$\frac{RR}{\lambda'} + \frac{k'R^2}{\lambda'} - \rho' = 0, \text{ il faudra prendre } d\rho' \text{ telle que}$$

$$- dP \left(\frac{\rho dP \cdot R'}{\lambda'} + \frac{\gamma dP^2 \cdot R^2}{\lambda'} - d\rho' \right) \text{ soit égal à}$$

$$dP \left(- \frac{\rho dP \cdot R^2}{\lambda'} + \frac{\gamma dP^2 \cdot R^2}{\lambda'} - d\rho' \right) \text{ \& de même}$$

signe ou de signe différent. Or la première condition donne

$$- \frac{\gamma dP^2 \cdot R^2}{\lambda'} + d\rho' = + \frac{\gamma dP^2 \cdot R^2}{\lambda'} - d\rho', \text{ \&}$$

$$\text{par conséquent } 1.^{\circ} d\rho' = \frac{\gamma dP^2 \cdot R^2}{\lambda'}, \text{ quantité qui sera}$$

positive ou négative, selon que $\frac{\gamma}{\lambda'}$ sera positif ou négatif;

$$2.^{\circ} - \frac{\rho dP \cdot R^2}{\lambda'} \text{ pour la valeur des deux aberrations}$$

restantes, égales \& de même signe. La seconde condition donne;

en changeant le signe d'une des deux quantités, \& réduisant,

$$\frac{\rho dP^2 \cdot R^2}{\lambda'} = 0 \text{ ou } \rho = 0, \text{ ce qui est contre l'hypothèse;}$$

ainsi il ne faut prendre que l'équation tirée de la première

condition; \& comme on suppose que la valeur \& le signe de

γ sont inconnus à l'Artiste, il faudra pour déterminer l'ocu-

laire qu'on cherche à avoir recours à un petit tâtonnement;

en essayant successivement quelques oculaires, les uns d'un

foyer un peu plus long, les autres d'un foyer un peu plus

court, \& voir quel sera celui qui conviendra le mieux à

l'objectif

l'objectif proposé; il y a tout lieu de croire qu'on parviendra, par ce moyen, à former une lunette qui sera sensiblement exempte de couleurs.

§. X.

De la combinaison de deux oculaires avec l'objectif.

(1.) L'oculaire simple, que nous avons combiné dans le paragraphe précédent avec l'objectif achromatique, a cet avantage, qu'étant combiné avec cet objectif, l'aberration de réfrangibilité est détruite ou rendue insensible; mais l'aberration de sphéricité subsiste, & on ne peut la détruire qu'en employant deux oculaires de la même matière, suivant la théorie que nous allons donner.

(2.) Si on a deux lentilles de la même matière, placées très-près l'une de l'autre, on trouvera leur aberration de sphéricité par les formules des *Mém. de 1764*, §. VIII, art. 1; il suffira pour cela de remarquer 1.^o que dans ces formules

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{r} - \frac{1}{p}, \text{ \& } \frac{1}{\lambda'} \text{ ou } -\frac{k}{\lambda} = \frac{1}{r'} - \frac{1}{p'},$$

en sorte que si on fait $\frac{1}{r} - \frac{1}{p} + \frac{1}{r'} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{\Lambda}$,

on aura $-\frac{k}{\lambda} = \frac{1}{\Lambda} - \frac{1}{\lambda}$; 2.^o que par conséquent

dans ces formules il n'y aura qu'à substituer P à la place de P' ,

m à la place de m' , & $-\frac{1}{\Lambda} + \frac{1}{\lambda}$ à la place de $\frac{k}{\lambda}$, ce

qui donnera, après les réductions, pour l'aberration en longueur,

$$\begin{aligned} & \frac{e^2 (P-1)}{2} \left[\frac{P+2}{Pr\lambda} - \frac{1+2P}{r\lambda\lambda} + \frac{1}{\lambda^3} \left(\frac{2P^2-2}{P} \right) \right. \\ & + \frac{1}{\Lambda\lambda^2} \times \frac{P+2}{P} + \frac{1}{\Lambda^2\lambda} (-1-2P) + \frac{P^2}{\Lambda^3} \\ & + \frac{2}{r'\Lambda\lambda} \times \frac{P+2}{P} + \frac{1}{r'\lambda^2} \left(\frac{2P^2-P-4}{P} \right) + \frac{1}{r\Lambda^2} \\ & \times (-1-2P) + \frac{1}{r'^2} \left(\frac{1}{\Lambda} - \frac{1}{\lambda} \right) \left(\frac{P+2}{P} \right) \left. \right]. \end{aligned}$$

(3.) A l'égard de l'aberration en largeur, elle se trouvera
Mém. 1765. . M .

de même, après les réductions, égale à $(\frac{P-1}{2}) [\frac{P+1}{Pr\lambda} + \frac{P+1}{Pr'\lambda} - \frac{P+1}{P\lambda\lambda} + \frac{P+1}{P\lambda\lambda} - \frac{P}{\lambda\lambda}]$.

(4.) En faisant $\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\kappa}$, on aura pour les deux aberrations, $\frac{6^2(P-1)}{2} [\frac{P+2}{Pr\lambda\lambda} - \frac{1+2P}{r\lambda\lambda} + \frac{P^2}{\lambda^3} + \frac{(P-1)(3P-1-2m)}{l\lambda^2} - \frac{1+2P-3P^2}{\lambda l^2} + \frac{P^2}{l^3} - \frac{4(P-m)^2}{r'\lambda l} - \frac{1+2P}{r'l^2} + \frac{P+2}{Pr'^2 l}]$;
& $\frac{P-1}{2} [\frac{P+1}{Pr\lambda} + \frac{P+1}{Pr'l} - \frac{P}{\lambda^2} - \frac{P}{l^2} - \frac{2P-1-m}{\lambda l}]$.

(5.) Si on fait l'aberration en largeur = 0, on aura une valeur de $\frac{1}{r'}$ de cette forme $-\frac{l}{r\lambda} + \frac{Bl}{\lambda^2} + \frac{B}{l} + \frac{D}{\lambda}$, laquelle étant substituée dans l'aberration en longueur, la changera en une quantité de cette forme $\frac{A'}{rr\lambda} + \frac{B'}{r\lambda\lambda} + \frac{C'}{\lambda^3} + \frac{D'}{l\lambda^2} + \frac{E'}{\lambda l^2} + \frac{F'}{l^3} + \frac{G'}{r\lambda l} + \frac{H'l}{rr\lambda\lambda} + \frac{M'l}{r\lambda^3} + \frac{N'l}{\lambda^4}$; & multipliant cette quantité par λ^3 & la faisant = 0, on aura une équation du second degré dont $\frac{1}{r'}$ fera l'inconnue, & dont le dernier terme sera $C' + \frac{D'\lambda}{l} + \frac{E'\lambda^2}{l^2} + \frac{F'\lambda^3}{l^3} + \frac{N'l}{\lambda}$; faisons ce terme = ω , le coefficient de $\frac{1}{rr}$, savoir $A'\lambda\lambda + H'l/\lambda = \mu$, & celui de $\frac{1}{r}$ ou $B'\lambda + \frac{G'\lambda^2}{l} + M'l = \nu$: il faut, pour que la valeur de $\frac{1}{r'}$ soit réelle, que $4\omega\mu$ soit < ou = ν^2 ; supposant donc $\lambda = l/x$, on aura pour condition

$$4 (A'xx + H'x) (C' + D'x + E'x^2 + F'x^3 + \frac{N'}{x}) < \text{ou} = (B'x + G'x^2 + M')^2.$$

(6.) On pourra trouver par cette formule les valeurs de x , qui satisferont à la question proposée, & qui donneront le moyen, en employant deux lentilles oculaires de la même matière, très-proches l'une de l'autre, de faire évanouir l'aberration de sphéricité, tant en longueur qu'en largeur; nous pourrons par la suite, entrer dans de plus grands détails sur ce sujet.

(7.) En attendant le résultat de ce calcul, qui pourra demander beaucoup de travail pour déterminer les cas les plus favorables, on peut s'en tenir à l'une des deux méthodes suivantes. 1.^o Au lieu de former l'oculaire d'une seule matière, on le formera de deux lentilles de matière différente; la première, du côté de l'œil, sera de verre commun, la seconde de cristal d'Angleterre; & on donnera à ces lentilles les dimensions & les courbures que les Géomètres leur ont déjà assignées (*voyez les Mémoires de l'Académie de 1762*). 2.^o On peut aussi employer un oculaire simple d'une seule matière, suivant les dimensions indiquées dans les paragraphes suivans.

§. XI.

Moyen de détruire, autant qu'il est possible, l'aberration latitudinale dans une lentille simple.

(1.) Nous avons vu (*art. 168 du III.^e Vol. des Opuscules*) qu'il est impossible de détruire l'aberration longitudinale de sphéricité dans les lentilles formées d'une seule matière; mais il est toujours possible, ce qui mérite d'être remarqué, de détruire la partie de l'aberration longitudinale qui a pour coefficient $\frac{2\alpha\eta}{\delta}$, ou celle de l'aberration latitudinale qui a pour coefficient $\gamma^2 + \eta^2$: il ne faudra pour cela, en supposant δ infinie, que faire $\frac{P-m}{2r\lambda} + \frac{P-P^2}{2\lambda\lambda} = 0$, ce qui donne;

(en mettant pour m la valeur $\frac{1}{P}$) $\frac{1}{r} = \frac{P^2}{\lambda (P + 1)}$;
 & $\frac{1}{p}$, ou $\frac{1}{r} - \frac{1}{\lambda} = \frac{P^2 - P - 1}{\lambda (P + 1)}$; or, dans cette
 lentille, on a $\frac{P - 1}{\lambda} = \frac{1}{R}$, en appelant R la distance
 focale; donc $r = \frac{R (P^2 - 1)}{P^2}$, & $p = \frac{R (P^2 - 1)}{P^2 - P - 1}$.

(2.) Soit $P = \frac{3}{2}$, on aura $r = \frac{5R}{9}$, & $p = -5R$;
 ainsi une lentille simple de verre, convexe des deux côtés,
 dont le premier rayon seroit $\frac{5}{9}$ de la distance focale, & le
 second, égal à cinq fois la distance focale, auroit cette pro-
 priété, que l'aberration ne seroit pas plus grande pour les rayons
 qui partent d'un objet placé hors de l'axe, que pour ceux qui
 partent de l'axe même, en mettant à part (comme on le
 doit) la portion d'aberration latitudinale $\frac{2\alpha n}{2\delta R}$ qui ne sauroit
 jamais être détruite (*Mém. de 1764, S. IV & VII*) dans
 quelque objectif que ce soit, & qui est toujours la même
 pour tous les objectifs de même foyer.

(3.) Nous avons vu de plus (*art. 166 de l'Ouvrage cité*)
 que dans une lunette simple, l'aberration longitudinale pour les
 rayons partans de l'axe, est $(\frac{1-m}{\lambda}) \mathcal{E}^2 \times [(1 + \frac{1}{2m})$
 $\frac{1}{rr} - (\frac{1}{2m} + \frac{1}{m^2}) \frac{1}{r\lambda} + \frac{1}{m^3\lambda\lambda}]$; donc
 mettant pour m la valeur $\frac{1}{P}$ & pour $\frac{1}{r}$ la valeur $\frac{P^2}{\lambda (P + 1)}$,
 on trouvera, après les réductions, que l'aberration longitudinale
 est $= \frac{P^2}{2\lambda\lambda (P + 1)^2} \times \frac{(P - 1) \mathcal{E}^2}{P\lambda}$ dans ces fortes de
 lentilles; c'est-à-dire $\frac{P^4 \times (P - 1) \mathcal{E}^2}{2P (P + 1)^2 (P - 1)^3 R^3} =$
 $\frac{P^3 \mathcal{E}^2}{2 (P^2 - 1)^2 R^3} =$ (en faisant $P = \frac{3}{2}$) $\frac{27}{25 R^3}$. Or

l'aberration d'une lentille simple bi-convexe est (*art. 171 & 172 de l'Ouvrage cité*) $\frac{5}{3R^3}$ à peu-près; d'où l'on voit que la lentille dans laquelle $\frac{1}{r} = \frac{P^2}{\lambda(P+1)}$, & dans laquelle par conséquent l'aberration latitudinale est détruite (*art. 1*) autant qu'il est possible, a de plus l'avantage d'avoir une aberration longitudinale beaucoup moindre que celle d'une lentille simple bi-convexe isocèle.

(4.) Ainsi les lentilles simples de verre dans lesquelles $r = \frac{5R}{9}$ & $p = -5R$, paroissent devoir être préférées aux lentilles simples bi-convexes isocèles dont on se sert ordinairement; mais voici de nouvelles considérations, qui doivent fortifier ces raisons de préférence.

§. XII.

Où l'on détermine la plus parfaite des lentilles simples.

(1.) On remarquera d'abord que pour avoir l'aberration totale en longueur dans une lentille simple, il faut, dans les *Mém. de 1764, §. VII, art. 2*, au lieu de $\gamma^2 + n^2$, mettre la plus grande valeur \mathcal{C}^2 , \mathcal{C} étant le demi-diamètre de l'ouverture; au lieu de n , la plus grande valeur $\pm \mathcal{C}$; & au lieu de $\frac{\alpha}{\lambda}$, la plus grande valeur $\frac{\mathcal{C}}{r}$ ou $\frac{\mathcal{C}(P-1)}{\lambda}$, à cause de $\frac{P-1}{\lambda} = \frac{1}{R}$; donc à cause de $\frac{P-m}{2r\lambda^2} + \frac{P-P^2}{2\lambda^3} = (\frac{P-1}{P\lambda}) (\frac{P+1}{2r\lambda} - \frac{P^2}{2\lambda\lambda})$, on aura l'aberration totale en longueur dans une lentille simple quelconque $= \frac{(P-1)\mathcal{C}^2}{P\lambda} \left[(1 + \frac{P}{2}) \times \frac{1}{rr} - \frac{1}{r\lambda} (\frac{P}{2} + P^2) + \frac{P^3}{2\lambda\lambda} \pm (\frac{P^2-1}{r\lambda} \right]$

— $\frac{P^2(P-1)}{\lambda\lambda}$)] ; savoir \pm lorsque $\frac{1}{r}$ est $> \frac{P^2}{\lambda(P+1)}$;
 & — lorsque $\frac{1}{r}$ est $< \frac{P^2}{\lambda(P+1)}$, afin que la partie qui a
 le signe \pm soit toujours positive ; car 1.^o la partie $(1 + \frac{P}{2})$
 $\times \frac{1}{rr} - \frac{1}{r\lambda} (\frac{P}{2} + P^2) + \frac{P^3}{2\lambda\lambda}$ est toujours positive ;
 comme il résulte des *art.* 167 & 168 de l'Ouvrage cité ,
 puisque cette partie est $= (1 + \frac{P}{2}) [(\frac{1}{r} - \frac{\frac{P}{2} + P^2}{(2+P)\lambda})^2$
 $+ \frac{1}{\lambda\lambda} \times (P^3 - \frac{P^2}{4} : (2 + P)^2)]$; 2.^o si on ne
 rendoit pas positive l'autre partie $\pm [\frac{P^2-1}{r\lambda} - \frac{P^2}{\lambda\lambda} (P-1)]$,
 on n'auroit pas l'aberration totale dans sa plus grande valeur.

(2.) Voyons maintenant quelle est la lentille où cette aber-
 ration totale est la plus petite qu'il est possible ; pour cela, nous
 supposons d'abord la différentielle de la quantité $(1 + \frac{P}{2})$
 $\times \frac{1}{rr} - (\frac{P}{2} + P^2) \frac{1}{r\lambda} + \frac{P^3}{2\lambda\lambda} - \frac{P^2-1}{r\lambda} - \frac{P^2}{\lambda\lambda}$
 $\times (P-1)$ égale à zéro, en ne faisant varier que r , & nous
 aurons $2(1 + \frac{P}{2}) \frac{1}{r} = \frac{\frac{P}{2} + P^2 - P^2 + 1}{\lambda}$, ou $\frac{1}{r}$
 $= \frac{2 + P}{(4 + 2P)\lambda} = \frac{1}{2\lambda}$, qui est évidemment $<$ que $\frac{P^2}{(P+1)\lambda}$,
 puisque $P + 1$ est $< 2P^2$; donc depuis $\frac{1}{r} = \infty$
 jusqu'à $\frac{1}{r} = \frac{1}{2\lambda}$, la quantité dont il s'agit va en dimi-
 nuant, puisqu'elle est infinie quand $\frac{1}{r} = \infty$, & que sa
 différence $= 0$ lorsque $\frac{1}{r} = \frac{1}{2\lambda}$; donc elle va en dimi-
 nuant depuis $r = 0$ jusqu'à $r = 2\lambda$, & à plus forte raison

jusqu'à $r = \frac{(P+1)\lambda}{P^2}$ qui est $< 2\lambda$, comme on vient de le voir; d'où il est évident que si on suppose $r < \frac{(P+1)\lambda}{P^2}$ ou $\frac{1}{r} > \frac{P^2}{(P+1)\lambda}$, l'aberration totale dans la plus grande valeur, qui doit alors avoir $+\frac{P^2-1}{r\lambda} - \frac{P^2(P-1)}{\lambda\lambda}$, sera plus grande que dans le cas où $r = \frac{(P+1)\lambda}{P^2}$.

(3.) Maintenant si $\frac{1}{r}$ est supposé $< \frac{PP}{(P+1)\lambda}$ ou $r > \frac{(P+1)\lambda}{P^2}$, il faudra, pour avoir l'aberration totale, supposer le signe $-$ à la quantité $(\frac{P^2-1}{r\lambda} - \frac{P^2(P-1)}{\lambda\lambda})$; en ce cas, la plus petite valeur de $(1 + \frac{P}{2}) \frac{1}{rr} - (\frac{P}{2} + P^2) \frac{1}{r\lambda} + \frac{P^3}{2\lambda\lambda} - \frac{P^2-1}{r\lambda} + \frac{P^2(P-1)}{\lambda\lambda}$, se trouvera en faisant $2(1 + \frac{P}{2}) \frac{1}{r} = \frac{P^2 + \frac{P}{2} + P^2 - 1}{\lambda}$ ou $\frac{1}{r} = \frac{4P^2 + P - 2}{(4 + 2P)\lambda}$. Cette quantité est évidemment plus grande que $\frac{PP}{(P+1)\lambda}$, puisque $2P^3 + P^2$ est $> P + 2$; donc la plus petite valeur de la quantité dont il s'agit répond à une valeur de r plus petite que $\frac{(P+1)\lambda}{PP}$; donc si on suppose $r > \frac{(P+1)\lambda}{PP}$, l'aberration totale (dans la plus grande valeur qui doit alors avoir $-\frac{P^2-1}{r\lambda} + \frac{P^2(P-1)}{\lambda\lambda}$) sera plus grande que dans le cas où $r = \frac{(P+1)\lambda}{PP}$.

(4.) De-là, il est évident que si on fait $\frac{1}{r} > \frac{PP}{(P+1)\lambda}$ ou $r < \frac{(P+1)\lambda}{PP}$, l'aberration totale, représentée alors par

$(1 + \frac{P}{2}) \cdot \frac{1}{rr} - (\frac{P}{2} + P^2) \cdot \frac{1}{r\lambda} + \frac{P^3}{2\lambda\lambda}$
 $+ \frac{P^2 - 1}{r\lambda} - \frac{P^2(P-1)}{\lambda\lambda}$, devient plus grande que
 dans le cas où $\frac{1}{r} = \frac{PP}{(P+1)\lambda}$; & que si on fait $\frac{1}{r}$
 $< \frac{PP}{(P+1)\lambda}$ ou $r > \frac{(P+1)\lambda}{PP}$, l'aberration totale, repré-
 sentée alors par $(1 + \frac{P}{2}) \cdot \frac{1}{rr} - (\frac{P}{2} + P^2) \cdot \frac{1}{r\lambda}$
 $+ \frac{P^3}{2\lambda\lambda} - \frac{P^2 - 1}{r\lambda} + \frac{P^2(P-1)}{\lambda\lambda}$, est aussi plus grande
 que dans le cas où $\frac{1}{r} = \frac{PP}{(P+1)\lambda}$. Donc avant & après
 le cas où $\frac{1}{r} = \frac{PP}{(P+1)\lambda}$, l'aberration totale en longueur
 est plus grande qu'elle ne l'est dans le cas où $\frac{1}{r} = \frac{PP}{(P+1)\lambda}$;
 donc, dans ce dernier cas, l'aberration totale en longueur est
 la plus petite qu'il est possible.

(5.) De-là il résulte que la lentille simple de verre commun,
 dans laquelle $r = \frac{5R}{9}$ & $p = -5R$, est à tous égards
 la meilleure dans la supposition de $P = \frac{3}{2}$; & qu'en général,
 si on suppose $r = \frac{R(P^2 - 1)}{P^2}$ & $p = \frac{R(P^2 - 1)}{P^2 - P - 1}$, la
 lentille simple, construite sur ces dimensions, sera la plus
 parfaite de toutes.

(6.) Si on suppose $P = \frac{31}{20}$ ou 1,55 au lieu de $\frac{3}{2}$, ce
 qui est plus exact dans les lentilles ordinaires, on aura plus
 exactement $r = + \frac{R \times 561}{961}$ & $p = -R \times \frac{561}{59}$, ou
 $r = + R \times 0,58377$ & $p = -R \times 9,5085$; d'où
 l'on voit, ce qui mérite en passant d'être remarqué, que la
 valeur

valeur de p change presque du double, en supposant $P = \frac{31}{10}$
 au lieu de $P = \frac{3}{2}$.

S. X I I I.

*Moyen de construire de très-bonnes lunettes de poche,
 avec un objectif & un oculaire simple.*

(1.) Nous avons vu (page 408 du Tome III des *Opuscules*) comment on pourroit construire de petites lunettes de poche exemptes de l'aberration de réfrangibilité, en supposant que $P = 1,55$ fût le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en passant de l'air dans l'objectif, & $P' = 2,018$ ou $P' = 1,61$ le rapport des sinus, en passant de l'air dans l'oculaire; ces lunettes grossiroient l'objet de plus du double, savoir; la première en raison de 2640 à 1018 ou de 2,593 à 1; & la seconde en raison de 165 à 61 ou de 2,705 à 1.

(2.) Pour construire ces sortes de lunettes, on fera d'abord l'objectif de verre ordinaire & suivant les proportions marquées ci-dessus $r = + R \times 0,58377$ & $p = - R \times 9,5085$, R étant la distance focale de l'objectif; ensuite P' étant le rapport de réfraction dans la matière de l'oculaire, on fera cet oculaire concave des deux côtés; la surface extérieure aura pour rayon $\frac{R' (P'^2 - 1)}{P'^2}$ ou $\frac{R d P (P' - 1)^2 (P' + 1)}{d P' (P - 1) P'^2}$, & l'intérieure $\frac{R' (P'^2 - 1)}{P'^2 - P' - 1}$ ou $\frac{R d P (P' - 1)^2 (P' + 1)}{d P' (P - 1) (P'^2 - P' - 1)}$; R' étant $= - \frac{R d P (P' - 1)}{d P' (P - 1)}$ & $P = 1,55$. Cette lunette aura la propriété d'être sans aberration de couleurs, & d'avoir d'ailleurs l'aberration de sphéricité la plus petite qu'il sera possible.

(3.) En supposant $P' = 1,61$, les valeurs de $R' (\frac{P'^2 - 1}{P'^2})$

Mém. 1765.

N

& $\frac{R' (P'^2 - 1)}{P'^2 - P' - 1}$ seront $R' \times \frac{1,5921}{2,5921}$ & $R' \times \frac{1,5921}{-0,0179}$;
 donc puisque $R' = -\frac{61 R}{165}$, on aura $R' = -0,3697 R$;
 $R' \times \frac{1,5921}{2,5921} = R' \times 0,61421$; $R' \times \frac{1,5921}{0,0179} = R'$,
 $\times 88,944$; on aura donc $0,22707 R$ pour la première
 surface, qui doit être à l'extérieur, & $32,883 R$ pour la
 seconde qui doit être intérieure, l'une & l'autre concaves.

(4.) Soit la longueur de la lunette $R + R' = 3$ ^{pouces},
 on aura $0,6303 R = 3$ ^{pouc.} ou $R = 4,75965$ ^{pouc.} : on
 aura donc le rayon de la surface extérieure de l'oculaire
 $= 1,0808$ ^{pouc.} & celui de l'intérieure $= 156,51$ ^{pouc.} ; &
 les rayons de l'objectif seront dans la même hypothèse, le
 premier ou extérieur $= 2,7785$ ^{pouc.}, le second ou intérieur
 $= 45,257$ ^{pouc.}

(5.) Je crois qu'on pourra dans ce cas faire sans erreur
 sensible le rayon intérieur de l'objectif $= 4$ ^{pieds}, & celui de
 l'oculaire $= 13$ ^{pieds} ou même $= \infty$.

S. X I V.

*Formules générales pour les objectifs composés de tant
 de lentilles qu'on voudra.*

(1.) Soient trois lentilles de différentes matières placées
 consécutivement ; r, p les rayons de la première, r', p' ceux de
 la seconde, r'', p'' ceux de la troisième, $\frac{1}{r} - \frac{1}{p} = \frac{1}{p}$,
 $\frac{1}{r'} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{p'}$, $\frac{1}{r''} - \frac{1}{p''} = \frac{1}{p''}$; enfin
 P, P', P'' les rapports de réfraction dans les trois matières,
 & $m = \frac{1}{P}$, $m' = \frac{1}{P'}$, &c.

(2.) On aura $\frac{P-1}{P} + \frac{P'-1}{P'} + \frac{P''-1}{P''} = \frac{1}{R}$,
 $\frac{dP}{P} + \frac{dP'}{P'} + \frac{dP''}{P''} = 0$.

(3.) L'aberration en longueur pour les objets placés dans l'axe, sera (*Opusc. Tom. III, art. 439; & Mém. de 1764,*

paragraphe VII) $= (\gamma^2 + \eta^2) \left[\frac{P + 1 - 2m}{2rp} + \right.$

$$+ \frac{1 + P - 2P^2}{2rp^2} + \frac{P^3 - P^2}{2p^3} + \frac{3P - 2m - 1}{2\delta^2 p} +$$

$$- \frac{4P - 4m}{2\delta^2 r p} - \frac{1 + 2P - 3P^2}{2\delta^2 p p'} + \frac{P' + 1 - 2m'}{2r' p' p'} +$$

$$+ \frac{1 + P' - 2P'^2}{2r' p'^2} - \frac{P'^3 - P'^2}{2p'^3} + \frac{3P' - 2m' - 1}{2p'^2} +$$

$$\times \left(\frac{P-1}{p} + \frac{1}{\delta} \right)^2 - \frac{4P' - 4m'}{2r' p'} \times \left(\frac{P-1}{p} + \frac{1}{\delta} \right)$$

$$- \frac{1 + 2P' - 3P'^2}{2p' p'} \times \left(\frac{P-1}{p} + \frac{1}{\delta} \right) + \frac{P'' + 1 - 2m''}{2r'' p''} +$$

$$+ \frac{1 + P'' - 2P''^2}{2r'' p''^2} + \frac{P''^3 - P''^2}{2p''^3} + \frac{3P'' - 2m'' - 1}{2p''^2} +$$

$$\left(\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{p'} + \frac{1}{\delta} \right)^2 - \frac{4P'' - 4m''}{2r'' p''} -$$

$$\times \left(\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{p'} + \frac{1}{\delta} \right) - \frac{1 + 2P'' - 3P''^2}{2p''^2} +$$

$$\times \left(\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{p'} + \frac{1}{\delta} \right) \Big].$$

(4.) Et l'aberration en largeur sera $= -(\gamma^2 + \eta^2)$

$$\left[\frac{P - P^2}{2p^2} + \frac{P - m}{2rp} + \frac{1}{2\delta p} (1 + m - 2P) \right.$$

$$+ \frac{P' - P'^2}{2p'^2} + \frac{P' - m'}{2r'p'} + \frac{1 + m' - 2P'}{2p'} +$$

$$\times \left(\frac{P-1}{p} + \frac{1}{\delta} \right) + \frac{P'' - P''^2}{2p''^2} + \frac{P'' - m''}{2r''p''} +$$

$$+ \frac{1 + m'' - 2P''}{2p''} \times \left(\frac{P-1}{p} + \frac{P'-1}{p'} + \frac{1}{\delta} \right) \Big].$$

(5.) Il y aura outre cela dans l'aberration en longueur; lorsque les objets seront hors de l'axe, 1.^o un terme $\frac{2\alpha\eta S}{\delta}$, dont

le coefficient S sera le même que celui du coefficient de $-(\gamma^2 + \eta^2)$ dans l'aberration en largeur: 2.^o un terme

$$= \frac{\alpha^2}{\delta^2} \times \left(\frac{P-m}{2p} + \frac{P'-m'}{2p'} + \frac{P''-m''}{2p''} \right), \text{ dans}$$

lequel la quantité δ ne se trouvera pas : 3.^o dans l'aberration en largeur un terme $-\frac{2\alpha\eta}{\delta} \left(\frac{P-1}{2p} + \frac{P'-1}{2p'} + \frac{P''-1}{2p''} \right) = -\frac{2\alpha\eta}{2R}$, qui ne sauroit jamais être détruit, & dans lequel la quantité δ ne se trouve pas non plus.

(6.) Enfin si on veut avoir égard aux épaisseurs $\epsilon, \epsilon', \epsilon''$ des lentilles, & à leurs distances $e, e', \&c.$ on aura de plus, dans l'aberration longitudinale, les termes $+\frac{\epsilon}{m} \left(\frac{1-m}{r} + \frac{m}{\delta} \right)^2 + \frac{\epsilon'}{m'} \left(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'}{\delta'} \right)^2 + \frac{\epsilon''}{m''} \left(\frac{1-m''}{r''} + \frac{m''}{\delta''} \right)^2 + e \left(\frac{P-1}{p} + \frac{1}{\delta} \right)^2 + e' \left(\frac{P'-1}{p'} + \frac{1}{\delta'} \right)^2$; & dans l'aberration latitudinale, les termes $+\epsilon \left(\frac{1-m}{r} + \frac{m}{\delta} \right) + \epsilon' \left(\frac{1-m'}{r'} + \frac{m'}{\delta'} \right) + \epsilon'' \left(\frac{1-m''}{r''} + \frac{m''}{\delta''} \right) + e \left(\frac{P-1}{p} + \frac{1}{\delta} \right) + e' \left(\frac{P'-1}{p'} + \frac{1}{\delta'} \right)$.

(7.) Si on suppose que la première & la troisième lentille soient de la même matière, en sorte que $P'' = P, m'' = m$, & qu'on fasse $\frac{1}{r} - \frac{1}{p} + \frac{1}{r''} - \frac{1}{p''} = \frac{1}{\lambda}$, on aura $\frac{P-1}{\lambda} + \frac{(P'-1) \times -k}{\lambda} = \frac{1}{R}$; $\frac{1}{p'} = -\frac{k}{\lambda}$; & si on fait les deux aberrations égales à zéro, on trouvera après les substitutions, pour l'aberration en longueur, l'équation $\frac{P+1-2m}{2rp} + \frac{1+P-2P^2}{2rp^2} + \frac{P'+1-2m'}{2r'p'\lambda} \times -k + \frac{(1+P'-2P'^2)k^2}{2r'\lambda^2} + \frac{1}{2\lambda^3} [-k^3(P'^3-P'^2) + P^3 - P^2 + k(P'-1)(1+2P-3P^2) + k^2(P'-1)^2(3P-2m-1)] + \frac{1}{2\lambda p^2} [-k(P-1)^2(3P'-2m'-1) + 3(P^3-P^2) +$

$$\begin{aligned}
& (3P - 2m - 1) ([P - 1]^2 + 2k [P - 1] [P' - 1]) + \\
& (1 + 2P - 3P^2) (2 [P - 1] + k (P' - 1)) + \\
& \frac{4k (P' - m) (P - 1)}{2r' \lambda p} + \frac{1}{\lambda^2 p} [-k^2 (P - 1) (1 + 2P' - 3P^2) \\
& - 3 (P^3 - P^2) + (3P - 2m - 1) \\
& \times (-k^2 [P - 1]^2 - 2k [P - 1] [P' - 1]) \\
& - (1 + 2P - 3P^2) (P - 1 + 2k [P' - 1])] \\
& + \frac{1}{2r' r''} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{p} \right) (P + 1 - 2m) \\
& + \frac{1}{2r'' \lambda^2} (1 + 2P - 3P^2 + 4k [P - m] \\
& \times [P' - 1]) + \frac{1}{2r'' \lambda p} (-2 [1 + P - 2P^2] \\
& - 4 [P - m] [P - 1] - 4k [P - m] [P' - 1]) \\
& + \frac{1}{2r' p^2} [1 + P - 2P^2 - 4 (P - m) (P - 1)] \\
& + \frac{1}{2p^3} [3P - 2m - 1 - (P - 1)^2 - (P - 1) \\
& \times (1 + 2P - 3P^2)] = 0.
\end{aligned}$$

(8.) Et pour l'aberration en largeur, on aura l'équation

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2p^2} [2P - 2P^2 + (1 + m - 2P) (-P + 1)] \\
& + \frac{1}{2pr} (P - m) + \frac{1}{2\lambda^2} [k^2 (P' - P^2) \\
& + P - P^2 + k (P' - 1) (2P - 1 - m)] \\
& - \frac{1}{2r'\lambda} [k (P' - m')] + \frac{1}{2p\lambda} [k (P - 1) (2P' - 1 - m') \\
& - 2 (P - P^2) + (P - 1) (1 + m - 2P) \\
& - k (P' - 1) (2P - 1 - m)] + \frac{1}{2r''\lambda} (P - m) \\
& + \frac{1}{2r''p} (m - P) = 0; \text{ \& on peut encore remarquer} \\
& \text{que le coefficient du premier terme se réduit à } (1 + m) \\
& (-P + 1) = -P + m.
\end{aligned}$$

(9.) On peut considérer aussi, pour simplifier le calcul,

que $P + 1 - 2m = \frac{P-1}{P} (P+2)$; $1 + P - 2P^2$
 $= (P-1) (-2P-1)$; $1 + 2P - 3P^2$
 $= (P-1) (-3P-1)$; $3P - 2m - 1$
 $= (\frac{P-1}{P}) (3P+2)$. Je donnerai dans un autre
 Mémoire, des moyens faciles de calculer les coefficients des
 formules des *articles 7 & 8*: ces moyens sont analogues à
 ceux qui ont déjà été employés dans les *Mém. de 1764*,
§. IX, art. 3 & suiv. pour déterminer les coefficients dans
 un objectif à trois lentilles.

(10.) Lorsqu'on suppose les trois lentilles un peu écartées
 l'une de l'autre, ce qui donne la liberté de ne pas rendre
 égaux les rayons des surfaces voisines, on a pour lors six in-
 connues, & par conséquent deux de plus que dans le cas
 du *§. X des Mém. de 1764*.

(11.) Pour déterminer ces deux inconnues de la manière
 la plus favorable à la perfection de l'objectif, on considérera
 que comme la quantité k est celle où on peut commettre la
 plus grande erreur, il faut tâcher que cette erreur influe le
 moins qu'il sera possible, sur l'aberration qui vient de la sphé-
 ricité: c'est pourquoi on différenciera l'aberration en longueur
 & l'aberration en largeur, en ne faisant varier que la seule
 quantité k : on fera ensuite chacune de ces différentielles égales
 à zéro, ce qui donnera deux nouvelles équations, par le
 moyen desquelles on déterminera les deux rayons qui restoit
 arbitraires.

(12.) Si on forme l'objectif de cinq lentilles séparées,
 alors on aura quatre inconnues de plus que dans le cas pré-
 cédent, & six de plus que dans le cas de trois lentilles appliquées
 l'une contre l'autre. Pour déterminer ces six inconnues de la
 manière la plus avantageuse, on différenciera les deux aber-
 rations en ne faisant varier que P , P' & k ; on fera dans chacune
 les coefficients de dP , dP' , dk , égaux à zéro, & l'on aura

six nouvelles équations. Par ce moyen, les petites erreurs qu'on pourra commettre dans la mesure de k , & dans celle de P & de P' , n'empêcheront pas que l'aberration ne soit sensiblement nulle.

(13.) Il y a en général de l'avantage à multiplier les lentilles qui composent l'objectif (pourvu que cette multiplication ne soit pas portée à l'excès) & à ne pas donner le même rayon aux surfaces voisines de ces lentilles. Par-là on aura un beaucoup plus grand nombre d'inconnues, qui mettront à portée de donner aux différentes surfaces la courbure la plus propre pour anéantir, au moins presque entièrement, l'inconvénient qui naîtroit de ces différentes erreurs. L'expérience fait voir que cette multiplication des lentilles, pourvu qu'elle ne soit pas trop grande, est peu nuisible à la vivacité de l'image, dont elle peut d'ailleurs augmenter beaucoup la netteté.

(14.) Cette multiplication a de plus un autre avantage, c'est qu'elle offre un plus grand nombre de combinaisons pour la disposition des lentilles, & par conséquent pour trouver l'arrangement le plus avantageux qu'on puisse leur donner : car si on n'a que deux lentilles, l'une de verre commun & l'autre de cristal d'Angleterre, on ne peut les changer d'ordre qu'en deux manières, en mettant l'une ou l'autre devant l'objet. Mais si on prend trois lentilles, il est clair qu'on peut en avoir deux de verre commun & une de cristal d'Angleterre, ou deux de cristal d'Angleterre & une de verre commun ; & que chacun de ces deux cas produit trois arrangemens différens, puisque les lentilles de même matière peuvent être ou placées de suite, ayant l'autre lentille devant ou derrière elles, ce qui fait deux combinaisons, ou avoir l'autre lentille entr'elles, ce qui en fait une troisième : donc si on a trois lentilles, on aura six combinaisons différentes, ou 2×3 .

(15.) Par la même raison, si on prend quatre lentilles, il est clair qu'il y a d'abord trois cas différens, savoir, trois lentilles de verre commun & une de cristal d'Angleterre, ou trois de cristal & une de verre, ou deux de verre & deux

de cristal, & que chacun de ces cas donne quatre arrangemens différens; ce qui donne 3×4 combinaisons: d'où il est clair que si n est le nombre des lentilles de deux matières, celui des combinaisons sera $(n - 1)n$, & qu'ainsi le nombre des combinaisons ira croissant, suivant la progression arithmétique 2.4.6.8, &c.

(16.) On n'a supposé que deux matières différentes pour la formation des lentilles; mais si on supposoit autant de matières différentes que de lentilles, alors le nombre des combinaisons seroit encore plus grand; il ne seroit à la vérité pour trois lentilles, qu'égal à 2×3 , comme dans l'art. 14, mais il seroit pour quatre lentilles $2 \times 3 \times 4$, pour cinq lentilles $2 \times 3 \times 4 \times 5$, & ainsi de suite.

(17.) L'effet avantageux qui résultera de cette multiplication de lentilles, pourra encore augmenter beaucoup, si on s'applique ensuite à perfectionner sur le même plan la théorie du rapport des ouvertures avec les oculaires. J'ai déjà fait voir * combien la théorie donnée jusqu'ici par les Opticiens, pour le rapport des oculaires & des ouvertures aux objectifs, étoit fautive & imparfaite, & j'y ai substitué des formules beaucoup plus exactes, au moyen desquelles on pourra déterminer ce rapport d'une manière bien plus sûre & plus avantageuse.

* *Opusculs*,
Vol. III, p. 211
& suiv.

(18.) Je ne doute pas que par ces différens moyens on ne parvienne à donner aux lunettes achromatiques de nouveaux degrés de perfection très-considérables, & peut-être jusqu'à un point dont on n'auroit osé se flatter. Je sais qu'un illustre Géomètre a paru douter qu'il soit possible de porter ces lunettes à un grand degré de perfection. La raison principale qu'il en apporte, c'est que le *crownglass* étant verdâtre & par conséquent, selon lui, ne laissant passer sensiblement que les rayons verts, il n'est pas étonnant qu'il paroisse moins écarter les rayons colorés que le *flintglass* ou cristal d'Angleterre; d'où notre Savant conclut que la mesure du rapport de diffusion qu'on trouve entre ces deux matières par le moyen de l'expérience, est illusoire & fautive, & par conséquent aussi la théorie qui

en

En résulte pour les objectifs achromatiques. Il est facile de répondre à cette objection, par l'expérience, qui fait voir que les objectifs déjà construits d'après la théorie sont excellens, & qui ne laisse point douter qu'ils ne puissent le devenir encore davantage. D'ailleurs quand le *crownglass* auroit l'inconvénient, par sa couleur verdâtre, d'absorber quelque partie des rayons rouges ou violets, cet inconvénient n'auroit pas lieu en se servant de notre verre commun qui est blanc, & qui par conséquent laisse passer tous les rayons: je crois par cette raison que notre verre commun doit être encore plus avantageux que le *crownglass*, dans la construction des objectifs achromatiques.

Je réserve pour un troisième Mémoire la suite de ces Recherches, ainsi que beaucoup de détails relatifs à l'objet de celui-ci, & que j'en ai supprimés pour ne pas le rendre trop long.



TROISIÈME MÉMOIRE
SUR LA
CIRCULATION DU SANG
DANS
LE FOIE DU FŒTUS HUMAIN.

Par M. BERTIN.

P R E M I È R E P A R T I E.

JE me suis borné dans mes deux premiers Mémoires à déterminer avec le plus d'exactitude qu'il m'a été possible la structure & la distribution des veines, qui à la façon des artères, portent le sang dans les scissures * & dans la substance du foie ; j'ai développé le grand nombre de veines auxquelles la veine ombilicale donne naissance ; la structure de cette veine m'a autorisé à proscrire un confluent que tous les anatomistes avoient placé dans le grand tronc veineux qui est logé dans la scissure transverse, confluent qui, disoit-on, étoit formé par la veine-porte & par la veine ombilicale ; à ce confluent j'en ai substitué un autre qui répond au lobe droit de ce viscère, & qui est placé à l'extrémité droite de la scissure longitudinale, & qui change tellement les idées sur le cours du sang, que j'ai lieu d'espérer que ceux qui voudront bien réfléchir sur la structure que j'ai exposée & sur les conséquences qui me restent à en déduire, avec un esprit dégagé de toute prévention pour l'opinion d'Harvey & de tous les successeurs jusqu'à moi, regarderont le cours du sang que je vais décrire, comme une circulation toute nouvelle.

* Je prie d'observer que contre le langage ordinaire, j'appelle *scissure transverse du foie*, celle qui va de devant en arrière & qui partage le foie en lobe droit & en lobe gauche, & que je nomme *scissure longitudinale*, celle qui va du lobe droit au lobe gauche.

J'ai fait voir dans mon premier Mémoire, 1.^o que l'idée d'un sinus dans la veine-porte du fœtus est contraire à tout ce que l'Anatomie nous offre de plus positif; 2.^o que le vaisseau qu'on a pris jusqu'à ce jour pour la branche gauche de ce sinus est la tige ou la plus grande des branches de la veine ombilicale, & que cette grande branche ou vaisseau veineux dans le fœtus humain ne peut à aucuns égards être regardée comme branche de la veine-porte, & que par conséquent il n'y a nul rapport, nulle communication, nulle dépendance mutuelle entre le canal veineux d'Arantius & entre la veine-porte; article sur lequel tous les Anatomistes ont été dans l'erreur. 3.^o J'ai fait connoître que la veine-porte ne répand pas un seul rameau ni dans le lobe gauche, ni dans le lobe de Spigel, ni dans une très-grande partie du lobe droit. 4.^o Enfin j'ai prouvé dans mon premier Mémoire & j'ai démontré à l'Académie, que le nouveau confluent placé à l'extrémité droite de la scissure longitudinale est formé par la veine ombilicale & par la veine-porte, & qu'il est l'origine commune de toutes les veines qui se distribuent dans une étendue du lobe droit, qui répond à peu-près à la moitié de la substance totale de ce viscère.

C'est l'intérêt de la vérité & non le desir de m'élever contre des Ouvrages utiles d'ailleurs & dont je respecte les auteurs, qui m'inspire le projet de dévoiler & de dissiper les erreurs qu'ont fait naître sur le cours du sang dans le foie du fœtus les écrits des Anatomistes modernes, tels que M.^{rs} Tavri, Needham, Bianchi, Heister, Morgagni & de tant d'autres dont il seroit inutile de rapporter les noms & les passages; je me bornerai à en citer quelques-uns tirés des deux plus célèbres Anatomistes de l'Italie, M.^{rs} Bianchi & Morgagni.

Bianchi dit expressément * qu'aucun véritable Anatomiste n'a vu la veine ombilicale se répandre en rameaux dans le chemin qu'elle parcourt dans le foie: *cui unquam*, dit cet auteur, *vero. Anatomico contigerit perspicere venam umbilicalem suo per hepar itinere in ramos facessere*. Ce passage n'est point de ces traits qui échappent par méprise de la plume d'un Écrivain;

* *Hist. Hep.*
tome VIII.

il se trouve dans l'ouvrage le plus étendu que nous aions sur la structure du foie.

On dira peut-être que dans ce passage l'auteur ne prétend parler que du foie de l'adulte; mais 1.^o on sait que dans l'adulte il n'y a pas de veine ombilicale; 2.^o il est très-certain d'ailleurs que quoique Bianchi se soit proposé pour principal objet de développer la structure de l'adulte, il parle dans le passage que je viens de citer du foie du fœtus, car cet Anatomiste y attaque l'explication que M. Lancisi a donné de la première figure de la planche XXVII d'Eustachi, dans laquelle la veine ombilicale n'est pas bien représentée.

M. Lancisi avance avec raison qu'Eustachi représente dans cette figure, non-seulement la veine ombilicale, mais même les branches que cette veine répand dans le foie. Bianchi persuadé que la veine ombilicale ne répand point de branches dans la substance du foie, prétend qu'Eustachi n'eut jamais dessein de représenter dans cette figure la veine ombilicale; c'est cette persuasion qui le fit s'écrier, *quel est l'Anatomiste qui a jamais vu la veine ombilicale donner des rameaux dans le chemin qu'elle parcourt dans le foie !* car c'est précisément comme si M. Bianchi disoit, *tous les véritables Anatomistes conviennent que la veine ombilicale ne donne point de rameaux dans la substance du foie*: or le vaisseau recourbé *r*, désigné par M. Lancisi * pour être la veine ombilicale, donne les rameaux *rrr* dans la substance du foie; donc ce vaisseau a été sans raison & contre le sentiment de l'auteur de la figure indiquée par Lancisi pour être la veine ombilicale.

* *Planche XVII,*
par Albinus.

* *Advers prima*
page 24.

Un Anatomiste célèbre, auquel nous avons l'obligation de pouvoir décider du mérite de la plupart des Anatomistes qui l'ont précédé & de ses contemporains, M. Morgagni *, dit
 « que le sentiment de ceux qui avancent que la veine ombi-
 » licale s'étant revêtue de la capsule de Glisson dans le foie,
 » imite la veine-porte dans la distribution des rameaux (*b*) que
 » cette dernière veine répand dans le foie, & que la veine om-

(*b*) C'est cependant le sentiment de Gallien & d'Aquapendente, & de M.^{rs} Cheselden & Haller.

bilicale se distribue avec la veine-porte dans toute la substance « de ce viscère, ne mérite pas plus la peine d'être réfuté que le « sentiment de quelques autres qui prétendent que la veine om- « bilicale se divise auprès du foie en deux branches dont l'une se « termine dans la veine-cave & l'autre dans la veine-porte ».

On voit très-clairement que dans ce passage M. Morgagni parle de la veine ombilicale du fœtus, de la description & des figures qu'on en a données; on voit encore que cet auteur rejette la double terminaison de la veine ombilicale dans la veine-cave & dans la veine-porte proposée par Fabricius *ab aquap* * & adoptée par M.^{rs} Winslow, Haller & Cheselden; ce passage prouve de plus que M. Morgagni est très-éloigné *fat.* de penser que la veine ombilicale se distribue dans le foie comme la veine-porte & avec la veine-porte; ses vrais sentimens sur ce sujet se font encore mieux connoître dans sa première lettre anatomique.

M. Morgagni entreprend dans cette lettre de défendre Lancisi contre la critique que fait Bianchi de l'explication que le premier Médecin de la Cour de Rome donne de la première figure de la planche xxvii.^e d'Eustachi, figure dans laquelle il s'agissoit, ainsi que je l'ai dit, de décider si Eustachi avoit représenté la veine ombilicale par le rameau recourbé 1.

Aucun Anatomiste contemporain n'ignore les égards que M. Morgagni a toujours eu pour l'illustre Lancisi, les liens de la plus tendre amitié unissoient le premier Professeur de l'Université de Padoue & le premier Médecin du souverain Pontife; M. Morgagni ne souffroit qu'avec contrainte aucun trait capable d'affoiblir l'éclat de la réputation de M. Lancisi; cependant Morgagni convient avec Bianchi qu'il s'est glissé dans l'explication de Lancisi une faute considérable: or pourroit-on penser que si M. Morgagni avoit eu quelque'idée de la distribution de la veine ombilicale dans le foie, telle que je l'ai donnée, il n'en eût pas su tirer avantage pour venger un ami de la critique peu méritée de son adversaire; on doit sans doute convenir que l'avou que fait M. Morgagni de la faute qui, selon M. Bianchi, s'est glissée dans l'explication de Lancisi,

prouve que M.^{rs} Morgagni & Bianchi sont du même sentiment sur la structure de la veine ombilicale dans le foie du fœtus ; M. Morgagni persuadé que la veine ombilicale ne répand aucune branche dans le foie, ne croit pas que les égards dûs aux places & à l'amitié doivent tenir contre les intérêts de la vérité, il convient sincèrement que l'explication de Lancisi porte à faux ; dans l'impossibilité de justifier entièrement l'explication de son illustre ami, il rejette la faute sur ses secrétaires ou sur la multitude des grandes affaires dont il étoit occupé.

Il est certain, 1.^o que la critique de M. Bianchi & l'apologie de M. Morgagni tombent également devant la structure que j'ai exposée ; 2.^o il est clairement prouvé par cette structure que les grandes occupations de M. Lancisi ne l'ont pas empêché de développer la véritable idée d'Eustachi & que ses yeux ont entrevu la vérité, pendant que les deux plus célèbres Professeurs de l'Italie se tiennent les yeux fermés devant cette vérité annoncée dans ses ouvrages, M. Bianchi critique sans fondement M. Lancisi ; M. Morgagni qui prend la plume pour défendre son ami, prend la vérité pour l'erreur, de sorte que s'il étoit vrai que ses secrétaires eussent en effet, sans la participation de M. Lancisi, avancé qu'Eustachi a voulu représenter par le rameau recourbé *z* la veine ombilicale, nous devrions plutôt à des secrétaires qu'à celui qui dirigeoit leur plume, la véritable explication des idées d'Eustachi ; car il est évident par la structure que j'ai développée dans mon premier Mémoire, qu'Eustachi n'a pas voulu indiquer autre chose par le canal recourbé *z* que la veine ombilicale & quelques-unes des branches qu'elle répand dans le foie.

Il me seroit impossible de me renfermer dans les bornes fixées aux Mémoires de l'Académie, si je voulois rapporter toutes les citations que je pourrois faire valoir pour prouver que tous les Anatomistes modernes regardent le grand canal placé dans la scissure transversale du foie, comme un confluent dans lequel le sang de la veine-porte se mêle avec celui de la veine ombilicale ; mais il me seroit impossible d'en citer aucun sur la structure & l'usage du confluent que j'ai découvert à

l'extrémité droite de la scissure longitudinale : je ne crains point d'avancer que personne n'a bien connu ce canal qui est l'origine de toutes les veines qui se répandent dans la plus grande partie du lobe droit du foie ; tous les Anatomistes pensent unanimement que le sang de la veine-porte se mêle avec celui du canal veineux, & avec celui de la veine ombilicale, pour circuler ensemble dans toute l'étendue du foie ; je prouve au-contre dans le cours de cet Ouvrage que le sang de la veine-porte ne passe point dans le canal veineux, qu'il n'entre point dans le grand sinus ombilical, qu'il ne se répand point du tout dans le lobe gauche ni dans une partie considérable du lobe droit ; enfin que c'est le sang de la veine ombilicale qui passe de gauche à droite pour s'unir à celui de la veine-porte, & circuler avec lui dans une partie du foie, qui répond à peu près à la moitié de ce viscère, & non celui de la veine-porte qui passeroit de droite à gauche pour traverser avec le sang ombilical le canal veineux, & circuler ensemble dans toute l'étendue du foie.

J'ai cru devoir entrer dans ces discussions critiques afin que l'état de la question fût plus solidement constaté, je vais maintenant exposer de suite, 1.^o le cours du sang dans le foie du fœtus avant sa naissance.

2.^o Quelques réflexions sur les rapports des quantités respectives du sang qui passe par le tronc de la veine-porte & par celui de la veine ombilicale, & par les branches des deux veines.

3.^o Le cours du sang dans le foie de l'enfant après la naissance.

SECONDE PARTIE.

Cours du sang dans le foie du Fœtus humain.

IL ne passe pas une goutte de sang de la mère à l'enfant qui ne suive les mouvemens & les directions que je vais développer, & de-là on peut sentir toute l'importance de la question ; elle ne sera point ornée d'Algèbre ni de calculs, je me

bornerai à présenter à l'esprit des conséquences tirées de proche en proche de la structure des deux veines qui apportent le sang au foie, de la grandeur de leur diamètre, de la différence respective, des vitesses du sang de la veine ombilicale & de celui de la veine-porte, & enfin des loix les plus simples que suivent les fluides dans des vaisseaux dont on ne peut connoître les surfaces que par des suppositions arbitraires.

Tout le sang qui passé de la mère au fœtus, ou pour parler plus exactement encore, tout le sang qui vient au fœtus de son placenta, est apporté au foie par la grande veine ombilicale; ce grand vaisseau verse continuellement ce sang dans le sinus qu'il forme dans la scissure transversale du foie, le sang parcourt par un mouvement rapide toute la longueur de ce sinus qui est terminé, ainsi que je l'ai dit dans mon premier Mémoire, par une espèce de tête; dans cet endroit deux grands vaisseaux lui présentent leurs ouvertures; le premier *a*, part du bout de cette tête, & plus à droite qu'à gauche, & se termine après un travers de doigt de chemin dans la veine-cave inférieure *aa* ou dans un des principaux troncs des veines hépatiques, c'est le canal veineux; le second *b* naît de la partie latérale droite de la tête de la veine ombilicale & après un court chemin de gauche à droite, s'unit avec la veine-porte *p* pour ne former avec elle qu'un seul & même confluent *f*.

Une partie du sang ombilical poussé par des jets continuels, entre dans le canal veineux *w* & pénètre dans le tronc de la veine-cave inférieure *aa* auprès de l'oreillette droite du cœur; la résistance que lui oppose le sang de cette veine est un obstacle trop foible pour empêcher un fluide qui est poussé par les forces de la respiration de la mère & par celles du cœur du fœtus, & par les battemens des artères ombilicales, de porter au cœur du fœtus par une voie très-courte, sa nourriture & les instrumens de son développement ultérieur; l'obliquité de l'insertion de ce canal dans le tronc de la veine-cave, la vitesse avec laquelle le sang ombilical parcourt le sinus ombilical, les inconvéniens qui s'ensuivroient si on supposoit dans le fluide qui passe pour le canal veineux, un mouvement contraire

contraire à celui qui est unanimement reconnu, sont les principales raisons physiques qui déterminent les fonctions du canal d'Arantius.

La quantité du sang ombilical qui passe par le canal veineux est considérable si on la compare avec celle qui passe 1.^o par chacune des autres branches d'égale ou de moindre grandeur, qui naissent du sinus ombilical, parce qu'il est raisonnable de penser que la colonne du sang qui remplit la veine-cave, lui oppose beaucoup moins de résistance que celui qui remplit les ramifications que l'ombilicale répand dans le foie. 2.^o Parce que l'ouverture de ce canal est plus dans la direction du courant du sang ombilical qu'aucune des autres branches qui naissent du sinus; ainsi la colonne du sang qui se présente à l'ouverture du canal veineux, n'a rien perdu de son mouvement sur les surfaces du sinus ombilical; semblable aux eaux des fleuves, qui coulent plus rapidement dans le milieu de leur courant que près le rivage, elle pénètre avec force & par une propulsion presque directe, & par des secousses alternatives dans le canal d'Arantius & se jette dans l'instant dans le tronc de la veine-cave sans avoir rien perdu de son mouvement que ce qu'elle en a communiqué au sang de la veine-cave.

Le canal veineux ne s'insère pas le plus ordinairement dans la veine-cave immédiatement & par une ouverture qui n'appartienne qu'à lui, il s'unit en se jetant dans la veine-cave avec le tronc d'une des veines hépatiques gauches, ainsi les forces qui amènent le sang du canal veineux & celles qui font avancer le sang dans le tronc des veines hépatiques, auquel ce canal s'unit, se réunissent & surmontent avec plus de supériorité la résistance opposée par le sang de la veine-cave, résistance qui ne laisse pas d'être grande dans le temps que les sinus des deux veines-caves se contractent, & qui le font véritablement un peu rétrograder.

Une autre partie du sang ombilical, partie quatre fois plus grande que celle qui pénètre dans le canal veineux, si on l'estime par la différence du diamètre, mais qui est assez manifestement le quart de la quantité totale du sang veineux

qui circule dans la totalité des blanches hépatiques de la veine ombilicale & de la veine-porte, s'insinue dans la tige *b* de la veine ombilicale *uu*, marche de gauche à droite conformément à la direction du canal *b*; semblable au canal artériel qui est plus dilaté à son ouverture dans l'artère pulmonaire qu'à son ouverture dans l'aorte, le canal *b* ou la tige de la veine ombilicale, est plus dilaté à son ouverture dans le sinus ombilical qu'à son ouverture dans le confluent indiqué *f*, dans lequel il se termine pour donner naissance aux veines *qq* & à leurs rameaux *rrrr*, tout le sang de la tige de la veine ombilicale, excepté une très-légère quantité qui entre dans le lobule de Spigel par un à deux rameaux qu'elle lui donne, entre dans le confluent *f*: on y découvre une structure qui, à bien des égards, est la même que dans le confluent du canal veineux & du tronc d'une des grandes veines hépatiques gauches, & on est fondé à conclure de cette structure, que la colonne du sang de la tige de l'ombilicale s'associe à celle de la veine-porte, comme celle du canal veineux s'unit à celle d'une des veines hépatiques, & que les forces qui animent le sang ombilical & celles qui font monter le sang de la veine-porte se réunissent, & qu'au lieu de se faire des obstacles en se heurtant de front, comme cela arriveroit si le sang de la veine-porte pénétrait dans le sinus ombilical, obstacles qui éteindroient un mouvement très-utile, ces puissances réunies se prêtent des secours mutuels qui les rendent capables de franchir les résistances des surfaces, des angles, des détours, de la figure conique des vaisseaux *rrrr* que le sang doit parcourir; de même que les forces du sang du canal veineux conspirent avec celles du sang hépatique, à vaincre les résistances que leur oppose le sang de la veine-cave.

Les deux colonnes de sang, dont l'une coule de gauche à droite par la tige *b* de la veine ombilicale, & l'autre marche pareillement de gauche à droite par la veine-porte *p*, réunies dans le confluent *f* en sortent par deux à trois troncs *qq* qu'il produit, & continuent de couler de gauche à droite dans tous les rameaux *rrrr* qui naissent de ces deux troncs. Comme

tous ces rameaux se répandent dans une certaine étendue du lobe droit du foie, qui répond à peu près à la moitié de la substance de ce viscère; il suit 1.^o que le sang qui coule par la tige *b* de la veine ombilicale, & par la veine-porte *p* dans le confluent *f* & dans les branches *qq* & dans les rameaux *rrrr* circule dans la moitié à peu-près de la substance du foie par un mouvement de gauche à droite. 2.^o Que le sang qui circule dans toute cette étendue du foie, est un sang mêlé, c'est-à-dire qu'il appartient à la veine ombilicale & à la veine-porte, car il est hors de doute que le sang de la tige *b* de la veine ombilicale se mêle avec celui de la veine-porte dans le confluent *f*. 3.^o Que ce n'est que dans l'étendue du foie, que je viens de déterminer, que le sang de la veine ombilicale circule mêlé avec celui de la veine-porte. 4.^o Que c'est le seul sang de la veine ombilicale & nullement celui de la veine-porte, qui passe par le canal veineux & qui circule dans le lobe gauche du foie *cccccc* & dans la partie du lobe droit, arrosée par les branches *iii*, & dans laquelle les branches du confluent *f* ne vont point du tout.

En effet, pour que le sang de la veine-porte *p* passât par le canal veineux *w*, & pour qu'il circulât mêlé avec le sang de la veine ombilicale dans le lobe gauche du foie, il faudroit nécessairement qu'il coulât de droite à gauche par le canal indiqué *b* dans le sinus ombilical *y*; car il n'y a pas d'autre veine qui aille du sinus ombilical à la veine-porte: or un tel mouvement est contraire à la structure, car 1.^o si le sang de la veine-porte *p* passoit par un mouvement de droite à gauche dans le sinus ombilical pour entrer de là dans le lobe gauche & dans le canal veineux *w*; si ce sang, dis-je, passoit de droite à gauche par la tige *b*, les veines *qq* & leurs rameaux *rrrr* ne seroient plus remplies d'une quantité de sang suffisante: ce que j'avance est prouvé par la comparaison du diamètre de la veine-porte avec celui de la veine ombilicale & de la veine indiquée *b* & du confluent *f*; car il résulte de cette comparaison qu'en supposant égales les vitesses du sang de la veine ombilicale & de la veine-porte, il ne passe par la veine-porte

que la quatrième partie du sang veineux qui circule dans le foie, & que la moitié de la quantité nécessaire pour fournir aux deux troncs *qq* & à leurs rameaux *rrrr*.

2.^o C'est que la capacité du confluent *f* étant le double, ainsi qu'il est prouvé par l'inspection du calibre de la veine-porte, il est contraire à la raison de penser qu'il y passe moins de sang que par le tronc de la veine-porte, & c'est cependant ce qui arriveroit si le sang de la veine-porte, par un mouvement de droite à gauche entroit par la veine *b* dans le sinus ombilical pour passer de ce sinus dans le canal veineux & dans les veines *cccc* du lobe gauche du foie & dans les veines *iii* du lobe droit.

3.^o Enfin, c'est que le diamètre de la veine indiquée *b* étant au moins égal à celui de la veine-porte *p*, il est évident qu'en supposant dans le sang ombilical & dans celui de la veine-porte des vitesses égales, il passe autant de sang par la veine indiquée *b* que par la veine-porte; or si le sang qui coule dans la veine *b* lui étoit fourni par la veine-porte *p*, il en passeroit beaucoup moins qu'il n'en passe par la veine-porte, car il en faudroit soustraire toute la quantité que la veine-porte donneroit aux branches *qq* & aux rameaux *rrrr* de ces branches qui seuls exigent une quantité de sang double de celle qui passe par la veine-porte *p*: or il est prouvé par la mesure du diamètre de la veine *b* & de celui de la veine-porte *p* qu'ils sont à peu-près égaux; donc la veine-porte ne fournit pas le sang qui passe par la veine *b*, d'où il suit que c'est la veine ombilicale qui donne le sang qui passe par la veine *b* & de cette veine dans le canal *f*, & que le sang qui coule dans la veine *b* & dans le canal *f*, a un mouvement de gauche à droite, & qu'enfin le sang de la veine-porte s'unit au sang du canal *b* dans le canal *f* pour entrer avec lui dans les branches *qq* par un mouvement de gauche à droite; au lieu qu'on a cru jusqu'à présent qu'une grande partie du sang de la veine-porte coule par un mouvement de droite à gauche & dans le canal veineux & dans le sinus ombilical & dans les branches *cccc* de ce sinus.

4.^o Si le sang de la veine-porte couloit de droite à gauche par le canal *b*, la veine-porte *p* fourniroit autant & plus de sang que la veine ombilicale; car il est évident que dans cette supposition elle donneroit elle seule le sang qui passe par le canal *f*, par les veines *qq*, par les rameaux *rrrr* des veines *qq* qui se répandent dans la moitié à peu-près de la substance du foie; & de plus la même veine-porte donneroit dans la cavité du sinus ombilical *y* par la veine *b*, une quantité de sang égale & même plus grande que celle qui passe par le canal veineux *w*, car l'ouverture de la veine *b* est double de celle du canal veineux: or en supposant les vitesses & les résistances égales, il est contre toute raison de prétendre qu'il passe plus de sang par la veine-porte que par la veine ombilicale; car l'ouverture de la veine-porte est 4 ou 400, & celle de la veine ombilicale est 9 ou 900, d'où il suit qu'il passe cinq fois plus de fluide par la veine ombilicale que par la veine-porte.

Il n'y a pas de raison solide qui autorise à m'objecter que le sang de la veine-porte ayant plus de vitesse que celui de la veine ombilicale, il passe assez de sang par la veine-porte pour fournir aux branches *qq*, à leurs rameaux *rrrr*, à la veine indiquée *b* & aux petits rameaux que cette veine donne au lobule, & pour vaincre l'effort que fait le sang ombilical pour s'insinuer dans la veine indiquée *b*; car en effet s'il y a quelque différence entre la vitesse & la quantité de mouvement du sang de la veine ombilicale, & entre la vitesse & la quantité de mouvement de la veine-porte, cette différence est favorable au cours du sang que j'annonce dans cet ouvrage; continuons de suivre le sang ombilical & celui de la veine-porte mêlés ensemble dans le confluent *f*, dans les troncs *qq* & dans leurs branches *rrrr*.

Ce sang avant d'arriver aux extrémités des rameaux *rrrr* entre en partie par les anastomoses que j'ai fait connoître dans mon second Mémoire, dans les rameaux des veines hépatiques de la veine-cave, il pénètre ensuite jusqu'aux extrémités des rameaux *rrr* & s'insinue dans les ouvertures invisibles des

veines hépatiques après avoir déposé la bile dans les ouvertures invisibles des pores biliaires; jusqu'aux origines invisibles des veines hépatiques, branches de la veine-cave, le sang a suivi dans son cours depuis la sortie du tronc de la veine ombilicale & de celui de la veine-porte, les loix que suit le sang des artères, il a continuellement coulé des canaux plus larges dans des canaux plus étroits; ici par un changement subit il ne coule plus jusqu'à ce qu'il arrive au cœur, que dans des vaisseaux dont les rameaux presque invisibles se réunissent en des troncs, & ceux-ci dans le tronc de la veine-cave inférieure, c'est-à-dire qu'il ne coule plus que de canaux plus étroits dans des canaux plus larges.

Une partie du sang qui coule dans ces veines singulières. (je parle de ces veines qui naissent du confluent *f*) & qui par conséquent sont autant formées par la veine ombilicale que par la veine-porte, n'arrivent pas toutes jusqu'aux grains glanduleux du foie; elle est portée dans les petites branches des veines hépatiques, par les arcades de communication dont j'ai parlé dans mon second Mémoire & qui naissent des petites branches de la veine ombilicale & de la veine-porte, & se terminent dans les petites branches des veines hépatiques de la veine-cave; par cet artifice de la Nature la partie la plus grossière du sang hépatique n'entre point dans les grains glanduleux du foie, elle ne trouble point l'ouvrage paisible de la sécrétion de la bile, & les sucs nourriciers mêlés avec elle arrivent plus promptement au cœur de l'enfant.

Non-seulement le sang, le seul sang de la veine ombilicale passe du sinus ombilical dans la veine-cave *aa* par le canal veineux *w*, & de ce même sinus *y* dans la veine indiquée *b*, dans le confluent *f* où il se joint à la colonne du sang de la veine-porte *p*, & dans les branches *qq* de ce confluent & dans les rameaux *rrrr* de ces branches, mais encore il passe seul & sans mélange, 1.^o dans les branches *iii* qui naissent du bord droit du sinus ombilical *y* & se répandent dans une portion considérable du lobe droit du foie, & la direction de ce sang est de gauche à droite, ainsi que celle du sang du

confluent; enfin le sang de la veine ombilicale *un* circule seul & sans mélange dans les branches *cccc* qui naissent du bord gauche du sinus ombilical & dans leurs rameaux, une certaine quantité de ce sang entre de ces rameaux dans les rameaux des veines hépatiques branches de la veine-cave, par les arcades de communication dont j'ai parlé dans mon second Mémoire; le reste de ce même sang arrive aux dernières ramifications invisibles des branches *cccc* & entre d'une manière invisible dans les origines imperceptibles & très-nombreuses des veines hépatiques branches de la veine-cave; c'est-à-dire que le seul sang de la veine ombilicale circule sans se mêler avec celui de la veine-porte dans toute l'étendue du lobe gauche du foie & dans une partie du lobe droit; car pour que le sang de la veine-porte *p* circulât dans le canal veineux, dans les branches *iii* du lobe droit & dans les branches *cccc* du lobe gauche, il faudroit que cette veine répandît quelque une de ses branches dans le lobe gauche & dans la partie antérieure du lobe droit, ou qu'elle communiquât avec la cavité du sinus ombilical *y*: or il est prouvé par la structure, 1.^o que la veine-porte ne fournit aucune branche ni à la partie antérieure du lobe droit ni à tout le lobe gauche; 2.^o qu'elle ne communique avec la cavité du sinus ombilical *y* que par la veine indiquée *b*, par laquelle nous avons prouvé que le sang de la veine-porte *p* ne peut passer dans le sinus ombilical *y*, d'où il suit manifestement que le seul sang de la veine ombilicale entre dans le canal veineux, dans la veine *b*, dans la partie antérieure du lobe droit & dans toute l'étendue du lobe gauche.

Mais (je le répète ici) pendant que la plus grande partie du sang ombilical entre des rameaux invisibles des branches *iii* & *cccc* dans les origines nombreuses des veines hépatiques branches de la veine-cave, une certaine quantité de ce sang s'insinue par des canaux veineux presque semblables à celui d'Arantius, dans la cavité des veines hépatiques branches de la veine-cave, sans passer dans les plus petits rameaux de ces veines.

Jusqu'à présent je n'ai parlé du cours du sang de la veine-porte qu'autant que cette veine se confond, pour ainsi-dire, avec la tige *b* de la veine ombilicale, & que le sang de cette veine s'unit & se mêle à celui de la veine ombilicale dans le confluent *f*, je vais maintenant parler spécialement du cours du sang dans le tronc & les branches hépatiques de la veine-porte.

Le sang de la veine-porte monte des trois racines de cette veine, qui sont la veine splénique, la veine hémorroïdale interne & la veine mésentérique supérieure, le long du tronc *p*; la direction du sang dans cette ascension n'est pas seulement de bas en haut, mais un peu obliquement de gauche à droite.

Le sang, au sortir du tronc *p* de la veine-porte, pénètre dans le confluent *f* formé, ainsi que je l'ai dit plusieurs fois, par le tronc de la veine-porte & par la tige *b* de la veine ombilicale, il prend dans le confluent une direction transversale de gauche à droite; presque tout l'effort de la colonne du sang de la veine-porte est employé à faire avancer celui qui remplit les branches *qq* qui naissent de l'extrémité droite du confluent *f*, une partie de la colonne du sang de la veine-porte frappe l'éperon angulaire formé par la réunion de la tige *b* de la veine ombilicale avec le tronc *p* de la veine-porte, & cet éperon est un des obstacles qui l'empêche d'entrer dans la cavité de la tige *b* de la veine ombilicale; de plus il dirige le cours du sang des deux veines *p* & *b*, je veux dire de la tige *b* de la veine ombilicale & du tronc *p* de la veine-porte vers l'extrémité droite du confluent *f* & vers les branches *qq* qui en naissent, & vers les rameaux *rrrr* de ces branches.

Cette direction que je donne au sang de la tige *b* de la veine ombilicale & du tronc *p* de la veine-porte, est tellement fondée sur la structure & sur les loix générales que suivent nos fluides qu'il paroît absolument impossible que tandis que la veine ombilicale est pleine de sang (& elle l'est toujours) il puisse s'insinuer un seul globule de sang de la veine-porte dans la veine indiquée *b*, & par conséquent dans

dans une branche du sinus ombilical *y* ; car en effet la veine indiquée *b* est la seule veine du foie qui communique d'une part avec la veine ombilicale dont elle est une continuation , & d'autre part avec la veine-porte , l'Anatomie ne donnera jamais d'atteinte à cette vérité : ainsi si la veine *b* n'apporte pas dans la veine ombilicale le sang de la veine-porte , il est absolument impossible que le sang de la veine-porte pénètre dans la cavité du sinus ombilical ni dans aucune des veines qui naissent de ce sinus.

TROISIÈME PARTIE.

Réflexions sur les rapports des quantités respectives du sang qui passe par le tronc de la veine-porte & par celui de la veine ombilicale, & par les branches de ces deux veines.

IL seroit sans doute à souhaiter qu'on pût déterminer par un calcul exact la quantité du sang, qui dans un temps donné, parcourt tous les canaux veineux dont j'ai décrit la distribution, & chacun d'eux en particulier; il n'y a pas d'Anatomiste qui ne fût bien aise de connoître exactement, 1.^o le rapport de la quantité de sang qui dans un temps donné passe par la veine ombilicale avec celle qui dans le même temps passe par la veine-porte.

2.^o Le rapport de la quantité du sang, qui dans un temps donné, passe par le canal veineux, 1.^o avec celle qui dans le même temps passe par la veine indiquée *b*, 2.^o avec celle qui passe par le tronc de la veine-porte, 3.^o avec celle qui dans le même temps passe par la totalité des branches de la veine ombilicale.

3.^o Le rapport de la quantité du sang, qui dans un temps donné, passe par la veine indiquée *b* avec celle qui dans le même temps passe par la veine-porte *p*.

4.^o Le rapport de la quantité du sang qui passe par le confluent indiqué *f* avec celle qui passe par les branches latérales qui naissent du sinus ombilical.

Mais il faudroit pour arriver à cette exactitude, 1.^o que le rapport des troncs de la veine-porte & de la veine ombilicale entre eux & des principales branches entre elles, ne fût sujet à aucunes variétés, & il ne laisse pas d'y en avoir.

2.^o Il est très-difficile que les mesures de ces vaisseaux expriment bien exactement leur grandeur absolue & leur grandeur respective; en effet, on ne peut guère faire ces mesures que sur des foies injectés, & nous savons que la cire poussée avec plus ou moins de force ou avec plus ou moins de consistance ou de fluidité, ou qui trouve plus ou moins d'obstacles dans son cours, augmente trop ou ne distend pas assez la capacité naturelle des vaisseaux.

3.^o Il faudroit exactement connoître les vîtesses absolues & les vîtesses respectives du sang de la veine-porte & du sang de la veine ombilicale, c'est ce que nous ne connoissons que très-imparfaitement, nous ne pouvons donc apercevoir que par approximation les rapports entre les quantités du sang qui, dans un temps égal, parcourent les deux troncs & les principales branches des deux veines du foie du fœtus, la veine-porte & la veine ombilicale.

^a *Mém. Acad. année 1753, page 358.* J'ai dit dans mon premier Mémoire ^a que M. Haller a trouvé l'ouverture de la veine ombilicale 900 & le canal veineux 196; suivant les mesures de ce même Anatomiste ^b, ^b *Comment. vol. VII, p. 309.* le canal veineux est au canal que j'ai indiqué *b* comme 121 à 400: ce rapport s'accorde avec celui que Ridley a trouvé, car suivant Ridley le sinus de la veine-porte est quatre fois plus grand que le canal veineux, mais M.^{rs} Haller & Ridley n'ont point indiqué quelle partie du sinus ils ont mesurée.

^c *Mém. Acad. ann. 1753, page 358.* Voici les rapports que j'ai établis ^c.

Le tronc de la veine ombilicale <i>u u</i>	9 ou 900.
Le sinus ombilical <i>y</i>	12 ou 1200.
La tige <i>b</i> de la veine ombilicale.	4 ou 400.
La veine-porte.	4 ou 400.
Le canal veineux.	2 ou 200.
Le confluent indiqué <i>f</i>	8 ou 800.

Je ne doute nullement qu'il ne se trouve plusieurs sujets où le sinus ombilical est 1300 & même plus, & où l'ouverture de la veine ombilicale est plus que 900.

Pour donner quelque idée du développement des vaisseaux qui naissent de la veine ombilicale & de la veine-porte, j'ai ajouté que du sinus ombilical 1200 ou 12, quatre parties ou 400 sont employées à former avec la veine-porte estimée 4 ou 400, le confluent indiqué *f* & estimé 8 ou 800, les 8 ou 800 parties restantes du sinus ombilical forment les vaisseaux de l'autre moitié du foie & le canal veineux.

En supposant les vitesses & les résistances du sang ombilical égales à celles du sang de la veine-porte, il est certain, 1.^o qu'il passe autant de sang dans un temps égal, par la tige de la veine ombilicale *b* estimée 4 ou 400, que par le tronc de la veine-porte 4 ou 400.

2.^o Il est prouvé par l'Anatomie, que la tige *b* exprimée 4 ou 400, fournit le quart des vaisseaux veineux (*c*) de la substance du foie, ainsi il est évident, 1.^o que la quantité du sang qui passe par cette veine est le quart de la quantité totale du sang que la veine ombilicale & la veine-porte répandent dans la substance de ce viscère; 2.^o que cette quantité est la moitié de la quantité totale qui passe par le confluent indiqué *f* & exprimé 800 *.

3.^o Il est prouvé par l'Anatomie, que la veine-porte exprimée 4 ou 400 fournit environ le quart des vaisseaux veineux de la substance du foie, ainsi il est évident que la quantité du sang qui passe par le tronc *p* de la veine-porte est le quart de la quantité totale du sang veineux qui circule dans la substance du foie.

3.^o Il est prouvé par l'Anatomie, que toutes les branches (abstraction faite de la veine indiquée *b* & du canal veineux *w*) qui naissent de la circonférence du sinus ombilical, se répandent dans la moitié de toute la substance du foie & sont les vaisseaux de cette moitié; ainsi il est évident que la

(*c*) On ne prétend point parler ici du sang qui circule dans les veines hépatiques branches de la veine-cave.

* Voyez mon
1.^{re} Mémoire.

quantité du sang qui circule dans toutes les branches qui naissent des deux côtés & de toute la circonférence du sinus ombilical est la moitié de la totalité du sang veineux qui circule dans les vaisseaux du foie.

5.^o Il est prouvé par l'Anatomie, que le confluent indiqué, & exprimé 8 ou 800, fournit la moitié à peu près des vaisseaux veineux du foie; ainsi il est évident que la quantité du sang qui passe par le confluent est à celle qui passe par les branches *iii, cccc* qui naissent du sinus ombilical, comme 8 :: 8, ou comme 800 :: 800, c'est-à-dire égale.

Ainsi en estimant 16 ou 1600 la quantité totale du sang veineux, qui dans un temps donné parcourt la substance du foie, la quantité du sang que la veine ombilicale fournit, est à celle que donne la veine-porte comme 12 :: 4, ou comme 1200 :: 400.

Il suit encore de cette supposition, & de ce qui a été dit ci-dessus, que la quantité du sang qui passe par la tige *b* de la veine ombilicale, & exprimé 400 en supposant les vitesses & les résistances égales, est à la quantité du sang qui passe dans le même temps par la veine-porte exprimé 4 ou 400 comme 4 :: 4, ou comme 400 :: 400, c'est-à-dire égale.

3.^o Il suit que la quantité du sang qui passe par la tige de la veine ombilicale *b* exprimé 4 ou 400 ou par la veine-porte *p* exprimée 4 ou 400, est à celle qui passe par toutes les branches hépatiques qui naissent du sinus ombilical comme 4 :: 12, ou comme 400 :: 1200.

Mais dans cette supputation il n'a point été fait mention du sang qui passe par le canal veineux *w*, ainsi il est nécessaire d'exprimer par quelque terme au-dessus de 12 ou 1200 la quantité du sang qui, dans un temps donné, passe par la veine ombilicale dont le canal veineux est une branche; les réflexions suivantes conduisent à ce terme inconnu.

Il est prouvé, par les mesures du canal veineux *w* & par celles de la tige *b* de la veine ombilicale, qu'il est la moitié de cette tige, c'est-à-dire que quand la tige *b* est 4 ou

400, le canal veineux est 2 ou 200; par conséquent, en supposant les vitesses & les retenues égales, il passe par le canal veineux 2 ou 200, quatre fois moins de sang qu'il n'en passe par la tige *b* de l'ombilicale.

Or il a été prouvé par la comparaison * de l'étendue & de la masse du foie dans laquelle la tige *b* de la veine ombilicale répand ses branches avec celle où elle ne les répand pas, que le quart de la totalité du sang veineux qui se distribue dans la substance du foie, c'est-à-dire quatre parties des 16, ou 400 des 1600 que nous avons supposées être le terme exprimant toute la quantité du sang, qui dans un temps donné parcourt toute la substance du foie, passe par la tige *b* de la veine ombilicale; d'où il suit que la quantité qui passe dans ce même temps par le canal veineux, équivaut à un treizième de la quantité totale du sang veineux, qui dans ce même temps passe par les vaisseaux veineux du foie, c'est-à-dire par la veine ombilicale & par la veine-porte, & que 100 est le terme qui exprime cette quantité.

* Voyez mon
1.^{er} Mémoire

Mais des 1600 molécules de sang que nous avons supposé passer dans un temps donné, par les vaisseaux veineux du foie, il en passe 1200 par la veine ombilicale; & cette veine est la seule qui donne le sang au canal veineux, d'où il suit que 1300 est le terme qui exprime toute la quantité du sang qui passe par la veine ombilicale, & que la quantité du sang qui passe par la veine-porte, est à la quantité du sang de la veine ombilicale comme 400 :: 1300, & que la quantité totale du sang des veines qui passe par leurs troncs respectifs dans un temps égal, en supposant les vitesses & les résistances égales, peut être exprimée 1700, savoir 1300 pour la veine ombilicale & 400 pour la veine-porte.

Ainsi, pendant qu'il passera 1300 globules de sang par la veine ombilicale, estimée 900 à son tronc & 1200 à son sinus, il en passera 400 par la veine-porte exprimée 400; pendant qu'il en passera 400 par la tige de la veine ombilicale, il en passera 100 par le canal veineux; pendant qu'il en passe 800 par toutes les branches qui naissent des deux

bords du sinus ombilical, (abstraction faite de la quantité qui passe par la tige b & par le canal veineux) il en passe 400 par la tige b de la veine ombilicale, 400. par la veine - porte & 800 par le confluent indiqué f .

Cette supputation est fondée sur six suppositions.

La première est l'égalité des vitesses & des résistances que le sang éprouve dans les vaisseaux que je compare les uns aux autres.

La seconde sur cette règle, qu'il passe quatre fois moins de fluide dans un vaisseau dont la capacité est plus petite du double que celle du vaisseau auquel il est comparé, mais je ne me sers de cette règle que sur le canal veineux.

Dans la troisième je suppose que la tige b de la veine ombilicale fournit le quart des vaisseaux veineux qui, à la façon des artères, se distribuent dans le foie.

Dans la quatrième je suppose que la veine - porte fournit le quart des vaisseaux veineux du foie.

Dans la cinquième je suppose que les vaisseaux qui naissent des deux bords du sinus ombilical, fournissent de vaisseaux la moitié restante de la substance du foie.

Dans la sixième je suppose que l'aire de la tige b de la veine ombilicale est double de l'aire du canal veineux.

La troisième, la quatrième & la cinquième supposition sont fondées sur l'Anatomie *, car après avoir suivi avec le plus d'exactitude qu'il m'a été possible les branches de la tige b de la veine ombilicale, celles du tronc de la veine-porte & toutes les branches qui naissent du sinus ombilical, il m'a paru sur plusieurs sujets que l'étendue de la substance du foie qui est arrosée par les branches de la tige b de la veine ombilicale & par celle de la veine-porte p réunie dans un seul confluent f , avec la tige b , répond à peu-près à la moitié de la substance du foie, & enfin que celle qui est fournie de sang par toutes les branches latérales qui naissent du sinus ombilical répond à peu près à l'autre moitié.

La sixième est fondée sur la mesure du canal veineux comparée à celle de la tige b de la veine ombilicale.

* Voy. mon
1.^{er} Mémoire,
année 1753.

La première est fautive, car il est certain que le sang ombilical étant poussé par les forces de la circulation, c'est-à-dire par le cœur & les artères de l'enfant, & par la respiration de la mère, a plus de vitesse & peut-être du double que le sang de la veine-porte qui est extrêmement petite & dont le sang n'est poussé que par les forces du cœur de l'enfant & par les artères mésentériques & coeliaques qui sont d'une extrême ténuité dans le fœtus : cette différence ne sauroit être exprimée par un juste terme.

Il en est à peu-près de même du canal veineux, il paroît assez certain que quoique le diamètre de ce canal soit plus petit du double ou que celui de la tige *b* de la veine ombilicale, ou que celui de la veine-porte, il peut y passer une quantité de sang égale à celle qui passe par la tige *b* de la veine ombilicale, ou par le tronc *p* de la veine-porte, car le sang du canal veineux éprouve moins de résistance à parcourir sa petite cavité qui n'a que 7 à 8 lignes de longueur, que le sang de la veine *b* & de la veine-porte n'en éprouve à parcourir les longs détours du foie depuis la concavité de ce viscère jusqu'à ses bords les plus éloignés, & depuis ses bords jusqu'à la veine-cave où il faut qu'il revienne; d'où il suit que la quantité du sang qui parcourt ce canal dans un temps donné, est plus grande que celle qui dans le même temps parcourt la cavité des autres branches de la veine ombilicale & de toutes celles de la veine-porte.

Cette différence toute grande qu'elle est, le devient encore plus si on fait attention que son ouverture dans la cavité du sinus ombilical est dans la direction du courant du sang qui coule, je crois, très-rapidement de devant en arrière dans la cavité du sinus ombilical; car il doit arriver de-là, que le plus grand effort de la colonne du sang ombilical porte sur l'ouverture du canal veineux, & qu'ainsi le sang entre dans la cavité par une propulsion directe.

De ces réflexions, il suit que la quantité du sang qui, dans un temps donné, coule par la veine ombilicale exprimée 900, comparée avec celle qui coule par la veine-porte

exprimée 400, doit être indiquée par un terme beaucoup au-dessus de 1300; mais ce terme est difficile à trouver, parce qu'on ne fait pas au juste l'excès des vitesses du sang ombilical sur celles du sang de la veine-porte, & par ce qu'on ne voit pas d'une manière qui puisse être bien exactement exprimée, le moins de résistance que le sang du canal veineux éprouve.

Quoiqu'on ne puisse pas trouver un terme qui exprime au juste l'excès des vitesses du sang ombilical sur celles du sang de la veine-porte dans le fœtus, cet excès est cependant très-réel, nous nous bornerons à en prouver la réalité, & de-là il suit, 1.^o que dans un temps égal il passe plus de sang par la veine indiquée *b*, exprimée 400, que par la veine-porte dont l'ouverture est pareillement exprimée 400, & que par conséquent la veine ombilicale fournit plus de sang au confluent indiqué *f*, aux veines *qq* & aux rameaux *rrrr* de ces deux veines que la veine-porte, & que cette différence doit être comme celles des vitesses, puisque les résistances sont les mêmes, & que le diamètre de la veine indiquée *b* est le même que celui de la veine-porte.

2.^o Que quand même le tronc de la veine-porte auroit une ouverture un peu plus grande (c'est ce qui n'est point dans toutes mes recherches) que la veine indiquée *b*, il ne s'ensuivroit pas que le sang de la veine-porte fit rebrousser chemin ou rétrograder le sang, qui, selon tout ce qui a été dit ci-dessus, coule de gauche à droite par la tige *b* de la veine ombilicale; car quand même la structure du canal indiqué *f*, des branches *qq* de ce canal & des rameaux *rrrr* de ces branches, ne décideroient pas la question, l'excès des vitesses du sang ombilical qui coule dans la veine indiquée *b* sur celles du sang de la veine-porte seroit plus grand que l'excès de la masse du sang de la veine-porte, sur celle du sang ombilical de la tige *b*; mais il est besoin de prouver que le sang de la veine ombilicale a en effet plus de vitesse que celui de la veine-porte.

C'est une vérité reçue en Physiologie, que sans le secours
des

des organes de la respiration, le sang de la veine-porte dans l'adulte ou dans l'enfant après la naissance, ne franchiroit point les obstacles qu'il éprouve dans les branches hépatiques de cette veine; & on ne doute point que dans le fœtus, les organes de la respiration de la mère accélèrent le cours du sang dans les racines, dans le tronc & dans les branches hépatiques de la veine ombilicale, non pas autant, mais à peu près autant que les organes de la respiration de l'enfant après la naissance, accélèrent le cours du sang dans les racines, le tronc & les branches hépatiques de la veine-porte.

Ce seroit une foible objection de dire que la longueur des artères & de la veine ombilicale comparée à celle des troncs, des artères & des veines mésentériques & coeliaques, est de beaucoup plus grande, & que par conséquent la différence des vitesses entre le sang de la veine ombilicale & entre le sang de la veine-porte, doit être comme la différence de la longueur des espaces parcourus; c'est-à-dire que plus la longueur des espaces parcourus par le sang de la veine ombilicale l'emporte sur la longueur des espaces parcourus par le sang de la veine-porte, moins le sang ombilical en arrivant au foie du fœtus doit avoir de vitesse relativement au sang de la veine-porte.

Je crois répondre suffisamment à cette objection & même donner de nouvelles preuves de l'excès des vitesses du sang ombilical sur celles du sang de la veine-porte, en disant, 1.^o que la Nature a tellement contourné les artères ombilicales autour de la veine, & réciproquement la veine autour des artères, qu'à chaque contour que font les artères autour de la veine, elles impriment une vélocité nouvelle au sang de la veine ombilicale; en effet, tous ces contours artériels sont dilatés à la fois par la sistole du cœur du fœtus, & par conséquent la veine ombilicale dans le placenta & depuis le placenta jusqu'à l'ombilic est presque autant resserrée que chaque artère est dilatée; d'où il suit, 1.^o que le sang de la veine ombilicale marche par des jets alternatifs comme le sang artériel; car en effet chaque contour artériel doit, pour ainsi dire, être regardé comme un second cœur qui donne une nouvelle impulsion

au sang de la veine, & il me semble certain que cette impulsion est plus grande que celle qu'il reçoit immédiatement de la contraction du cœur. 2.^o Il suit de-là que la longueur des artères ombilicales & leurs contours multipliés autour de la veine, sont des moyens que la Nature a mis en usage pour augmenter la vélocité du sang ombilical & non pour la retarder. 3.^o Il suit encore que c'est dans le temps de la systole des artères que la veine ombilicale est dilatée.

2.^o La Nature, il n'est pas permis d'en douter, veut que les sucs nourriciers de la mère passent au fœtus avec célérité, ce dessein est digne de sa sagesse & il éclate dans la structure du cordon ombilical, telle que je viens de la tracer, on l'aperçoit encore dans la structure même du placenta, car 1.^o on découvre dans les ramifications presque innombrables des artères & de la veine ombilicale, qui se plongent dans le placenta, les mêmes contours serpentans que nous avons remarqués dans le cordon ombilical. 2.^o Il n'y a aucune partie du corps où le sang passe aussi facilement des artères dans les veines que dans le placenta: or on ne peut nier qu'une telle structure ne conserve au sang qui entre des artères dans les veines la vélocité du sang artériel: voici quelques expériences sur lesquelles cette liberté du passage du sang artériel dans les capillaires veineux est appuyée.

Toutes les fois que j'ai mis dans l'eau chaude le placenta que j'ai injecté, l'injection a passé avec la plus grande facilité des artères ombilicales dans les ramifications de la veine, & l'injection grossière a presque toujours aussi facilement pénétré que la fine.

Il m'est souvent arrivé, après avoir rempli d'eau les artères, de la faire passer dans les veines, en promenant simplement la main sur la surface du placenta, & de vider entièrement les artères remplies d'eau en les pressant un peu, & de même en passant la main sur les artères remplies, j'ai fait entrer avec facilité l'eau & l'air dans les artères. Enfin je me suis plusieurs fois long-temps arrêté à faire passer & repasser l'eau ou la liqueur colorée des injections, des artères dans les veines & des veines

dans les artères, sans avoir eu recours à d'autres moyens qu'à des compressions légères que je faisois en promenant la main sur le placenta.

On voit par ces expériences, que les forces de la circulation & de la respiration de la mère ne sont pas les seules puissances qui accélèrent le sang ombilical dans son cours, mais que la Nature par les communications des artères avec les veines, plus libres & plus amples dans le placenta que par-tout ailleurs, fait conspirer très-efficacement à cet ouvrage les forces du cœur du fœtus.

Ces expériences prouvent sans doute la célérité du cours du sang ombilical, mais comme elles ne prouvent pas assez l'excès des vitesses de ce sang sur celui du sang de la veine-porte, je vais rapporter des expériences qui en font de nouvelles preuves.

1.° Il ne m'est que très-rarement arrivé de faire passer des artères coeliaques & mésentériques les injections grossières dont on se sert ordinairement pour suivre & développer les artères, sans avoir mis pendant quelque temps le fœtus dans l'eau chaude.

2.° En prenant cette précaution, j'ai fait à la vérité passer la liqueur des artères dans la veine-porte, mais ceci n'est point particulier aux artères mésentériques & coeliaques, car j'ai souvent rempli toutes les veines du corps en poussant des injections, même grossières, dans la courbure de l'aorte, après avoir laissé pendant quelque temps le corps dans l'eau chaude, mais toujours avec plus de difficulté que des artères ombilicales dans la veine.

3.° Je n'ai jamais fait passer l'air des artères mésentériques dans la veine-porte, & je l'ai fait passer avec facilité des artères ombilicales dans la veine.

Il est prouvé par ces expériences, que le mouvement du sang dans le tronc & dans les branches supérieures de la veine ombilicale est d'autant plus rapide que les passages de ce fluide des artères ombilicales dans la veine, sont plus libres dans le placenta que dans aucune autre partie du corps, & sur-tout que

des artères mésentériques & coeliaques dans la veine-porte, & que par conséquent le sang ombilical a plus de vitesse que le sang de la veine-porte.

C'est sans doute cette liberté du passage des liqueurs colorées des artères ombilicales dans la veine, qui a déterminé plusieurs Anatomistes à établir des anastomoses visibles entre les artères & les veines du placenta; certainement on ne peut nier qu'il n'y ait de véritables anastomoses entre ces vaisseaux, mais je puis assurer avec Hobolkenus * qu'elles ne sont pas visibles.

* *Orat. Vep.*
pag. 16.

De toutes les raisons qui prouvent que le sang ombilical a beaucoup plus de vitesse que celui de la veine-porte, & de la différente capacité de ces deux veines, on doit conclure; 1.^o qu'il coule peu de sang par la veine-porte du fœtus & qu'il en coule une quantité énorme par la veine ombilicale. 2.^o Que le sang de la veine-porte se mêle avec celui de la veine ombilicale dans le confluent indiqué *f*, non pas pour aller de droite à gauche dans le canal veineux *w* & dans le sinus ombilical *y*, ainsi que M. Winslow l'avance; car il ne pourroit faire cette route qu'en faisant rebrousser chemin au sang de la veine indiquée *b*, ou qu'en empêchant le sang ombilical d'entrer dans cette veine, ce qui est évidemment impossible, mais pour aller de gauche à droite avec le sang ombilical & pour recevoir de ce sang qui passe par la veine *b* dans le confluent *f* une quantité de mouvement suffisante pour lui faire franchir les obstacles que lui opposent les détours du foie; la lenteur extrême exige un tel secours pour vaincre d'aussi grandes résistances.

QUATRIÈME PARTIE.

Cours du sang dans le foie de l'enfant après sa naissance.

HARVEI & tous les Anatomistes célèbres qui ont paru depuis lui, ont été frappés des changemens qui arrivent dans le cours du sang, dans le poulmon, dans le cœur & dans l'aorte de l'enfant d'abord qu'il est né; ceux qui arrivent dans

le cours du sang hépatique n'ont point été aperçus, ou du moins on s'est borné à ceux qui arrivent au canal veineux, & on croyoit unanimement que toute la veine ombilicale, même la portion de cette veine qui entre dans le foie, devoit, ainsi que le canal veineux, un véritable ligament. Cela n'est point étonnant, comme les Anatomistes, excepté Fabricius, Cheselden, Haller, ignoroient la vraie distribution de la veine ombilicale, & comme aucun d'eux ne connoissoit la direction que suit le sang des deux veines du foie du fœtus pendant les neuf mois de sa formation, ils n'avoient garde d'apercevoir les directions nouvelles que prend le sang de la veine-porte après que l'enfant est né. Je vais développer dans cette quatrième partie ces directions nouvelles, & dissiper l'obscurité qui a tenu cachées des vérités tout aussi intéressantes que celles qu'on a découvert dans les vaisseaux pulmonaires de l'enfant nouveau né.

A peine l'enfant est né qu'on lie le cordon, c'est-à-dire les deux artères & la veine ombilicale; cette ligature sans laquelle l'enfant éprouveroit une hémorrhagie mortelle, prive le foie d'une grande quantité du sang qui circuloit dans sa substance pendant que l'enfant étoit dans le sein de sa mère; car il est évident qu'après la ligature il ne coule plus de sang par le tronc de la veine ombilicale : or nous avons prouvé ci-dessus que cette veine fournissoit au moins les trois quarts de la quantité totale du sang veineux qui circuloit dans le foie du fœtus avant sa naissance; après la ligature de la veine ombilicale, la veine-porte devient la seule veine du foie : nous avons prouvé que dans le fœtus, cette veine ne fournit tout au plus que le quart des vaisseaux veineux du foie, & que par conséquent elle ne peut fournir tout au plus que le quart de la quantité totale du sang veineux qui circule dans ce grand viscère, en supposant les vitesses & les résistances du sang de la veine-porte égales aux vitesses & aux résistances du sang de la veine ombilicale; il est donc évident qu'après la ligature il ne circule dans le foie de l'enfant que le quart de la quantité du sang qui circuloit dans le foie de cet enfant pendant qu'il

étoit foetus, c'est-à-dire la moitié de la quantité qui passoit par le confluent *f*, car l'autre moitié de cette quantité que la veine indiquée *b* lui fournissoit, n'y arrive plus.

Cette modique quantité de sang se partage après la naissance en deux colonnes qui doivent, sans doute, être bien foibles dans l'instant du partage, dont l'une continue de couler de gauche à droite par l'extrémité droite du confluent *f*, qui commence à être la branche droite du sinus de la veine-porte, par les veines *qq* & par leurs branches *rrrr*, conformément à la direction que le sang suivoit dans ces veines avant la ligature de la veine ombilicale; l'autre colonne de sang de la veine-porte prend une route nouvelle & qui lui étoit inconnue, & une direction opposée à celle qu'elle avoit suivie, car elle entre par un mouvement de droite à gauche dans la tige *b* de la veine ombilicale dans laquelle elle fournit du sang à deux petits rameaux qui en naissent & vont au lobule de Spigel: elle entre de plus par un mouvement de droite à gauche de la tige *b* de la veine ombilicale, qui commence à devenir la branche gauche du sinus de la veine-porte dans le grand canal qui, avant la ligature, s'appeloit le sinus ombilical: cette foible colonne de sang coule ensuite de derrière en devant, conformément à la direction du sinus ombilical dans lequel le sang ombilical avoit suivi jusqu'à ce temps une direction de devant en arrière, elle se mêle dans ce vaste sinus avec le résidu du sang ombilical, elle l'anime & elle devient le principe de son mouvement, elle se mêle aussi avec le sang qui doit refluer des branches hépatiques du sinus dans sa cavité, son propre mouvement s'affoiblit en se communiquant au sang ombilical, qui n'étant plus renouvelé par le sang du placenta, ni agité par les mouvemens de la respiration de la mère, resteroit dans le repos & se coaguleroit.

La circulation seroit sans doute prête à s'éteindre dans les vaisseaux veineux du foie, si dans le même temps que ces merveilles s'opèrent, les organes de la respiration de l'enfant n'imprimoient pas une nouvelle activité aux fluides du foie & de tous les viscères du bas-ventre de l'enfant & ne faisoient pas

sur les vaisseaux du foie ce que les organes de la respiration de la mère faisoient sur les vaisseaux du placenta, c'est-à-dire des ballottemens alternatifs, des compressions variées, qui poussent les fluides dans les vaisseaux presque vides du foie, qui leur sont préparés, mais à peine l'enfant est-il né qu'il étérnie, qu'il respire; le méconium irrite les nerfs des intestins, les muscles du bas-ventre se contractent avec force & impriment au sang de la veine-porte une nouvelle activité.

D'ailleurs les deux artères ombilicales étant liées, le sang de l'aorte inférieure n'y passe plus, & par conséquent il entre en plus grande quantité dans les artères mésentériques & dans l'artère coeliaque, ainsi que dans la veine-porte & dans le foie; ces artères & cette veine se dilatent peu à peu & reçoivent une grande partie du sang, qui avant la naissance de l'enfant, entroit dans les artères ombilicales; car comme alors les vaisseaux du foie sont presque vides, le sang de la veine-porte n'y trouve pas de résistance: or moins le sang des veines trouve de résistance dans son cours, plus est grande la quantité du sang que les artères leur fournissent; la veine-porte reçoit donc alors plus de sang, & les branches inférieures & comme flottantes de cette veine étant continuellement, tantôt plus, tantôt moins pressées par les organes de la respiration de l'enfant, le sang circule dans cette veine avec plus de célérité dans son tronc & dans ses branches supérieures.

Le canal que nous avons indiqué *f* ne peut plus depuis la naissance de l'enfant, être regardé comme le confluent de la veine-porte & de la tige *b* de la veine ombilicale, mais comme la partie moyenne & droite d'un sinus nouveau que la veine-porte prépare au sang qu'elle doit elle seule fournir au foie de l'enfant pendant le cours de sa vie.

Nous avons vu le sang de la veine-porte changer deux fois de direction dans son cours & marcher dans deux routes qui lui étoient inconnues, savoir du canal indiqué *f* dans le canal *b* par un mouvement de droite à gauche, & du canal *b* dans le vaste sinus ombilical *y*, par un mouvement nouveau de derrière en devant; continuons de suivre ce nouveau sang dans son cours.

Le sang de la veine-porte, après avoir pris ces deux directions nouvelles & avoir en partie rempli la cavité du vaste sinus ombilical *y*, prend encore de nouvelles directions dans son cours; car 1.^o une partie de ce sang entre dans les branches *iii* qui naissent du bord droit du sinus ombilical, & il marche obliquement de derrière en devant & de gauche à droite dans ces branches, conformément à leur direction: il n'en est pas tout-à-fait ainsi des deux premières branches que le sinus ombilical donne en entrant dans la scissure transversale, car le sang de la veine-porte marche obliquement de devant en arrière dans ceux-ci, conformément à leur direction.

2.^o Une autre partie de ce sang, & celle-ci est la plus considérable, entre de la cavité du sinus ombilical dans les branches *cccc* qui naissent du bord gauche de ce sinus, & se distribuent dans toute l'étendue du lobe gauche, & il y suit un mouvement de droite à gauche, conformément à leur direction.

On voit ici les phénomènes les plus singuliers que l'économie animale puisse étaler aux yeux de la Physique dans les premiers instans de notre naissance, c'est-à-dire, 1.^o la totalité du sang veineux du plus grand de nos viscères, réduite pendant quelque temps à un quart de sa quantité.

2.^o Une veine, c'est-à-dire la veine-porte, après n'avoir fourni pendant neuf mois que le quart des vaisseaux veineux du foie devient tout-à-coup la seule veine du foie, parce qu'elle s'approprie toutes les branches hépatiques d'une autre veine, près de quatre fois plus grande qu'elle, je veux dire de la veine ombilicale.

3.^o Cette veine-porte enrichie des dépouilles de la veine ombilicale, fournit elle seule après la naissance de l'enfant tout le sang veineux qui circule dans toute la substance du foie après n'avoir fourni pendant neuf mois que le quart du sang qui a circulé dans ce grand viscère pendant tout ce temps.

4.^o Le sang de la veine-porte, après avoir constamment circulé de gauche à droite pendant neuf mois, entre par un mouvement de droite à gauche dans la veine indiquée *b*, dans laquelle

laquelle il n'étoit jamais entré; il pénètre ensuite dans le sinus *y*, dans lequel il n'étoit jamais entré; il y suit une direction de derrière en devant, c'est-à-dire opposée à celle qu'avoit suivie le sang ombilical. Il marche obliquement de gauche à droite dans les branches *iii* du lobe droit dans lesquelles il n'étoit jamais entré, il coule par un mouvement de droite à gauche dans les branches *cccc* du lobe gauche dans lesquelles il n'étoit jamais entré.

Tous ces phénomènes sont nouveaux en Physique, ils découlent si naturellement des loix nouvelles que suit le sang dans son cours, pendant que le fœtus est renfermé dans le sein de sa mère, & de la ligature de la veine ombilicale & de la distribution de cette veine & de la veine-porte dans le foie du fœtus, qu'il seroit superflu de m'arrêter à en développer plus amplement les causes, & à montrer la liaison qu'ils ont avec elles.

Mais en finissant ce Mémoire, deux phénomènes plus connus fixeront pour un instant nos regards, c'est le dessèchement du canal veineux d'Arantius & celui de la veine ombilicale.

Tous les Anatomistes pensent que la veine ombilicale se dessèche entièrement en peu de jours & dans toute son étendue, dans le foie aussi-bien que jusqu'à l'ombilic de l'enfant, & que le canal veineux se dessèche depuis la naissance qu'on lui suppose, de la branche gauche du sinus de la veine-porte jusqu'à son insertion dans la veine-cave.

Mais, 1.^o pour ce qui regarde la veine ombilicale, il est prouvé par tout ce que j'ai dit ci-dessus, & c'est un fait que j'ai vérifié sur plusieurs sujets, qu'elle ne se dessèche d'abord & dans les premiers temps après la naissance, que depuis l'ombilic de l'enfant jusqu'à l'endroit du foie où elle commençoit dans le fœtus à répandre des branches dans le foie, c'est-à-dire jusqu'à son entrée dans la scissure transverse. 2.^o Il est évident que toutes les branches que la veine ombilicale donne dans le foie, ne se dessèchent jamais & qu'elles servent dans l'adulte comme dans le fœtus, à conduire le sang dans les trois quarts de la substance du foie, mais que ces branches cessent d'ap-

partenir à la veine ombilicale & commencent d'appartenir à la veine-porte d'abord que la veine ombilicale est liée.

L'extrémité hépatique de la veine ombilicale conserve long-temps après la naissance la vaste cavité de son sinus, quoique ce sinus ne lui appartienne plus, mais à la veine-porte, depuis l'instant de la ligature; il conserve long-temps la forme & le degré de dilatation qu'il avoit dans le fœtus; c'est le nouveau sang de la veine-porte qui empêche pendant quelque temps les parois de ce vaste sinus de revenir sur elles-mêmes, de se rétrécir, de se coller, de se dessécher; c'est aussi ce même sang qui empêche pendant le cours de la vie de l'enfant, les branches du sinus ombilical, devenu branche gauche du sinus de la veine-porte, de se dessécher.

Pour se convaincre que la cavité du grand sinus ombilical est conservée long-temps après que celle du tronc de la veine ombilicale est abolie, depuis l'ombilic de l'enfant jusqu'à l'entrée de cette veine dans le foie, il suffit d'examiner la veine-porte bien injectée, dans un enfant d'un à deux ans; car 1.^o la cire injectée dans le tronc de cette veine, remplit exactement les rameaux *rrrr* & les branches *qq*, qui dans le fœtus naissent du confluent *f*. 2.^o La veine indiquée *b* est remplie de cire & elle commence d'être bien dilatée & de devenir la branche gauche d'un sinus que la veine-porte acquiert aux dépens du sinus ombilical, dont la cavité diminue à mesure que celle de la branche indiquée *b* augmente en toutes ses dimensions.

3.^o La cavité du grand sinus ombilical, quoique diminuée, se trouve pareillement remplie de cire & conserve encore une grande partie de sa cavité, & même de sa première forme & direction; il se termine à l'entrée de la scissure transverse par une extrémité arrondie qui ressemble au bout d'un doigt, & il reçoit en cet endroit l'extrémité de la veine ombilicale changée en ligament; si on fait ces recherches sur un enfant plus avancé en âge, ce doigt vasculaire est de beaucoup plus court & plus reculé vers le centre de la concavité du foie, & on conçoit que cela doit être, parce que d'une part le foie a augmenté, & que d'autre part la cavité du sinus ombilical

diminué à mesure que la branche indiquée *b* en a agrandi la sienne, & alors le ligament ombilical est plus long & plus avancé vers le milieu de la cavité du foie.

Je reviens à l'enfant d'un an ; on conçoit facilement que le sinus ombilical a dès ce temps perdu une partie de sa cavité, parce que ne recevant dans les premiers temps que le huitième de la quantité totale du sang qu'il recevoit avant sa naissance, ses parois se sont resserrées peu à peu par leur propre ressort & parce qu'elles ont été plus pressées par les organes de la respiration de l'enfant qu'elles n'ont été dilatées par une quantité de sang aussi modique & qui a circulé avec lenteur.

Enfin si on continue les mêmes recherches sur plusieurs enfans de différens âges, on s'apercevra que la cavité du sinus ombilical continue de diminuer, & qu'une portion de ses parois est employée à l'agrandissement de la branche gauche *b* du sinus de la veine-porte, & qu'enfin le bout du ligament ombilical, qui dans les premiers temps se terminoit au bord antérieur du foie, s'est prolongé jusqu'au milieu de ce viscère, & alors il est tel qu'il est représenté dans les figures des Anatomistes, & on le voit réellement attaché à la branche gauche du sinus de la veine-porte.

On remarque quelquefois deux à trois petites veines noyées dans la substance de ce ligament, qui se répandent dans les deux lobes du foie, semblable aux artères, qui des artères ombilicales changées en ligamens, descendent dans la vessie urinaire. Eustachi a représenté ces veines dans la *Planche xxviii. fig. 1.*

C'est ainsi que la branche gauche du sinus de la veine-porte acquiert la figure que nous lui trouvons dans l'adulte, figure si différente de ce qu'elle est dans le fœtus & même dans les premiers temps de l'enfance, qu'il faut avoir vu & suivi avec la plus grande attention dans ses commencemens & dans ses progrès cette métamorphose singulière, pour que l'esprit puisse s'en former une juste idée ; c'est cette différence presque incompréhensible qui a induit en erreur les Anatomistes, & j'ose dire tous les Anatomistes qui donnent à la veine-porte du fœtus un sinus, & qui supposent un mélange du sang de cette

veine avec celui de la veine ombilicale dans la cavité même du sinus ombilical.

Après avoir fait voir que toutes ou presque toutes les veines que la grande veine ombilicale donne au foie, conservent leurs cavités, & qu'elles deviennent branches de la veine-porte d'abord que le sang de la mère cesse de couler dans la veine ombilicale; je vais ajouter quelques réflexions sur les causes qui changent les artères, la veine ombilicale & le canal veineux en ligamens.

C'est une loi générale dans l'économie animale que tout vaisseau quelque long, quelque grand qu'il soit, perd sa cavité d'abord que le fluide qu'elle laissoit couler cesse de la parcourir. On voit facilement la raison qui empêche le sang d'entrer dans la veine ombilicale, c'est la ligature; mais la ligature faite à l'ombilic de l'enfant n'empêche ni le sang de la veine-porte d'entrer dans la veine ombilicale depuis la veine-porte jusqu'à l'ombilic, ni le sang de l'aorte inférieure d'entrer dans les artères ombilicales, & cependant cette veine & ces deux artères se dessèchent & se changent en ligamens, c'est que, comme je l'ai déjà dit, il ne suffit pas qu'un vaisseau ne manque pas de sang pour qu'il ne se dessèche pas, il faut de plus que le sang soit renouvelé; s'il n'est pas renouvelé, il devient lui-même avec le temps un corps solide, & les parois des vaisseaux qui le renferment se collent ensemble: or les artères & la veine ombilicale n'ayant point de rameaux, les artères jusqu'à l'ombilic, la veine depuis l'ombilic jusqu'au foie, & leurs extrémités étant liées, le sang dont elles sont remplies dans le temps qu'on les lie ne peut être renouvelé, ainsi il devient un corps solide & forme une espèce de tampon qui empêche le nouveau sang d'y entrer, & par conséquent d'écarter leurs parois. Rien ne s'oppose à leur retour sur elles-mêmes que cette espèce de cylindre de lymphe & de sang grumelé qui diminue peu à peu, & qui enfin s'anéantit par la dissipation de ses parties les plus fluides; le peu qu'il en reste devient une espèce de colle qui aide la soudure & la réunion des parois des vaisseaux entre elles.

Mais si on voit la cause qui empêche le sang, non pas

d'arriver à l'entrée de la veine & des artères ombilicales, mais de parcourir leurs cavités & d'en sortir; on ne voit pas celle qui peut empêcher le sang de parcourir la cavité du canal veineux après la naissance de l'enfant; car ce canal d'abord que l'enfant est né devient, ainsi que toutes les veines du lobe gauche du foie, une branche de la veine-porte: or toutes ces veines, excepté le canal veineux, conservent leur cavité. La question se réduit donc à savoir pourquoi les veines que la veine ombilicale donnoit dans le foie du fœtus conservant leur cavité, le canal veineux perd la sienné.

Je crois satisfaire à cette question en disant que le canal veineux ne verçoit son sang dans la veine-cave avant la naissance de l'enfant, que parce que premièrement le sang ombilical animé par les organes de la respiration de la mère & par sa masse, qui étoit très-considérable, avoit assez de force pour vaincre la résistance que lui opposoit la colonne du sang de la veine-cave; sa masse & sa vitesse étoient alors très-grandes.

Après la ligature la masse totale du sang qui arrive au foie est réduite à un huitième, & on peut dire la même chose & rien de plus de sa vitesse. La quantité de son mouvement est donc extrêmement diminuée après la naissance; il est donc plus que vraisemblable que le sang du canal veineux ne peut plus se dégorger dans la veine-cave; il doit donc subir avec le temps la loi générale que subissent les vaisseaux dont les cavités cessent d'être parcourues; car d'un autre côté le sang de la veine-cave ne peut pas entrer dans le canal veineux, car comme ce canal se termine dans la veine-cave par une ouverture commune avec une des plus grandes veines hépatiques, & que le sang de ces veines est animé par la propulsion directe du sang des artères hépatiques, la colonne du sang de cette veine s'oppose suffisamment à l'entrée du sang de la veine-cave dans le canal veineux; d'ailleurs ce canal s'insérant dans cette veine hépatique par un angle très-oblique, l'éperon angulaire formé par une telle obliquité devient une espèce de valvule qui ferme d'autant plus facilement l'ouverture postérieure du canal veineux, qu'il n'y a presque pas de sang dans ce canal.

Il n'en est pas ainsi des branches hépatiques de la veine ombilicale, devenues depuis la naissance de l'enfant branches de la veine-porte; car, 1.^o les organes de la respiration de l'enfant pressent inégalement, c'est-à-dire tantôt plus tantôt moins toutes leurs surfaces, qui sont incomparablement plus grandes que celles du canal veineux; 2.^o les battemens des artères hépatiques qui les accompagnent excitent sur le sang qu'elles contiennent des propulsions latérales; 3.^o ces artères s'anastomosant avec les veines hépatiques, versent par des propulsions directes leur sang dans les veines hépatiques branches de la veine-cave, & facilitent le dégorgement des branches de la veine-porte dans les veines hépatiques branches de la veine-cave, & celui des veines hépatiques dans la veine-cave.

Certainement on ne peut pas dire que le sang des artères hépatiques, que les battemens alternatifs de ces artères impriment du mouvement à la foible quantité du sang que la veine-porte donne au canal veineux.

On ne peut pas même dire que les organes de la respiration de l'enfant agissent beaucoup sur le canal veineux; car, 1.^o la situation est très-profonde & très-reculée auprès de l'épine; 2.^o il ne donne point de rameaux, & il est très-court & très-étroit; il ne présente donc qu'une surface très-petite si on la compare à celle de la moindre des branches qui naissent du sinus ombilical devenu la branche gauche du sinus de la veine-porte.



N,

,

/

/

ce.

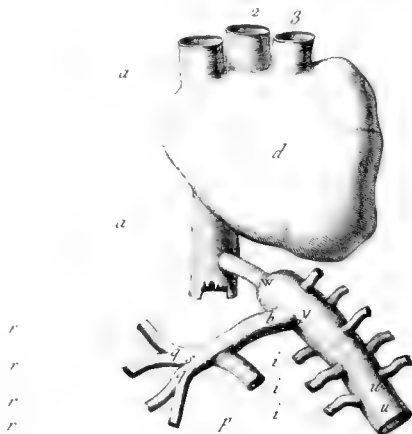
r

u

es

unt

PLANCHE pour servir au III.^{ème} MÉMOIRE de M. BERTIN,
sur la circulation du sang dans le fœtus humain.



EXPLICATION DE LA FIGURE.

- | | |
|--|---|
| d..... le cœur et les oreillettes..... | p..... la veine porte coupée. |
| a a..... la veine cave coupée..... | i i..... rameaux que le sinus ombilical |
| 2..... l'aorte coupée..... | donne au lobe droit du fœye. |
| 3..... l'artere pulmonaire coupée..... | cccc..... branches que le sinus ombilical |
| b..... tige ou branche capitale | donne au lobe gauche du fœye. |
| de la veine ombilicale..... | q. q..... les deux branches capitales |
| u u..... la veine ombilicale..... | que le confluent s. donne au |
| v..... le sinus de cette veine..... | lobe droit du fœye. |
| w..... le canal veineux..... | rrrr..... rameaux principaux que les |
| s..... le confluent de la veine porte p. | deux branches q. q. du confluent |
| et de la tige b. de la veine ombilicale | s. donnent au lobe droit. |

NOUVELLES RECHERCHES

Sur la cause générale du chaud en Été & du froid en Hiver, en tant qu'elle se lie à la chaleur interne & permanente de la Terre;

En supplément & correction au Mémoire qui fut donné sur ce sujet dans le Volume de 1719, page 104.

Par M. DE MAIRAN.

1. **L**E but de ce Mémoire étoit de montrer qu'il y a dans tous les climats un principe de chaleur, actuellement indépendant de la cause générale de la vicissitude des saisons ou de l'action immédiate du Soleil sur la Terre, & sans lequel l'Été & l'Hiver que nous éprouvons, le degré de chaleur dans l'un, le degré de froid ou de moindre chaleur dans l'autre, & leurs rapports, tels qu'ils nous sont indiqués par le thermomètre, deviennent absolument inexplicables, & contradictoires avec tout ce que nous avons d'expériences sur ce sujet.

2. La théorie de ce principe est fondée sur ce que la différence qui se trouve entre la chaleur que le Soleil nous communique en Été, & celle qu'il nous communique en Hiver, est très-grande, tandis que la différence de la chaleur absolue de l'Été à celle de l'Hiver est très-petite. D'où naît la conséquence, qu'il y a donc réellement une très-grande cause de chaleur, & réellement une très-grande chaleur, dont les émanations s'ajoutent sans cesse à la cause générale de la vicissitude des saisons, & sur laquelle, comme base, s'élèvent alternativement les degrés de la chaleur simplement solaire en Été & le degré de chaleur de même espèce en Hiver, dont les sommes doivent être entre elles dans le rapport de la chaleur absolue de l'Été à la chaleur absolue de l'Hiver.

3. Par exemple, les degrés de chaleur en Été, par la seule action annuelle du Soleil, dans le climat ou à la latitude de Paris, comparés au degré de chaleur de l'Hiver, ont été trouvés dans le Mémoire, en raison de 66 à 1 ; & par les observations de M. Amontons, sur son Thermomètre exposé aux rayons du Soleil, dans les deux solstices, les plus grandes chaleurs de l'Été du même climat, ainsi mesurées, ne diffèrent du froid de l'Hiver quand l'eau se glace, que comme 60 diffère de $51\frac{1}{2}$, ou, à très-peu près, comme 7 de 6 ; puisque $60 : 51\frac{1}{2} :: 7 : 6\frac{1}{120}$. Or d'où viendrait une si prodigieuse différence entre ces deux rapports, si ce n'est de ce feu intérieur quelconque qui agit sans cesse vers la surface de la Terre, en Été & en Hiver, & dans tous les climats, abstraction faite des variations que les circonstances locales & accidentelles peuvent y apporter.

4. De l'Été, ou de la chaleur solsticielle absolue d'Été, selon M. Amontons, alors mon unique guide, par son Thermomètre & par ses observations, s'ensuivoit, relativement à la chaleur solsticielle absolue d'Hiver égalée à 1, la valeur d'environ 393 degrés pour la chaleur émanée du fond de la Terre, & par-là 392 fois plus grande que la chaleur communiquée en Hiver par la seule action du Soleil.

5. Voilà l'esprit, & un précis de mon ancien Mémoire, lu dans l'Assemblée publique d'après Pâques 1719. En voici l'Analogie constitutive que je résumai en finissant, & que je crois à propos de rapporter ici, pour une plus parfaite intelligence de ce qui suit ; après quoi on pourra se passer de recourir davantage à ce Mémoire.

6. *Comme l'excès de la chaleur de l'Été, provenant seulement de la cause générale de la vicissitude des saisons, qui est le Soleil, sur la chaleur de l'Hiver provenant de la même cause,*

Est à cette chaleur de l'Hiver ;

Ainsi l'excès de la chaleur totale de l'Été sur la chaleur totale de l'Hiver, provenant du concours de toutes les causes,

Est

Est à une quatrième proportionnelle, qui étant ôtée de la chaleur totale de l'Hiver, il restera la quantité de chaleur fondamentale qui demeure ordinairement sur la Terre dans le climat où les observations ont été faites.

7. « C'est une Analyse, une espèce d'inverse, par laquelle on remonte du rapport donné de la chaleur totale de l'Été à celle de l'Hiver total, résultans du concours de toutes les causes, & du rapport de celles qui ne dépendroient que des rayons du Soleil, à la chaleur propre du climat, indépendante de l'action journalière du Soleil. »

8. Il n'en falloit pas davantage pour prouver la réalité de ce fonds permanent de chaleur propre à chaque climat. Mais un principe de cette importance, & si fécond en matière de Physique & de Météorologie, n'ayant pu manquer de se présenter à moi depuis en mille occasions, & sous mille formes différentes, j'ai cru devoir enfin le remanier avec plus d'ordre & de détail, & en montrer plus particulièrement l'accord avec les phénomènes les plus remarquables de l'Été & de l'Hiver.

9. Un de ces phénomènes sur lequel j'insisterai davantage, observé par M. de *Reaumur*, & connu depuis que son thermomètre a été porté dans les quatre parties du Monde, quatorze ou quinze ans après la lecture de mon Mémoire, est celui de la chaleur sensiblement égale entre les Étés de tous les climats; tandis que le froid ou la chaleur moindre des Hivers y diffère communément d'autant plus d'un climat à l'autre, que la latitude en est plus différente. Cette égalité, dis-je, que personne, que je sache, n'a tenté d'expliquer, ni de contredire, confirmée ici par de nouvelles observations, y sera ramenée enfin à son principe, & fera l'une des plus importantes parties de ces Recherches.

10. Je lus à l'Académie deux années après mon Mémoire*, & sur mon Mémoire, un éclaircissement qui avoit pour objet la solution de ce Problème, * Voy. *Mém. de l'Acad.* 1721, p. 8.

Mém. 1765.

. T

Le rapport de deux degrés ou quantités de lumière du Soleil vu sur l'horizon à travers l'Atmosphère, à deux hauteurs différentes & connues, étant donné, trouver quelle partie de la lumière absolue du Soleil nous est interceptée par l'Atmosphère, à telle hauteur qu'on voudra. Problème qui eut le bonheur d'engager M. Bouguer à écrire son excellent *Essai d'Optique sur la Graduation de la lumière*, à l'occasion d'une expérience que j'y avois indiquée, & dont il a bien voulu me faire honneur dans sa préface & dans le corps de l'ouvrage.

11. Je démontrai aussi dans cet Éclaircissement, & relativement aux observations que j'y employois, que *des vapeurs de même nature & de même densité doivent donner une réfraction d'autant plus grande, que la couche qu'elles forment sur la surface de la Terre est moins épaisse.*

On verra assez en son lieu l'usage qu'on peut faire de ces deux propositions.

12. Quant aux preuves de l'existence du Feu central, que j'ajoutai dans la dernière édition de ma Dissertation sur la Glace en 1749, par l'application de ce Feu à la congélation même, & à plusieurs autres phénomènes, je ne ferai pas difficulté de les rappeler, & d'en employer encore ici quelques-unes, comme à leur véritable place, & comme plus fortes à la suite d'un principe mieux développé & plus approfondi.

13. Commençons par établir la cause générale de la vicissitude des saisons, la valeur, l'énergie de cette cause. Elle a fait la première partie de mon ancien Mémoire, elle fera de même celle de ces nouvelles Recherches. Mais, pour y procéder avec plus de clarté, fixons la signification des termes dont nous aurons le plus fréquemment à nous servir dans tout cet Écrit.

DÉFINITIONS & Avertissemens.

14. La cause générale de la vicissitude des saisons dans tous les climats est visiblement le Soleil, par son cours annuel entre les Tropiques. Je nommerai donc *Été solaire*, & *Hiver*

solaire l'Été & l'Hiver qui ne seroient produits que par la seule action du Soleil aux deux solstices, sans l'intervention d'aucune autre cause. Ils pourroient encore être appelés *Astronomiques*, comme résultans des hauteurs, des distances, & de la demeure du Soleil sur l'horizon, telles que l'Astronomie nous les apprend.

15. *L'Été & l'Hiver réels*, ou proprement dits, & que j'appellerai aussi quelquefois tout simplement l'*Été* & l'*Hiver*, seront ceux que l'expérience nous a fait connoître, & que les observations nous indiquent sur le Thermomètre, en des temps quelconques, les plus chauds & les plus froids, qui se trouvent communément dans les saisons nommées *Été* & *Hiver*; mais que nous supposerons toujours ici, de même que l'*Été* & l'*Hiver* solaires, transportés aux deux jours solsticiaux qui y répondent : on en verra la raison. L'Été réel sera donc le plus grand chaud en intensité, & l'Hiver réel le plus grand froid rapportés aux deux jours solsticiaux, année commune, par toutes les causes réunies, astronomiques, physiques & locales du climat, par l'action des rayons du Soleil, & sur-tout par l'émanation de chaleur qui provient du feu intérieur de la Terre.

16. Le Printemps & l'Automne sont des saisons intermédiaires que nous pouvons regarder comme des extensions de l'Hiver & de l'Été, & que je réunirai toujours à celles-ci.

17. L'Été & l'Hiver réels de M. *Amon*tons, que j'avois seuls employés dans mon ancien Mémoire, ne diffèrent de ceux dont je viens de parler, qu'en ce qu'ils ne sont déterminés que par la chaleur immédiate des rayons solaires, observée sur son Thermomètre, & produite en même temps par toutes les causes physiques & locales qui s'y compliquent & qui les modifient, dans les deux jours des solstices, à midi.

18. Nous devons enfin imaginer un autre Été & un autre Hiver, qui, selon toute apparence, n'existent rigoureusement parlant nulle part, mais dont la considération est ici indispensable & de la plus grande importance : savoir, l'Été & l'Hiver qui régneraient dans chaque climat à raison de sa latitude, &

par les seules causes générales, tant du Feu intérieur de la Terre que de l'action du Soleil, abstraction faite de tout ce qui s'y mêle de local & d'accidentel. Je nommerai cet Été & cet Hiver *Rationnels*. Et nous verrons peut-être que la Nature s'écarte bien moins aujourd'hui de cette régularité, qu'on ne l'auroit cru d'une première vue, si l'on en excepte les pays couverts de montagnes ou d'épaisses forêts.

19. Comme nous n'avons jusqu'ici nulle connoissance exacte de la chaleur considérée en elle-même, & que nous n'en saurions exprimer la quantité, qu'en la comparant à telle ou telle autre chaleur, c'est-à-dire, à telle ou telle raréfaction d'un corps fluide ou solide, & par-là à tel ou tel Thermomètre, nous devons soigneusement distinguer toutes les espèces de commune mesure dont nous nous servirons pour en déterminer les rapports. Or cette commune mesure ou ces degrés de chaleur relative se présenteront ici principalement sous ces deux aspects.

1.^o Simplement, comme nombres résultans des sinus de hauteur solaire, & autres élémens qui en dépendent, & sous cet aspect, je les nommerai *degrés* ou *parties Trigonométriques*.

2.^o Comme *Thermométriques*; en quoi nous convertirons toutes les expressions de chaleur, ainsi que j'avois fait par rapport au thermomètre de M. Amontons, & que je ferai dans la suite pour celui de M. de Reaumur. Mais cette conversion n'aura lieu qu'après que j'aurai donné en degrés de ce dernier les Étés & Hivers réels, & lorsqu'il s'agira d'en établir le rapport par une commune mesure, tant avec les émanations du Feu intérieur de la Terre, qu'avec les Étés & Hivers Rationnels. Je n'emploierai donc jusque-là, & à l'égard des solaires, que les degrés ou parties trigonométriques.

20. Enfin, j'entends par les Émanations du Feu intérieur de la Terre, la partie de ce Feu ou de cette chaleur profonde, qui se fait sentir dans tous les climats; & je les qualifierai de *centrales*, en ce qu'elles agissent *centralement*, comme si en effet elles partoient du centre du globe, sans que je prétende par

cette qualification déterminer le lieu, ni l'origine de ce qui les produit. Ce n'est pas que l'opinion d'un feu véritablement central, & peut-être de même nature que celui du Soleil, en un mot, que le petit Soleil *encroûté* de Descartes, bien entendu, ne me paroisse aussi soutenable qu'aucune autre hypothèse de cette espèce, & ne semble percer ici de toutes parts. L'objection de *Gassendi*, si souvent répétée dans quelques livres modernes, & cependant si peu solide, que *le feu ne sauroit subsister en un lieu où l'air & l'aliment lui manquent*, tomberoit par-là d'elle-même; car est-ce l'air proprement dit, ou un air semblable au nôtre qui fait l'aliment du Soleil? Et n'y a-t-il point d'autre feu dans la Nature que celui de nos foyers? D'autre principe de chaleur, qui ne puisse être nourri & entretenu par des substances, soit fluides, soit solides, différentes de l'air qui environne la Terre, & que nous respirons? Le feu électrique, par exemple, qui pourroit bien n'être qu'une émanation particulière du feu central ou très-profond, ne subsiste-t-il que dans l'air & par l'air? Ce qui est certain, c'est qu'il *coule avec plus de facilité & plus abondamment dans le vide que dans l'air de l'Atmosphère (a)*; mais je veux affranchir ces Recherches de toute hypothèse sur ce sujet. Cependant pour abrégér, ou par manière d'exemple, je ne ferai pas difficulté de nommer *Feu central* le principe quelconque de chaleur, dont je viens de parler, & quelquefois aussi de donner ce nom aux émanations même par où il se manifeste, lorsqu'il n'en pourra naître aucune équivoque.

Ordre & division de cet Ouvrage.

21. Je le diviserai en trois sections, relativement aux trois sortes d'Été & d'Hiver que je distingue dans les définitions précédentes.

(a) *Éclaircissemens sur plusieurs faits concernant l'Électricité, par M. l'Abbé Nollet, Mém. de l'Acad. 1747, p. 196.* Ce qui est confirmé ensuite dans ses Lettres sur la même matière en 1753, & par de nouvelles

expériences, p. 74, 75 : *Le fluide électrique, dit-il, se meut avec une merveilleuse facilité dans le vide ... & ce feu y brille de toute une autre manière que dans l'air, &c.*

L'Été & l'Hiver purement Solaires, Astronomiques, & indépendans de toute autre cause que le Soleil, occuperont la première partie.

L'Été & l'Hiver Réels, qui dépendent de toutes les causes, tant physiques & particulières, qu'astronomiques, d'après les observations les plus exactes que j'en ai pu recueillir, feront le sujet de la seconde.

Je traiterai enfin dans la troisième des Étés & des Hivers Rationnels, & plus particulièrement du Feu central, qui n'en est pas moins la base que des Réels.

Tout ceci étoit à peu-près dans le même état & avoit été lû à l'Académie dès 1757 ou 1758, & je n'en avois différé l'impression que dans l'attente des nouvelles observations météorologiques que j'espérois me procurer, mais dont je n'ai obtenu que partie & bien tard. Ainsi les calculs déjà faits, les Tables déjà construites, en quoi consistent principalement ces Recherches, s'y borneront toujours à l'année 1756 inclusivement, en remontant de-là jusqu'au commencement du siècle. Et je m'y suis encore déterminé par la circonstance, que les observations météorologiques qui se faisoient à l'Observatoire par ordre de l'Académie, & qui constituent ici le terme de comparaison avec toutes les autres, ont éprouvé depuis une assez longue interruption.

PREMIÈRE SECTION,

DE L'ÉTÉ ET DE L'HIVER SOLAIRES.

Éléments, valeur & rapport de cet Été & de cet Hiver, pour un Climat ou pour une latitude quelconque.

22. JE supposerai par-tout avec Newton (b), que la force du Soleil, pour échauffer un Climat, est proportionnelle à sa lumière, & sa lumière à la densité ou quantité de ses rayons dans un même espace.

(b) Princ. Math. Lib. 3, Prop. 8, Cor. 4; & Prop. 41, pag. 508, 3.^{me} Edit.

Car de quelque façon qu'on entende la différence qu'il y a de la chaleur à la lumière, & quels que soient les agens secondaires que les rayons du Soleil mettent en mouvement, les effets en seront toujours proportionnels à la cause.

23. Soit LN un plan horizontal ou la commune section Fig. 1. de ce plan avec le méridien PQH , décrit du centre A ; Z sur la verticale AZ , le zénith du lieu; XAP l'axe du Monde; EAQ , perpendiculaire à cet axe, l'Équateur; & les parallèles RI, OY ; à égale distance de part & d'autre les deux Tropiques, savoir, RI le Tropique du Cancer, & OY celui du Capricorne.

Si des points I, Y , on abaisse les sinus IS, YC , sur l'horizontale AH , ces sinus donneront les hauteurs du Soleil aux deux solstices I, Y , savoir IS au solstice du Cancer ou d'Été, pour l'hémisphère Boréal auquel seul ici nous faisons d'abord attention, & YC au solstice du Capricorne ou d'Hiver.

Ayant donc mené sur AZ les sinus de complément YD, IV des hauteurs YC, IS , & par les points Y, I , les sécantes AT, At des angles ZAT, ZAt , cosécantes des sinus YC, IS , elles exprimeront les directions d'incidence des rayons solaires sur le plan LN , & ZT, Zt , menées par le Zénith Z , en seront les cotangentes (c).

24. Soient $MGF, m g f$, les couches, tant supérieures qu'inférieures, de l'atmosphère terrestre, au-dessus du plan LAN , auquel elles sont parallèles. Les cosécantes AT, At exprimeront aussi les chemins parcourus FA, fA , & GA, gA , par les rayons du Soleil dans l'atmosphère à travers toutes les couches d'air ou de vapeurs qui la composent, & par-là les différentes quantités de rayons interceptés à leur rencontre, dans tous les cas où ces couches pourront être prises pour sensiblement planes, & s'éloigneront peu du Zénith. Mais on voit bien que la seconde de ces deux conditions, la proximité du Zénith, ne pouvant avoir lieu que dans un fort

(c) Je mesurerai toujours ces directions, ainsi que les obliquités, par l'angle que fait le rayon d'incidence avec l'horizontale.

petit nombre de cas, la méthode seroit trop imparfaite, & que nous serons obligés d'y en substituer une autre plus générale & plus exacte.

25. Nous ferons entrer dans le calcul des forces du Soleil pour échauffer un climat à l'un & à l'autre Solstice, les différentes distances de cet astre à la Terre.

26. Et enfin la longueur des jours d'Été, comparée à la brièveté des jours d'Hiver, ou la demeure du Soleil sur l'horizon, en vertu des amplitudes de l'Astre, & proportionnelle aux arcs semidiurnes que nous en donnent les Tables.

27. Voilà donc quatre facteurs & autant d'Éléments qui composeront le rapport total de l'Été à l'Hiver solaires d'un climat.

Les sinus de hauteur,

Le plus ou le moins de force ou de rayons qui restent à la lumière après son passage par l'atmosphère,

Les distances ou les proximités du Soleil,

Et la longueur des jours ou les arcs semi diurnes;

Mais dont il convient de spécifier & de discuter plus particulièrement la valeur & les effets.

P R E M I E R É L É M E N T.

28. *Les sinus des hauteurs solaires à l'un & à l'autre solstice, abstraction faite de toute autre cause.*

C'est ainsi que je simplifie aujourd'hui cet Élément, malgré les raisons apparentes & les autorités qui me l'avoient fait évaluer autrefois par ses quarrés. Question importante, & qui mérite assurément d'être approfondie.

29. Deux hommes célèbres, M. Halley, & M. Fatio de Duillier, peuvent être mis à la tête de ces deux hypothèses; M. Halley en faveur des *simples sinus*, dans un Mémoire qu'il donna en 1693 à la Société Royale de Londres, *sur la chaleur*.

chaleur proportionnelle du Soleil dans toutes les latitudes (d). M. Fatio en faveur des quarrés des sinus, dans son *Traité des murs inclinés à l'horizon pour les arbres fruitiers* (e), imprimé six années après dans la même ville.

30. Du reste, on convient de part & d'autre, que la quantité des rayons qui tombent sur un plan quelconque est proportionnelle aux sinus de la hauteur solaire d'où ils y tombent.

31. Si le plan *LN*, qui représente la surface de ce climat, Fig. 1. étoit parfaitement uni & mathématique, il n'y auroit pas de doute à l'hypothèse de la raison doublée ou des quarrés des sinus; puisque selon la loi de Mécanique ou d'Hydrostatique, tout corps, solide ou fluide, qui vient frapper un plan sous une direction quelconque, agit sur lui, 1.° en raison de sa masse, de sa quantité, ou, comme on peut l'imaginer ici à l'égard de la lumière, du nombre de ses filets, toujours proportionnel au sinus de leur incidence sur ce plan. 2.° En raison du choc qu'ils y exercent dans le rapport de ces mêmes sinus; d'où naissent leurs quarrés. Et c'est-là aussi tout ce qu'en dit M. Fatio, sans autre explication.

32. Mais la plaine la plus parfaite & le terrain le plus uni n'étant à la rigueur, & eu égard à la ténuité presque infinie de la lumière, qu'un assemblage de creux & d'éminences, qu'un tissu de plans différemment inclinés que les rayons du Soleil viennent frapper sous toutes les directions possibles, quelles que soient les hauteurs d'où ils y tombent, il est évident qu'on ne sauroit plus évaluer l'action du Soleil sur le terrain, non plus que la chaleur totale qui en résulte, selon la loi de Mécanique, ni par conséquent en raison doublée des sinus de hauteur. Le Soleil n'agira donc sur ce plan ou sur le climat, que par la quantité plus ou moins grande des rayons qui tombent sur sa surface, dans l'un & dans l'autre solstice.

(d) The proportional Heat of the sun in all Latitudes; *Philos. Transact.* n.° 293.

(e) Fruit Walls improved by inclining them tho the Horizon, p. 39. *Mém.* 1765.

Et voilà l'hypothèse des simples sinus, qui sera désormais notre premier & principal Élément.

Voyons cependant tout ce qu'on peut alléguer contre ; il en résultera un nouveau jour sur cette théorie.

OBJECTIONS ET RÉPONSES.

33. *I.^{re} OBJECTION.* On sait aujourd'hui que ce n'est pas de la surface grossière & palpable des corps que se fait la réflexion de la lumière, mais d'une surface invisible, & un peu avant que de les toucher, comme s'ils étoient couverts d'une atmosphère, d'un vernis délié qui en remplit les vides, & en effaçât les éminences. L'expérience journalière du miroir, d'où les rayons se réfléchissent presque tous selon la loi de l'angle de réflexion égal à celui d'incidence, en est une preuve incontestable. Eh ! qu'est-ce pourtant à l'égard de la lumière que la surface du miroir le plus poli, qu'un amas de rugosités & de sillons ? Mais écoutons là-dessus M. *Newton*, qui en a fait le titre & le sujet d'une des plus importantes Propositions de son Optique (*f*). *La cause, dit-il, de la réflexion n'est pas l'incidence de la lumière sur les parties solides ou impénétrables des corps, comme on l'a toujours cru jusqu'ici. . . .*

« Si la réflexion des rayons de la lumière se faisoit par le choc
 » contre les parties solides des corps, ces rayons ne seroient pas
 » réfléchis par les corps polis aussi régulièrement qu'ils le sont...
 » car si la lumière étoit ainsi réfléchie, elle seroit autant dispersée
 » par le verre le plus poli, que par le plus raboteux
 » Et l'on ne peut résoudre le Problème qu'en disant, que la réflexion d'un rayon est produite, non par un point particulier
 » du corps réfléchissant, mais par quelque puissance du corps,
 » qui est également répandue sur toute la surface, & par laquelle le corps agit sur le rayon sans le toucher immédiatement ».
 Quelle que soit la cause, le fait n'est pas douteux. Le choc de la lumière sera donc proportionnel au sinus de son incidence sur des surfaces sensiblement planes dans leur totalité ; & l'on

(*f*) *Prop. 8, l. 2, part. III* de la traduction de M. *Cofte*, revue par M. *Vanignon*.

pourra imaginer un pays de plaine comme un vaste miroir, où les petites inégalités s'évanouissent, & même les grandes, les montagnes & les forêts si elles n'y sont qu'en petit nombre.

34. *RÉPONSE.* Mais il est clair que tout ce raisonnement & la conclusion qu'on en tire, ne portent que sur cette supposition tacite, savoir; que l'épaisseur de cette atmosphère ou de cette enveloppe au-dessus de laquelle agit la puissance quelconque des corps réfléchissans, est proportionnelle à leur masse, ou à leur volume; tandis qu'elle n'est pas vraisemblablement plus grande sur le plus gros rocher, qu'autour du plus petit grain de sable; comme il est visible ou comme on peut s'en convaincre de mille manières différentes. Qu'on jette en effet quelques grains de sable ou de poussière, de verre même, sur ces corps polis dont parle *Newton*, ou qu'on les sillonne de quelques rainures, on y verra bientôt disparaître la réflexion générale sensiblement régulière, & uniquement due au fluide subtil qui en remplissoit les cavités insensibles. Eh comment cette atmosphère quelconque, dont je ne prétends pas d'ailleurs rejeter l'existence, rempliroit-elle les vides, couvrirait-elle les éminences d'un terrain qui n'est presque jamais, & sur-tout dans les climats qui sont notre principal objet, qu'un assemblage de mottes de terre, de cailloux, de fossés, de tertres & de collines, d'herbages, d'arbres & de bois? La réflexion régulière & le choc relatif au plan mathématique, étant donc ici manifestement impossibles, & l'analogie du miroir au pays de plaine, purement imaginaire, l'hypothèse des quarrés demeure sans fondement, & celle des simples sinus la seule admissible.

35. *II.^{me} OBJECTION.* La lumière n'a pas seulement la propriété de se réfléchir à la rencontre des corps qui s'opposent à son passage, elle a encore celle de les pénétrer plus ou moins, à raison de leur texture, & selon qu'ils sont plus ou moins perméables à ses rayons. L'or même, de tous les métaux le plus dense, & certainement très-opaque, n'est pas exempt de cette pénétrabilité, puisque étant réduit en feuille, il laisse passer des rayons d'un bleu verdâtre, en

même temps qu'il nous en réfléchit de jaunes. Or les rayons les moins obliques au plan du climat ne pénétreront-ils pas plus avant dans le terrain quelconque qui le compose, ou, ce qui revient au même, n'en échaufferont-ils pas une couche plus profonde ou plus épaisse que ceux qui y sont plus obliques, en raison des sinus de la hauteur d'où ils y tombent? Et puisqu'en même temps ils y tombent en plus grande quantité, & dans le même rapport, n'échaufferont-ils pas le climat en raison doublée ou comme les quarrés de ces mêmes sinus?

36. *RÉPONSE.* Ce raisonnement est fondé sur l'égalité de deux rapports; le premier, entre les épaisseurs des couches pénétrées & les sinus de la hauteur solaire, qui est réel; le second, entre les pénétrations ou les chemins parcourus dans ces couches par les rayons avec les épaisseurs de ces couches, qui est faux ou équivoque, &, en général, incompatible avec le premier. Mais c'est ce qu'on ne voit pas d'abord, & qui mérite éclaircissement.

S'il étoit vrai que les chemins parcourus dans les couches par les rayons fussent proportionnels aux épaisseurs, &, comme le renferme l'objection, aux sinus de hauteur, ces rayons y choqueroient donc, y ébranleroient & y échaufferoient d'autant plus de parties, qu'elles seroient plus épaisses en raison des sinus; & cette circonstance venant à se compliquer avec celle du nombre des rayons d'autant plus grand en semblable raison, il est clair qu'il en résulteroit par-là sur le climat une chaleur totale en raison doublée, ou comme les quarrés des sinus. La conséquence est juste, & seroit concluante si le principe n'étoit pas faux.

37. Ce qui jette ici le plus d'obscurité, ce sont les réfractions inévitables de la lumière à son passage d'un milieu dans l'autre, de l'air dans le terrain; c'est-à-dire, dans un milieu composé d'une infinité d'autres milieux, de réfringence & de pénétrabilité différentes, & qui de plus présente extérieurement à ses rayons une infinité d'éminences, de cavités & de faces différemment inclinées à l'horizon: car tel est le plan physique &

général d'une campagne, & du climat le plus uniforme. Et quelle direction, quelle longueur de chemins parcourus dans le terrain adopterons-nous d'après toutes ces pénétrabilités, ces réfringences & ces réfractions différentes ? Difficulté cependant qui n'infirme pas davantage notre hypothèse des simples sinus, que celle de leurs carrés ou l'objection même, & que nous devons éclaircir indépendamment de toute objection & de toute hypothèse.

38. J'observe donc, 1.^o Que parmi tous ces plans réfringens, il y en aura toujours un nombre infini qui se trouveront perpendiculaires aux rayons incidens, ainsi qu'à la direction générale du faisceau de ceux qui partent de la même hauteur, & où, par conséquent la réfraction, nulle à cet égard, se confondra avec la ligne sensiblement droite qu'ils parcourroient dans l'air avant la rencontre du nouveau milieu.

2.^o Qu'il y aura donc en général, autant d'espèces de rayons véritablement rompus, & en nombre à peu près égal dans chaque espèce, qu'il y en a de part & d'autre qui s'écartent plus ou moins de la direction rectiligne du faisceau, soit au-dessus, soit au-dessous de cette direction.

3.^o Que nous devons considérer ces deux classes de rayons, l'une au-dessus, l'autre au-dessous de la direction rectiligne & continue où le détour de la réfraction n'a pas lieu, comme deux poids ou deux forces qui se balancent réciproquement par leurs quantités ou par leurs effets : car le chemin parcouru des uns de ces rayons, en tant qu'ils sont plus ou moins obliques à l'horizon & au terrain, compensera le nombre plus ou moins grand des autres ; selon que la direction rectiligne & continue se rapprochera ou s'écartera davantage du plan horizontal. Et voilà enfin le cas que nous choisirons, comme moyen entre tous les autres, & d'après lequel nous chercherons le rapport que les chemins parcourus dans le terrain & dans des couches plus ou moins épaisses, doivent avoir entr'eux.

4.^o Que si pour quelque doute, ou quelque point de vue particulier, on vouloit adopter à la place de ce cas moyen,

celui d'un rayon rompu quelconque, il n'y auroit alors qu'à le ramener à une semblable construction, par le prolongement de la partie réfractée dans le terrain jusqu'au point radiant: comme on est censé le pratiquer en Astronomie dans les hauteurs corrigées & par rapport au passage de la lumière de l'Éther dans l'atmosphère terrestre. Il en naîtroit seulement, avec cette hauteur corrigée & d'autres épaisseurs de couches, & d'autres chemins parcourus; sans quoi les données du Problème deviendroient contradictoires.

39. Or cela posé, la prétendue égalité des deux rapports, en quoi consiste toute la force de l'objection, tombe d'elle-même, & je dis, que les chemins parcourus dans les couches, & quelle que soit la hauteur solaire, bien loin de se trouver en raison des sinus ou des épaisseurs de ces couches, seront absolument égaux entr'eux.

Ce qui va être mis sous les yeux dans la figure suivante, qui n'est autre chose que la première (décrite ci-dessus n.^o 23) & retracée en partie dans l'angle droit, opposé par son som-

Fig. 2. met à ZAH .

Car imaginons au-dessous du plan horizontal AS , & parallèlement à ce plan, les deux couches données $ApmH$, $APnH$, dont les épaisseurs Ap , AP , sont en raison des sinus CY , SI , des hauteurs Q , R , d'Hiver & d'Été; ou, ce qui revient au même, soient les épaisseurs de ces couches supposées égales aux sinus de hauteur qui les représentent, $CY = AD$, $SI = AV$, & qui donnent $ADMH$, $AVNH$.

Il est évident par les triangles semblables ADY , AZT ; AVI , AZt , qu'on aura toujours AD ou $CY : AI$ ou $AZ :: AZ : AT$; AV ou $SI : AI$ ou $AZ :: AZ : At$; & $(AZ)^2 = (AY)^2 = (CY \times AT)$; $(AZ)^2 = (AI)^2 = (SI \times At)$ &c. c'est-à-dire, les chemins quelconques AY , AI , parcourus dans leurs couches $ADMH$, $AVNH$, toujours égaux au sinus total AZ , moyen proportionnel entre le sinus de hauteur donné & la sécante, AT , At .

Donc tous les chemins parcourus quelconques, toujours égaux au rayon AZ , AY ou AI , seront absolument égaux entr'eux. Fig. 2.

Et il n'est pas moins clair, que si du centre A , on décrit le quart-de-cercle hyz , dont le rayon Az , soit aux épaisseurs Ap , AP des couches pH , PH , immédiatement données, comme AZ est à AD , AV , on y retrouvera les mêmes analogies, & la même égalité de pénétrations & de chemins parcourus Ay , Ai , &c.

Donc tout l'avantage du solstice d'Été sur le solstice d'Hiver se réduit, dans la question présente & d'après notre premier Élément, à la seule quantité plus ou moins grande des rayons solaires, RA , ra ; QA , qa , qui tombent de l'un & de l'autre solstice sur le même espace Aa , du plan horizontal AH , dans le rapport des sinus de hauteur, qui est précisément celui des faisceaux ou des baguettes de lumière $RAar$, $QAaq$, qui expriment ces quantités, conformément à l'hypothèse des simples sinus.

40. *III. OBJECTION.* On demandera peut-être enfin, si, malgré l'autorité de M. *Newton* (*n.º 22*) & l'opinion commune, il est absolument hors de doute que la force du Soleil, pour échauffer un climat, soit proportionnelle à sa lumière ou au nombre des rayons qui en tombent sur un même espace? Et si la communication, la complication de chaleur, qui résulte de leur nombre, n'en rend pas les effets supérieurs à leur rapport numérique?

41. *RÉPONSE.* A quoi je ne saurois mieux répondre qu'en rapportant les expériences que je fis il y a quelques années sur ce sujet.

Je m'étois fait construire une machine composée de trois miroirs plans & carrés, d'environ 8 pouces de côté, semblables entr'eux de tout point, & mobiles en tous sens. De façon qu'ayant reçu la lumière du Soleil sur un de ces miroirs, sur deux, ou sur tous les trois, on pouvoit la faire retomber par réflexion sur tels objets qu'on vouloit, ou la faire coïncider

sur un seul & même objet. C'est comme un extrait des mémoires brûlans de M. de *Buffon* *, construit d'après la même mécanique & par le même Artiste, M. *Passavant*, qui n'étant pas moins capable de me donner de bons avis sur ces expériences, que d'en exécuter la machine, a bien voulu m'y aider par son adresse, & de ses lumières. Ce fut vers la fin du mois de Mai que nous nous transportâmes dans ce dessein au haut du pavillon du Louvre, qui regarde le nord & le couchant d'Été. J'y avois fait placer d'avance & à l'ombre, cinq à six thermomètres de M. de *Reaumur*, tant à mercure qu'à esprit-de-vin. Nos expériences, commençant à quatre heures du soir, y étoient continuées jusqu'à six ou sept heures. Nous faisions réfléchir les rayons du Soleil sur les boules des thermomètres, tantôt séparément, tantôt sur deux, trois ou quatre rassemblées dans un petit espace, & alternativement par un seul miroir, par deux, & par tous les trois ensemble, & nous les y tenions fixés jusqu'à ce que la liqueur ou le mercure demeurassent comme stationnaires au point où la chaleur de ces rayons les avoient fait monter, depuis le degré correspondant à l'ombre.

42. Or ces expériences ainsi répétées & le même jour, & un second jour, nous en tirâmes ce résultat, & avec plus de précision que je n'eusse osé l'espérer, que la montée de la liqueur ou du mercure, par la nouvelle chaleur qui leur étoit communiquée & qui n'alloit guère qu'à 2, 3 ou 4 degrés de plus par un simple miroir, étoit toujours proportionnelle au nombre des miroirs qui l'avoient produite, double ou triple; c'est-à-dire que si un seul miroir avoit fait monter l'esprit-de-vin ou le mercure, par exemple, de 3 degrés, deux miroirs réunis les faisoient monter de 6, & trois miroirs de 9 degrés. Ce qui nous redonne visiblement la Proposition de *Newton*, & d'une manière d'autant plus concluante que les matériaux de l'expérience, & l'opération même, renferment tous les accidens de la lumière énoncés dans les articles précédens, la Réflexion, la Pénétration & la Réfraction.

C'est

C'est après un tel examen que je n'ai pas cru devoir balancer davantage sur la question, & en faveur des simples sinus.

43. Comme nous aurons à tenir compte des Réfractions dans l'évaluation des hauteurs solaires, j'avertis que je prendrai toujours ces Réfractions, ainsi que la plupart des autres élémens du calcul astronomique, dans le livre de la *Connoissance des Temps*, année 1757, où j'ai commencé de lire ces Recherches à l'Académie. La Réfraction horizontale y est supposée de 32 minutes 20 secondes, comme elle l'est depuis bien des années, & notamment, depuis les derniers voyages de nos Académiciens vers l'Équateur, & vers le Nord, pour la mesure de la Terre. Une minute de plus ou de moins ne sauroit influer ici foncièrement sur nos conclusions.

SECOND ÉLÉMENT.

Les différentes Intensités de la Lumière, après son passage plus ou moins oblique dans l'Atmosphère.

Ce second Élément n'est guère moins susceptible de discussion que le premier.

44. Car 1.^o la raison inverse des cosécantes, pour exprimer les rayons interceptés par l'Atmosphère supposée plane, à différentes hauteurs du Soleil, est trop imparfaite & trop bornée à un petit nombre de cas pour nous arrêter, comme on a vu ci-dessus, II. 24.

45. 2.^o Le rapport des chemins parcourus par les rayons du Soleil dans l'atmosphère conçue comme sphérique & concentrique à la Terre, nous donneroit quelque chose de plus général, & de plus approchant du vrai, mais qui à mon avis n'est pas exempt d'erreur.

Et comme c'est encore ici un article du savant Géomètre (g), dont je viens de m'écarter dans l'évaluation du premier élément, il est à propos de montrer de même ce qui favorise la méthode à cet égard, & ce qu'il y a de défectueux.

(g) *M. Fatio, ubi sup. Fruit Wals, &c. p. 53.*

Mém. 1765.

. X

[Fig. 3.]

46. Soit $ARBD$ le Globe terrestre, dont le centre est T , le diamètre AB , $MFEO$ son atmosphère, supposée concentrique à ARB , & par-tout de même hauteur AM . Ayant mené par le point A l'horizontale & tangente LAN , prolongée en H , jusqu'à la superficie de l'atmosphère, & décrit du centre A , dans le plan de la figure & du méridien, le cercle LZN , que, pour plus de facilité, nous supposerons de même diamètre que la Terre ARD , soit pris l'angle donné HAY , de la hauteur du Soleil sur l'horizon, dont le sinus est YC , moitié de la corde AD , & où la droite AG qui rencontre la superficie de l'atmosphère en G , abstraction faite des réfractions, représente le chemin parcouru par les rayons solaires. •

47. Il est clair par cette construction, qu'on pourra toujours avoir géométriquement la longueur des chemins AG , & immédiatement en parties du diamètre terrestre. Car la propriété du cercle ou des lignes ME , GO , qui se coupent au point A de la circonférence ARD , donnera toujours

$$AG = \frac{AM \times AE}{AO}, \text{ d'où, \& de ce que } AE = AB + BE = AB + AM, AO = AD + DO = AD + AG, \& AD = 2YC, \text{ on formera une équation du second degré, dont la racine positive est}$$

$$AG = -YC + \sqrt{YC^2 + AM^2 + (AM \times AB)}.$$

Où, moyennant la valeur hypothétique de AM , assignée à l'atmosphère, & l'égalité du sinus total $AZ = AT$, tout est connu en parties du diamètre terrestre.

48. Mais quelque'avantage que cette méthode, qui est celle de M. *Fazio*, promette par-là, elle pêche en ce que les chemins AG ne sauroient être entr'eux comme les masses d'air qui s'y rencontrent, ni par conséquent comme les quantités de la lumière interceptée, & perdue pour le point A , & encore moins dans le rapport de celle qui parvient à ce point. Il faudroit pour cela que ces chemins, ou les rayons solaires qu'ils représentent, y rencontraissent sous le même angle toutes

les couches sphériques *mf*, $\mu\phi$, *MF*, de différente hauteur, Fig. 3. & par-là de différente densité, qui composent l'atmosphère; ce qu'il est visible qu'ils ne font pas, à cause de l'excentricité de ces couches relativement au point *A*; les plus basses *mf*, $\mu\phi$, y étant rencontrées plus obliquement que les plus hautes *MF*, & de plus, selon que toute l'atmosphère & ces couches seront supposées moins épaissies & plus près de la Terre: comme on peut le déduire de l'énoncé du Théorème ci-dessus, n. 11, indépendamment de la réfraction, & comme je l'ai démontré dans les Mémoires de l'Académie de 1721.

49. Il n'y a donc ici d'autre ressource que l'observation immédiate des quantités de lumière qui parviennent au point *A* de différentes hauteurs; & je ne vois rien de mieux à faire en ce cas, que d'adopter les observations & les expériences qu'en a faites M. *Bouguer*, & que j'ai tout lieu de croire aussi exactes qu'ingénieuses. Il les a résumées à la fin de son *Essai d'Optique sur la gradation de la Lumière*, dans une Table à trois colonnes, dont la première donne les hauteurs apparentes de l'*Astre* sur l'horizon de 10 en 10 degrés, depuis le zénith jusqu'à 70^d, de 5 en 5 depuis 70 jusqu'à 20, & de degré en degré depuis 20 jusqu'à zéro ou à l'horizontale. La seconde colonne contient les *Masses d'air exprimées en toises, par des épaisseurs équivalentes d'air grossier d'ici bas*, & la troisième les *Forces* ou les intensités de la lumière des *Astres*, lorsqu'elle parvient à nous, le tout dans la supposition que le nombre 10000 exprime la force qu'a la lumière avant que d'entrer dans l'atmosphère. Ainsi chacun des nombres de la troisième colonne de M. *Bouguer*, retranché de 10000 exprimeroit la force perdue de la lumière à ce passage. Mais nous n'avons besoin ici que des forces actuelles & positives qui restent à la lumière après ses pertes, & ce n'est aussi que la colonne qui les exprime, jointe à celle des hauteurs solaires, que nous retiendrons de sa Table, dans l'extrait qui suit.

50. TABLE des Forces restantes à la Lumière après son passage
dans l'Atmosphère, sa force totale, avant que d'y entrer,
étant exprimée par 10000.

Hauteurs appar. de l'Astre.	FORCES de la LUMIÈRE.	DIFFÉ- RENCES.	Hauteurs appar. de l'Astre.	FORCES de la LUMIÈRE.	DIFFÉ- RENCES.	Hauteurs appar. de l'Astre.	FORCES de la LUMIÈRE.	DIFFÉ- RENCES.
90.	8123.		25.	6136.	477.	10.	3149.	323.
80.	8098.	25.	20.	5474.	662.	9.	2797.	352.
70.	8016.	82.	19.	5316.	158.	8.	2423.	374.
		65.			173.			392.
65.	7951.	85.	18.	5143.	189.	7.	2031.	415.
60.	7866.	107.	17.	4954.	201.	6.	1616.	415.
55.	7759.	135.	16.	4753.	218.	5.	1201.	399.
		170.			234.			348.
50.	7624.	217.	15.	4535.	251.	4.	802.	262.
45.	7454.	274.	14.	4301.	277.	3.	454.	145.
40.	7237.	350.	13.	4050.	301.	2.	192.	41.
		477.			323.			
35.	6963.		12.	3773.		1.	47.	
30.	6613.		11.	3472.		0.	6.	

Cette Table, extraite de l'Essai d'Optique imprimé en 1729, a été corrigée depuis en trois ou quatre endroits, de l'avis de M. Bouguer, & confrontée par moi en sa présence avec le manuscrit destiné à une seconde édition de son Ouvrage.

TROISIÈME ÉLÉMENT.

Les différentes distances du Soleil à la Terre.

51. La différence la plus marquée de ces distances se trouve en Apogée & en Périgée, ou, ce qui revient au même, de l'Aphélie de la Terre à son Périhélie. Elle est à peu de chose près aussi grande d'un solstice à l'autre; parce que ces deux derniers points ne s'éloignent des deux premiers que d'environ $8\frac{1}{2}$ degrés, en $0^{\circ} 56'$, & $0^{\circ} 30'$, tout proche des Tropiques, où le changement de déclinaison est presque insensible; comme ils faisoient au commencement du siècle. De manière que selon les Tables de M. *Cassini*, ainsi que dans les plus modernes, la distance du Soleil à la Terre, dans le solstice d'Été, étant de $10166\frac{1}{2}$ parties, dont la moyenne est 10000, n'est, dans le solstice d'Hiver, que $9833\frac{1}{2}$ de ces mêmes parties, en raison à peu-près de 30 à 29. D'où, & de ce que les intensités de la lumière, ou les densités de ses rayons, sont réciproquement entre elles comme les quarrés des distances au corps lumineux; il suit que la force du Soleil pour échauffer la Terre au solstice d'Été en $56'$, sera moindre qu'au solstice d'Hiver en $30'$, & au contraire pour l'hémisphère austral, en raison de $(9833\frac{1}{2})^2$ à $(10166\frac{1}{2})^2$, ou de $(29)^2$ à $(30)^2$, ou enfin d'environ 841 à 900, qui diffèrent peu de 14 à 15.

52. Cet Élément est constant pour les deux solstices; tandis que les autres y varient à raison des latitudes locales; & il y a encore cela de particulier, qu'il tend à diminuer la valeur de notre Été, & à augmenter celle de notre Hiver dans l'hémisphère boréal où nous sommes, & tout au contraire dans l'austral. Remarquons cependant que de ces mêmes distances, qui constituent ce troisième Élément, naît en partie un autre principe de chaleur tout opposé, & qui semble devoir tempérer les effets du précédent; savoir, la lenteur & la vitesse réciproques du mouvement annuel apparent, en vertu duquel & du réel qui s'y mêle, le Soleil emploie 8 jours de plus à

parcourir les lignes septentrionaux que les méridionaux. C'est-à-dire, que le Soleil passe 186 jours $\frac{1}{2}$ dans notre hémisphère, & seulement 178 $\frac{1}{2}$ dans l'hémisphère opposé. Ce qui en général, ne peut manquer de répandre un peu plus de chaleur sur l'Été du premier, & un peu moins sur son Hiver. Mais comment apprécier la partie de ce plus & celle de ce moins qui tombent sur les jours solsticiaux, auxquels seuls nous faisons attention, & en déterminer le rapport avec les autres causes? car il se mêle encore ici des circonstances astronomiques, telles que la longitude & l'ascension droite, qui peuvent en altérer considérablement la distribution. Il paroît seulement au premier coup d'œil, que le résultat en sera peu de chose, & bien inférieur à l'énergie de notre troisième Élément en raison doublée.

53. Mais il y a plus; c'est que si l'on en vient au calcul, on trouvera, 1.^o que le jour vrai du solstice d'Été dans l'hémisphère boréal, n'est plus long que le jour moyen que de 12 à 13 secondes, tandis que le jour vrai du solstice d'Hiver surpasse le moyen de 30 secondes, & l'emporte par-là sur celui d'Été de 17 à 18 secondes; ce qui, toutes choses d'ailleurs égales, doit certainement y procurer un peu plus de chaleur. 2.^o Que si, en vertu du quatrième Élément, dont nous allons parler, on vouloit tenir compte de la chaleur des jours précédens, en tant que communicable au jour solsticial, ou savoir en général quelle est la chaleur de cette partie de l'Été, par exemple, un mois avant & un mois après le solstice, on trouveroit encore à cet égard & par un semblable calcul, qu'aux 30 jours vrais avant le solstice d'Été, la somme des longueurs au-delà de celle des jours moyens, est de 5' 2", & après, de 4' 34", tandis que la somme pareille des jours vrais autour du solstice d'Hiver, est de 12' 30" avant, & de la même quantité après. Ce qui donne sur le total 15' 24" de différence, & à l'avantage du solstice d'Hiver.

Or quelques petites que soient ces quantités, toujours sont-elles directement opposées au résultat contraire & le balancent plus ou moins. De manière que tout considéré, & vu en

effet la petitesse de ces quantités, je n'aurai ici aucun égard aux 8 révolutions de plus que fait le Soleil dans notre hémisphère, relativement au jour du solstice.

QUATRIÈME ET DERNIER ÉLÉMENT.

Des quarrés des Arcs semi-diurnes ou de la longueur des jours.

54. Voici enfin un Élément qui se lie & s'incorpore avec tous les autres, qui en tire toute la force, & qui va conjointement en redoubler l'énergie & les effets.

La raison & l'expérience concourent à prouver que la chaleur imprimée à l'air & au terrain du climat, dans un jour & à une heure quelconques, y deviendra d'autant plus grande, que le Soleil aura plus long-temps séjourné auparavant sur l'horizon. La chaleur du jour solsticial, le plus long de tous & précédé des plus longs jours, dont il participe, fera donc par-là une des principales causes de la supériorité de l'Été sur l'Hiver. C'est une série croissante depuis le solstice d'Hiver jusqu'à celui d'Été, & décroissante depuis le solstice d'Été jusqu'à celui d'Hiver. Nous pouvons du moins la considérer sous cet aspect : car quoique le *maximum* & le *minimum* n'en soient pas toujours à la même place, qu'ils dussent, en général, se trouver plus ou moins au-delà des solstices, & que la marche de la progression, abstraction faite des causes accidentelles, en dût devenir constante de l'un à l'autre terme par succession de temps, nous ne laisserons pas de supposer ici le jour solsticial le plus chaud de tous, par lui-même en raison de l'arc diurne ou semi-diurne proportionnel à sa durée, & de plus, comme précédé des jours les plus chauds ; & ainsi de suite à l'égard de ceux-ci jusqu'au *minimum*. D'où naîtra une progression semblable à celle de la force croissante ou décroissante des corps qui descendent ou qui montent, par l'accélération, ou par le retardement du mouvement, & que j'évaluerai aussi de même par les quarrés des temps. Ainsi, par exemple, l'arc semi-diurne du jour solsticial d'Été à Paris, étant à peu-près double de l'arc semi-diurne du jour solsticial d'Hiver, j'en

conclurai l'expression de cet Élément à peu-près en raison de 4 à 1, pour les deux solstices, & ainsi de tous les autres climats, relativement à leurs latitudes & à l'arc semi-diurne qui y répond.

Sans l'effet rétroactif de cette puissante cause, il seroit plus de froid, du moins dans notre hémisphère, au lever & au coucher du Soleil en Été & le jour même du solstice, que dans le plus fort de l'Hiver, & réciproquement plus de chaud au lever & au coucher du Soleil en Hiver qu'en Été; puisque tout le reste demeurant égal ou nul de part & d'autre, & abstraction faite de la chaleur imprimée les jours précédens, la distance du Soleil à la Terre est plus grande en Été qu'en Hiver d'environ un million de lieues. D'où il suit, que le calcul de notre Été & de notre Hiver, seroit défectueux, si nous ne faisons résulter ce quatrième Élément que du simple arc semi-diurne.

Je prendrai aussi les valeurs de cet arc dans le Livre de la *Connoissance des Temps*, où l'on a eu égard aux réfractions (n. 43); car c'est ici sur-tout que les réfractions influent sur le temps diurne, en tant qu'horizontales.

55. Du reste, j'ai eu bien des raisons pour rapporter constamment tous ces Éléments au midi des jours de solstice, & pour y concentrer en quelque sorte le plus grand chaud des Étés & le plus grand froid des Hivers, tant solaires que réels & rationnels.

1.° Pour reprendre le fil de mon ancien Mémoire, où je n'étois parti que des observations de M. *Anomons*, toutes relatives aux deux solstices.

2.° Parce que les deux extrêmes du chaud & du froid de l'Été & Hiver réels, précèdent quelquefois ces deux points de l'année.

3.° Par la variation & l'incertitude de leurs distances aux deux solstices, & parce que quand même on pourroit fixer ces distances, année commune, au moyen d'une nombreuse suite d'observations faites dans un climat, tel, par exemple, que celui

celui de Paris, il n'y auroit encore rien de certain à en conclure pour les autres climats que nous avons à comparer avec celui-là; car pour peu qu'on jette les yeux sur les observations qu'on a de ces extrêmes à différentes latitudes, on s'apercevra, qu'en général, ces distances diminuent en allant de la Zone tempérée vers l'Équateur, & qu'elles augmentent en sens contraire, ainsi que les différences du chaud de l'Été au froid ou au moindre chaud de l'Hiver, comme on voit en effet que cela doit arriver; c'est-à-dire, qu'au-delà de Paris, par exemple, & vers la Zone torride, les jours de plus grande & de moindre chaleur de l'année se rapprochent des solstices; que la différence de l'Été à l'Hiver y devient de plus en plus moins sensible, & qu'elle s'évanouit totalement sous l'Équateur ou tout proche de l'Équateur.

4.° Je ne pouvois donc appliquer ces Recherches à tous les climats, les mettre en règle, les soumettre au calcul, sans y faire élection de deux points fixes, d'Été & d'Hiver, & l'on voit assez par tout ce que je viens de dire, qu'il n'y en avoit pas de plus convenable que les solstices.

5.° C'est par les mêmes raisons que je fixe encore ces points au midi du jour solsticial, quoique la plus grande intensité de la chaleur du jour doive se trouver & se trouve en effet d'ordinaire au-delà du midi.

6.° C'est ainsi enfin qu'en ont usé avant moi les plus savans Astronomes, & les Physiciens Géomètres qui ont traité du chaud & du froid des deux saisons, quoique sous des aspects d'ailleurs très-différens par l'objet & par la méthode, mais dont il seroit trop long de spécifier ici les différences.

56. Quant au nombre & à l'évaluation des Éléments que je viens d'établir & que je crois indispensables, on verra dans la suite, que quelque changement qu'on voulût y faire, entre les limites que comporte le sujet, les conséquences que j'en dois tirer n'en demeureroient pas moins essentiellement les mêmes.

FORMULE GÉNÉRALE de l'Été & de l'Hiver solaires.

57. Cette formule, qu'on peut regarder comme double, par rapport aux deux hémisphères, le boréal & l'austral, ne consiste que dans l'analogie de l'Été solaire (E) & de l'Hiver solaire (H) à deux produits dont les quatre Éléments précédens seront les Facteurs.

Nommant donc S la hauteur solsticiale d'Été ou le sinus de cette hauteur en \oslash , & s le sinus de la hauteur solsticiale d'Hiver en X (n. 28); I la force ou l'intensité de la lumière (n. 50) après son passage dans l'atmosphère au solstice d'Été, & i au solstice d'Hiver; D & d les distances du Soleil (n. 51) ou plutôt les densités* de ses rayons, qui suivent de ces distances en raison inverse de leurs quarrés; savoir D^2 en X , & d^2 en \oslash , & enfin R^2, r^2 , pour les arcs semi-diurnes d'Été & d'Hiver (n. 54); on aura les deux Analogies ou Formules suivantes, qui ne diffèrent que par la transposition des D^2, d^2 d'un hémisphère à l'autre.

Pour l'hémisphère Boréal.

$$58. E : H :: S I d^2 R^2 :: s i D^2 r^2.$$

Pour l'hémisphère Austral.

$$59. E : H :: S I D^2 R^2 :: s i d^2 r^2.$$

APPLICATION de ces Formules à divers climats.

Au climat de Paris, Latitude Boréale de $48^{\text{d}} 50' 10''$.

60. La hauteur de l'Équateur, qui répond à cette Latitude, savoir, $41^{\text{d}} 9' 50''$, & l'obliquité moyenne de l'Écliptique, $23^{\text{d}} 28' 20''$, étant données, on trouvera la hauteur solsticiale S , de $64^{\text{d}} 38' 10''$, & avec la réfraction ($27''$)

* Je les considère sous cet aspect en raison directe, pour conserver à la majuscule D , l'expression de la plus grande des deux forces de même genre; comme dans les trois autres Éléments.

qui convient à cette hauteur, $64^d 38' 37''$, dont le logarithme du sinus est 9,9560057. La hauteur folsticiate s , de $17^d 41' 30''$, & avec la réfraction ($3' 4''$) de $17^d 44' 34''$, dont le logarithme 9,4839354.

L'intensité I de la lumière en \odot , est par une proportionnelle prise dans la Table (*u. 50*) 7945, ou plus exactement 7944 $\frac{24}{100}$, dont le logarithme est 3,9000905; & en \propto , 5094 $\frac{38}{100}$, dont le logarithme est 3,7070913.

Les racines d, D des densités, en inverse des distances; seront constamment de $9833\frac{1}{2}$ en \odot , dont le logarithme est 3,9927081, & le carré d^2 , 7,9854162; & en \propto , de $10166\frac{1}{2}$ dont le logarithme est 4,0071714, & le carré D^2 , 8,0143428.

Enfin l'arc semi-diurne d'Été est à Paris en \odot , de 8 heures environ 3 minutes, & en \propto de 4 heures 5 minutes ou de $483'$ dans l'un, & de $245'$ dans l'autre, dont les logarithmes sont 2,6839471, 2,3891661, & ceux de leurs carrés, 5,3678942, 4,7783322.

Et ces nombres, ou leurs logarithmes rangés en deux sommes; la première au-dessous du folstice de l'hémisphère qui a l'Été indiqué ici par E en \odot , ou simplement par E en \odot , la seconde au-dessous du folstice de son Hiver, ou de H en \propto , donneront dans la forme suivante, les valeurs & le rapport,

E en \odot .

H en \propto .

S9,9560057.

s9,4839354.

I3,9000905.

i3,7070913.

d^27,9854162.

D^28,0243428.

R^25,3678942.

r^24,7783322.

$\int \frac{\quad}{27,2094066}.$

$\int \frac{\quad}{25,9837017}.$

61. Où retranchant la petite somme de la grande, il vient 1,2257049, qui est le logarithme de $16\frac{82}{100}$.

On aura donc, pour le rapport de l'Été à l'Hiver solaire du climat de Paris, $E : H :: 16\frac{82}{100} : 1$.

62. Ce rapport, ainsi réduit, à l'unité pour conséquent, &

Y ij

que je désignerai aussi toujours par le nom de *rapport réduit*, sera le signe distinctif de chaque climat. Ce qui nous suffiroit ici, si nous n'avions à considérer qu'un seul climat, tel, par exemple, que celui de Paris, comme dans l'ancien Mémoire; mais attendu que nous les y comprendrons tous, & que, pour en comparer les Étés aux Étés & les Hivers aux Hivers, il en faut établir la commune mesure, nous abaisserons les caractéristiques des deux sommes, de *E* & de *H*, d'un nombre constant d'unités, que je crois à propos de fixer à 23, & nous aurons par-là ces deux sommes réduites à 4,2094066, 2,9837017, dont les nombres correspondans ou les *Parties Trigonométriques* (n. 19) seront $16196 \frac{4}{100}$, $963 \frac{17}{100}$. Où nous trouverons le même rapport $16 \frac{82}{100} = \frac{16196 \frac{4}{100}}{963 \frac{17}{100}}$, & la différence $15232 \frac{87}{100}$ dont nous aurons aussi besoin, ou, plus succinctement & sans fractions.

$$E : H :: 16196 : 963, \text{ \& } E - H = 15233.$$

63. Car on peut d'autant plus négliger ici les fractions Trigonométriques, que, comme nous le verrons en son lieu, une de ces parties ne vaut tout-au-plus que la 47^{me} du degré thermométrique de M. de *Reaumur*, dont nous nous servirons.

VALEUR \& rapport de l'Été \& Hiver solaires, pour la Latitude australe de 48^d 50' 10" ou de Paris imaginé à ses Antipodes.

64. On voit assez que je suppose ici par-tout la Terre comme parfaitement sphérique, sans quoi la qualification d'Antipodes, selon l'acception ordinaire de ce mot, & que je donne au point diamétralement opposé à Paris, ne seroit pas exacte, le Zénith & le Nadir de ces deux points ne pouvant concourir sur la même verticale prolongée de part & d'autre du centre, que sur la sphère (*h*). Du reste la considération de la Terre, un peu aplatie vers ses Pôles, seroit tout-à-fait superflue à cet égard, & ne changeroit rien à nos résultats.

De quelque nature que soit le Méridien ou la courbe génératrice d'un tel sphéroïde, le rayon de la Développée, dirigé vers le Soleil pour en déterminer la hauteur relativement au climat, s'y trouvera toujours parallèle au rayon du Méridien circulaire inscrit ou circonscrit. Mais pour éviter là-dessus toute équivoque, nous entendrons ici par Antipodes les lieux qui d'un hémisphère à l'autre se trouvent situés à même longitude & à même distance angulaire de l'Équateur.

64 *. Cela posé, & par la seule transposition des membres du troisième Élément D^2, d^2 , (*n. 59*), nous aurons à l'Antipode de Paris.

<i>E</i> en \wp .	<i>H</i> en \wp .
<i>S</i>9,9560057.	<i>s</i>9,4839354.
<i>I</i>3,9000905.	<i>i</i>3,7070913.
D^28,0143428.	d^27,9854162.
<i>R</i>5,3678942.	r^24,7783322.
\int <u>27,2383332.</u>	\int <u>25,9547751.</u>

Dont les sommes réduites à 4,2383332, 2,9547751, donnent,

$$E : H :: 17311 : 901 :: 19\frac{21}{100} : 1, \text{ \& } E - H = 16410.$$

64 **. La différence de l'Été solaire en \wp à l'Été solaire en \wp est donc ici de 1115 parties Trigonométriques en excès, & celle de l'Hiver solaire en \wp à l'Hiver solaire en \wp , de 62 en défaut; & ainsi de suite de plus en plus & de moins en moins, selon les Latitudes & la grandeur des Étés & des Hivers, savoir, de plus en plus en remontant vers le Pôle pour les Étés, & de moins en moins pour les Hivers; & tout au contraire en allant vers l'Équateur, où la différence des Étés d'un hémisphère à l'autre diminue jusqu'à s'y évanouir, ou que la chaleur des Hivers y augmente jusqu'à l'égalité avec les Étés; c'est-à-dire, & comme nous l'expliquerons en son lieu, jusqu'à la Latitude de $1^d 47' 30''$ en deçà de l'Équateur.

*MANIÈRE abrégée de convertir les Étés & Hivers solaires
d'un hémisphère en ceux de l'autre.*

65. S'il s'agit de convertir le boréal en austral, comme dans l'exemple précédent du climat de Paris, prenez la différence logarithmique des deux nombres D^2 , d^2 du troisième Élément, ajoutez cette différence (0,0289266) à la somme (4,2094066) de E en \mathfrak{S} (n. 62) & ôtez-là de celle de H (2,9837017). Il est évident que vous aurez par-là les mêmes sommes de E en $\mathfrak{N} = 4,2383332$, & de H en $\mathfrak{S} = 2,9547751$, que ci-dessus (n. 64*) sans qu'il soit nécessaire d'en assembler les quatre Éléments avec la transposition du troisième; & l'opération contraire donnera la conversion de l'austral au boréal.

66. Où il est à remarquer, 1.^o que la quantité dont les Étés solaires de l'hémisphère austral sont plus grands que ceux du boréal, surpassera toujours celle dont les Hivers sont plus petits ou plus froids, en raison composée du rapport de l'Été solaire boréal à son Hiver, & de la différence $D^2 - d^2$ à l'unité. Et cela en vertu de la multiplication & de la division représentées par l'addition & par la soustraction logarithmiques de l'opération précédente, comme on peut s'en convaincre par un léger calcul, & qu'on le trouvera dans l'exemple (n. 64) ou $1115 : 62 :: \frac{E_{\text{bor.}}}{H_{\text{bor.}}} \times (D^2 - d^2) : 1$; & environ $:: 18 : 1$ pour cette latitude. 2.^o Que les Hivers solaires devenant négatifs, de positifs qu'ils étoient, comme ils feront après le 67^{me} degré 4 minutes de latitude boréale, il faudra ajouter la différence logarithmique de D^2 à d^2 , avec le signe —, à la valeur négative qui a le même signe, pour la conversion du boréal à l'austral. Car il est clair que la valeur positive & totale de l'Hiver réel diminuera d'autant plus que la partie solaire & négative augmentera davantage.
Revenons à l'hémisphère Boréal.

Des climats méridionaux ou plus septentrionaux que celui de Paris. Lat. Bor.

67. On y appliquera les mêmes Éléments & la même forme de calcul qu'au climat de Paris; ce qui ne souffre aucune difficulté, du moins entre le Tropique & le Cercle polaire & dans la zone tempérée. Ainsi, par exemple,

Le 30^{me} degré de latitude donnera,

$$E:H::13771:4022::3\frac{42}{100}:1, \text{ \& } E-H=9749.$$

Le 60^{me} degré.

$$E:H::18978:66::286:1, \text{ \& } E-H=18912.$$

Et ainsi de suite de part & d'autre.

Quant aux doutes qui en pourroient naître à l'égard des autres Zones, la Torride & la Polaire, ils s'évanouiront par la théorie suivante, où nous allons réduire le tout, depuis l'Équateur jusqu'au Pôle, à la plus grande uniformité & simplicité que puisse comporter le sujet.

De la Zone Torride.

68. Il n'y a point de lieu, point de parallèle dans cette Zone, au Zénith duquel le Soleil ne passe deux fois chaque année; savoir, en allant & en revenant de l'un à l'autre solstice. Cette singularité a fait penser à d'habiles Géographes (i) qu'il falloit compter deux Étés & deux Hivers dans la Zone torride, ainsi que deux Printemps & deux Automnes. Je ne verrois pas d'inconvénient à cette distribution particulière des saisons; les dénominations sont arbitraires, & celle-ci ne manqueroit pas de raisons plausibles pour être admise sous cet aspect: mais la méthode observée dans tout ce Mémoire, & l'analogie demandent que nous y dérogeons, & que nous nous en tenions dans la Zone torride comme dans toutes les

(i) V. Bern. Vareni, *Geogr. gen. lib. 2, cap. xxvi.*

autres, à l'Été solaire toujours placé au solstice d'Été de chacun de ses hémisphères, par les raisons que nous en avons données n. 55. Cette forme générale est d'autant plus légitime que le long séjour & la lenteur du Soleil autour des solstices y doit bien plus tôt qualifier l'Été & l'Hiver, que la rapidité avec laquelle il passe, quoique verticalement, sur la plupart des points intermédiaires de cette Zone. Et s'il m'est permis d'en apporter ici en preuve l'Été réel, dont le solaire fait partie, on verra dans presque toutes les relations de la Zone torride, que l'Été & l'Hiver, qui n'y sont guère distingués que par des causes accidentelles & locales, comme certaines pluies réglées & périodiques, & certains vents, s'y manifestent communément vers les temps des solstices. Aussi en est-il de même de l'Été & de l'Hiver solaires. A quoi j'ajouterai, qu'ayant calculé l'un & l'autre de ceux-ci d'après l'hypothèse du double Été & du double Hiver dont je viens de parler, j'ai trouvé que le résultat de leur complication ne différoit pas bien sensiblement de celui que fournit la méthode générale de l'Été & de l'Hiver solaires uniques, & toujours rapportés aux solstices.

69. Toute la différence qu'il y aura donc de la Zone torride aux autres Zones pour nos calculs, c'est que le solstice d'Été ou le Tropique qui le désigne se trouvant alors entre le Pôle & le point donné de latitude, la hauteur de ce solstice y sera toujours égale au quart de cercle ou à 90 degrés, moins la déclinaison de l'Écliptique, plus la latitude; & la hauteur du solstice d'Hiver, égale à 90 degrés moins la déclinaison & la latitude. Tandis que dans les autres Zones, où le solstice d'Été se trouve toujours entre la latitude donnée & l'Équateur, c'est la hauteur équatoriale, plus la déclinaison de l'Écliptique, qui déterminent la hauteur solsticielle d'Été, & moins la déclinaison de l'Écliptique, qui donne la hauteur solsticielle d'Hiver. En voici l'exemple.

RAPPORT DE L'ÉTÉ À L'HIVER SOLAIRE,
Latitude Boréale de 10 degrés.

70. Par l'article précédent, on a $90^d - (23^d 28' 20'')$
 $+ 10^d +$ la Réfraction $14''$, le tout $= 76^d 31' 54''$
 pour la hauteur folsticiale d'Été, & $90^d - (23^d 28' 20'')$
 $- 10^d +$ la Réfr. $39'' = 56^d 32' 19''$ pour la hauteur
 folsticiale d'Hiver.

La Table des intensités de la lumière, donne pour ces deux hauteurs, $I = 8069 \frac{43}{75}$, $i = 7791 \frac{93}{100}$.

Les Distances inverses ou les densités de la lumière, sont toujours les mêmes que ci-dessus.

Et les Arcs semi-diurnes valent, au folstice d'Été, $6^h 19' \frac{1}{2}$,
 & au folstice d'Hiver, $5^h 44' \frac{1}{2}$, ou $379 \frac{1}{2}$, $344 \frac{1}{2}$ minutes.

Ayant donc pris les logarithmes de ces Éléments, on aura,

<i>E</i> en ϖ .	<i>H</i> en ϖ .
<i>S</i> ... 9,9878890.	<i>s</i> 9,9213002.
<i>I</i> ... 3,9068507.	<i>i</i> 3,8916450.
<i>d</i> ... 7,9854162.	<i>D</i> ... 8,0143428.
<i>R</i> ... 5,1584228.	<i>r</i> 5,0743776.
$\int \frac{1}{4,0385787}.$	$\int \frac{1}{3,9016656}.$

D'où résultent

$$E:H::10929:7974::1\frac{37}{100}:1, \text{ \& } E-H=2955.$$

Des Tropiques & de l'Équateur.

71. Quant aux lieux situés sous les Tropiques, considérés comme les derniers parallèles de la Zone torride, il n'y a rien de particulier à y observer, sinon que la latitude y étant égale à la déclinaison de l'Écliptique, ces lieux y auront le Soleil à leur zénith dans le folstice d'Été, & du double de cette déclinaison moins élevé au folstice d'Hiver.

72. Mais à l'égard de l'Équateur, considéré comme premier Parallèle, commun aux deux hémisphères, & qui partage

la Zone torride en deux parties égales, il est à remarquer, que malgré cette égalité des hauteurs solsticiales d'Été & d'Hiver, des intensités de la lumière, & des arcs semi-diurnes de part & d'autre aux deux solstices, la chaleur solaire de l'Hiver à l'Été n'y sera pourtant pas égale, mais plus grande lorsque le Soleil est en ♋, que lorsqu'il est en ♏, par l'inégalité constante des termes D^1 , d^1 du troisième Élément, comme il a été expliqué en son lieu.

73. D'où il suit, que le rapport de l'Été à l'Hiver allant toujours en diminuant d'un Pôle quelconque vers l'Équateur, & diminuant jusqu'à y devenir renversé, il y aura donc un *minimum*, un point, un parallèle en deçà de l'Équateur vers le Pôle boréal, où l'égalité de la chaleur solaire entre l'Été & l'Hiver sera parfaite; & l'on trouvera que ce point doit être, d'après nos données, autour de $1^d 47' 30''$ de latitude boréale. Deux cas singuliers qui méritent d'être couchés ici tout au long.

*RAPPORT d'inégalité entre l'Été & l'Hiver solaires
sous l'Équateur, ou 0 de latitude.*

74. Par le *n.* 71, on a les hauteurs solsticiales $S = s = 90^d - 23^d 28' 20'' = 66^d 31' 40''$, & avec la réfraction $66^d 32' 5''\frac{1}{2}$. Par la Table (*n.* 50) des forces ou intensités de la lumière, $I = i = 7971$; les D^2 , d^2 demeurant toujours les mêmes; & enfin $R^2 = r^2 = (6^h 3')^2$ ou $(363')^2$.

Ayant donc pris les logarithmes de ces quantités, on aura

E en ♏.	H en ♋.
$S \dots 9,9625122.$	$s \dots 9,9625122.$
$I \dots 3,9015091.$	$i \dots 3,9015091.$
$d^2 \dots 7,9854162.$	$D^2 \dots 8,0143428.$
$R^2 \dots 5,1198132.$	$r^2 \dots 5,1198132.$
$\int \dots 3,9692507.$	$\int \dots 3,9981773.$

Qui donnent E en ♏ : H en ♋ :: 9316 : 9958,

dont la différence est 642, ou plus exactement $E : H$

$$:: 9316 \frac{45\frac{1}{2}}{100} : 9958 \frac{12}{100}, \text{ \& la différence } 641 \frac{67}{100},$$

dont le rapport se réduit sensiblement à celui de 1 à 1 $\frac{7}{100}$. De manière que si l'Équateur est censé appartenir à l'hémisphère boréal, il faudra dire que la valeur de l'Été y est moindre que celle de l'Hiver, & tout le contraire si l'on a l'hémisphère austral pour objet & comme terminé à l'Équateur. Où l'on peut aussi observer que les deux sommes de E & de H , ainsi exprimées $9316 \frac{45\frac{1}{2}}{100}$, $9958 \frac{12}{100}$, ou par leurs logarithmes, se trouvent être ici exactement dans le même rapport que les d^2 , D^2 , qui constituent toute l'inégalité des deux Saisons équatoriales.

*RAPPORT d'égalité entre l'Été & l'Hiver Solaires,
Latitude boréale 1^d 47' 30".*

75. Car (*n.* 69) la hauteur sollicitale en \odot , ou $S = 90$ — ($23^{\text{d}} 28' 20''$) + ($1^{\text{d}} 47' 30''$) = $68^{\text{d}} 19' 10''$, & avec la réfraction $23'' \frac{36}{100} = 68^{\text{d}} 19' 33'' \frac{36}{100}$; l'intensité I , de la lumière $7994 \frac{24}{100}$; l'arc semi-diurne R , $365 \frac{58}{100}$. Et de même s en $\oslash = 64^{\text{d}} 44' 10''$, & avec la réfraction $27'' \frac{37}{100} = 64^{\text{d}} 44' 37'' \frac{37}{100}$; $i = 7946 \frac{65}{100}$; $r = 359' \frac{61}{100}$, les d , D demeurant toujours les mêmes. Et en ayant pris les logarithmes, ainsi que des carrés d^2 , D^2 , R^2 , r^2 , on en tirera

E en \odot .	H en \oslash .
$S.... 9,9681558.$	$s..... 9,9563645.$
$I.... 3,9027771.$	$i..... 3,9001841.$
$d^2... 7,9854162.$	$D^2... 8,0143428.$
$R^2... 5,1259648.$	$r^2... 5,1114220.$
$\int \frac{\quad}{3,9823139.}$	$\int \frac{\quad}{3,9823134.}$

Dont les sommes logarithmiques ne diffèrent entre elles que de 5 au dernier chiffre; ce qui donne en effet le point d'égalité autour de $1^{\text{d}} 47' 30''$ de latitude boréale, l'Été solaire

$E = 9600\frac{24}{100}$, ne différant de l'Hiver $H = 9600\frac{93}{100}$, que de $\frac{1}{100}$, & pouvant être pris l'un & l'autre pour 9601 parties trigonométriques.

76. Je nommerai donc le point de cette latitude boréale de $1^d 47' 30''$, le point ou le *parallèle d'Égalité*, & ce parallèle l'*Équateur des Étés & Hivers solaires*, le point d'origine de ces Étés & de ces Hivers, ou en sens contraire, le dernier terme de leur cours, à compter depuis chacun des Pôles; ou enfin, généralement, l'*Équateur des Étés & des Hivers*; car il aura lieu aussi pour les rationnels, qui ne font autre chose que les réels, abstraction faite des causes étrangères & variables.

77. L'hémisphère austral est donc à cet égard plus grand que le boréal de toute la quantité ($1^d 47' 30''$) $\times 2$ couchée par moitié de part & d'autre de l'Équateur terrestre proprement dit. Ce qui donne une Zone de $3^d 35'$. Donc tous les lieux compris dans cette petite Zone, tant en deçà qu'au-delà de l'Équateur terrestre, appartiendront en ce sens à l'hémisphère austral, & auront en effet leur Été en ∞ , & leur hiver correspondant en ∞ , puisque, selon nos définitions & l'acception ordinaire des termes, le temps où un climat quelconque reçoit une plus grande chaleur du Soleil en vertu de sa position astronomique, doit être qualifié d'Été & répondre au Solstice de même dénomination que l'hémisphère dont il est l'Été.

78. Donc enfin, ce sera autour du point d'origine des Étés & des Hivers, $1^d 47' 30''$, latitude boréale, & à l'entrée de la petite Zone de $3^d 35'$, qui sépare les deux segmens sphériques pôlaires égaux, que se fera la conversion des Étés en Hivers, & des Hivers en Étés d'un hémisphère à l'autre, par un passage graduel, & d'autant plus insensible, que chacune des parties trigonométriques qui en constituent les termes, les différences & la marche, ne vaudra pas la 476^{me} du degré thermométrique de nos Étés ou Hivers réels, comme il sera expliqué en son lieu.

Des Zones glaciales ou polaires.

79. La difficulté de déterminer la valeur & le rapport des Étés & des Hivers solaires de ces Zones tombe principalement sur la manière d'en évaluer les arcs semi-diurnes, relativement aux jours continus & sans mélange de nuits, dont elles jouissent autour du solstice d'Été; & réciproquement aux nuits continues & sans interruption qui y règnent autour du solstice d'Hiver. Ces jours y seront donc de 24 heures, & leurs arcs, tant semi-diurnes que semi-nocturnes par rapport aux nuits, de même durée de 12 heures, constamment & dans toute la Zone autour de ces deux points.

80. Mais ne mettrons-nous aucune différence à cet égard, & toutes choses d'ailleurs égales, entre un jour solsticial continu, précédé & suivi de 30 ou 40 autres jours semblablement continus, & un jour solsticial qui n'est précédé & suivi que de 3 ou 4 semblables jours? n'en résultera-t-il qu'une égale énergie de chaleur pour l'un que pour l'autre? Nous n'admettrions donc ici aucune gradation proportionnelle au nombre des jours précédens, non plus qu'aux latitudes, soit pour les Étés, soit pour les Hivers de deux climats différens? Ce seroit, à mon avis, pécher manifestement contre l'analogie & l'esprit même de cet Élément. L'arc semi-diurne des Zones polaires croîtra donc, variera donc ici, relativement à son énergie, & avec les latitudes, comme dans les autres Zones, & par les mêmes raisons (n. 54).

81. Pour exprimer cette série alternativement croissante de l'Hiver à l'Été, & décroissante de l'Été à l'Hiver, j'imaginerai les grands arcs semi-diurnes & semi-nocturnes des Zones polaires, comme si le Soleil ralenti sur l'horizon ou sous l'horizon, y séjournoit plus de 12 heures avant & après le midi, de toute la quantité représentative des jours pendant lesquels il ne s'est point couché avant son arrivée au solstice d'Été, & réciproquement, de toute la quantité de ceux où il ne s'est point levé avant son arrivée au solstice d'Hiver. De manière que,

nommant Z la quantité excédante & variable d'Été & de jour, & z la quantité excédante & variable d'Hiver ou de nuit, on aura $R + Z$ pour l'arc semi-diurne d'Été, & $r + z$ pour l'arc semi-diurne ou semi-nocturne d'Hiver, & enfin $(R + Z)^2$, $(r + z)^2$ pour le quatrième facteur de nos formules, en tant qu'applicables aux Zones Polaires. Ce qui joint aux autres singularités que nous observerons dans ces Zones, demande, à mon avis, un plus ample éclaircissement.

§ 2. Les Astronomes & les Géographes qui ont traité des climats proprement dits, n'ont pas manqué de parler des jours continus & des nuits continues des Zones polaires; quelques-uns mêmes en ont donné des Tables. Mais, sans approfondir davantage ce qu'ils en ont dit, & ayant encore à considérer ces Zones sous d'autres aspects, je crois devoir remonter ici moi-même au principe, & refondre toute cette théorie relativement à mon sujet & à ce nouveau point de vue des jours continus. Je m'arrête à la pôle boréale qui ne diffère de la pareille, dans l'hémisphère opposé, que par la transposition des D^2 , d^2 du troisième Élément.

Fig. 4. § 3. Soit $EPQ\pi$ le Méridien, qui se confond ici avec le colure des solstices. $PA\pi$ le colure des Équinoxes, où le premier point du Bélier est en A ; P le Pôle visible ou boréal & π l'austral, $E A Q$ l'Équateur, ST le tropique du Cancer, $H A R$ l'horizon, Z le Zénith, N le Nadir, & $A X T$ la moitié de la partie boréale de l'Écliptique; la hauteur donnée du Pôle HP , & son complément ou la hauteur de l'Équateur $HE = RQ$.

Soit HXL le parallèle où le centre du Soleil parvenu; en venant de l'Équinoxe A , commence à ne plus couper l'horizon, à le toucher seulement en H , & par conséquent à ne le plus toucher. Je l'appellerai le *parallèle de limite des jours continus*, dont la déclinaison QL fera toujours égale au complément de latitude ou à la hauteur RQ de l'Équateur.

§ 4. Cela posé, si du Pôle P , & par le point X où ce parallèle coupe l'Écliptique, on décrit le cercle de déclinaison

PXD, il en résultera le triangle sphérique *ADX*, rectangle en *D*, & dont le côté $DX = QL$, & l'angle opposé $DAX = QAT$, étant connus, on en tirera l'hypothénuse *AX*, & son complément au quart de cercle *XT*, par cette analogie.

Fig. 4.

Comme l'obliquité TAQ de l'Écliptique,

Est au complément de Latitude QL,

Ainsi l'angle droit D ou le sinus total,

À l'hypothénuse AX du triangle ADX,

dont le complément au quart-de-cercle AT,

donnera l'arc XT.

85. C'est cet arc *XT*, portion toujours apparente de l'Écliptique sur l'horizon *HR*, qui nous représentera le temps de lumière continue, pendant que le Soleil le parcourt dans son mouvement annuel de *X* en *T*, & à peu-près en autant de jours qu'il contient de degrés. Et c'est enfin cet arc qui étant réduit en temps, & ajouté à l'arc semi-diurne réel & constant *R*, de 180^d ou de 12 heures, nous donnera, abstraction faite de la parallaxe & de la réfraction, l'arc semi-diurne analogique & variable $R + Z$, que nous avons assigné à la Zone polaire.

86. Nous pouvons négliger ici la Parallaxe du Soleil, qui ne va guère au-delà de 10 secondes, tandis que nous ne tenons compte que des minutes ou des grandes fractions de minute sur la valeur des arcs semi-diurnes, conformément à la Table du Livre de la *Connoissance des Temps*, que nous avons suivie. Mais il n'en est pas de même de la Réfraction. Elle peut, en tant qu'horizontale, y donner plusieurs jours de lumière ou de nuit de plus, & nous ne saurions nous dispenser de la faire entrer dans l'évaluation de nos arcs semi-diurnes de la Zone polaire, comme un accessoire des plus essentiels.

87. Or, sans entrer dans la discussion si les Réfractions astronomiques sont plus grandes ou plus petites dans la Zone

Polaire que dans la Tempérée & dans la Torride, ou si, comme il y a lieu de le penser aujourd'hui, elles sont par-tout à peu-près égales dans un ciel serein, je supposerai toujours la Réfraction horizontale de $32' 20''$ (n. 43). Ayant donc pris $Hh = 32' 20''$ sur l'arc HE du Méridien, au-dessous de l'horizon & du point du contact H de ce cercle avec le Parallèle de Limite HL ; soit mené par h un nouveau Parallèle $hx1$, que je nommerai le *Parallèle de Limite corrigé*, & qui coupe l'Écliptique en x . Soit aussi décrit le nouveau cercle de déclinaison Pxd qui vienne couper l'Équateur en d . Il est clair qu'il en naîtra le nouveau triangle sphérique adx , à peu-près semblable à ADX , qu'on résoudra de même par l'analogie précédente, en y prenant au second terme l'arc de complément de Latitude plus petit de la quantité $Ll = Hh$ de la Réfraction horizontale, & dont on tirera xT complément à l'hypothénuse Ax ; & il n'est pas moins clair que ce nouvel arc xT fera celui que nous devons substituer à XT , pour nous représenter le nombre vrai ou physique des jours continus qu'aura la Latitude donnée dans la Zone Polaire, moyennant la Réfraction.

88. Maintenant, si l'on imagine que la sphère, devenue transparente, laisse voir sous l'horizon dans la partie australe; tous ces cercles & tous ces arcs semblablement projetés sur le plan du Méridien ou du colure des Solstices $EPR\pi$, on y déterminera de même l'arc semi-nocturne de 180 degrés ou de 12 heures, augmenté de l'arc $\Xi\tau$ ou $\xi\tau$, représentatif des nuits continues de l'Hiver, &c. tous les points semblables de cet hémisphère étant désignés dans la figure par de semblables caractères grecs qui répondent à ceux de l'hémisphère supérieur.

89. Où il faut cependant observer cette différence entre les deux hémisphères HZR , HNR .

1.^o Qu'au lieu que le second terme de l'analogie (n. 84) doit être diminué de tout l'arc $Ll = Hh$ de la Réfraction horizontale dans l'hémisphère HZR pour l'Été, ce second

terme

terme doit être augmenté de la même quantité $\Lambda\lambda$ dans l'hémisphère correspondant pour l'Hiver $HN R$.

2.^o Que dans celui-ci, la Réfraction abrège plus le temps $\Xi\tau$ des nuits continues autour du Solstice d'Hiver τ , qu'elle ne prolonge le temps XT des jours continus autour du Solstice d'Été T ; & cela, par la circonstance que le Parallèle de Limite corrigé, $\rho\lambda$, y est pris encore au-dessous du Parallèle de Limite non corrigé $R\Lambda$, & plus près du Tropique $\sigma\tau$, & du Solstice τ que dans l'hémisphère supérieur, où le Parallèle hl s'éloigne au contraire davantage, & du Tropique ST , & du Solstice T . De manière qu'entre les intervalles de déclinaison $R\rho$, Hh , l'arc $\Xi\xi$ doit être plus grand que l'arc Xx , la déclinaison du point ξ étant plus grande que celle du point x .

90. D'où il suit, qu'en général, & dans l'un & l'autre hémisphère, le supérieur & l'inférieur, l'arc Xx ou $\Xi\xi$ de l'Écliptique, compris entre le double parallèle de limite HL , hl , ou $R\Lambda$, $\rho\lambda$, sera d'autant plus grand & répondra à un d'autant plus grand nombre de jours de lumière continue dans l'un, & de nuits continues dans l'autre, que ces doubles parallèles de limites approcheront davantage du solstice, ou que leur déclinaison, soit septentrionale, soit méridionale, sera plus grande, à raison de la latitude donnée dans la Zone.

91. Il faut donc reconnoître dans la Zone polaire deux effets de la réfraction très-différens, l'un par lequel elle ne fait qu'y avancer le lever du Soleil, & en retarder le coucher de quelques minutes, tant que cet astre, en venant de l'un ou de l'autre Équinoxe, est encore dans l'arc AX ou $A\Xi$, de l'Écliptique; l'autre par lequel elle augmente le nombre des jours continus, ou diminue celui des nuits continues, dès que le Soleil est parvenu aux points x ou ξ de l'Écliptique, l'un qui ne consiste que dans la petite portion de l'arc diurne que le Soleil décrit, soir & matin, par son mouvement journalier, au-dessous de l'horizon rationnel; l'autre qui résulte d'un

arc que le Soleil parcourt sur l'Écliptique dans son mouvement annuel.

92. Cependant on peut se dispenser de ces spéculations, & de toute correction au second terme de l'analogie ci-dessus (n. 84) dans la pratique de notre arc semi-diurne, par une supposition bien simple. Il ne faut qu'imaginer d'abord la latitude donnée, plus grande de la quantité Hh de la réfraction horizontale pour l'Été, & plus petite d'autant pour l'Hiver, & procéder ensuite d'après les arcs AX , XT , & $AΞ$, $Ξτ$, qui se trouvent dès-lors être les mêmes que Ax , xT & $Aξ$, $ξτ$, sans songer davantage aux parallèles de limite d'Été ou d'Hiver, corrigés ou non corrigés, ni à la réfraction. Les corrections s'en ensuivent toutes faites, puisque les complémens qui constituent le second terme de l'analogie diminuent ou augmentent toujours en raison inverse des latitudes. C'est pourquoi ce sera encore la même chose, si, sans autre supposition ni correction, on tourne ainsi cette analogie.

93. *Comme l'obliquité TAQ de l'Écliptique,
Est au complément de Latitude QL ou DX ,
moins la Réfraction horizontale Hh , pour l'arc
semi-diurne d'Été, plus la même Réfraction
pour l'arc semi-diurne d'Hiver,*

*Ainsi l'angle droit D ou le sinus total,
Est à l'hypothénuse AX du triangle ADX ,
dont le complément au quart-de-cercle donnera
l'arc XT .*

94. Mais ce qu'il y a de plus important à remarquer sur les Zones polaires, c'est que tous les Éléments s , i , D^2 ou d^2 , & r^2 , de leurs Hivers solaires, deviennent non-seulement, & physiquement o par l'absence du Soleil, mais encore moindres que o ou qu'infimemens petits, de tout l'enfoncement du Soleil sous l'horizon, & de tout ce que ce premier élément s , influe sur les autres. L'Hiver solaire des Zones

glaciales fera donc exprimé par une grandeur négative ou affectée du signe *moins*, quel que soit le nombre pair ou impair de les Éléments, en tant que leur produit représente la quantité dont il s'en faut que le Soleil ne soit sur l'horizon, & qu'il n'y échauffe actuellement l'air & le terrain par sa présence. Quantité qui, quelque négative & au-dessous du zéro qu'elle soit, ne se réalisera pas moins par ses effets; puisque n'y ayant jamais de froid absolu sur la Terre, la chaleur quelconque de l'Hiver réel sera toujours, & toutes choses d'ailleurs égales, d'autant plus petite que l'Hiver solaire qui en fait partie dans les autres Zones aura été plus négatif dans celles-ci, c'est-à-dire, que le Soleil y aura été plus long-temps & plus profondément caché sous l'horizon.

95. D'où il suit enfin, que le rapport résultant de l'Été solaire à son Hiver défectif, dans ces Zones, après avoir passé par l'infini, au point de latitude où l'Hiver toujours décroissant de valeur s'évanouit à zéro, & le rapport augmentant de plus en plus en approchant du Pôle, sera *plus qu'infini* (*k*). Ce qui bien entendu, & de quelque nom qu'on qualifie un semblable rapport, se réduira toujours ici à deux termes finis, dont l'un exprime la présence du Soleil & ses effets sur l'horizon de l'hémisphère donné, & l'autre son absence sur cet hémisphère, ou sa présence sur l'hémisphère opposé. Et c'est aussi ce qu'on pourroit se mettre sous les yeux, par les deux ordonnées à une courbe, de part & d'autre de l'axe, l'une positive & l'autre négative; mais abrégeons ces détails, & venons aux exemples.

(*k*) Ce n'est pas ici le lieu de m'étendre sur cette espèce d'infinis, non plus que sur la dispute qu'ils firent naître au commencement de ce siècle, entre M. *Varignon* & le P. *Grandi*, Professeur de Mathématique à Pise, & dans laquelle entrèrent aussi quelques autres savans Géomètres. La manière dont je m'explique sur cet article, prévient

toute difficulté. Voyez *Varig. Mém. de l'Acad. 1706*, sur les espaces (Hyperboliques & Asymptotiques) *plus qu'infinis de M. Wallis*; *Grandi, Lib. de infinitis infinitorum*; *Varig. Respons. ad Grand. Act. Lips. 1712*; *Carré, Calc. intégr. Sect. I, Cor. prop. 23*; *Parent, Rech. de Phys. & de Math. t. II, p. 552*, &c.

VALEUR & RAPPORT de l'Été & de l'Hiver solaires,
Latitude Boréale de 75 degrés.

96. Il n'y a d'abord rien à changer aux trois premiers Éléments de l'Été S, I, d^2 , qu'on trouvera comme dans la Zone tempérée, savoir $S = 15^\circ + 23^\circ 28' 20''$, & avec la Réfraction ($1' 13''\frac{1}{2}$) $= 38^d 29' 33''\frac{1}{2}$, dont le logarithme est 9,7940793; $I = 7154\frac{1}{3}$, dont le logarithme est 3,8545725; & d^2 constant.

Reste le quatrième $(R + Z)^2$, que donnera l'analogie (n. 93), exempte de toute correction,

Comme l'obliquité de l'Écliptique TAQ.....	9,6002151,
Au complément de Latitude $15^d - 32' 20''$..	9,3974582,
Ainsi le sinus total.....	10,0000000,
À l'hypothénuse AX, qu'on cherche.....	9,7972331;

Laquelle donne un arc d'environ $38^d 49' 30''$. D'où, & par Fig. 4. la soustraction de celui de 90^d , on tirera $XT = 51^d 10' 30'' = Z$, qui étant ajouté à celui de 180 degrés, & en tout de $231^d 10' 30''$, nous donnera l'arc semi-diurne cherché $R + Z$, pour la Latitude de 75 degrés, avec tout ce qu'y exigeoit la Réfraction. Il n'y aura donc plus qu'à le convertir en temps $15^h 24' 42''$, ou $924'\frac{2}{3}$, dont le logarithme est 2,9659961.

97. Les Éléments défectifs s, i, D^2, r^2 de l'Hiver, seront trouvés conformément à l'article ci-dessus & de la manière qui suit; savoir $s = - (7^d 56') = \lambda \tau = \rho \sigma$: car ajoutant les trois grandeurs qui constituent ici la hauteur solsticiale en λ , c'est-à-dire la hauteur de l'Équateur 15 degrés, moins la déclinaison de l'Écliptique $23^d 28' 20''$, & plus la Réfraction horizontale ($32' 20''$) qui élèveroit le Soleil de λ en Λ à l'Observateur placé au Zénith, si le globe étoit transparent, il en résultera $- (7^d 56')$; hauteur dont il s'en faut que s ne soit positif, ou simplement $= 0$, & dont le Logarithme est 9,1399445.

Le second Élément i sera donc, relativement à cette hauteur, $2396 \frac{87}{100}$, dont le Logarithme est $3,3796443$.

Le troisième, D^2 constant, ainsi que d^2 .

Et enfin le quatrième r^2 , sera trouvé par la même analogie (*n. 93*), en y prenant le second terme convenablement à l'Hiver, de $47^d 44' + 180^d = 227^d 44'$, & réduit en temps de $15^h 10' 56'' = 910 \frac{93}{100}$, dont le Logarithme est $2,9594850$.

98. Rassemblant maintenant tous ces Logarithmes selon la méthode générale, on aura la valeur de l'Été & celle de l'Hiver solaires de la Zone Polaire, Latitude 75 degrés, dans le rapport logarithmique des deux sommes suivantes,

E en σ .	H en χ .
S $9,7940793$.	s $9,1399445$.
I $3,8545725$.	i $3,3796443$.
d^2 $7,9854162$.	D^2 $8,0143428$.
$(R+Z)^2$. $5,9319922$.	$(r+z)^2$. $5,9189700$.
\int $\frac{4,5660602}{}$.	\int $\frac{3,4529016}{}$.

D'où l'on tirera le rapport numérique (*n. 62*)

$$E : H :: 36818 : — 2837 :: 12 \frac{98}{100} : — 1.$$

99. Il n'y aura donc, pour avoir la valeur & le rapport des Étés & des Hivers solaires dans les Zones Glaciales, qu'à prendre d'abord tous leurs Éléments, & les sommes logarithmiques, ou les produits numériques de ces Éléments, comme si c'étoient des grandeurs finies & même positives, comme elles le sont en effet, n'étant considérées que dans leur rapport numérique, & ensuite ajouter seulement le signe négatif à l'Hiver. Ce qui rendra leur différence finie & positive, excepté à leur passage par 0 ou du positif au négatif, & redonnera, comme dans l'exemple ci-dessus, dans la Zone Polaire Boréale $E : H :: 36818 : — 2837$. Tandis qu'à

l'Australe, ce seroit :: 39354 : 3033, &c. par la transposition de D^2 à l'Été, & de d^2 à l'Hiver, ainsi qu'il a été expliqué ci-dessus, *nn.* 65, 66.

Fig. 4. 100. Et si l'on veut savoir, d'après les déterminations précédentes, pendant combien de jours de l'année les habitans du 75^e degré de latitude jouissent de la présence continue du Soleil en Été, & pendant combien de jours ils en sont privés en Hiver, on n'a qu'à chercher la valeur de Z ou de l'arc XT de l'Écliptique, converti en temps & tout corrigé, comme il est ici par l'opération du *n.* 93, & toujours apparent sur l'horizon; ou, selon la méthode ordinaire, prendre dans les Éphémérides le temps que le Soleil emploie à parcourir cet arc, & son égal après le Solstice T pour l'Été, & l'on y trouvera près de 108 jours, année commune telle que celle-ci 1757. Tandis qu'en Hiver, & en vertu de l'arc opposé $Z\tau$, le temps d'absence ou du Soleil entièrement caché sous l'horizon, n'est, comme on le trouvera de même, que d'environ 94 jours. D'où il suit, conformément à la seconde remarque du *n.* 89, que le temps d'obscurité continue est plus court que celui de lumière continue, & d'environ 14 jours pour cette latitude, dans la Zone Polaire boréale; & ainsi de tous les autres points de cette Zone, à raison de leurs latitudes, par rapport à ces jours de présence ou d'absence continue du Soleil jusqu'au Pôle, qui en est le *maximum*.

101. Il y a cependant une exception à faire, de la partie adjacente au Cercle polaire vers le Nord, où le Soleil se montre encore sur l'horizon après le Solstice d'Hiver, en vertu de la réfraction: car ce cercle n'appartenant pas moins à la Zone tempérée qu'à celle dont il emprunte le nom & qu'il en sépare, doit participer aussi des phénomènes de l'une & de l'autre. De la Tempérée, en ce qu'il a un Hiver solaire positif; de la Polaire, en ce qu'il donne en Été des jours continus, au moyen de la réfraction horizontale qui y élève le Soleil à minuit de tout son diamètre vertical à une vingtaine de secondes près. Il est vrai aussi, qu'indépendamment

de la Réfraction, le centre du Soleil y raseroit l'horizon au solstice d'Hiver, & que la moitié du disque y resteroit par conséquent au-dessus; mais c'est à quoi nous ne ferons point attention ici, n'ayant considéré jusqu'à présent le disque solaire que comme absolument réuni à son centre. Ce qui étant posé, nous aurons encore sur le Cercle polaire, latit. $66^{\text{d}} 31' 40''$, comme dans l'intérieur de la Zone tempérée, & par la même méthode, $E = 31337$, & $H_{\text{positif}} = \frac{7}{1000}$, d'où l'on tirera,

$$E : H :: 31337 \frac{7}{1000} :: 4476714 : 1, \text{ \& } E - H = 31336 \frac{993}{1000}$$

102. Mais où placerons-nous donc le point de passage du positif au négatif? Il est clair par l'article précédent, que ce doit être à la latitude du Cercle polaire augmentée des $32' 20''$ de la réfraction, c'est-à-dire, au 67^{me} deg. 4 min. Car le complément ou la hauteur solsticielle de l'Hiver, qui répond à cette latitude, étant $22^{\text{d}} 56'$; si l'on ajoute à celle-ci la réfraction horizontale, $32' 20''$, il vient $23^{\text{d}} 28' 20''$ qui sont précisément la déclinaison de l'Écliptique ou du solstice d'Hiver qu'il falloit en ôter, & d'où résulte visiblement la hauteur solsticielle d'Hiver $= 0$. Mais cette hauteur $s = 0$, fait évanouir tous les autres Éléments de la formule s, i, D^2, r^2 de l'Hiver; donc la latitude de $67^{\text{d}} 4'$ donne $H = 0$, & par conséquent son point de passage du positif au négatif. Du reste, l'Été correspondant ayant été trouvé comme à l'ordinaire $= 32620$, & devenant par-là infini (∞) par rapport à l'Hiver; on aura ici, latitude $67^{\text{d}} 4'$,

$$E : H :: 32620 : 0, \text{ ou } :: \infty : 1.$$

Ce même point déterminera donc aussi la latitude où commencent les nuits continues d'Hiver.

103. Et observez que, malgré la transposition de l'Élément des distances & des densités (*n. 65*) ce point se trouvera encore à la même latitude dans l'hémisphère Austral que dans le Boréal; attendu que $s = 0$, y fera toujours également disparaître tout ce qui le complice dans la formule de

cet hémisphère, & que le Soleil n'y aura pas moins les mêmes hauteurs à pareilles latitudes, quelles que soient ses distances de la Terre & les densités de ses rayons.

104. Nous trouverons au contraire, & conformément à la seconde remarque du n. 89, que la continuité des jours, qui ne commencent astronomiquement qu'au Cercle polaire, lat. $66^{\text{d}} 31' 40''$, ou $32' 20''$ au-dessous de $67^{\text{d}} 4'$, doit commencer encore physiquement de la même quantité au-dessous de ce cercle; savoir à $65^{\text{d}} 59' 20''$. Ce qui donne $(32' 20'') \times 2 = 1^{\text{d}} 4' 40''$, ainsi que la latitude $67^{\text{d}} 4'$ des nuits continues. Et à l'égard de l'Été & Hiver solaires qui en résultent, on en trouvera la valeur & le rapport par le complément à cette latitude, $24^{\text{d}} 0' 40''$.

105. Prenant donc l'arc semi-diurne selon les règles prescrites, & ôtant de ce complément $39' 20''$, reste $23^{\text{d}} 28' 20''$, pour le second terme de l'analogie (n. 93,) égal à la déclinaison de l'Écliptique, qui en fait le premier terme. D'où l'on tirera $AX = 90$, & $XT = 0$, avec l'arc semi-diurne de 12 heures, & $E : H :: 27862 : \frac{53}{1000} :: 525698 : 1$, & $E - H = 27861 \frac{947}{1000}$.

106. Il est encore à remarquer dans cette Zone, féconde en paradoxes de cette espèce, qu'elle contient les plus grands Étés solaires de l'hémisphère, & dont le *maximum*, entre les plus grands, est de 36871 parties trigonométriques autour du 74^{me} degré 1 minute de latitude, c'est-à-dire, près de 4 fois aussi grands que les Étés solaires de la Zone torride tout proche de l'Équateur, son *minimum*, 26988, étant encore sous le Pôle, près de trois fois aussi grand que sous le point d'origine des Étés & Hivers solaires.

107. Mais c'en est assez, & je termine cette section par une Table générale, où l'on verra plus parfaitement, & d'un coup d'œil, la marche, les valeurs croissantes & décroissantes de ces Étés & de ces Hivers, leurs différences & leurs rapports, ainsi que tous ces points singuliers observés ci-dessus, & placés à leurs latitudes.

108. TABLE DES ÉTÉS ET HIVERS SOLAIRES
DE L'HÉMISPHERE BORÉAL,
et, moyennant la correction, n. 65, de l'AUSTRAL.

LATITUDES.	É T É S solaires.	HIVERS solaires.	DIFFÉRENCE des Étés aux Hivers solaires.	RAPPORTS RÉDUITS des Étés aux Hivers solaires.
0° 0' 0"	9316.	9958.	642.	1 : 1,07.
1.....	9453.	9757.	304.	1 : 1,03.
1. 47. 30.	9601.	9601.	0.	1 : 1.
2.....	9640.	9553.	87.	1,01 : 1.
3.....	9800.	9347.	453.	1,05 : 1.
4.....	9956.	9141.	815.	1,09 : 1.
5.....	10135.	8961.	1174.	1,13 : 1.
6.....	10314.	8781.	1533.	1,17 : 1.
7.....	10463.	8574.	1889.	1,22 : 1.
8.....	10639.	8389.	2250.	1,27 : 1.
9.....	10814.	8181.	2633.	1,32 : 1.
10.....	10929.	7974.	2955.	1,37 : 1.
11.....	11100.	7768.	3332.	1,43 : 1.
12.....	11270.	7606.	3664.	1,48 : 1.
13.....	11438.	7396.	4042.	1,55 : 1.
14.....	11600.	7189.	4411.	1,61 : 1.
15.....	11726.	6983.	4743.	1,68 : 1.
16.....	11879.	6780.	5099.	1,75 : 1.
17.....	12030.	6595.	6435.	1,82 : 1.
18.....	12179.	6389.	6790.	1,91 : 1.
19.....	12325.	6186.	6139.	1,99 : 1.
20.....	12469.	5985.	6484.	2,08 : 1.
21.....	12609.	5787.	6822.	2,18 : 1.
22.....	12747.	5589.	7158.	2,28 : 1.
23.....	12881.	5389.	7492.	2,39 : 1.
23. 28. 20.	12944.	5296.	7648.	2,44 : 1.
24.....	13009.	5193.	7816.	2,51 : 1.
25.....	13161.	5000.	8161.	2,63 : 1.
26.....	13277.	4795.	8482.	2,77 : 1.
27.....	13423.	4606.	8817.	2,91 : 1.

Mém. 1765.

. Bb

194 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

LATITUDES.	É T É S folaires.	HIVERS folaires.	DIFFÉRENCE des Étés aux Hivers folaires.	RAPPORTS RÉDUITS des Étés aux Hivers folaires.
28 ^d 0' 0"	13532.	4402.	9130.	3,07 : 1.
29.....	13670.	4217.	9453.	3,24 : 1.
30.....	13771.	4022.	9749.	3,42 : 1.
31.....	13934.	3846.	10088.	3,62 : 1.
32.....	14027.	3645.	10382.	3,83 : 1.
33.....	14182.	3469.	10713.	4,09 : 1.
34.....	14294.	3276.	11018.	4,36 : 1.
35.....	14430.	3100.	11330.	4,65 : 1.
36.....	14561.	2929.	11632.	4,97 : 1.
37.....	14654.	2759.	11895.	5,31 : 1.
38.....	14808.	2581.	12227.	5,74 : 1.
39.....	14924.	2409.	12515.	6,20 : 1.
40.....	15035.	2237.	12798.	6,72 : 1.
41.....	15140.	2080.	13060.	7,28 : 1.
42.....	15272.	1918.	13354.	7,96 : 1.
43.....	15433.	1758.	13675.	8,78 : 1.
44.....	15515.	1613.	13902.	9,62 : 1.
45.....	15654.	1465.	14189.	10,68 : 1.
46.....	15819.	1326.	14493.	11,93 : 1.
47.....	15944.	1194.	14750.	13,35 : 1.
48.....	16086.	1062.	15024.	15,15 : 1.
48. 50. 10.	16196.	963.	15233.	16,82 : 1.
49.....	16235.	941.	15294.	17,25 : 1.
50.....	16397.	823.	15574.	19,92 : 1.
51.....	16584.	712.	15872.	23,29 : 1.
52.....	16761.	609.	16152.	27,52 : 1.
53.....	16965.	510.	16455.	33,26 : 1.
54.....	17153.	422.	16731.	40,65 : 1.
55.....	17360.	340.	17020.	51,06 : 1.
56.....	17624.	267.	17357.	66,01 : 1.
57.....	17910.	204.	17706.	87,79 : 1.
58.....	18218.	149.	18069.	122 : 1.
59.....	18575.	102.	18473.	182 : 1.
60.....	18978.	66,39	18912.	286 : 1.
61.....	19470.	39,25	19431.	496 : 1.
62.....	20083.	20,45	20063.	982 : 1.

LATITUDES.	ÉTÉS solaires.	HIVERS solaires.	DIFFÉRENCE des Étés aux Hivers solaires.	RAPPORTS RÉDUITS des Étés aux Hivers solaires.
63 ^d 0' 0"	20853.	8,92	20844.	2338 : 1.
64.....	21878.	2,95	21875.	7416 : 1.
65.....	23488.	$\frac{61}{100}$	23487.	38505 : 1.
65. 59. 20.	27862.	$\frac{31}{1000}$	27862.	525698 : 1.
66.....	28388.	$\frac{90}{1000}$	28388.	567760 : 1.
66. 31. 40.	31337.	$\frac{7}{1000}$	31337.	4476714 : 1.
67.....	32488.	$\frac{36}{1000000}$	32488.	902444444 : 1.
67. 4. 0.	32620.	0.	32620.	32620 : 0.
68.....	34060.	— 4,57	34065.	7453 : — 1.
69.....	35075.	— 41,84	35117.	838 : — 1.
70.....	35771.	— 160.	35931.	224 : — 1.
71.....	36260.	— 400.	36660.	90,65 : — 1.
72.....	36593.	— 787.	37380.	46,50 : — 1.
73.....	36800.	— 1324.	38124.	27,79 : — 1.
74.....	36870.	— 2014.	38884.	18,31 : — 1.
74. 1. 0.	36871.	— 2026.	38897.	18,20 : — 1.
75.....	36818.	— 2837.	39655.	12,98 : — 1.
76.....	36683.	— 3796.	40479.	9,66 : — 1.
77.....	36472.	— 4882.	41354.	7,47 : — 1.
78.....	36192.	— 6077.	42269.	5,96 : — 1.
79.....	35809.	— 7383.	43192.	4,85 : — 1.
80.....	35328.	— 8787.	44115.	4,02 : — 1.
81.....	34792.	— 10275.	45067.	3,39 : — 1.
82.....	34205.	— 11856.	46061.	2,88 : — 1.
83.....	33571.	— 13527.	47098.	2,48 : — 1.
84.....	32828.	— 15279.	48107.	2,15 : — 1.
85.....	31980.	— 17117.	49097.	1,87 : — 1.
86.....	31095.	— 19025.	50120.	1,63 : — 1.
87.....	30175.	— 20997.	51172.	1,44 : — 1.
88.....	29225.	— 22983.	52208.	1,27 : — 1.
89.....	28161.	— 25069.	53230.	1,12 : — 1.
89. 55. 10.	27083.	— 27083.	54166.	1 : — 1.
90.....	26988.	— 27264.	54252.	$\frac{29}{100}$: — 1.

Au reste, je n'avois d'abord dressé cette Table que de 5 en 5 degrés, en y ajoutant seulement les points intermédiaires les plus remarquables, expliqués dans la section, & la plupart désignés dans la Table par les minutes & secondes qui les accompagnent.

Cependant je m'aperçus bientôt combien la suite non interrompue de tous les degrés, depuis l'Équateur jusqu'au Pôle, en rendroit l'inspection plus instructive. La voilà donc sous cette forme; & c'est ce que je dois aux soins de M. l'abbé Charlier, Maître de Mathématique à Paris, qui a bien voulu m'épargner ce pénible travail, & qui s'en est acquitté, comme il m'a paru après bien des vérifications, avec beaucoup d'exactitude & d'intelligence.

SECONDE SECTION.

DE L'ÉTÉ ET DE L'HIVER RÉELS.

109. ON a vu dès le commencement de ces Recherches, & par nos définitions, que toutes les causes du chaud & du froid, c'est-à-dire, du plus ou du moins de chaleur qu'on éprouve alternativement sur la Terre, se réunissoient dans la formation de l'Été & de l'Hiver réels. Ces causes en tant que physiques & accidentelles, politiques même & morales, telles que la population & la culture particulières à chaque pays, sont innombrables; mais en tant que générales & communes à l'Été & à l'Hiver de tous les climats, se réduisent à deux; savoir, à la chaleur purement solaire, & aux émanations du feu central. L'une de théorie, l'autre d'expérience, l'une & l'autre inconnues en elles-mêmes ou dans leurs valeurs absolues (*n. 19*) mais l'une & l'autre relativement susceptibles de calcul dans la comparaison de leurs effets, sur de grandes masses de temps & d'observations. Quelle que soit une chaleur quelconque, on pourra donc toujours comparer la chaleur de l'Été solaire à celle de l'Hiver solaire d'un climat ou d'un parallèle donné, & en exprimer numériquement le rapport, comme nous venons de faire dans la Section précédente, & de même la chaleur totale de l'Été réel à celle de l'Hiver réel du même climat, comme nous ferons dans celle-ci. Or c'est du rapport composé de ces deux rapports que résulte (*iii. 2, 3, 4.*) la certitude d'une chaleur fondamentale & actuellement indépendante de l'action du Soleil, en un mot le Feu central, dont nous évaluons aussi les émanations, plus exactement & plus généralement que dans notre ancien Mémoire, par l'application que nous en devons faire à toutes les latitudes, tant de l'hémisphère Austral que du Boréal.

*REMARQUES préliminaires sur le Climat * de Paris, & sur les Thermomètres dont on s'est servi pour en déterminer la température, relativement à un point fixe de chaleur.*

110. On observoit il y a plus de quatre-vingts ans, dans l'Observatoire Royal de Paris, le chaud & le froid sur un thermomètre de M. de la Hire, & l'on donnoit chaque année un extrait ou le résultat des observations qu'on y avoit faites, dans les Mémoires de l'Académie, & dans le livre de *la Connoissance des temps*, imprimé sous les ordres de cette Compagnie. En 1732, on commença d'y joindre celles du thermomètre de M. de Reaumur, & l'on a continué depuis jusqu'à aujourd'hui. C'est de ces deux sources que je tirerai la Table que je dois donner ici des Étés & des Hivers réels du climat de Paris sur un intervalle de 56 ans, intervalle qui m'a paru suffisant, & qu'il seroit peut-être dangereux de pousser plus loin; car il y a tout lieu de croire qu'il n'est guère de climat qui ne change plus ou moins sensiblement d'un siècle à l'autre, soit par les atterrissemens qui s'y accumulent, soit par les inondations qui en enlèvent une partie du terrain; &, s'il est cultivé, par le dessèchement des étangs & des marais, par la coupe ou par le *plantement* des bois, & par cent autres causes de cette espèce.

111. Il est visible que la Terre a souffert autrefois des changemens considérables, des déluges, des incendies & d'affreux

* Le mot de Climat proprement dit & conçu à la manière des Géographes est une partie, une petite Zone du globe terrestre, comprise entre deux cercles parallèles à l'Équateur. C'est en ce sens qu'il est pris dans la section précédente de l'Été & Hiver solaires, où l'action du Soleil porte également sur tous les points du Parallèle donné de Latitude; & c'est encore ainsi que nous

l'entendrons dans la section suivante, des Étés & Hivers Rationnels, par la régularité de figure & l'uniformité de terrain que nous y supposons toujours à la Terre: mais on voit bien que le climat va exprimer ici un pays beaucoup plus limité en Longitude. Il y pourra être pris même quelquefois pour un seul point du Parallèle qui en détermine la Latitude.

bouleversemens; que des continens entiers engloutis y ont fait place à de nouvelles mers, tandis qu'ailleurs & du fond des mers, il s'est élevé des montagnes & de nouveaux continens, où les productions marines se montrent encore. Mais quoi qu'il en soit de ces anciennes catastrophes, arrêtons-nous à l'état présent où nous voyons notre globe depuis quelques milliers d'années. Il ne change que lentement, insensiblement, & de proche en proche, mais toujours; car enfin tout est en mouvement dans la Nature, tout y tend sans cesse à l'équilibre; tout y parvient & rien n'y demeure; tout n'a que des instans, mais les sommes, quoiqu'infinites, de ces instans, nous donnent des périodes finies & sensibles qui nous guident pour l'avenir, & où l'inconstance même a ses loix. Si les siècles passés nous avoient laissé un assez grand nombre d'observations météorologiques exactes, & sur divers climats, telles que nous commençons d'en avoir depuis soixante ou quatre-vingts ans, il y a grande apparence que la totalité des pluies, par exemple, des vents & des autres météores, n'y différerait pas bien sensiblement d'un siècle à l'autre, dans le même climat, ou que s'il s'y trouvoit d'assez grandes différences par les causes physiques & accidentelles que nous avons indiquées ci-dessus, un plus grand nombre de siècles nous en dévoilerait les compensations. Les pièces de la machine terrestre ne sont pas infinies, & leurs révolutions doivent nous donner tôt ou tard à peu-près les mêmes effets, ou nous montrer les causes de variation, d'accroissement d'un côté & de dépérissement de l'autre, qui en troublent les retours. L'Asie, l'Afrique & l'Amérique nous fournissent mille exemples de grandes contrées, où il tombe en certains temps de l'année des pluies réglées auxquelles on s'attend, & sur lesquelles il est rare qu'on se trompe. Ces contrées sont pour la plupart comprises entre les Tropiques, ou s'en éloignent peu. L'Europe qui en général ne nous offre rien de pareil, occupe au contraire le milieu d'une Zone tempérée; mais aussi ses parties les plus septentrionales sont assez régulièrement chargées de neiges pendant sept à huit mois de l'année, & l'Été qui succède à ce long &

rude Hiver est communément assez uniforme. Les vents sont toujours plus réglés par leurs durées, par leurs directions & par les temps de l'année où ils soufflent, dans la Zone Torride, & dans la Pôleire qui nous est le mieux connue, que dans la Tempérée qui est entre ces deux extrêmes. On y prédit même les tempêtes & certains ouragans presque au jour marqué. Peu s'en faut que les variations du Baromètre ne disparoissent entièrement sous l'Équateur. Or si le dérèglement des pluies, des vents & des saisons, peut être ramené à quelque chose de fixe & d'uniforme dans les extrêmes, n'est-il pas à présumer que la même constance & la même uniformité subsistent & se retrouvent tôt ou tard dans les climats moyens qui en participent, quoique sous une forme plus compliquée & plus difficile à démêler.

112. Après cette digression que je n'ai pas crue inutile ; j'en reviens au climat de Paris, comme à l'un des plus assurément observés, & des moins dérégés que je connoisse à semblable latitude dans la distribution du chaud & du froid des saisons. Et puisque c'est à ce climat que je vais rapporter tous les autres, disons encore un mot des principaux Thermomètres dont on y a fait usage, & d'après lesquels nous devons en établir la température.

COMPARAISON & correspondance des Thermomètres de M.^r de la Hire & Amontons avec celui de M. de Reaumur, par rapport à leur graduation.

113. C'est à la graduation de ce dernier (1) que je réduirai, non-seulement celle des deux précédens, mais encore celle de tous les autres Thermomètres dont les Observateurs se sont servis en différens climats. Je le supposerai toujours placé à l'ombre & tourné vers le nord, comme l'a enseigné M. de Reaumur, & comme on le pratique communément par-tout où l'on s'en sert. C'est ainsi qu'il est placé à l'Observatoire avec celui de M. de la Hire.

(1) Voyez-en la construction, *Mém. de l'Acad.* 1730, page 452, & 1731, page 250.

114. La marche réciproque de ces deux Thermomètres est en raison de 18 à 10 ou de 9 à 5 ; c'est-à-dire que 18 degrés de celui de M. de *la Hire* en valent sensiblement 10 de celui de M. de *Reaumur*. Ce rapport est pris d'après M. de *la Hire* lui-même (m) sur l'intervalle le plus exactement observé, savoir, de la congélation de l'eau, qui répond au 30^{me} degré de son Thermomètre & au 1000^{me} de celui de M. de *Reaumur*, jusqu'au 48^{me} du premier, & au 1010^{me} du second où la liqueur demeure constamment dans les caves de l'Observatoire, qu'on prend pour le tempéré. Ce même rapport est constaté dans *la Connoissance des Temps*, aux premières années où l'on se servit du thermomètre de M. de *Reaumur* conjointement avec celui de M. de *la Hire* * ; & cet accord, relativement aux premières instructions de M. de *la Hire*, nous fournit encore une preuve, que son thermomètre, qui est à esprit de vin, comme celui de M. de *Reaumur*, n'avoit point changé depuis le commencement du siècle (n).

* Années 1732,
1733, 1734,
&c.

115. Le thermomètre de M. *Amontons*, sur lequel je m'étois réglé dans mon ancien Mémoire, est divisé par pouces & par lignes du pied de Roi. La congélation de l'eau y est marquée au 51 $\frac{1}{2}$ pouce ou degré, & la température des caves de l'Observatoire au 54^{me}. Intervalle de 2 $\frac{1}{2}$ qui répond exactement aux 10 degrés de celui de M. de *Reaumur*. D'où il suit, 1.^o que chacun des degrés de M. *Amontons* en vaut 4 de ceux de M. de *Reaumur*, & réciproquement que chaque degré de celui-ci ne fait que le $\frac{1}{4}$ ou 3 lignes de ceux de

(m) Mémoires 1702, 1703, & dans presque toutes ses Observations Météorologiques. Il y avertit aussi que les observations du plus grand froid ont été faites au lever du Soleil, celles du plus grand chaud vers les deux ou trois heures après midi, & que dans l'Été le thermomètre s'élève ordinairement de 11 degrés vers les 2 ou 3 heures après-midi plus haut que le matin au lever du Soleil. Sur quoi je me suis réglé, lorsque

je n'ai trouvé que l'observation du matin pour le grand chaud.

(n) Certifié dans *la Connoissance des Temps*, 1733, page 197, pour le chaud & le froid de 1731, en ces termes : le thermomètre scellé hermétiquement dont on se sert pour faire ces observations, est toujours le même ; il s'est conservé depuis plus de 60 ans, & il est fixé dans le même endroit depuis plus de 35 ans.

l'autre.

l'autre. 2.^o Que le point primitif ou 0 de la graduation de M. *Amontons* répond au 794^{me} degré de l'échelle de M. *de Reaumur*, ou, ce qui revient au même, que les 5 1 $\frac{1}{2}$ degrés de M. *Amontons* répondent à 206 degrés pris au-dessous de 1000 du terme de la congélation sur le thermomètre de M. *de Reaumur*. Mais ce qu'il y a de plus important à observer sur le thermomètre de M. *Amontons*, & qui le distingue de ceux qui avoient précédé, c'est que ce premier point de la graduation, le 0 de degré, y représente en quelque sorte le froid absolu, ou, comme l'auteur s'exprime, *le froid extrême*

qui réduiroit l'air à ne soutenir aucune charge par son ressort *. Et c'est sur quoi aussi nous ferons bientôt quelques réflexions.

* Voy. *Mém. de l'Acad.* 1703, p. 52.

116. Mais en attendant, & pour ne nous point écarter de l'observation immédiate dans la table suivante, nous nous en tiendrons uniquement au thermomètre de M. *de la Hire*, & à celui de M. *de Reaumur*, le tout réduit à la théorie & à la graduation de ce dernier. J'ai répété tout au long, à la tête de chaque tranche horizontale de cette Table, les nombres qui expriment sur ce pied-là les valeurs des Étés & des Hivers, plutôt que d'y sous-entendre l'expression abrégée de *plus* ou de *moins* relativement au terme de 1000 : soit parce qu'il s'agit toujours ici d'une chaleur positive, tant au-dessous qu'au-dessus de ce terme fondamental, soit par rapport aux opérations que nous aurons à faire sur ces quantités, soit enfin pour ne pas donner lieu un instant à l'erreur, que deux Étés, par exemple, dans l'un desquels le thermomètre de M. *de Reaumur*, seroit monté à 24 degrés au-dessus de la congélation, & à 20 seulement dans l'autre, fussent entre eux comme ces nombres, 24 & 20, ou leurs proportionnels, 6 & 5 ; tandis qu'ils sont réellement, selon ce Thermomètre, en raison de 1024 à 1020, ou, réduction faite, de 256 à 255.

Les fractions de degré, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. que les observations ont données y sont converties par-tout en centésimales, pour la commodité de la sommation.

Mém. 1765.

. C c

117. TABLE DE L'ÉTÉ ET DE L'HIVER RÉELS DE PARIS,
ou du plus grand chaud & du plus grand froid qu'il a fait à
l'Observatoire de Paris, depuis le commencement du siècle (1701)
jusqu'en l'année 1756 inclusivement.

Selon le Thermomètre de M. DE REAUMUR.

ANNÉES.	ÉTÉS RÉELS.	HIVERS RÉELS.	ANNÉES.	ÉTÉS RÉELS.	HIVERS RÉELS.
1701.	1019. 75.	999. 75.	1731.	1028. 56.	995.
2.	22. 75.	91. 25.	32.	24. 50.	94.
3.	19.	97. 75.	33.	22.	98. 25.
4.	24.	92. 25.	34.	25. 50.	96.
5.	27. 75.	97. 25.	35.	23. 50.	98. 50.
1706.	1029. 50.	994. 75.	1736.	1028. 50.	997. 75.
7.	27. 75.	98. 66.	37.	25. 50.	96.
8.	21. 25.	98. 75.	38.	29. 50.	94.
9.	25.	85.	39.	27.	95.
10.	27.	92.	40.	22. 50.	90.
1711.	1022.	994. 50.	1741.	1027.	993.
12.	25. 50.	97. 50.	42.	29.	87. 88.
13.	23.	93. 25.	43.	26.	94. 50.
14.	24. 50.	94. 75.	44.	25.	91. 50.
15.	25. 50.	93. 33.	45.	24. 50.	89. 75.
1716.	1018. 33.	985. 83.	1746.	1026. 50.	992. 25.
17.	25. 56.	96. 67.	47.	27. 50.	88. 25.
18.	28. 89.	95. 33.	48.	29. 50.	89. 88.
19.	29. 20.	98. 33.	49.	29. 50.	93. 25.
20.	32.	1000.	50.	27. 50.	94. 50.
1721.	1023. 33.	993. 93.	1751.	1029. 50.	990.
22.	23. 33.	97. 33.	52.	27.	94. 75.
23.	25.	92. 74.	53.	30. 50.	90. 25.
24.	27. 78.	1000.	54.	27. 50.	88. 50.
25.	25. 57.	997. 78.	55.	29. 50.	88. 66.
1726.	1026. 11.	994. 49.	1756.	1028. 50.	992. 50.
27.	27. 78.	98. 89.			
28.	25.	95.	Som. 56.	57457. 96.	55665. 51.
29.	26. 67.	88. 75.			
30.	25. 56.	96. 11.	An. cem.	1026.	994.

ÉTÉ & Hiver réels du Climat de Paris, année commune.

118. Prenant maintenant la somme des Étés, $57457 \frac{96}{100}$, & celle des Hivers $55665 \frac{51}{100}$, telles qu'on les trouve à la fin de cette Table, & divisant l'une & l'autre par la somme des années (56), on trouvera l'Été moyen ou année commune de $1026 \frac{3+}{100}$ degrés, l'Hiver de $994 \frac{3-}{100}$, leur différence de $32 \frac{1-}{100}$; &, négligeant les petites fractions qui les accompagnent,

L'Été réel de Paris, à l'Observatoire..... 1026.

L'Hiver réel..... 994.

Leur différence..... 32.

Et enfin leur rapport $1026 : 994 :: 32 : 31 \frac{1}{3}$, ou, négligeant le $\frac{1}{3}$ de degré :: $32 : 31$.

Ainsi le plus grand chaud qu'il fait réellement à Paris en Été, année commune, ne diffère du plus grand froid qu'il y fait en Hiver que de $\frac{1}{32}$; tandis que l'Été & l'Hiver purement solaires y étant (n. 61) dans le rapport de $16 \frac{82}{100}$ à 1, y diffèrent de plus de 15 entiers, ou près de 500 fois davantage.

119. M. de Fontenelle disoit à ce sujet, & d'après l'Été & l'Hiver de M. Amontons (ci-dessus n. 3). *Eut-on cru que le chaud qu'il fait aux rayons du Soleil à midi dans le solstice d'Été, ne diffère du froid qu'il fait quand l'eau se glace, qu'environ comme 60 diffère de $51 \frac{1}{2}$, ou 8 de 7; & que la même matière qui produit par son agitation les plus grandes chaleurs, & les plus insupportables de notre climat, ayant alors 8 degrés de mouvement, elle en a encore 7 lorsque nous sentons un froid extrême (0) ! Eh! ne s'étonnera-t-on pas bien davantage que*

(0) *Hist. de l'Acad. 1702, page 7. Où l'illustre auteur auroit exprimé plus exactement ce rapport de 7 à 6. Petite inadvertance qui n'ôte presque rien au paradoxe, & que je ne relève ici qu'en ce qu'elle*

est répétée dans l'extrait qu'il donna ensuite de mon Mémoire, dans tous les Journaux qui en font mention, & ailleurs. On a même jugé à propos que j'en avertisse.

cette matière en ait encore 31 sur 32 ! Mais au fond il n'y a rien là de surprenant pour quiconque a un peu réfléchi sur la nature de nos sensations, & sur la cause externe, tout-à-fait hétérogène, qui les occasionne. Des sensations différentes, même contraires, le plaisir & la douleur, ne dépendent souvent que de l'altération la plus légère, d'un centième ou d'un millième de mouvement de plus ou de moins, dans l'objet qui les excite en nous par l'entremise de nos organes. Le son & ses tons, la lumière & ses couleurs, le toucher, le goût & l'odorat nous en fourniroient cent exemples.

120. Mais quoi qu'il en soit, & de quelque changement que ces rapports soient susceptibles, on n'en sauroit tirer aucune induction valable contre la théorie; sans compter, qu'en d'autres latitudes on leur trouvera souvent de semblables valeurs, ou encore plus surprenantes qu'à celle de Paris; comme on peut s'en convaincre par la seule inspection de la Table des Étés & Hivers solaires (n. 108) & par tout ce qui me reste à dire sur ce sujet.

NOUVELLE comparaison entre les Thermomètres de M.^{rs} Amontons & de Reaumur, sur la distance du terme de la congélation au point zéro de chaleur, ou sur le plus grand froid que la Nature & l'Art aient pu nous faire connoître.

121. On a vu (n. 115) que la graduation du thermomètre de M. Amontons partoît de ce point, où le froid extrême réduiroit l'air à ne soutenir aucune charge par son ressort; & où l'on compte 0 de degré, comme si c'étoit-là en effet, c'est-à-dire, au 794^{me} degré du thermomètre de M. de Reaumur, qu'on eût 0 de chaleur, & que répondît le froid absolu. Idée vraiment ingénieuse, mais purement hypothétique, qui ne doit pas nous faire illusion sur la distance & le lieu inassignables d'un semblable point. Le thermomètre de M. de

Reaumur, construit sur de tout autres principes, ne part au contraire du point 0 de degré, beaucoup plus éloigné, & de 1000 au-dessous de la congélation, que pour donner une plus grande latitude au jeu des condensations & des raréfactions de la liqueur dans le tube, sans erreur sensible sur la quantité qui en doit toujours rester dans la boule, & indépendamment du point imaginaire quelconque du froid absolu.

122. L'un & l'autre de ces Thermomètres, réduit à la même échelle & d'après la Table (*n. 117*) des Étés & Hivers réels de Paris, que je prends ici pour exemple, font également l'Été réel, année commune, de 26 degrés au-dessus du terme de la congélation, & de 6 au-dessous; mais par la différente distance de ces points à celui de leur origine ou de 0, sur les deux thermomètres, de 206 degrés seulement dans l'un, & de 1000 dans l'autre, il est clair qu'il en résultera des rapports très-différens de l'Été à l'Hiver réels, & que tandis que le thermomètre de *M. de Reaumur* ne fait ce rapport que de 1026 à 994 ou de 32 à 31, le thermomètre de *M. Amontons* le fera de 232 à 200, ou de $7\frac{1}{4}$ à $6\frac{1}{4}$, en raison inverse des distances hypothétiques du 0 d'origine au terme de la congélation. Ce qui ne peut manquer d'influer considérablement sur l'évaluation des émanations centrales que nous en devons tirer & qui constituent la base des chaleurs de ces deux saisons.

123. Toute la question se réduit donc à savoir quel est celui des deux thermomètres qui, à cet égard, se rapproche davantage de la Nature, ou du plus grand froid possible, tel que nous pouvons le conjecturer d'après nos connoissances sur ce sujet. Car pour le froid absolu, le zéro de mouvement & de chaleur, c'est, à mon avis, un être chimérique qui n'existe en aucun lieu de l'Univers, une espèce d'asymptote dont on pourra peut-être approcher de plus en plus, sans y arriver jamais.

124. Or il est à présumer que c'est au thermomètre de *M. de Reaumur* qu'il faut donner la préférence, tant à cet

égard que par rapport à quelques autres principes de construction (*p*) dont il est inutile de parler ici.

Car 1.^o nous ne saurions sans injustice attribuer à M. Amontons d'avoir cru que le froid extrême qui réduiroit l'air à ne soutenir aucune charge par son ressort fût le dernier période du froid que la Nature ou l'Art pussent nous procurer. C'est seulement, & comme il s'en explique lui-même, *un degré de froid beaucoup plus considérable que celui que nous tenons pour très-froid (q)*. Affertion qui n'exclut ni d'autres agens, soit naturels, soit artificiels, que la compression & la raréfaction, ni d'autres substances douées d'une force élastique infiniment supérieure à celle de l'air, ni un froid indéfiniment plus grand que celui qui réduiroit l'air à ne soutenir aucune charge par son ressort.

2.^o La Règle de M. Mariotte sur les compressions & les dilatations de l'air, sur la chaleur qu'on y peut introduire, & sur les poids dont il peut être chargé, ne porte, comme on fait, que sur les cas moyens. Cette Règle & la proportionnalité des compressions ou des dilatations avec les poids, cesse totalement dans les extrêmes où il n'y a plus de point fixe ni de bornes que nous connoissons. Tout ce qui vient après les cas moyens est donc abandonné à nos conjectures, & nos conjectures, dans la question présente, pourroient bien nous conduire au-delà même des 1000 degrés de M. de Reaumur.

3.^o Le plus grand froid, & que nous tenons certainement pour très-froid, qu'on peut avoir éprouvé dans les pays septentrionaux de l'Europe, n'a guère passé, que je sache, les 32 ou 33 degrés au-dessous du terme de la congélation. Le froid artificiel même, dont on ne voit pas les bornes, n'a pas été jusque-là, du moins en France, & dans les expériences que M. de Reaumur en a faites, lorsque son thermomètre ne

(*p*) Tel est, par exemple, le point de l'eau bouillante sur lequel M. Amontons s'est réglé, & qu'on fait aujourd'hui être sensiblement variable, selon le poids actuel de l'atmosphère, indiqué sur le baro-

mètre. Point qu'on a déterminé au 80.^{me} degré, lorsque le baromètre est autour du 28.^{me} pouce.

(*q*) *Ibid.* Et immédiatement après, *Mém. de l'Acad.* 1703, p. 52.

marquoit tout-au-plus à l'air libre que la simple congélation *. Mais voici enfin, & sans que l'art y entre pour rien, des froids de 50, 60 & de 70 degrés au-dessous de ce terme, que M. Gmelin a observés en Sibérie (r), dans l'espace de neuf à dix années qu'il y a demeuré. On vit cependant en Sibérie, les hommes, une infinité d'animaux & d'insectes y vivent, & la *Flore Sibérienne* de cet habile Naturaliste ne nous permet pas de douter qu'une infinité de plantes n'y croissent, n'y portent des fleurs & des fruits. Eh! combien de degrés de froid ne faudra-t-il pas encore admettre au-delà du degré où les animaux ni les plantes ne sauroient vivre, & avant que d'arriver à celui où la Nature, totalement engourdie, seroit sans mouvement!

* Voy. *Mém. de l'Acad.* 1734-
p. 167.

125. C'est ainsi que je raisonnois, lorsque je lus pour la première fois ces Recherches à l'Académie; mais j'avoue que je ne m'attendois pas à voir mon raisonnement si tôt justifié, & aussi bien qu'il vient de l'être, par les étonnantes expériences qui ont été faites à l'Académie impériale de Pétersbourg sur le froid artificiel, le 25 Décembre 1759, & le 6 Février 1760. Qu'il me soit permis d'en rapporter ici les principaux résultats d'après la Dissertation *De admirando frigore artificiali* de M. Braun.

126. Dans les premières de ces expériences, & après diverses tentatives, le froid artificiel parvint à 470 degrés du thermomètre de M. de l'Isle; d'où ôtant les 150 degrés qu'il y faut compter au-dessus du terme de la congélation, il en reste 320 au-dessous, lesquels étant réduits au thermomètre de M. de Reaumur, & d'après la Table que M. de l'Isle lui-même en a donnée dans nos Mémoires de 1749, sur le pied

(r) Jean-George Gmelin, Professeur en Chymie & en Histoire naturelle, de l'Académie Impériale de Pétersbourg, dans la grande & belle Préface de sa *Flora Siberica*. Les observations des plus grands froids s'y rapportent aux années 1735, 1736, 1737 & 1738,

& ont été faites principalement au fort de Kiren, sur la Léna, & à la ville de Jéniseï, vers les 58 & 59^d de latitude, selon l'*Atlas Russicus* publié en 1745. Et avec les thermomètres de M. de l'Isle & de Fahrenheit, toujours réduits ici au thermomètre de M. de Reaumur.

de 150 pour 80 de M. de Reaumur, reviennent à 170 $\frac{2}{3}$. Mais quelque énorme que nous paroisse un froid de 170 degrés au-dessous du terme de la congélation, & qui surpassoit si prodigieusement celui de 29 $\frac{1}{2}$ degrés qu'on sentoît alors à Pétersbourg, nous l'allons voir surpassé d'environ 580 dans les expériences du 6 Janvier 1760. Il y fut porté de proche

* Therm. de
M. de l'Isle.

en proche au-delà de 720 degrés*, & l'on ne fait jusqu'où seroit allé ce progrès si la boule du thermomètre de M. Braun, qui étoit déjà fêlée en quelques endroits, n'étoit tombée en morceaux à cette dernière épreuve. Aussi le froid naturel qu'on jugeoit dès-lors excessif à 29 degrés, le 25 Décembre précédent, *qui gradus frigoris summus ad hoc usque tempus*, avoit-il augmenté d'environ 2 degrés le 6 Janvier, c'est-à-dire, que le thermomètre exposé à l'air libre y étoit descendu à 30 $\frac{1}{15}$ ou 31 de nos degrés. Le Mercure tombé avec la boule du thermomètre, & qui avoit commencé de se figer vers le 170^{me}, fut donc trouvé alors dur & malléable comme du plomb dans toutes ses parties. Découverte qui suffiroit seule pour rendre un nom célèbre. Mais prévenons les doutes que pourroit faire naître l'accident arrivé au thermomètre de M. Braun. Je me contenterai pour cela de renvoyer aux judicieuses réflexions, comme aux expériences, que M. Lomonosow fit sur ce sujet, & qu'on trouvera dans ses *Meditationes de solido & fluido*, imprimées à Pétersbourg la même année (1760) que la Dissertation de M. Braun. On y verra avec plusieurs autres éclaircissemens utiles, que le même jour 6 Janvier, un semblable thermomètre, plongé de même dans la neige avec l'esprit de nitre fumant, y étoit descendu jusqu'à la valeur de 592 de nos degrés, sans se rompre ni se fêler en aucune manière (s). Nous voilà donc arrivés à plus de la moitié & près des $\frac{2}{5}$ ^{mes} des 1000 degrés hypothétiques de M. de Reaumur. Mais seroit-ce là le dernier terme du froid

(s) M. Poissonnier, Médecin, alors à Pétersbourg, & témoin oculaire de tous ces faits, en écrivit sur le champ à l'Académie des Sciences, conformément à ce que

nous venons de dire d'après M.^{rs} Braun & Lomonosow, comme on le verra plus amplement dans l'histoire de l'Académie de 1760.

possible

possible dans la Nature, ou que l'art aidant la Nature pourroit nous indiquer? Une circonstance importante, & qui n'a pas échappé à M. *Braun* dans ces expériences, c'est que le froid artificiel y devient d'autant plus grand que l'intensité actuelle du froid naturel & local est plus grande. Or cela posé, avec tout ce qui vient d'être dit du froid extraordinaire de Pétersbourg, à $30\frac{14}{15}$ ou 31 degrés; & prenant, par exemple, pour la Sibirie celui de 53 degrés, bien au-dessous des plus extraordinaires du climat, & observé par M. *Gmelin*, le 11 Décembre 1736 vers les 3 heures après midi, nous aurons cette analogie,

Comme 31 degrés, froid naturel à Pétersbourg,

À 592 degrés, froid artificiel,

Ainsi 53 degrés, froid naturel en Sibirie,

À 1012 degrés, froid artificiel.

Où le quatrième terme donne à peu près, & en excès, les 1000 degrés de construction du thermomètre de M. *de Reaumur*. J'ignore si les instrumens, le verre, la neige, les esprits salins, &c. qu'il y faudroit employer, ne se refuseroient pas à une si forte épreuve. Quoi qu'il en soit, & en nous en tenant ici au seul degré de la congélation du mercure, on pourroit bien s'écrier comme a fait *Boërhaave*, à l'occasion de semblables expériences, mais bien inférieures, *Quis vero mortalium definit, quale ultra frigus posset excitari, per alias haeclemus in natura & in artis potestate latentes, vires* *!

* *Chemia, édit.
Par. T. I, p. 89.*

127. Je ne ferai donc nulle difficulté d'admettre dans toute son étendue la graduation du thermomètre de M. *de Reaumur*, & de fixer hypothétiquement le premier degré l'infiniment petit de la chaleur, ou le *maximum* de ce que nous appellons le froid, à 1000 de distance du terme de la congélation; laissant d'ailleurs au Lecteur intelligent la liberté d'en raccourcir ou d'en prolonger l'intervalle selon ses lumières, & autant que les réflexions précédentes peuvent le permettre.

Suivons maintenant nos observations sur ce pied-là.

Mém. 1765.

. D d

De l'ÉTÉ & HIVER RÉELS des Climats plus méridionaux ou plus septentrionaux que celui de Paris, & premièrement de l'Été Réel en tant qu'il se trouve être sensiblement de la même intensité de chaleur dans tous les Climats.

128. Cet Été, qu'on peut qualifier d'*universel*, & que nous avons annoncé (*n. 9*) comme le fruit & le principal objet des nombreuses observations de M. de Reaumur, va être encore constaté ici par les nôtres. Nous en fixerons le terme à celui de Paris, entre les limites de 1, 2 ou 3 degrés au-dessus ou au-dessous de 1026 (*n. 118*). Différences visiblement dûes aux circonstances locales & accidentelles, & qui disparoissent devant celles que les Hivers ont entre'eux : car, comme nous le verrons bientôt, celles de l'Été sont également & indifféremment répandues sur toutes les Latitudes, grandes & petites, tandis que celles des Hivers vont en augmentant plus ou moins, avec ces mêmes latitudes & au-dessous des Étés, depuis 0, 20, 40 ou 50 & jusqu'à 70 degrés du thermomètre, à compter seulement de l'Équateur jusqu'au Cercle polaire, & ordinairement plus grandes en avançant jusqu'au Pôle.

129. Il n'est point encore ici question du principe de cette égalité des Étés, que je renvoie à la section suivante : mais indépendamment de tout principe & de toute théorie, on pourra se convaincre par la simple observation, que les différences & l'irrégularité qui s'y rencontrent sont, comme je l'ai dit, uniquement dûes aux circonstances locales du climat donné.

1.°. Lorsqu'on aura les observations de quelques autres lieux, situés sur le même Parallèle ou à peu-près de même Latitude : car prenant alors l'Été moyen qui résulte de tous ces points, où il est rare que les circonstances soient les mêmes, cet Été sera presque toujours d'autant plus approchant du terme de comparaison ou de celui de Paris, que les observations auront été en plus grand nombre.

2.^o Si de semblables observations nous manquent, & que celles du climat donné ne soient ni assez suivies, ni assez nombreuses, comme il n'arrive que trop souvent, on verra si l'Été moyen de Paris de la même année ou des mêmes années, s'écarte en même sens, en excès ou en défaut, de l'Été moyen général & complet du terme de comparaison; & dans ce cas, il est clair que l'excès ou le défaut, relativement aux limites ou même au-delà des limites que nous avons assignées à la variation des Étés réels, ne tirera point à conséquence & ne sort pas de la règle: car on a remarqué, & nous en donnerons des exemples, que ces mêmes excès de chaud ou de froid qu'on éprouve en certaines années, y règnent ordinairement sur une grande étendue de pays & souvent sur les plus lointains.

3.^o Enfin l'inspection immédiate du climat, la nature du terrain, l'élevation ou la dépression de ce terrain, sa situation relative aux climats adjacens, au Nord ou au Sud des pays montagneux ou couverts de forêts, l'éloignement ou la proximité des mers, sa culture, &c. fourniront presque toujours la cause de ces variations, sans préjudice à l'égalité générale dont il s'agit.

Voilà le véritable sens dans lequel il faut entendre l'égalité des Étés, en tant que déduite des observations & la balance qu'on doit toujours avoir en main sur une matière si compliquée.

130. Du reste, je n'ai point hésité d'attribuer la découverte de cet important phénomène à M. de Reaumur. Je ne dois pourtant pas omettre que M. Halley sembleroit en avoir eu quelque connoissance dans son *Mémoire sur la chaleur proportionnelle du Soleil dans toutes les latitudes*, donné à la Société Royale de Londres en 1693 (1). Mais quelle que soit l'occasion qui lui fit naître cette idée, il est clair que ce sont ici deux points de vue tout différens. L'Été de M. de Reaumur ne tombe que sur les intensités de la chaleur, & le Mémoire

(1) *The proportionnal heat of the Sun in all Latitudes.* Philos. Transact. n.^o 203.

de M. *Halley* n'a pour objet que les sommes & les durées de cette même chaleur; l'Été de M. *de Reaumur*, celui-là même que nous adoptons ici, résulte de toutes les causes qui le produisent, tant physiques qu'astronomiques, rapportées au midi ou au moment quelconque de la plus grande chaleur du jour, & ce n'est chez M. *Halley* que l'Été résultant de l'action purement solaire, ainsi qu'il s'en explique à la tête de ce Mémoire. Enfin M. *de Reaumur* n'évalue la chaleur de son Été que d'après l'observation immédiate du thermomètre, tandis que M. *Halley* ne déduit celle du sien que des sinus de toutes les hauteurs solaires du jour, perpendiculairement élevés sur l'arc de l'Horizon, qui en exprime le nombre, & de l'onglet cylindrique qui en est formé & qui en représente la somme. Et c'est ainsi qu'il entend que la plus grande durée des jours compense réciproquement les moindres hauteurs solaires des Latitudes. Idée vraiment digne de la sagacité & du savoir de ce fameux Astronome, mais qui pêche en plus d'un point, & sur-tout en ce qu'il n'y a pas tenu compte des pertes de la lumière à son passage plus ou moins oblique au travers de l'atmosphère; Élément indispensable à la composition des Étés de M. *Halley*, & qui ne pouvoit manquer d'en faire disparaître l'égalité ou la *proportionnalité* qu'il y vouloit établir. Comme on peut s'en convaincre par l'inspection de notre Table des Étés & Hivers solaires (n. 108), où l'on trouvera grand nombre de ces Étés doubles, triples & quadruples de celui de l'Équateur.

131. Revenons donc à notre égalité de fait & d'expérience. M. *de Reaumur* en donna les premiers exemples dans les Mémoires de 1733. Les Savans en furent bientôt instruits, & c'est en citant ces Mémoires, publiés en 1735, que M. *Muffchenbroek* demande dans sa Physique (u), si la chaleur est à peu près égale dans tous les pays, & ajoute aussitôt, « les observations que M. *Coffigny* (x) a faites dans son voyage des Indes Orientales nous apprennent, que la chaleur

(u) Essai de Physique traduit du Hollandois, Tome I, chap. 26.

(x) Correspondant de l'Académie, Ingénieur du Roi.

n'avoit pas été plus grande en aucun endroit pendant son « voyage, que celle qui avoit été observée par M. de Reaumur « à Paris ». Et remarquez que la Zone torride, la Ligne & les Tropiques, dans l'un & l'autre hémisphère, faisoient le principal objet de la comparaison. Mais combien les preuves de cette égalité surprenante ne furent-elles pas multipliées par tout ce que M. de Reaumur y ajouta dans les années 1734, 1735, & tout de suite jusqu'en 1741, d'après de semblables observations de M. Cossigny & de ses autres Correspondans répandus en différens pays des quatre parties du Monde !

132. Quant aux observations que j'ai tâché de me procurer & que je rassemblai sur ce sujet, lorsque je remis la main à ces Recherches, le nombre n'en est guère moins grand ; mais je me contenterai d'en rapporter les résultats, & seulement des plus exactes & des plus importantes, par la circonstance des lieux & des latitudes : sans quoi je grossirois inutilement cet ouvrage au-delà du plan que je me suis fait.

ÉTÉS & HIVERS SOLAIRES de différens Climats, en confirmation des remarques précédentes sur l'égalité des Étés ; & premièrement de la Zone Tempérée Arctique.

133. M. Bouillet, Médecin, Professeur Royal de Mathématiques, & Secrétaire de l'Académie des Sciences & Belles-Lettres de Béziers, m'envoya les observations Météorologiques qu'il avoit faites dans cette ville, depuis 1725 jusqu'à 1756 inclusivement, c'est-à-dire sur 32 années consécutives, & avec toutes les instructions nécessaires. Les ayant réduites sous la même forme que celles de Paris (*ci-dessus*, n. 117) j'en tirai par la même méthode, l'Été réel, année commune, de 1024 degrés, à $\frac{1}{8}$ près ; & l'Hiver réel de 996 $\frac{1}{2}$, ce qui donne la différence de 27 $\frac{1}{2}$. D'où il suit que les chaleurs de l'Été y sont moindres qu'à Paris de 2 degrés, quoique sur un parallèle d'environ 5 $\frac{1}{2}$ degrés plus méridional, la latitude de cette ville étant de 43^d 20' 20" ; mais aussi les moindres chaleurs de son Hiver sont-elles de 2 $\frac{1}{2}$ degrés

plus grandes. Le sol du lieu où se faisoient les observations est élevé de 35 à 36 toises sur le niveau de la mer.

134. Il ne s'en faut que d'environ $2\frac{1}{2}$ minutes que Marseille (Latit. $43^{\text{d}} 17' 45''$) ne soit sur le même parallèle que Béziers. Voyons cependant quelle en sera la différence température. J'en ai des observations très-bien circonstanciées & très-exactes, sur 12 années consécutives, savoir depuis 1745 jusqu'en 1756 inclusivement, & immédiatement avec le thermomètre de M. de *Reaumur* (*y*). Il s'en ensuit, & toujours par la même méthode, l'Été réel de $1027\frac{1}{6}$, & l'Hiver réel de $997\frac{3}{4}$.

135. La température de Montpellier (Latit. $43^{\text{d}} 36' 33''$) donne l'Été de $1027\frac{1}{13}$, & l'Hiver de 996, à $\frac{1}{19}$ près, sur 19 années consécutives, à compter depuis 1737, jusqu'à 1755, inclusivement (*z*).

136. Si l'on prend donc maintenant la somme de ces trois Étés renfermés dans le 44^{me} degré de latitude, comme il a été dit ci-dessus (*n.* 129, 1.°) & qu'on la divise par 3, on trouvera l'Été moyen, à très-peu près, de 1026 degrés, de la même intensité de chaleur que celui de Paris; &, par la même méthode, l'Hiver d'environ $2\frac{3}{4}$ degrés moins froid.

137. La latitude de Toulouse ($43^{\text{d}} 35' 54''$) est renfermée dans les mêmes limites que les villes précédentes; mais les plus exactes observations météorologiques que nous

(*y*) Elles ont été faites par M. *Cathelin*, avec le thermomètre de M. de *Reaumur* à esprit de vin, & m'ont été envoyées par le P. *Blanchard*, Jésuite, au défaut du P. *Pézenas*, Professeur royal d'Hydrographie, à qui je les avois demandées.

(*z*) Par M. *Bon*, ancien premier Président de la Chambre des Comptes & Cour des Aides de Montpellier, Conseiller d'État. J'en

suis redevable à M. de *Ratte*, Secrétaire de la Société Royale de cette ville, & à M. *Pitot*, de l'Académie des Sciences, & Directeur du canal royal de Languedoc. Ces observations sont en partie les mêmes que celles dont M. de *Reaumur* s'est servi, mais beaucoup plus complètes par les soins des deux savans Académiciens dont je viens de parler.

en ayons (a) ne portent que sur les 10 dernières années de notre Table (n. 117) savoir, depuis 1747 jusque & y compris 1756. On pourroit aussi jeter quelques doutes sur le thermomètre avec lequel elles ont été faites. C'est celui qu'on nomme de *Lyon*, dont l'espace entre le terme de l'eau bouillante & celui de la congélation est divisé en 100 parties égales ; espace communément estimé de 80 degrés au thermomètre de M. de *Reaumur*, & qui n'est pas exempt de la variation indiquée ci-dessus (Note (p) du n. 124). La réduction de l'un à l'autre thermomètre en sera donc un peu douteuse. Cependant, comme cette variation en plus & en moins, répandue sur 10 années, n'est pas considérable, & que d'ailleurs l'habile observateur peut y avoir eu égard d'après le baromètre, & le poids actuel de l'atmosphère. supposons ces observations exactement réducibles, & réduisons-les en effet à notre thermomètre, & à leur année moyenne, suivant l'analogie de 100 à 80 ou de 5 à 4. Elles nous donneront l'Été réel de Toulouse de $1028 \frac{40}{100}$ degrés, supérieur à celui de Paris de près de $2 \frac{1}{2}$ degrés. Mais par le second article du n. 129, voyons ce que les mêmes 10 années, séparées des 46 qui les précèdent dans notre Table, nous auroient donné à Paris. Nous trouverons, à un quart de degré près, que c'est la même quantité de chaleur moyenne, savoir de $1028 \frac{65}{100}$. Il est donc à présumer jusqu'ici, que l'Été de Toulouse, de Béziers, de Montpellier & de Marseille, & vraisemblablement de toute l'étendue longitudinale des parallèles renfermés dans la petite Zone de leurs latitudes, est sensiblement égal à celui de Paris.

Par les mêmes observations, & selon la même méthode, l'Hiver de Toulouse est de $994 \frac{80}{100}$.

138. Malte, Alger & Cadix, de 8 degrés plus méridionales que les villes précédentes, & toutes trois comprises dans

(a) Par M. de *Marcorelle*, Correspondant de l'Académie royale des Sciences de Paris, & Membre de celle de Toulouse, qui a eu la bonté de me les communiquer. On les trouvera imprimées depuis dans le quatrième tome des *Mémoires de Mathématique & de Physique*, présentés à l'Académie royale des Sciences par divers Savans.

le 36^{me} degré de latitude, vont nous donner encore un semblable accord de leur Été avec celui de Paris.

Il ne neige ni ne gèle presque jamais à Malte (Lat. $35^{\text{d}} 54'$). Les plus grandes chaleurs de l'Été n'y vont guère au-dessus du 1027^{me} degré du thermomètre de M. de Reaumur, non plus que les Hivers au-dessous de 1002 ou 1003 (b).

Le plus haut point où la liqueur du thermomètre ait monté à Alger (c), (Latitude $36^{\text{d}} 49' 30''$) en 1736, est à 27 degrés au-dessus de la congélation. Elle monta cette même année à Paris, à $28 \frac{1}{2}$. On pourroit donc encore (mm. 129 & 137) abaisser l'Été commun d'Alger à celui de Paris.

Cadiz (Latit. $36^{\text{d}} 31' 7''$) approche beaucoup de la température de Malte, en ce que l'Hiver n'y va presque jamais à la gelée; mais l'Été y est moins chaud d'environ 2 degrés du thermomètre de M. de Reaumur, n'y montant guère au-delà de 1025 degrés (d).

Ayant donc pris la somme de ces trois Étés, conformément à ce qu'en donnent les observations, & le tiers de cette somme, on aura l'Été moyen de $1026 \frac{1}{3}$, & si l'on abaisse l'Été d'Alger à ce terme commun, de 1026 tout juste (e).

139. Je m'arrête principalement à ces grands intervalles de latitudes, des côtes méridionales de France, de Malte, &c. relativement à Paris, & d'autant plus concluans en faveur de l'égalité des Étés, qu'ils approchent davantage de la Zone torride, où l'on sait, & nous l'allons voir bientôt plus particulièrement, que les variations du chaud & du froid, ainsi que

(b) D'après l'instruction qui m'en a été donnée par M. Prepaud, né à Malte, où il a passé une grande partie de sa vie, aujourd'hui Ministre à la Cour de France de M. le Cardinal évêque de Spire.

(c) Selon la remarque de M. de Reaumur, sur les observations de M. Granger. *Mém. Acad.* 1736, p. 482.

(d) D'après la note que M. Godin m'en a donnée.

(e) Depuis que tout ceci avoit été écrit, M. le Chevalier Turgot présentement (1765) de l'Académie des Sciences, qui a fait un long séjour à Malte, & grande attention à la température du climat de cette île, sur les vents, les pluies, &c. a bien voulu m'en donner un état abrégé pour ces Recherches. Il en résulte qu'à Malte le thermomètre de M. de Reaumur est souvent en Hiver à la même

hauteur

que celles du baromètre & du poids de l'atmosphère, disparaissent presque entièrement. Mais avant que d'entrer dans cette Zone unique à tous égards, & qui ne mérite pas moins d'attention ici, par ses Étés réels, qu'elle en a mérité dans notre première section, par ses Étés solaires, remontons vers le Pôle.

140. Parmi les observations faites à quelques degrés au-dessus de Paris, je ne veux pas omettre celles que nous a données M. *Guettard*, dans la relation de son voyage en Pologne, & notamment à Varsovie, latitude de $52^{\circ} 14'$, pendant les années 1760, 1761 & 1762, imprimées depuis avec les Mémoires de l'Académie de cette dernière année. Les plus grandes chaleurs de l'Été qu'il y ait observées, sur le thermomètre de M. de *Reaumur* construit à Paris, ont été dans le même ordre $1024\frac{1}{2}$, $1026\frac{1}{2}$ & 1027 , & les plus grands froids ou moindres chaleurs d'Hiver 992, 985, 988. D'où résulte la grande chaleur moyenne de l'Été, 1026 degrés, tout juste, & le plus grand froid de l'Hiver d'environ 12 degrés au-dessous du terme de la glace, ou de 6 degrés plus froid qu'à Paris. C'est de cinquante ou soixante observations bien détaillées que je tire ce résumé, ainsi que de tout ce que M. *Guettard* a pu apprendre de la température de Varsovie par la tradition du pays.

141. Nous avons de très-amples observations météorologiques, & mises dans un très-bel ordre, faites à la Haie depuis 1744 jusqu'à 1765 inclusivement, Latitude $52^{\circ} 5'$, & par-là sur le même parallèle que Varsovie à 9 minutes près,

hauteur qu'aux caves de l'Observatoire, c'est-à-dire à 10 degrés au-dessus du terme de la glace, que très-rarement y descend-il à ce terme, ce qui ne dure que deux ou trois jours, & n'y arrive que lorsque le vent est constamment au Nord; que la température ordinaire depuis la fin de Mars jusqu'à la fin de Mai y est d'environ 18

degrés, & qu'enfin celle de l'Été n'y va guère que de 20 à 25, quelquefois à 30; & qu'au mois de Juillet 1751, elle alla jusqu'à 31, où elle se soutint quinze jours. Or la moyenne arithmétique de ces quatre hauteurs de l'Été, donne $1026\frac{1}{2}$, ce qui revient toujours sensiblement aux conclusions précédentes.

Mém. 1765.

. E e

mais plus occidentales de 16 à 17 degrés. M. *Gabry*, Docteur en Droit & Correspondant de l'Académie, les publie tous les ans sur de grandes feuilles imprimées qu'il a la bonté de m'envoyer. Ce qui m'avoit empêché jusqu'ici de les employer, c'est qu'il s'y sert principalement du thermomètre à mercure de M. *Prins*, fait à Amsterdam, & dont j'ignorois la marche relativement à nos autres thermomètres. Mais sur la demande que je lui en ai faite, il a bien voulu me donner là-dessus tout ce que je desirois, & y joindre une Table de ses vingt-deux années complètes d'observations, telle à peu-près que celle que j'ai construite ci-dessus pour l'Été & l'Hiver réels de Paris. D'où je conclus, toutes réductions faites, la plus grande chaleur de l'Été à la Haie de $1024 \frac{27}{100}$ de nos degrés de M. *de Reaumur*, & le plus grand froid, ou moindres chaleurs de l'Hiver, d'environ 986, année commune.

142. Mais venons enfin au 60.^{me} degré de Latitude, plus décisif, à tous égards, que ces intermédiaires. Nous y trouverons la ville & l'Académie Impériale de Pétersbourg, & à 4' 10" au-dessous, la ville & la Société Royale des Sciences d'Upsal (f). C'est, dis-je, à 4' près le même parallèle, mais à 12^d 35' de différence longitudinale.

Or, selon ce que j'ai pu recueillir de plus exact sur les plus grandes chaleurs & les plus grands froids qu'il fait communément à Pétersbourg, soit d'après les observations météorologiques que M. de l'Île y avoit faites, soit d'après un excellent Mémoire que M. *Braun* vient de nous donner sur ce sujet (g),

(f) Pétersbourg, à 59^d 56' de latitude; & Upsal, à 59^d 51' 50", selon la Table de la Connoissance des temps, année 1757.

(g) *Novi comment. Acad. scient. Imp. Petrop. Tom. IV.* M. *Braun* y fait un dépouillement raisonné de tout ce qu'on trouve d'observations météorologiques, des hauteurs du baromètre, du chaud & du froid, dans les anciens Mémoires de cette Académie, tomes IX,

XIII, XIV; il y détermine la hauteur du sol de l'observatoire de Pétersbourg sur le niveau de la mer Baltique, de 51 pieds de Paris, &c. & il résume ainsi ce qui regarde la température du chaud & du froid sur une trentaine d'années, savoir depuis 1726 jusqu'en 1756. *Frigus maximum, quod hic Petroburgi adhuc est observatum, est 200..... Quum igitur hoc superet gradum, 182, hoc anno 1744 observatum,*

je trouve, toutes réductions faites du thermomètre de *M. de l'Isle* à celui de *M. de Reaumur* (*h*), l'Été réel de $24 \frac{8}{15}$ degrés au-dessus de la congélation, & l'Hiver de 25 à 26 degrés au-dessous.

143. C'est sur les instructions de *M. Ferner* (*i*), Astronome de la Société Royale d'Upsal, Professeur de Mathématiques, & l'un de nos plus sçavans *Correspondans*, que je détermine l'Été réel de cette ville, année commune, de 27 à 28 degrés au-dessus de la congélation, & son Hiver, comme celui de Pétersbourg, de 25 à 26 au-dessous du même terme, réduction faite au thermomètre de *M. de Reaumur*, tant pour les anciennes observations de la Société, que pour les nouvelles, & pour celles que *M. Ferner* y avoit faites. Un ou deux degrés de plus ou de moins aux Étés de Pétersbourg & d'Upsal, comparés à celui de Paris, ne tireroit assurément pas à conséquence sur l'égalité générale dont il s'agit : mais la circonstance du plus d'un côté & du moins de l'autre, nous donne cette égalité presque absolue pour tout le parallèle commun : car prenant l'Été d'Upsal entre 1027 & 1028, ou de $1027 \frac{50}{100}$, & celui de Pétersbourg demeurant fixé à $1024 \frac{8}{15}$, ou $1024 \frac{53}{100}$, il en résultera précisément l'Été moyen de Paris $1026 \frac{3}{100}$ (*n. 118*).

manet idem gradus adhuc maximus, qui Petroburgi sit notatus. Maximus caloris gradus, qui hic est observatus, adhuc fuit 104, qui saepius est observatus, & maximus mansit usque ad 1756, quo anno, ut sequentibus patebit, majores sunt observati. C'est pourquoi je prends celui-là (104) pour le plus grand chaud des Étés, année commune. Je n'en ai pu si sûrement connoître les Hivers; mais ils sont moins importants à notre objet.

(*h*) J'en avois donné ici les rapports dans une note qui a été refondue ci-dessus dans la digression

du froid artificiel (*n. 126*) où l'on peut les voir.

(*i*) Et qu'il a bien voulu me donner en partie par écrit pendant son séjour à Paris. On se servoit du thermomètre d'*Hauksbée* dans les premières observations météorologiques de la Société, comme on peut voir par les *Acta litteraria Sueciæ*, à commencer depuis 1720. Les dernières & celles de *M. Ferner* ont été faites sur celui de *J. Bird*, *London*, qui diffère peu, dans les principes de sa construction, de celui de *M. de Reaumur*. Je l'ai eu plusieurs jours entre les mains, *M. Ferner* l'ayant apporté à Paris.

144. A l'égard du Cercle polaire ou tout auprès, je n'en ai que les observations qui furent faites à Torno dans la Laponie (Latitude $65^{\text{d}} 50' 50''$) en 1737, par ceux de nos Académiciens qui s'y étoient transportés pour la mesure de la Terre. Le thermomètre à mercure, car l'esprit-de-vin s'étoit gelé dans les autres, y descendit en Hiver à 37 degrés au-dessous de la congélation; & au jour le plus chaud de l'Été, où ces Messieurs faisoient leurs observations des triangles de dessus de la petite montagne d'*Ava-Saxa*, 7 à 8 minutes seulement en deçà du Cercle polaire, & au-dessus du hameau de *Couita-Peri*, le même thermomètre s'y trouva de 23 à 24 degrés au-dessus de la congélation.

La montagne peut avoir 80 ou 100 toises de hauteur, & il est à présumer que le thermomètre auroit monté de quelques degrés plus haut dans la plaine. Mais que conclure à ce sujet des observations d'une seule année?

De l'intérieur de la Zone polaire Arctique, & tout près du Pôle.

145. Il n'est donc plus question ici d'observations thermométriques: mais grâce aux tentatives réitérées qu'on a faites depuis la fin du xvi^{e} siècle, pour découvrir un passage du Nord aux grandes Indes, & vers la mer Pacifique, nous connoissons dans cette Zone deux phénomènes dignes de remarque, & qui, bien entendus, la ramènent sensiblement à notre théorie générale, sur-tout à l'égard de l'Été; car ce n'est guère qu'au fort de l'Été qu'on navigue dans ces parages.

Le premier de ces phénomènes, & qu'on place à quelques degrés au-delà du Cercle polaire, est la Mer glaciale proprement dite, & réellement glacée, c'est-à-dire, entrecoupée de terres, îles, caps ou continens, & de glaçons immenses, partie flottans, partie adhérens à ces terres, Est & Ouest, le long des côtes septentrionales d'Europe & d'Asie, & d'Amérique.

Le second, & en quelque sorte contradictoire au premier, est une Mer ouverte & libre de glaces, unie & profonde, qu'on

trouve ensuite & à mesure qu'on approche davantage du Pôle, avec un temps doux & tempéré, & même plus chaud que tempéré, sous les 75, 80 & 82 ou 83 degrés de latitude, jusqu'où il est bien certain qu'on a pénétré. Et c'est ce qu'attestent les plus célèbres Navigateurs du Nord, les uns comme témoins oculaires, les autres d'après des Journaux & des Mémoires dignes de foi, ou sur des inductions très-vraisemblables.

Sur quoi je renvoie au *Recueil des voyages au Nord*, & au VI^{me} livre de l'*Histoire générale des voyages* de M. Frevôt.

146. L'ancien préjugé touchant les Zones polaires, inhabitables, & glacées dès l'origine du monde (*k*), & dont on étoit à peine revenu il y a deux ou trois cents ans, fit aisément admettre les froids excessifs & les glaces de la Zone polaire arctique, comme un effet de la position sur le globe & de la cause générale des saisons; mais cette mer libre & ouverte, ce temps doux & plus chaud que tempéré qu'on y trouva en avançant vers le pôle, parut alors, & paroît peut-être encore d'une première vue un vrai paradoxe. C'est cependant tout le contraire qu'il en faut penser, & selon mes principes, & d'après l'expérience.

Je dis donc que la mer glaciale est un phénomène accidentel, une exception à la règle & à l'ordre connu de la Nature, & qu'au contraire cette mer ouverte & profonde, ce temps doux & plus chaud que tempéré qu'on éprouve en quelques autres endroits de la Zone, dans les mois de Juin, Juillet & Août, ne sont que la suite des causes générales qui se manifestent dans les deux Zones, torride & tempérée, qui précèdent.

Car, 1.^o on sait aujourd'hui & depuis près de deux cents ans, que la mer ne gèle qu'à 20 ou 25 lieues au-delà des terres adjacentes, ou, pour parler plus exactement, les eaux salées & pesantes de la mer n'y gèlent presque jamais. Les

(*k*) *Infisto rigore & AETERNO GELU prænitur omne quicquid est subiectum duabus extremis (Zonis) utrinque circa vertices, &c.* Plin. lib. 2, c. 68.

glaces qu'on y rencontre ne résultent que des eaux douces & légères des fleuves & des rivières qui s'y mêlent à sa superficie, & qui y suragent. Circonstance à laquelle on n'avoit pas fait attention avant *Guillaume Barentz (1)*, fameux Navigateur Hollandois, & l'un des plus obstinés à chercher un passage du Nord vers la Chine & le Japon. La Mer glaciale n'est donc véritablement dûe qu'à des causes particulières & accidentelles, relativement au lieu, entrecoupé de terres, qu'elle occupe sur le globe terrestre.

2.° Et cela posé, la Mer ouverte qu'on trouve au-delà vers le Pôle, ainsi que la chaleur qui s'y fait sentir en Été, rentre dans l'ordre de l'Été réel & par-tout le même que nous avons trouvé jusqu'aux extrémités de la Zone tempérée. Ce qui doit être; comme on le verra plus particulièrement en son lieu, par la cause physique & générale de l'égalité des Étés réels & rationnels : car il n'est pas possible que les Zones polaires, qu'on ne sauroit affranchir de cette cause, ne participent aussi des mêmes effets avec tout le reste du Globe.

3.° Il semble enfin, d'après notre Table des Étés & Hivers solaires, que si quelque chose pouvoit interrompre l'analogie qui règne entre les trois Zones de l'hémisphère boréal, ce seroit bien plutôt les trop grandes chaleurs de la Zone polaire que la Mer glaciale : puisque l'Été solaire, qui fait partie du réel, & qui croît depuis l'Équateur jusqu'au commencement du 75^{me} degré de latitude, où il arrive à son *maximum*, y est près de quatre fois aussi grand qu'à son origine & triple encore sous le Pôle où il va en décroissant. Mais, comme il sera particulièrement expliqué dans la section suivante, les émanations centrales, complémens aux Étés solaires, & dont la marche est réciproquement pro-

(1) *Dict. géog.* de la Martinière, au mot *Zemble*. Et prenez garde que Barentz eut tout le loisir de faire attention à cette circonstance, les glaces l'ayant surpris dans son troisième voyage, où il fut obligé

d'hiverner sur les côtes de la nouvelle Zemble vers le soixante-dix-huitième degré de latitude septentrionale, comme je le trouve aussi dans le *Rec. des voyages au Nord*. *Disc. prélim. p. xxi.*

portionnelle à ces Étés, y rétablissent sensiblement le tout dans l'égalité.

La Mer ouverte, ce temps plus doux que tempéré, qu'on trouve autour du Pôle arctique, n'est donc qu'une suite de la loi générale; & il est aussi plus que probable que les deux Zones polaires jouissent du même Été que les autres Zones, abstraction faite des causes particulières & locales.

147. Quant aux limites de cette Mer ouverte, à ses différentes distances du Pôle, au degré de chaleur qui s'y fait sentir en Été, & si elle ne s'étend pas jusqu'au Pôle, il seroit difficile d'en dire quelque chose de bien positif au-delà de ce que j'en ai rapporté. La diversité des relations, & la fautive idée qu'on s'est faite des Zones polaires, dites *Glaciales*, n'ont pas peu contribué à jeter là-dessus bien des doutes. Observons cependant qu'on peut en dissiper quelques-uns par la seule inspection de la Mer glaciale même, telle que la plupart des Cartes géographiques nous la représentent. On y voit que les plus grandes dimensions de cet assemblage de Mer & de terre en latitude, gisent vers l'Est, autour de la nouvelle Zemble, vis-à-vis & tout proche de l'embouchure des fleuves & des rivières immenses, de l'Ilis, de l'Obi, de la Jenisseï & de la Lena, & l'on n'aperçoit rien de pareil vers l'Ouest entre le Cercle polaire & le Groenland. Il est donc très-possible que de deux Navigateurs qui font voile sur le même parallèle au dedans de la Zone & à même distance du Pôle, l'un soit arrêté par les glaces, & éprouve un froid extrême en navigant sur ce parallèle vers l'Est, tandis que l'autre n'y trouvera qu'une Mer ouverte, & comme on l'a dit quelque part, *un temps comparable au chaud qu'il fait à Amsterdam*, parce qu'il navigue vers l'Ouest. *Barentz*, dont nous venons de parler, & *Henri Hudson*, autre habile Navigateur & son compatriote, nous en fournissent l'exemple; le premier est arrêté à la hauteur du 78^{me} degré, le second ne l'est pas. Il n'en faut pas davantage pour concilier la contradiction apparente entre les deux relations.

J'invite ceux qui seront curieux d'un plus grand détail, à lire le *Mémoire* que M. Buache nous a donné depuis peu sur les différentes idées qu'on a eues de la traversée de la mer Glaciale Arctique *. M. le Président de Brosses a aussi touché * Voy. Mém. de l'Acad. 1754. cette matière, & l'a fort bien discutée dans le premier livre de son *Histoire des Navigations aux Terres Australes*.

De l'ÉTÉ & HIVER Réels dans la Zone torride.

148. La Zone torride a cet avantage sur les autres Zones, qu'elle renferme les moindres différences, les moindres variations de chaleur, tant diurnes qu'annuelles, & qu'elle aboutit de part & d'autre au *parallèle d'égalité* des Étés aux Hivers (n. 76), où toutes ces différences s'évanouissent sensiblement pour les Étés & Hivers Réels, ainsi que pour les solaires, &, comme nous le verrons, que pour les Rationnels. Avantage ineffimable par rapport à notre objet, & tel qu'une ou deux années d'observations météorologiques autour de ce terme, équivalent peut-être à cinquante ans de celles qui ont été faites entre le Tropique & le Pôle: du reste j'entends ici par les variations diurnes celles qui tombent sur pareille heure du jour, & d'un jour à l'autre; car à les considérer du matin au soir, elles sont assez marquées, & par les variations ou différences annuelles, celles de l'Hiver à l'Été, & d'une année à l'autre. C'est sous ce double aspect & par rapport à l'Été & Hiver Réels que la chaleur varie à peine annuellement de trois ou quatre degrés dans la Zone torride, & principalement autour de l'*Équateur ou parallèle d'égalité*, à concurrence de neuf à dix degrés de latitude. Ce n'est pas qu'en effet, & conformément à ce qui en a été déterminé dans notre première partie sur l'Été & Hiver solaires, il ne dût y avoir toujours une différence réelle entre ces deux saisons, en deçà & au-delà de cet *Équateur*, & toujours croissante avec les latitudes; mais elle y est peu sensible, & y disparoît le plus souvent par les circonstances locales ou accidentelles qui la couvrent. Elle ne se manifeste pour l'ordinaire, & comme nous l'avons déjà dit, que par des pluies périodiques ou par certains vents réglés, les

les brises, les moussons; c'est par-là qu'on y désigne ou l'Hiver ou l'Été, indépendamment du lieu du Soleil, de la partie australe ou de la boréale, & de l'un ou de l'autre solstice.

Entrons dans le détail.

149. M. *Bouguer*, avec qui je me suis entretenu bien des fois sur ce sujet, dit expressément dans sa *Relation abrégée du voyage fait au Pérou, &c.* (m) *Il ne paroîtra pas extraordinaire que le pays que je décris soit très-chaud, puisqu'il est comme de niveau avec la mer, & qu'il est placé dans le milieu de la Zone torride. Cependant le thermomètre de M. de Reaumur n'y montoit l'après-midi qu'à 26, 27 ou 28 degrés tout au plus. Le matin, un peu avant le lever du soleil, il se trouvoit ordinairement à 19, 20 ou 21. C'est sans doute, ajoute-t-il, la continuité de la chaleur qui la fait paroître si grande dans la Zone torride, puisque nous voyons assez souvent en France le même thermomètre monter considérablement plus haut. C'est donc le vingt-sixième degré de l'après-midi, qui fait, comme je l'apprends encore de M. Bouguer, la température la plus ordinaire de toutes ces côtes sous l'Équateur, & à quelques deux ou trois degrés de latitude ou environ, autant que j'en puis juger par tout ce qui en est dit dans les trois grands ouvrages (n) que nous avons sur ces contrées, à l'occasion de la Mesure de la Terre.*

150. Je ne vois pas même que vers le neuf ou dixième degré de latitude, les chaleurs y varient guère autrement que par ces pluies, & sur-tout par ces vents réglés qui en déterminent presque toujours l'intensité. M.^{rs} *George Juan* & *Antoine de Ulloa*, attentifs à ces circonstances, nous rapportent qu'étant à Panama (selon *Herrera*, 8^d 58' 50" lat. Nord), ils y observèrent en divers jours avec le thermomètre, sans qu'on remarquât

(m) A la tête du livre de la figure de la Terre, p. XXI.

(n) Savoir celui que je viens de citer de M. Bouguer, le journal du voyage fait par ordre du Roi à l'Équateur, par M. de la Conda-

mine, & le Voyage historique de l'Amérique méridionale, fait par ordre du roi d'Espagne, par Don George Juan & par Don Antoine de Ulloa, traduit de l'Espagnol.

aucune variation entre un jour & l'autre, & qu'ils trouvèrent le 5 & le 6 de Janvier 1736, qu'à six heures du matin la liqueur étoit à $1020\frac{1}{2}$, à midi à $1023\frac{1}{2}$, & le soir à trois heures, à 1025 . Mais, ajoutent-ils, il faut remarquer que c'est-là le temps où les brises commencent à régner, & que la chaleur n'est pas alors aussi grande que dans les mois d'Août, de Septembre, & d'Octobre^a, où ces vents se font le plus sentir.

^a Voyage historiq.
&c. Tome I,
page 105.

151. Les mêmes Observateurs rapportent que le climat de Carthagène en Amérique (Latitude septentrionale $10^d 26' 35''$), est excessivement chaud; puisque, disent-ils, par les observations que nous y fîmes au moyen d'un thermomètre de la façon de M. de Reaumur, le 19 Novembre 1735, la liqueur se soutint aux $1025\frac{1}{2}$ parties, sans varier dans les épreuves répétées que nous en fîmes à diverses heures, que depuis 1024 jusqu'à 1026. A quoi ils ajoutent que dans les observations faites la même année à Paris avec un thermomètre de l'invention du même Auteur, la liqueur monta le 16 Juillet à trois heures du soir, & le 20 Août à trois & demi à $1025\frac{1}{2}$, & que ce fut la plus grande chaleur qu'on sentit à Paris de toute cette année. D'où ils tirent cette conséquence, que la chaleur du jour le plus chaud du climat de Paris est continuelle à Carthagène^b. L'intensité n'y est donc pas plus grande.

^b Ibid. p. 38.

152. Siam est de trois ou quatre degrés plus loin de l'Équateur que Carthagène, & l'on ne laisse pourtant pas de s'y ressentir encore de l'incertitude que les pluies & les vents réglés de la Zone torride jettent dans les saisons. Selon ce que nous en apprend M. de la Loubère (o), les Siamois, qui ne donnent point d'autres noms à leurs mois que premier, second mois, &c. distribuent ainsi les trois saisons qu'ils comptent dans l'année, & qui sont l'Hiver, le petit & le grand Été. Les deux premiers mois, qui répondent à peu près à nos mois de Décembre & de Janvier, font, dit-il, tout leur Hiver; le troisième, le quatrième & le cinquième appartiennent à leur petit Été, & les sept autres à leur grand Été. Ainsi ils ont l'Hiver en même

(o) Dans son voyage du royaume de Siam, p. 65, 67.

temps que nous, parce qu'ils sont au nord de la Ligne comme nous ; mais leur plus grand Hiver est pour le moins aussi chaud que notre plus grand Été. Et il remarque bientôt après, que pendant l'Été des Siamois, lorsque le Soleil est au Nord, les vents de midi qui y soufflent toujours, y causent des pluies continuelles, ou font au moins que le temps y est toujours tourné à la pluie, laissant la plupart des gens en doute, si ce n'est pas la saison des pluies qu'on doit appeler l'Hiver de Siam. M. Barrere, l'un des Correspondans de l'Académie, nous en dit autant à cet égard de la Cayenne, c'est ce temps de pluie qu'on y appelle communément l'Hiver (p).

Voilà l'espèce de dérèglement que les circonstances locales produisent communément dans la Zone torride, mais que la constance du retour périodique caractérise presque toujours.

153. Cependant la loi générale des différences de l'Été à l'Hiver s'y manifeste ordinairement par quelque endroit. La Martinique, dont la latitude boréale ne diffère pas d'un demi-degré d'avec celle de Siam, & qu'on fait être au *cul-de-sac* Robert, de $14^{\text{d}} 43' 9''$, nous en fournit l'exemple. L'Été & l'Hiver réels y sont très-décidés, & la différence en est à peu près telle qu'elle doit être à pareille latitude ; savoir, l'Été, année commune de $1027\frac{1}{2}$, & l'Hiver de $1015\frac{1}{2}$, dont résulte la différence 12, comme je le conclus des observations que M. Thibaut de Chanvallon, Correspondant de l'Académie & Conseiller au Conseil supérieur de cette île, y a faites depuis les six derniers mois de 1751 jusqu'à la fin de 1755, & qu'il a bien voulu me communiquer, en attendant qu'il les donne lui-même au Public dans un plus grand détail (q), avec une description générale de toute l'île. Il est à remarquer, avec M. de Chanvallon, que ces observations ayant été faites dans le bourg du fort Saint-Pierre, où le chaud est ordinairement plus grand que dans les terres, la chaleur moyenne de la Martinique doit aussi être comptée un peu moindre que

(p) Dans sa Relation de la France équinoxiale, p. 62.

(q) Comme il a fait en 1763.

* Voy. *Mém. de l'Acad. Sup.* 154. Les observations de M. *Coffigny* * aux Isles de France, de Bourbon, de Madagascar, &c. comprises dans l'hémisphère Austral & dans la Zone torride, si l'on en excepte la pointe australe de Madagascar, qui porte au-delà sur la tempérée, suppléeront ce qui manque pour cette partie. Ces observations n'y donnent communément aux plus grandes chaleurs de l'Été, que 1026 ou $1026 \frac{1}{2}$ degrés au-dessus de la congélation, rarement davantage & souvent un peu moins, & aux moindres chaleurs de l'Hiver, que 1009 ou 1010. En quoi elles s'accordent parfaitement avec tout ce qui a été trouvé ci-dessus pour l'hémisphère Austral.

155. Enfin je ne veux pas omettre deux nouvelles déterminations qui me sont venues depuis peu sur la température de la Zone torride. L'une approchant des bords de cette Zone, dans la partie australe & orientale; l'autre dans la partie boréale & occidentale, tout proche de l'Équateur.

La première de M. *Pingré*, de cette Académie, d'après le séjour de deux années (1761, 1762) qu'il a fait dans les Isles Rodrigue, de France & de Bourbon; où il a trouvé les plus grandes chaleurs moyennes de 1026 degrés thermométriques, à $\frac{1}{3}$ de degré près; savoir de 1024 dans l'Isle Rodrigue (Lat. $19^{\text{d}} 40' 40''$), de 1025 dans celle de France (Lat. $20^{\text{d}} 9' 45''$), & de 1028 dans celle de Bourbon (Lat. $20^{\text{d}} 51' 43''$) qui se réduisent (n. 129, 1.^o) à $1025 \frac{2}{3}$ de chaleur moyenne. Quant aux Hivers ou moindres chaleurs, elles ont été dans ces Isles & pendant ces deux années d'environ 1016.

La seconde, de la part de M. *Prepaud* le fils, depuis peu à Caienne (Lat. bor. $4^{\text{d}} 56' 0''$); d'où il mande, que depuis le 25 Janvier jusqu'au 13 Avril 1766, le thermomètre n'avoit jamais été au-delà de 25 degrés, ni au-dessous de 21;

mais ce qui est plus décisif, c'est que M. le Moine, qui a été 15 ans Intendant à Cayenne, l'avoit assuré n'y avoir jamais vu le thermomètre au-dessus de 25 degrés pendant ces 15 années.

DE L'ÉTÉ ET DE L'HIVER RÉELS de la Zone tempérée Australe, & des prétendus froids excessifs de l'hémisphère Austral.

156. Les observations en règle pour cette Zone me manqueroient totalement, si je n'avois celles que M. l'abbé de la Caille, y a bien voulu faire en ma faveur, pendant son séjour au cap de Bonne-espérance, en 1751 & 1752. Elles me tiendront lieu de plusieurs autres par l'avantage d'un tel observateur, & par la circonstance d'une latitude ($33^{\text{d}} 55' 15''$) qui s'éloigne peu de la Zone torride, où l'on sait qu'en général la variation des saisons est à peine sensible d'une année à l'autre. M. l'abbé de la Caille y observoit donc soigneusement le thermomètre au jour des Solstices, & quelques jours avant & après; savoir l'après-midi pour le Solstice d'Été (en ♋), & vers les sept à huit heures du matin pour le Solstice d'Hiver (en ♏), comme je l'en avois prié. Or de ces observations écrites de sa main, & qu'il me remit, au nombre de dix ou douze, peu de jours après son retour, résultent 1025 degrés de chaleur moyenne pour l'Été, & 1007 pour l'Hiver dans l'année 1751; & $1025 \frac{4}{5}$ degrés pour l'Été dans l'année 1752, & $1006 \frac{1}{2}$ pour l'Hiver, toujours au-dessus du terme de la congélation: car comme il l'a remarqué depuis dans son Mémoire imprimé en 1755, & qu'il avoit inféré d'avance dans le volume de l'Académie de 1751*, il n'a jamais vu de glace au Cap, ni le thermomètre plus bas que $4 \frac{1}{2}$ degrés au-dessus de la congélation, quoique les nuits y paroissent extrêmement froides en Hiver. Résumant donc le tout selon la méthode ordinaire & d'après les deux résultats ci-dessus, je trouve l'Été réel du cap de Bonne-espérance, année commune de $1025 \frac{2}{5}$ degrés; l'Hiver réel de $1006 \frac{3}{4}$, & la différence de $18 \frac{13}{20}$. Et voilà jusqu'ici

* Page 442

la Zone tempérée Australe sensiblement de même température que la boréale, du moins dans ses Étés réels (r).

157. Mais que doit-on penser de l'opinion communément reçue sur ce sujet & de ces froids excessifs de l'hémisphère Austral, que quelques Navigateurs s'accordent à exagérer, en comparaison de ceux qu'on éprouve dans le Boréal? C'est un préjugé moderne qu'on peut mettre à côté de celui des Anciens sur la Zone torride, comme sur les Polaires, & dont on commence aussi à revenir de même depuis qu'il a été discuté. Je m'en rapporte donc à ce qu'en ont dit M. de Buffon, dans son *Histoire Naturelle* *, & M. le Président de Brosses, dans son *Histoire des Navigations aux Terres australes* *, où ils sont entrés dans cette discussion. On y verra combien la comparaison qu'on a faite des deux hémisphères sur la foi de ces Navigateurs, est imparfaite, & la conclusion qu'on en a tirée invalide; que tout ce qu'on allègue en faveur de ces froids extrêmes se réduit à des exceptions locales ou accidentelles qui se rencontrent pareillement, & quelquefois plus marquées dans l'hémisphère boréal; que ces exceptions n'ont pas échappé à d'autres Navigateurs plus éclairés ou plus réservés, parmi lesquels il en est qui ont osé combattre de front l'erreur commune, & plusieurs enfin qui semblent l'ignorer, ou la désavouer par leur silence. Le Capitaine Drak, « qui avoit pénétré plus loin que personne vers le Pôle » austral, ne s'y plaint ni du froid excessif, ni des glaces, quoi-

(r) Il est bon d'avertir que tout cet article du Mémoire de M. l'abbé de la Caille, intitulé *De la température de l'air du Cap*, ne roule d'ailleurs que sur quelques singularités du climat, & sur quelques chaleurs extraordinaires qu'il y avoit éprouvées, par exemple, de 32, 33 & jusqu'à 35 degrés au-dessus du terme de la congélation, comme on en éprouve quelquefois à Paris, & ne renferme nullement les observations manuscrites sur lesquelles je viens d'évaluer l'Été &

l'Hiver moyens. *Le Cap en général*, dit-il, p. 446, *n'est pas un pays chaud; il arrive quelquefois que les chaleurs y sont excessives, mais leur durée est toujours fort courte. Ces jours chauds sont ceux où il n'y a pas de vent, depuis le mois de Novembre jusqu'au mois de Mars, &c.* Le climat tient encore en cela de ces retours annuels & périodiques si communs dans la Zone torride & dans les pays qui en approchent, comme nous l'avons remarqué plus d'une fois dans ces Recherches.

qu'il se soit disertement expliqué à cet égard en parlant du détroit de Magellan. *Browsers*, *Sharp*, *Beauchefne*, &c. ont « passé sans difficulté à Mer ouverte au-delà du cap de Horn. « Ce dernier rapporte, que le temps étoit beau, la mer calme & unie comme un étang ». Et si l'on veut quelque chose de plus moderne, « le *Hen-Brignon*, qui vient d'y passer en 1747, & d'y repasser dans la saison du Printemps, le 22 Octobre 1748, « dit que l'air étoit froid à la vérité, mais non pas à l'excès, & que l'on auroit eu peine à distinguer si l'on étoit dans une Mer pacifique ou au-delà du cap de Horn, tant l'air étoit tempéré & la mer unie (s) ». Un Navigateur Australien qui viendrait pour la première fois dans notre hémisphère, & que le hasard, la tempête ou l'émulation des découvertes auroient poussé jusqu'à la côte des Esquimaux, dans le détroit ou dans la baie d'Hudson, ne se persuaderait-il pas que les froids de ces parages septentrionaux sont bien supérieurs à ceux des Terres Magellaniques & du cap de Horn ? Eh ! que seroit-ce, s'il avoit été arrêté dans sa course par les montagnes de glaces du détroit de Weigats & de la nouvelle Zemble, en un mot s'il avoit pénétré jusqu'à la Mer glaciale !

*DES TERRES AUSTRALES proprement dites,
& de la Zone Polaire antarctique.*

158. Remarquons d'abord que tout ce qui a été observé ci-dessus pour la Zone polaire arctique, est applicable à l'antarctique, & à la Mer glaciale, supposé qu'elle en ait une ; à cela près qu'il faudra seulement ajouter environ un demi-degré de froid de plus à son Hiver, assez avant vers le Pôle, en conséquence du plus grand éloignement du Soleil ou de la transposition du troisième Élément, ce qui ne sauroit, comme nous le verrons bientôt, y apporter de différence bien sensible. Mais je ne sache pas qu'aucun des Navigateurs qui ont parcouru l'hémisphère Austral y ait été au-delà du

(s) *Hist. des Navig. &c.* de M. le Président de Broffes, Tome I, page 75.

cap de Horn & du 60^{me} degré de latitude, ni par conséquent qui ait pénétré dans l'intérieur de la Zone polaire Antarctique. Nous ne connoissons de ces Terres ou de ces Mers, vaguement qualifiées d'*australes* & d'*inconnues*, soit en deçà, soit au-delà du Cercle polaire, que ce qui s'en est conservé d'après la *Relation* du fameux Capitaine de *Gonneville*, pièce judiciaire & authentique — mise au Greffe de l'Anirauté de Honfleur, suivant l'ancienne coutume — le 19 Juillet 1505. On n'a pu la retrouver dans ce siècle-ci, quelques recherches qu'on en ait fait à ma prière sous les ordres de M. le comte de Toulouse, Amiral de France, & par les soins de M. de *Valincourt*, alors Secrétaire de la Marine; mais nous en avons un précis dans la *Relation de l'île de Madagascar*, par *Flacourt* *, imprimée à Paris en 1661; & de plus, il en fut inséré un grand morceau en propres paroles de l'original dans le livre (t) qui parut deux années après celui de *Flacourt*, par un descendant d'*Effomeric*, Australien fils de Roi, que *Gonneville* avoit emmené en France, & qui y fut marié. C'est de ces deux ouvrages, dont le dernier est très-rare, que je tire alternativement ce qu'on vient de lire, & les réflexions suivantes.

* A la fin du
Vol. p. 465.

159. 1.^o La partie des Terres australes, où le Capitaine de *Gonneville* aborda, doit être prise au-dessous de l'Afrique & de l'Asie, vers le Pôle antarctique; puisque ce fut bientôt après avoir doublé le cap *Tourmenteux* ou de Bonne-espérance de l'Ouest à l'Est, qu'ils se trouvèrent jetés aux côtes des *Terres australes*. Or, on sait par les routes des Navigateurs, tracées sur nos cartes, que les Terres australes qui peuvent s'étendre de ce côté dans la Zone tempérée, y avancent

(t) Qui a pour titre *Mémoires touchant l'établissement d'une mission chrétienne dans le troisième Monde, autrement appelé la Terre australe, &c.* Par un Ecclésiastique originaire de la même terre, à Paris, 1663. Le nom de l'auteur, indiqué par les initiales I. P. D. C. à la fin de son épître dédicatoire

au Pape *Alexandre VII*, étoit *Jean Paulmyer de Courthonne*; ce nom de *Paulmyer* lui venant d'*Effomeric*, qui, à son baptême eut pour parrain le Capitaine *Gonneville*, autrement dit *Binot Paulmier*, de la famille des Seigneurs du *Ruschet*, fief dans la paroisse de *Gonneville-lez-Honfleur*.

beaucoup

beaucoup moins que de l'autre côté du globe dans la Mer pacifique. Par conséquent, & selon l'opinion commune, *Gonneville* & son équipage y devroient avoir éprouvé un très-grand froid.

2.^o *Gonneville* & son équipage partirent de Honfleur en 1503, c'est-à-dire, peu d'années après la découverte du nouveau Monde par *Christophe Colomb*, & avant que le préjugé des froids extrêmes de l'hémisphère austral eût gagné les esprits. D'où il suit qu'ils en auroient dû être d'autant plus frappés & en avoir fait mention, ce qu'ils n'ont point fait.

3.^o Mais je trouve, au contraire, que *Gonneville* & son équipage *passèrent fort tranquillement six mois dans le pays, & auprès d'un fleuve* qu'on ne dit pas même avoir été gelé.

4.^o Que les habitans y *alloient mi-nus, les jeunes & communs spécialement.*

5.^o Et enfin, comme *Flacourt* nous l'assure, que *la Relation* ne dit rien au prejudice de la température du pays, loue sa fertilité, & décrit les habitans comme gens remplis de la simplicité du siècle d'or, raisonnables, curieux, & qui reçurent les François avec admiration, respect & amour. Si ce ne sont-là que des preuves négatives, je dirai qu'il n'y a que des observations faites & répétées le thermomètre en main, qui puissent infirmer des preuves négatives de cette espèce.

160. Tout ce qu'on peut alléguer de plus fort contre l'égalité sensible de température entre les deux hémisphères & pour les prétendus froids excessifs de l'austral, c'est l'inégalité de leurs Étés & Hivers solaires, par le différent éloignement du Soleil à la Terre, dans les Solstices correspondans de l'un & de l'autre; de manière que cet éloignement étant plus grand en ☉ qu'en ♄, il s'ensuit que les Étés solaires de l'hémisphère Austral doivent être plus chauds, & les Hivers solaires plus froids que ceux du boréal. Ce qui, toutes choses d'ailleurs égales, ne peut manquer d'influer sur leurs Étés & Hivers réels, dont les Solaires font partie. Et je ne doute pas que cette circonstance, purement astronomique, mais vaguement entendue, & fautive d'admettre ou de bien distinguer

ces deux sortes d'Étés & d'Hivers, n'ait beaucoup contribué à maintenir l'opinion commune sur les froids excessifs de l'hémisphère Austral, même chez des Auteurs d'ailleurs très-éclairés.

161. Il est vrai cependant, & en rigueur, que les Hivers réels de l'hémisphère Austral doivent être par-là un peu plus froids que ceux du Boréal; mais la quantité en est si petite, qu'on peut la regarder comme insensible, & que ce n'est pas sûrement cette petite quantité qui a donné lieu au préjugé sur ce sujet : car, enfin, apprécions-là, & prenons pour exemple le Parallèle antipode à celui de Paris, latitude $48^{\text{d}} 50' 10''$, plus grande que la plupart des latitudes où nos Navigateurs se sont le plus récriés sur les froids excessifs de l'hémisphère Austral. Nous y trouverons (*III. 65, 66*) la chaleur solaire d'Hiver de 62 parties trigonométriques, moindre que dans le boréal : mais, comme nous le verrons bientôt, & que nous l'avons déjà supposé, 476 de ces parties ne valant tout au plus qu'un de nos degrés thermométriques, il est clair que 62 part. trig. ne font qu'environ la 8.^{me} partie du degré therm. Quantité de beaucoup trop petite pour entrer ici en ligne de compte.

162. On seroit plus fondé à croire les chaleurs de l'hémisphère Austral sensiblement plus grandes que celles du Boréal; puisque par la même cause, & dans le même exemple, l'Été solaire y surpasse celui de Paris de 1115 part. trig. ou d'environ $2\frac{1}{2}$ degrés therm. Mais enfin, les Navigateurs dont il s'agit, n'en font pas mention, & la plupart même ont affirmé le contraire.

163. De manière que tout ce que nous pouvons conclure de plus certain sur ce sujet, en attendant de nouvelles observations, c'est, comme nous l'apprennent celles de M. *Coffigny*, que l'Été réel de l'hémisphère Austral est sensiblement de même valeur que celui du Boréal à Paris. A quoi reviennent aussi les observations de M.^{rs} *Don George Juan*, & *Don Ant. de Ulloa* en Amérique, de M. l'abbé de *la Caille* en Afrique & au cap de Bonne-espérance, & celles de M. *Pingré* aux îles Rodrigue, de France & de Bourbon.

164. S'il est donc un point de Physique intéressant, & constaté par mille observations différentes, c'est celui de cette intensité de chaleur à peu près égale entre les Étés de tous les climats de la Terre. Point qui se lie encore inséparablement avec la théorie du Feu central & les Émanations centrales, comme on verra dans la Section suivante.

TROISIÈME SECTION.

DE L'ÉTÉ ET DE L'HIVER RATIONNELS.

165. PAR la définition que nous en avons donnée (n. 18), l'Été & l'Hiver rationnels ne sont autre chose que l'Été & l'Hiver réels qui règnent sur tout le Globe terrestre, à raison de ses latitudes, & par les seules causes générales, abstraction faite de tout ce qui s'y mêle ordinairement de local & d'accidentel.

166. Donc, n'y ayant point sur la Terre d'autres causes générales de la chaleur, & de la vicissitude des saisons que l'action du Soleil (u), & celle du Feu central par ses émanations, l'Été & l'Hiver rationnels ne seront autre chose que les sommes de l'Été & Hiver solaires, ajoutées à l'Émanation centrale propre à chaque climat.

167. Donc l'Été & l'Hiver rationnels seront constants & uniformes sur la circonférence entière de chacun des Parallèles terrestres qui déterminent la latitude du climat : car tels seroient en effet les Étés & Hivers réels, dégagés de tout ce que les causes particulières & accidentelles y apportent d'irrégularité & d'inconstance.

168. Donc telles seront aussi les Émanations centrales relativement à chaque climat, & sur toute l'étendue du

(u) La chaleur qui nous vient des autres Astres ne méritant pas d'entrer ici en ligne de compte, comme on le verra ci-après, & celle des fermentations souterraines qu'on

pourroit alléguer, ne pouvant avoir lieu sans un Feu permanent quelque préexistant, comme on le verra encore.

Parallèle; car d'où leur viendrait l'irrégularité & l'inconstance dans ces suppositions?

169. Et puisque dans ce cas les différences de l'Été à l'Hiver rationnels de chaque climat ou Parallèle ne sauroient tomber que sur l'Été & l'Hiver solaires, il s'ensuit que les différences de l'Été à l'Hiver rationnels seront toujours égales à celles de l'Été & de l'Hiver solaires correspondans, & qui, par leur nature, sont invariables sur chaque Parallèle. Principe de calcul second en conséquences, & où il est bon d'observer,

170. Que bien qu'on en pût dire autant des différences entre l'Été & l'Hiver réels, il n'en est pourtant pas tout-à-fait de même, en ce que celles-ci participent des causes locales & accidentelles, inséparables de ces Étés & de ces Hivers, & que ces causes s'y compliquent avec l'Été & l'Hiver solaires, ainsi qu'avec l'Émanation centrale, dont elles déguisent les valeurs. Ces différences ne seroient donc plus dès-lors purement relatives à la chaleur solaire & à l'Émanation centrale, dont les sommes composent uniquement l'Été & l'Hiver rationnels.

171. Mais ce que nous avons ici de plus important à remarquer pour l'intelligence de toute cette théorie, & pour la détermination des quantités rationnelles, c'est cet Été constant & universel que les observations nous indiquent, & qui devient à si juste titre véritablement rationnel.

172. Car de-là, & des différences communes naissent les Hivers rationnels, par la seule soustraction des différences solaires qui y répondent.

173. Et de-là suit enfin l'Émanation centrale de chaleur propre à chaque climat, par une soustraction semblable de l'Été ou de l'Hiver solaires, soit de l'Été, soit de l'Hiver rationnels.

174. C'est d'après ces données que je construirai une Table générale des Étés & Hivers rationnels, où je refondrai celle des Étés solaires, & qui sera en même temps un résumé de presque tout ce qui a déjà été dit dans ces Recherches.

Mais fixons auparavant, 1.^o l'Été & l'Hiver du climat, qui va nous servir de terme de comparaison pour trouver tous les autres : car la Nature, dans son état actuel, ne nous en indique aucun qui ait en rigueur & démonstrativement toutes les qualités requises à cette fonction. 2.^o Établissons une mesure commune à toutes ces quantités de chaleur, ou espèces d'Été & d'Hiver solaires, réels & rationnels, ainsi qu'aux Émanations centrales. 3.^o Et réduisons enfin tous ces préliminaires à des formules succinctes.

ÉTÉ & HIVER, hypothétiques de comparaison.

175. On voit bien que ce seront, comme ils l'ont été jusqu'ici, l'Été & l'Hiver moyens du climat de Paris, évalués (*n. 118*), l'un à 1026, l'autre à 994 degrés du thermomètre de M. de *Reaumur*, sur 56 années consécutives d'observation. Et peut-être ne manque-t-il à cet Été & à cet Hiver que d'avoir été déduits d'un plus grand nombre de points du même Parallèle, & sur tous les hémisphères, Oriental & Occidental, Boréal & Austral, pour être réputés exactement rationnels, ainsi que nous allons le supposer désormais. On peut cependant y en substituer tel autre qu'on jugera plus convenable. Ma théorie, non plus que les résultats qui s'en ensuivent, toujours proportionnels au terme adopté quelconque, n'en souffriront aucune atteinte. Mais je doute qu'on puisse m'alléguer un autre climat plus assidûment observé, & plus approchant du vrai hypothétique que comporte le sujet. Je ne vois que le milieu de la Zone torride ou l'Équateur même, qui, à l'abri de tout reproche national, & par la raison que j'en ai donnée (*n. 148*), pût mériter quelque préférence à cet égard. Mais adoptons-le dès-à-présent, ce climat unique & équatorial; qu'en arrivera-t-il ici de plus ou de moins? C'est, à en juger par tout ce qui a été rapporté dans les deux Sections précédentes, & toutes proportions de latitude gardées, le climat même de Paris dans lequel nous allons retomber.

MESURE commune, ou conversion réciproque des Parties trigonométriques en Degrés thermométriques.

176. Quant à la mesure commune de toutes ces espèces de chaleur d'Étés & d'Hivers, & d'Émanations centrales, l'opération se réduit à convertir les parties trigonométriques de l'Été & de l'Hiver solaires en degrés thermométriques. Ce que nous obtiendrons encore au moyen des différences égales entre l'Été & l'Hiver solaires, & les réels du climat adopté.

177. Car ayant trouvé, par exemple (*n.* 62) d'un côté 15233 parties trigonométriques de différence entre l'Été & l'Hiver solaires de Paris, & de l'autre (*n.* 118) 32 degrés thermométriques entre l'Été & l'Hiver réels de ce même climat pris désormais pour rationnel, & par le *n.* 169, on aura $15233 \text{ part. trig.} = 32 \text{ deg. therm.}$ D'où l'on tirera $\frac{15233}{32} = 476 \frac{1}{32} \text{ part. trig.}$ pour le degré thermométrique. Ainsi l'analogie de 15233 à 32, ou $\frac{15233}{32} = 476 \frac{1}{32} = 1$ degré du thermomètre de M. de Reaumur, nous fournira de quoi convertir en pareils degrés toute la Table des Étés & Hivers solaires que pour plus de clarté nous ferons entrer sous cette forme dans celle des Étés & Hivers rationnels.

178. Reste l'article des Formules. Mon plan sur ce sujet est d'y faire d'abord abstraction des préliminaires qu'on vient de voir ci-dessus, des différences égales entre les Étés & les Hivers, tant des solaires que des réels ou des rationnels, de la conversion des parties trigonométriques en degrés thermométriques, ainsi que des autres connoissances qui ne portent guère que sur la théorie des rationnels, & de rendre ces formules plus instructives, en y faisant entrer toutes les grandeurs qui composent les uns & les autres de ces Étés & de ces Hivers, tant solaires que réels & rationnels. C'est à la formule des Émanations centrales de chaleur, comme la plus importante de toutes, que je les rapporterai, ou dont je les ferai partir, & je les simplifierai enfin d'après toutes ces connoissances pour m'en servir à la construction de la Table générale des Étés & Hivers rationnels.

FORMULES de l'Émanation centrale de chaleur, en un climat & sur un Parallèle quelconques, relativement aux Étés & aux Hivers, tant réels que rationnels.

179. Nous avons nommé dans la première Section E, H l'Été & l'Hiver solaires, D leur différence. Soient maintenant a, b l'Été & l'Hiver réels ou rationnels, d leur différence, & ϕ l'Émanation centrale du climat.

180. Par l'Analogie du n. 6 qu'il convient de remanier ici, on a $D : H :: d : \frac{dH}{D}$, dont le dernier terme étant retranché de l'Hiver, s'en ensuit l'Équation ou la Formule $\phi = b - \frac{dH}{D}$, qui revient au même que $\phi = b - \frac{(a - b) \times H}{E - H}$, & qui renferme par conséquent toutes les grandeurs qui constituent en général l'Été & l'Hiver. Et il n'est pas moins clair que si l'on substitue l'Été Solaire (E) à la place de son Hiver (H) dans le second terme de l'analogie, on en tirera de même $\phi = a - \frac{dE}{D}$. De manière qu'on a par-là la double formule de l'émanation centrale,

$$\phi = b - \frac{dH}{D} = a - \frac{dE}{D}.$$

qui a cet avantage, qu'elle donne tout d'un coup & sans autre préparation l'Émanation centrale en degrés thermométriques.

181. Car soit, par exemple, cette formule appliquée au climat de Paris (*nn. 108 & 118*) considéré ici simplement comme réel; on aura $\phi = a - \frac{dE}{D} = 1026 - \frac{32 \times 16196}{15233} = 994 - \frac{32 \times 963}{15233} = 992$ degrés thermométriques, sauf quelque petite fraction de 100.^{me} négligée, qui réduit cette valeur de ϕ à environ $991 \frac{98}{100}$. Et il est évident, par la quantité soustractive & fractionnaire ($\frac{dE}{D}$ ou $\frac{dH}{D}$) du second membre de l'Équation, & qui n'est autre chose

que $(a - b) \times \frac{E}{D}$ ou $(a - b) \times \frac{H}{D}$, que ce sont ici les mêmes degrés que ceux qui mesurent a & b (n. 118), dont le nombre est seulement augmenté ou diminué par le facteur $\frac{E}{D}$ ou $\frac{H}{D}$.

182. La double Formule $\phi = a - \frac{dE}{D} = b - \frac{dH}{D}$ de l'Émanation centrale du climat donné, nous fournira donc aussi, & en semblables degrés, celles de l'Été & de l'Hiver de ce climat; savoir

$$a = \phi + \frac{dE}{D},$$

$$b = \phi + \frac{dH}{D}.$$

Et nous en tirerions de même celles de toutes ces autres grandeurs, prises tour à tour pour inconnues, $E = \frac{(a - \phi) \times D}{d}$, &c. ce qui nous en montreroit la relation avec leurs correspondantes. Je n'insisterai pas davantage sur un détail qu'il est si facile de suppléer.

183. Mais passons à une autre Formule, qui, à cela près qu'elle ne donne pas l'Émanation centrale en degrés thermométriques, comme la précédente, ne laisse pas d'être commode & utile, ne fut-ce que pour voir sur le champ les rapports de cette Émanation à l'Été & à l'Hiver purement solaires. Elle naît de l'idée que je me fis d'abord de cette chaleur permanente, dans mon ancien Mémoire, & que j'ai cru devoir rappeler dès l'entrée de ces Recherches (n. 2), comme d'une base sur laquelle s'élèvent alternativement les degrés de la chaleur simplement solaire en Été, & ceux de même espèce en Hiver, dont les sommes doivent être entr'elles dans le rapport de la chaleur absolue de l'Été à la chaleur absolue de l'Hiver.

184. Car de-là suit naturellement l'analogie

$\phi + E : \phi + H :: a : b$, & la formule

$$\phi = \frac{bE - aH}{a - b}, \quad \text{qui}$$

qui étant appliquée au même exemple du climat de Paris,

$$\text{donnera } \varphi = \frac{994 \times 16196 - 1026 \times 963}{1026 - 994} = \frac{15110786}{32}$$

$= 472212$ parties trigonométriques, qu'on trouvera valoir 992 —, ou $991 \frac{98}{100}$ degrés thermométriques.

185. De manière que, comparant le résultat 472212 de cette formule avec celui $991 \frac{98}{100}$ de la précédente, & chacun de ces deux résultats étant égal à φ , elle nous fourniroit un nouveau moyen de convertir réciproquement ces deux expressions l'une en l'autre.

186. J'en reviens cependant à notre première Formule; déformais appliquée aux Étés & Hivers rationnels, & avec tout ce que ces Étés & ces Hivers supposent de connoissances préliminaires, de l'égalité des différences (*n. 169*) des parties trigonométriques converties en degrés thermométriques (*n. 172*). Combien va-t-elle être encore simplifiée, toute simple qu'elle étoit? car dès-lors $d = D$ nous donne $\frac{d}{D} = 1$ égal à l'unité absolue, & par conséquent la quantité soustractive du second membre de l'Équation $\varphi = a - \frac{d}{D} \times E$, réduite à $-E$ ou $-H$. D'où résultent enfin ces trois Formules, de l'Émanation centrale, de l'Été & de l'Hiver rationnels,

$$187. \quad \varphi = \begin{cases} a - E \\ b - H \end{cases}$$

$$a = \varphi + E$$

$$b = \varphi + H$$

qui ne font que nous remettre succinctement sous les yeux les énoncés des *nn. 166, 167, &c.* & d'après lesquels je construis la Table suivante, qu'on peut regarder comme le résumé général de ces Recherches.

188. *TABLE GÉNÉRALE DES ÉTÉS*
avec les Étés & Hivers folaires & les Émanations centrales qui les
en Degrés thermométriques, pour l'hémisphère Boréal,

LATITUDES.	É T É S folaires.	HIVERS folaires.	ÉMANATIONS centrales.	É T É S rationnels.	HIVERS rationnels.
0° 0' 0"	19,57.	20,92.	1006,43.	1026.	1027,35.
1.....	19,86.	20,50.	1006,14.	1026.	1026,64.
1. 47. 30.	20,10.	20,10.	1005,90.	1026.	1026.
2.....	20,25.	20,07.	1005,75.	1026.	1025,82.
3.....	20,58.	19,63.	1005,42.		1025,05.
4.....	20,91.	19,20.	1005,09.		1024,29.
5.....	21,29.	18,82.	1004,71.	1026.	1023,53.
6.....	21,67.	18,45.	1004,33.		1022,78.
7.....	21,98.	18,00.	1004,02.		1022,02.
8.....	22,35.	17,62.	1003,65.	1026.	1021,27.
9.....	22,72.	17,19.	1003,28.		1020,47.
10.....	22,96.	16,75.	1003,04.		1019,79.
11.....	23,32.	16,32.	1002,68.	1026.	1019,00.
12.....	23,67.	15,98.	1002,33.		1018,31.
13.....	24,03.	15,54.	1001,97.		1017,51.
14.....	24,37.	15,10.	1001,63.	1026.	1016,73.
15.....	24,63.	14,67.	1001,37.		1016,04.
16.....	24,95.	14,24.	1001,05.		1015,29.
17.....	25,27.	13,85.	1000,73.	1026.	1014,58.
18.....	25,58.	13,42.	1000,42.		1013,84.
19.....	25,89.	12,99.	1000,11.		1013,10.
20.....	26,19.	12,57.	999,81.	1026.	1012,38.
21.....	26,49.	12,16.	999,51.		1011,67.
22.....	26,78.	11,74.	999,22.		1010,96.
23.....	27,06.	11,32.	998,94.	1026.	1010,26.
23. 28. 20.	27,19.	11,12.	998,81.		1009,93.
24.....	27,33.	10,91.	998,67.		1009,58.
25.....	27,58.	10,50.	998,42.	1026.	1008,92.
26.....	27,82.	10,07.	998,18.		1008,25.
27.....	28,20.	9,68.	997,80.		1007,48.

ET DES HIVERS RATIONNELS,

composent, les Différences, & les Rapports de toutes ces quantités, & moyennant la correction n. 65, pour l'Austral.

Differences communes des Étés aux Hivers folaires & rationnels	RAPPORT RÉDUIT des Étés aux Hivers folaires.	RAPPORT RÉDUIT des Étés aux Hivers rationnels.	RAPPORT RÉDUIT des Émanations centr. aux Étés folaires.	RAPPORT RÉDUIT des Émanations centrales aux Hivers folaires.	LATITUDES.
1,35. 0,64.	1 : 1,07. 1 : 1,03.	1 : 1,001. 1 : 1,0006.	51,43 : 1. 50,66 : 1.	48,11 : 1. 49,08 : 1.	0° 0' 0" 1.
0.	1 : 1.	1 : 1.	50,04 : 1.	50,04 : 1.	1.47.30.
0,18. 0,95. 1,71.	1,01 : 1. 1,05 : 1. 1,09 : 1.	1,0002 : 1. 1,0009 : 1. 1,002 : 1.	49,67 : 1. 48,85 : 1. 48,07 : 1.	50,11 : 1. 51,22 : 1. 52,34 : 1.	2. 3. 4.
2,47. 3,22. 3,98.	1,13 : 1. 1,17 : 1. 1,22 : 1.	1,002 : 1. 1,003 : 1. 1,004 : 1.	47,19 : 1. 46,35 : 1. 45,68 : 1.	53,38 : 1. 54,44 : 1. 55,78 : 1.	5. 6. 7.
4,73. 5,53. 6,21.	1,27 : 1. 1,32 : 1. 1,37 : 1.	1,005 : 1. 1,005 : 1. 1,006 : 1.	44,91 : 1. 44,16 : 1. 43,69 : 1.	56,96 : 1. 58,36 : 1. 59,88 : 1.	8. 9. 10.
7,00. 7,69. 8,49.	1,43 : 1. 1,48 : 1. 1,55 : 1.	1,007 : 1. 1,008 : 1. 1,008 : 1.	43,00 : 1. 42,35 : 1. 41,70 : 1.	61,44 : 1. 62,72 : 1. 64,48 : 1.	11. 12. 13.
9,27. 9,96. 10,71.	1,61 : 1. 1,68 : 1. 1,75 : 1.	1,009 : 1. 1,01 : 1. 1,01 : 1.	41,10 : 1. 40,66 : 1. 40,12 : 1.	66,33 : 1. 68,26 : 1. 70,30 : 1.	14. 15. 16.
11,42. 12,16. 12,90.	1,82 : 1. 1,91 : 1. 1,99 : 1.	1,01 : 1. 1,01 : 1. 1,01 : 1.	39,60 : 1. 39,11 : 1. 38,63 : 1.	72,25 : 1. 74,55 : 1. 76,99 : 1.	17. 18. 19.
13,62. 14,33. 15,04.	2,08 : 1. 2,18 : 1. 2,28 : 1.	1,01 : 1. 1,01 : 1. 1,01 : 1.	38,18 : 1. 37,73 : 1. 37,31 : 1.	79,54 : 1. 82,20 : 1. 85,11 : 1.	20. 21. 22.
15,74. 16,07. 16,42.	2,39 : 1. 2,44 : 1. 2,51 : 1.	1,02 : 1. 1,02 : 1. 1,02 : 1.	36,92 : 1. 36,74 : 1. 36,55 : 1.	88,25 : 1. 89,82 : 1. 91,54 : 1.	23. 23.28.20. 24.
17,08. 17,75. 18,52.	2,63 : 1. 2,76 : 1. 2,91 : 1.	1,02 : 1. 1,03 : 1. 1,04 : 1.	36,20 : 1. 35,88 : 1. 35,38 : 1.	95,09 : 1. 99,12 : 1. 103 : 1.	25. 26. 27.

Hh ij

LATITUDES.	ÉTÉS solaires.	HIVERS solaires.	ÉMANATIONS centrales.	ÉTÉS rationnels.	HIVERS rationnels.
28 ^d 0' 0"	28,43.	9,25.	997,57.	1026.	1006,82.
29.....	28,65.	8,86.	997,35.		1006,21.
30.....	28,93.	8,45.	997,07.		1005,52.
31.....	29,27.	8,08.	996,73.	1026.	1004,81.
32.....	29,47.	7,66.	996,53.		1004,19.
33.....	29,59.	7,29.	996,21.		1003,50.
34.....	30,03.	6,88.	995,97.	1026.	1002,85.
35.....	30,31.	6,51.	995,69.		1002,20.
36.....	30,59.	6,15.	995,41.		1001,56.
37.....	30,78.	5,79.	995,22.	1026.	1001,01.
38.....	31,11.	5,42.	994,89.		1000,31.
39.....	31,35.	5,06.	994,65.		999,71.
40.....	31,58.	4,70.	994,42.	1026.	999,12.
41.....	31,80.	4,37.	994,20.		998,57.
42.....	32,08.	4,03.	993,92.		997,95.
43.....	32,42.	3,69.	993,58.	1026.	997,27.
44.....	32,59.	3,39.	993,41.		996,80.
45.....	32,88.	3,08.	993,12.		996,20.
46.....	33,23.	2,78.	992,77.	1026.	995,55.
47.....	33,49.	2,51.	992,51.		995,02.
48.....	33,79.	2,23.	992,21.		994,44.
48. 50. 10.	34,02.	2,02.	991,98.	1026.	994,00.
49.....	34,10.	1,98.	991,90.		993,88.
50.....	34,45.	1,73.	991,55.		993,28.
51.....	34,83.	1,49.	991,17.	1026.	992,66.
52.....	35,21.	1,28.	990,79.		992,07.
53.....	35,64.	1,07.	990,36.		991,43.
54.....	36,03.	0,89.	989,97.	1026.	990,86.
55.....	36,46.	0,71.	989,54.		990,25.
56.....	37,02.	0,56.	988,98.		989,54.
57.....	37,62.	0,43.	988,38.	1026.	988,81.
58.....	38,27.	0,31.	987,73.		988,04.
59.....	39,02.	0,21.	986,98.		987,19.
60.....	39,87.	0,14.	986,13.	1026.	986,27.
61.....	40,90.	0,08.	985,10.		985,18.
62.....	42,19.	0,04.	983,81.		983,85.

Différences communes des Étés aux Hivers solairels rationnels	RAPPORT RÉDUIT des Étés aux Hivers solaires.	RAPPORT RÉDUIT des Étés aux Hivers rationnels.	RAPPORT RÉDUIT des Émanations centr. aux Étés solaires.	RAPPORT RÉDUIT des Émanations centrales aux Hivers solaires.	LATITUDES.
19,18.	3,07 : 1.	1,02 : 1.	35,09 : 1.	108 : 1.	28 ^d 0' 0"
19,79.	3,23 : 1.	1,02 : 1.	34,81 : 1.	113 : 1.	29.
20,48.	3,42 : 1.	1,02 : 1.	34,46 : 1.	118 : 1.	30.
21,19.	3,62 : 1.	1,02 : 1.	34,05 : 1.	123 : 1.	31.
21,81.	3,85 : 1.	1,02 : 1.	33,82 : 1.	130 : 1.	32.
22,50.	4,09 : 1.	1,02 : 1.	33,44 : 1.	137 : 1.	33.
23,15.	4,36 : 1.	1,02 : 1.	33,17 : 1.	145 : 1.	34.
23,80.	4,65 : 1.	1,02 : 1.	32,85 : 1.	153 : 1.	35.
24,44.	4,97 : 1.	1,02 : 1.	32,54 : 1.	162 : 1.	36.
24,09.	5,31 : 1.	1,02 : 1.	32,33 : 1.	172 : 1.	37.
25,69.	5,74 : 1.	1,03 : 1.	31,98 : 1.	184 : 1.	38.
26,29.	6,20 : 1.	1,03 : 1.	31,73 : 1.	197 : 1.	39.
26,88.	6,72 : 1.	1,03 : 1.	31,49 : 1.	203 : 1.	40.
27,43.	7,28 : 1.	1,03 : 1.	31,26 : 1.	228 : 1.	41.
28,05.	7,96 : 1.	1,03 : 1.	30,98 : 1.	247 : 1.	42.
28,73.	8,79 : 1.	1,03 : 1.	30,65 : 1.	269 : 1.	43.
29,20.	9,62 : 1.	1,03 : 1.	30,48 : 1.	293 : 1.	44.
29,80.	10,68 : 1.	1,03 : 1.	30,20 : 1.	322 : 1.	45.
30,45.	11,95 : 1.	1,03 : 1.	29,88 : 1.	357 : 1.	46.
30,98.	13,34 : 1.	1,03 : 1.	29,64 : 1.	395 : 1.	47.
31,56.	15,15 : 1.	1,03 : 1.	29,36 : 1.	445 : 1.	48.
32,00.	16,84 : 1.	1,03 : 1.	29,16 : 1.	491 : 1.	48. 50. 10.
32,12.	17,22 : 1.	1,03 : 1.	29,09 : 1.	501 : 1.	49.
32,72.	19,91 : 1.	1,03 : 1.	28,78 : 1.	573 : 1.	50.
33,14.	23,39 : 1.	1,03 : 1.	28,46 : 1.	665 : 1.	51.
33,93.	27,51 : 1.	1,03 : 1.	28,14 : 1.	774 : 1.	52.
34,57.	33,30 : 1.	1,03 : 1.	27,79 : 1.	925 ¹ / ₂ : 1.	53.
35,14.	40,48 : 1.	1,04 : 1.	27,48 : 1.	1112 : 1.	54.
35,75.	51,35 : 1.	1,04 : 1.	27,14 : 1.	1394 : 1.	55.
36,46.	66,11 : 1.	1,04 : 1.	26,71 : 1.	1766 : 1.	56.
37,19.	87,49 : 1.	1,04 : 1.	26,27 : 1.	2290 : 1.	57.
37,96.	123 : 1.	1,04 : 1.	25,81 : 1.	3186 : 1.	58.
38,81.	186 : 1.	1,04 : 1.	25,29 : 1.	4700 : 1.	59.
39,73.	285 : 1.	1,04 : 1.	24,73 : 1.	7044 : 1.	60.
40,82.	511 : 1.	1,04 : 1.	24,09 : 1.	12314 : 1.	61.
42,15.	1055 : 1.	1,04 : 1.	23,32 : 1.	24595 : 1.	62.

LATITUDES.	ÉTÉS folaires.	HIVERS folaires.	ÉMANATIONS centrales.	ÉTÉS rationnels.	HIVERS rationnels.
63 ^d 0' 0"	43,81.	0,02.	982,19.	1026.	982,21.
64.....	45,96.	0,006.	980,04.		980,05.
65.....	49,34.	0,0013.	976,66.		976,66.
65. 59. 20.	58,52.	0,0001.	967,48.	1026.	967,48.
66.....	59,63.	0,0001.	966,37.		966,37.
66. 31. 40.	65,83.	0,000014.	960,17.		960,17.
67.....	68,25.	0,(0042 $\frac{1}{2}$) ³	957,75.	1026.	957,75.
67. 4. 0.	68,53.	0, 0.	957,47.		957,47.
68.....	71,55.	— 0,01.	954,45.		954,44.
69.....	73,68.	— 0,09.	952,32.	1026.	952,23.
70.....	75,14.	— 0,34.	950,86.		950,52.
71.....	76,17.	— 0,84.	949,83.		948,99.
72.....	76,87.	+ 1,65.	949,13.	1026.	947,48.
73.....	77,31.	+ 2,78.	948,69.		945,91.
74.....	77,45.	+ 4,23.	948,55.		944,32.
74. 1. 0.	77,45.	+ 4,25.	948,55.	1026.	944,30.
75.....	77,34.	+ 5,96.	948,66.		942,70.
76.....	77,06.	+ 7,97.	948,94.		940,97.
77.....	76,62.	+ 10,25.	949,38.	1026.	939,13.
78.....	76,03.	+ 12,76.	949,97.		937,21.
79.....	75,22.	+ 15,51.	950,78.		935,27.
80.....	74,21.	+ 18,46.	951,79.	1026.	933,33.
81.....	73,09.	+ 21,58.	952,91.		931,33.
82.....	71,85.	+ 24,91.	954,15.		929,24.
83.....	70,52.	+ 28,42.	955,48.	1026.	927,06.
84.....	68,96.	+ 32,10.	957,04.		924,94.
85.....	67,18.	+ 35,96.	958,82.		922,86.
86.....	65,32.	+ 39,97.	960,68.	1026.	920,71.
87.....	63,39.	+ 44,11.	962,61.		918,50.
88.....	61,39.	+ 48,28.	964,61.		916,33.
89.....	59,16.	+ 52,66.	966,84.	1026.	914,18.
89. 55. 10.	56,89.	+ 56,89.	969,11.		912,22.
90.....	56,69.	+ 57,27.	969,31.		912,04.

Différences communes des Étés aux Hivers solaires Séarionnels	RAPPORT RÉDUIT des Étés aux Hivers solaires.	RAPPORT RÉDUIT des Étés aux Hivers rationnels.	RAPPORT RÉDUIT des Emanations centrales aux Étés solaires.	RAPPORT RÉDUIT des Emanations centrales aux Hivers solaires.	LATITUDES.
43,79.	2190 : 1.	1,04 : 1.	22,42 : 1.	49109 : 1.	63 ^d 0' 0"
45,95.	7660 : 1.	1,05 : 1.	21,32 : 1.	163340 : 1.	64.
49,34.	37954 : 1.	1,05 : 1.	19,79 : 1.	751277 : 1.	65.
58,52.	585200 : 1.	1,06 : 1.	16,53 : 1.	9674800 : 1.	65. 59. 20
59,63.	596300 : 1.	1,06 : 1.	16,21 : 1.	9663700 : 1.	66.
65,83.	4702142 : 1.	1,07 : 1.	14,58 : 1.	68583571 : 1.	66. 31. 40.
68,25.	(29967) ² : 1.	1,07 : 1.	14,03 : 1.	(112258) ² : 1.	67.
68,53.	68,53 : 0.	1,07 : 1.	13,97 : 1.	95747 : 0.	67. 4. 0.
71,56.	7155 : - 1.	1,07 : 1.	13,34 : 1.	95445 : - 1.	68.
73,77.	818 : - 1.	1,08 : 1.	12,93 : 1.	10581 : - 1.	69.
75,48.	221 : - 1.	1,08 : 1.	12,66 : 1.	2797 : - 1.	70.
77,01.	90,67 : - 1.	1,08 : 1.	12,47 : 1.	1131 : - 1.	71.
78,52.	45,75 : - 1.	1,08 : 1.	12,35 : 1.	575 : - 1.	72.
80,09.	27,81 : - 1.	1,08 : 1.	12,27 : 1.	341 : - 1.	73.
81,68.	18,31 : - 1.	1,09 : 1.	12,25 : 1.	224 : - 1.	74.
81,70.	18,21 : - 1.	1,09 : 1.	12,25 : 1.	223 : - 1.	74. 1. 0.
83,30.	12,98 : - 1.	1,09 : 1.	12,27 : 1.	159 : - 1.	75.
85,03.	9,66 : - 1.	1,09 : 1.	12,31 : 1.	119 : - 1.	76.
86,87.	7,47 : - 1.	1,09 : 1.	12,39 : 1.	92,62 : - 1.	77.
88,79.	5,96 : - 1.	1,09 : 1.	12,49 : 1.	74,45 : - 1.	78.
90,73.	4,85 : - 1.	1,10 : 1.	12,64 : 1.	61,30 : - 1.	79.
92,67.	4,08 : - 1.	1,10 : 1.	12,83 : 1.	51,56 : - 1.	80.
94,67.	3,39 : - 1.	1,10 : 1.	13,04 : 1.	44,16 : - 1.	81.
96,76.	2,88 : - 1.	1,10 : 1.	13,28 : 1.	38,30 : - 1.	82.
98,94.	2,48 : - 1.	1,11 : 1.	13,55 : 1.	33,62 : - 1.	83.
101,06.	2,15 : - 1.	1,11 : 1.	13,88 : 1.	29,81 : - 1.	84.
103,14.	1,87 : - 1.	1,11 : 1.	14,27 : 1.	26,66 : - 1.	85.
105,29.	1,63 : - 1.	1,11 : 1.	14,71 : 1.	24,04 : - 1.	86.
107,50.	1,44 : - 1.	1,12 : 1.	15,19 : 1.	21,82 : - 1.	87.
109,67.	1,27 : - 1.	1,12 : 1.	15,71 : 1.	19,98 : - 1.	88.
111,82.	1,12 : - 1.	1,12 : 1.	16,34 : 1.	18,36 : - 1.	89.
113,78.	1,00 : - 1.	1,12 : 1.	17,03 : 1.	17,03 : - 1.	89. 55. 10.
113,96.	0,99 : - 1.	1,12 : 1.	17,10 : 1.	16,93 : - 1.	90.

Réflexions, Corollaires, Application de la théorie du Feu central à divers phénomènes, Analogie des Planètes avec la Terre, & fin de ces Recherches.

LA seule inspection de la Table précédente, les titres des colonnes où *suivent* qui la composent & les préliminaires ci-dessus en font assez connoître l'économie, & tout ce qu'elle contient au-delà de plus important se trouvera fondu ou mentionné dans les articles suivans. Table qui servira en même-temps de pierre de touche, pour juger de la température régulière ou irrégulière d'un climat quelconque.

De la réalité & de la certitude du Feu central, en tant qu'il se manifeste par ses Émanations.

189. J'en ai indiqué la preuve, pour ne pas dire la démonstration, dès l'exposition de mon sujet (*mm. 2, 3 & 4*), relativement au climat de Paris, sur les principes & d'après les Éléments de mon ancien Mémoire. Cette preuve y étoit exprimée par le rapport de 393 à 1, du Feu central à l'Hiver solaire, & elle l'est ici maintenant (*col. 11 de la Table*) par celui de 491 à 1, qui le surpasse dans son antécédent d'environ 100 unités, le conséquent de l'un & de l'autre demeurant toujours réduit à 1; car grandeur de rapport ou force de preuve sont en cette occasion synonymes. Et puisqu'une semblable preuve est applicable à toutes les latitudes & à tous les climats de la Terre, elle est générale. L'exposant en pourra donc aussi être exprimé par le simple antécédent; car $393 : 1$ ne diffèrent pas de $\frac{393}{1} = 393$, & $491 : 1$ de $\frac{491}{1} = 491$. Et cela posé (*col. 11*), le minimum de preuve se trouvera être de 48 pour l'hémisphère Austral sous l'Équateur proprement dit, & de 50 pour le Boréal sous l'Équateur ou Parallèle d'égalité, latitude $1^d 47' 30''$. Preuve qui devient d'environ 60 au 10^{me} degré, de près de 80 au 20^{me} ,
de

de 118 au 30^{me}, & ainsi de suite, réciproquement à la marche des ternes de la troisième colonne qui compose en partie celle-ci; de manière qu'étant de 491 à la latitude de Paris, de 7044 à celle de Pétersbourg ou au 60^{me} degré, elle arrive à l'infini dès le 67^{me}, & de-là au *plus qu'infini* jusqu'au Pôle; comme il a été expliqué en son lieu (n. 95). Et l'on tirera semblables conséquences, semblables preuves de la 10^{me} colonne, quoique moins fortes & renfermées dans le fini de la 9^{me} & de la 7^{me}, &c.

190. Ainsi les preuves du Feu central, forment, par leur ensemble, un argument invincible & hors d'atteinte à tout ce qu'on pourroit alléguer, tant sur la nature de ce Feu quelconque & de ses émanations, que sur nos Éléments de la chaleur solaire, & sur la construction ou la portée de nos thermomètres. La surabondance de droit absorbera toujours ici, & prodigieusement, toute hypothèse contraire, toute objection un peu plausible.

Que sans le Feu central & ses Émanations, la Terre & tout ce qui la compose ne seroit aujourd'hui qu'un bloc de glace stérile & inanimé.

191. Car il n'y auroit donc alors que la chaleur purement solaire qui put mettre obstacle à cette congélation universelle. Voyons d'abord à quoi pourroit aller une pareille chaleur.

Le diamètre du Soleil étant environ 100 fois plus grand que celui de la Terre, il est clair que cet Astre doit toujours illuminer & échauffer un peu plus de la moitié du globe terrestre, ou, pour m'exprimer comme les Astronomes, le *cercle déterminateur de la lumière & de l'ombre* devra toujours se trouver au-delà du centre de la Terre en partant du Soleil, sans compter la réfraction des rayons dans l'atmosphère, qui les rabat toujours vers la surface du globe, & qui va encore en augmenter la partie éclairée & diminuer celle de l'ombre. Mais pour ne pas pousser plus loin ce détail minutieux, & puisque nous avons ici du champ

de reste, faisons la partie successivement éclairée ou échauffée double de celle qui ne l'est pas, & supposons la chaleur qui lui est communiquée égale à celle qui résulte, soit en Hiver, soit en Été, des rayons solaires qui tombent à-plomb sur un point quelconque de l'Équateur, & que nous avons évaluée dans notre Table à $19\frac{57}{100}$ ou 20 degrés thermométriques; car c'est ainsi qu'on doit considérer cette chaleur constante & à peu-près invariable, abstraction faite des différentes distances du Soleil: ou enfin, & pour écarter toute discussion superflue, négligeons le refroidissement que le petit hémisphère de l'ombre, qui succède sans cesse à celui de la lumière, pourroit y apporter.

Or cela posé, & qu'il faut au moins 1000 degrés de chaleur, ou quelque chose d'équivalent sur un thermomètre quelconque, pour maintenir l'eau commune dans sa fluidité, qu'il en faille 900, par exemple, à l'eau marine & 700 au mercure, de tous les fluides connus le plus difficile à geler, il s'en faudra donc toujours $1000 - 20 = 980$, $900 - 20 = 880$, & $700 - 20 = 680$, que la chaleur purement solaire ne soit assez forte pour empêcher la congélation d'aucun fluide terrestre; & remarquez que 10, 20, 100 ou 200 degrés de plus ou de moins ne changent presque rien à la conséquence. Donc *sans le Feu central*, &c.

192. Je ne veux pourtant pas passer sous silence une objection qu'on m'a faite sur ce sujet, mais qui, toute spécieuse qu'elle est, tombe d'elle-même.

Les fermentations souterraines qu'on rencontre souvent dans ces mines profondes où les ouvriers sont obligés de travailler presque nus, & où il ne leur arrive aussi que trop souvent d'être étouffés par les vapeurs bitumineuses & inflammables qui s'en élèvent, ces fermentations qui se manifestent sur terre par les volcans, & quelquefois en pleine mer par le bouillonnement des eaux qui en résulte, & par les nouvelles îles qui naissent de leurs éruptions; comme il arriva au commencement de ce siècle près de celle de Santorin *, toutes ces chaleurs, m'a-t-on dit, réunies à celle du Soleil & de tous les Astres

* Voy. *Hist. de l'Acad.* 1748, p. 23.

qui nous environnent, ne suffiroient-elles pas pour garantir la Terre d'une congélation universelle, indépendamment du Feu central ou très-profond que vous venez d'y établir, ou ne seroit-ce point-là le vrai principe de ce Feu & de ses Émanations? Oui sans doute, elles suffiroient, ou du moins s'y compliquent-elles, pour en augmenter l'énergie. Mais qu'est-ce que la Fermentation, qu'un mouvement intestin qui s'excite dans certains corps, à l'aide d'un degré de chaleur & de fluidité convenables (x)! La fermentation suppose donc une chaleur préexistante dans les matières qui en sont susceptibles, & en même temps un degré de fluidité ou d'humidité dans ces matières, qui en excluent la congélation? Ce n'est donc ici qu'une vraie pétition de principe; & l'objection, loin d'infirmer la théorie, la fortifie, l'étend & l'éclaire de plus en plus.

193. Au reste, je n'ai point fait mention en particulier de la lumière ou de la chaleur que les rayons réfléchis de la Lune pouvoient ajouter à celle du Soleil, la regardant comme nulle (y), ou infiniment petite (z), & encore moins de celle qui vient à la Terre de tous les autres Astres, bien inférieure à celle de la Lune.

Sur la cause physique de l'égalité des Étés.

194. On a pu demander plus d'une fois dans le cours de ces Recherches, & en voyant la 5^{me} colonne de la Table par-tout chargée du même nombre, quelle est donc enfin la cause de cette égalité qui joue ici un si grand rôle? Tâchons d'y satisfaire. C'est des Étés rationnels qu'il s'agit; mais n'oublions pas que ce n'est qu'en tant qu'ils sont représentatifs des

(x) Dictionnaire de Chimie de M. Macquer, de l'Académie des Sciences, au mot Fermentation. Voyez-en le détail là même, & dans la Chimie de Boërhaave.

(y) Expérience de M. de la Hire sur la chaleur des rayons réfléchis de la Lune, avec le grand

miroir ardent de l'Observatoire. Mémoires de l'Acad. 1705, p. 346.

(z) Elle n'est tout au plus que la 3.00000^{me} partie de celle du Soleil, comme l'a prouvé M. Bouguer, dans son Essai ou Traité d'Optique sur la gradation de la lumière. 1.^{ere} édition, page 31. 2.^{me} édit. p. 256.

Réels : car toute cause vraiment physique ne peut tomber que sur des effets réels, & si elle est générale, sur la valeur moyenne & rationnelle de ces effets.

195. Réduisons d'abord la question à ses moindres termes. Il est clair que l'égalité des Étés réels dépend absolument de la marche réciproquement croissante & décroissante de l'Été solaire avec les Émanations centrales, puisque ce n'est que de la somme de ces deux quantités (*mn. 2 & 166*) que naît l'intensité de chaleur par-tout égale des Étés réels & rationnels. Il nous suffira donc de chercher la cause de cette dépendance, entre les Étés solaires & les valeurs réciproques des Émanations centrales.

196. Car 1.^o on voit dans la Table (*col. 2*) que les Étés solaires vont toujours croissant, depuis l'Équateur jusqu'au 74^{me} degré de latitude, & croissant de manière à y devenir près de quatre fois aussi grands qu'à leur origine, & avec la différence de 58 degrés thermométriques entre les deux extrêmes. D'où ils décroissent ensuite jusqu'au Pôle, où ils sont encore presque triples de ceux de l'Équateur.

197. 2.^o Qu'au contraire les émanations centrales (*col. 4*) diminuent de l'Équateur jusqu'au 74^{me} degré de latitude, & croissent après cela dans le même ordre jusqu'au Pôle, depuis ce même point, autour duquel se trouve leur *minimum*, & réciproquement, le *maximum* des Étés solaires.

198. 3.^o Et enfin que de cette complication d'accroissemens & de décroissemens contraires résulte la valeur constante de l'Été universel (*col. 5*), & telle que nous venons de l'adopter (*p. 175*) savoir de 1026 degrés de notre thermomètre. Sans quoi, & si l'Émanation centrale étoit par-tout la même, & par exemple, comme sous l'Équateur, il faudroit dès la latitude de Paris, faire l'Été réel ou rationnel de 1040 degrés qui surpassé de 7 à 8 la chaleur du sang dans le corps humain ; & autour du *maximum* des Étés solaires, de plus de 1080, où s'arrête ordinairement l'eau bouillante.

199. Ce n'est donc pas ici une affaire de choix, de système ou de convenance, que cette marche alternativement décroissante & croissante des Émanations centrales en inverse des Étés solaires; c'est le fait même des Étés réels & rationnels vu dans la cause efficiente & prochaine. Mais enfin quelle est la cause ou la raison physique de cette cause? jusqu'ici on ne la voit point, & elle doit paroître d'autant plus cachée, qu'elle réside vraisemblablement dans la constitution, tant interne qu'externe du globe terrestre.

200. Quand *Newton*, *Huguen*, *Leibnitz*, & après eux, tous les Physiciens géomètres nous ont voulu expliquer l'aplatissement de la Terre vers ses Pôles, ils n'ont pas hésité à la considérer dans son état primitif comme parfaitement sphérique & liquide, tournant sur son axe, & susceptible, par sa liquidité, de toutes les figures que la rotation ou la force centrifuge pouvoit lui faire prendre: c'est-à-dire, d'en devenir plus ou moins aplatie vers ses Pôles, selon que la rotation avoit plus ou moins de vitesse. Et c'est d'un tel sphéroïde, durci ensuite par la chaleur des rayons solaires, & d'après les plus anciens monumens physiques & historiques, que *Leibnitz* a déduit, dans son admirable *Protogée*, l'état actuel de la croûte ou de la couche extérieure de la Terre, les montagnes, les mers, les volcans, & tous ces vestiges de bouleversemens, de déluges & d'incendies, qu'elle nous présente de toutes parts (a).

201. Appliquons une semblable idée à notre sujet. Ce sphéroïde ou ce globe, car il n'importe ici lequel que ce soit des deux, cette pâte molle de terre & d'eau, venant à tourner sur son axe, & continuellement exposée aux rayons du Soleil, selon tous les aspects annuels des climats, n'y seroit-elle pas durcie vers la surface, & d'autant plus profondément, que ses parties y seroient plus directement exposées? & si un terrain plus dur, plus compacte, plus épais, & en général plus difficile à pénétrer, devient dans ces mêmes

(a) *Globus Terræ regulari primum formâ fuit, & ex liquido induruit, motrix causa, lux sive ignis, — asperitas montium, quibus horret facies orbis, postea supervenit. Protog. §. 2.*

rapports un obstacle d'autant plus grand aux Émanations du feu intérieur de la Terre, comme il est évident que cela doit arriver, ne voilà-t-il pas dès-lors ces obstacles en raison directe des différentes chaleurs de l'Été solaire, & les Émanations centrales en inverse de ces mêmes chaleurs? Et qu'est-ce alors autre chose, que l'égalité universelle des Étés réels & rationnels? Car supposant ces obstacles, ou ces retranchemens de chaleur faits à l'Émanation constante & primitive, exprimés par les valeurs mêmes des Étés solaires, c'est-à-dire, dans la plus parfaite & la plus visible de toutes les proportionnalités, l'égalité, il est clair qu'on ne retranche d'un côté à la même grandeur que ce qu'on y ajoute de l'autre, & que par conséquent les sommes ou les Étés réels & rationnels en seront toujours & par-tout les mêmes.

Voilà donc enfin cette égalité surprenante ramenée à un principe intelligible : soit que la Terre, d'abord fluide ait été durcie ensuite par l'action du Soleil, du moins vers les dernières couches qui la composent, soit que Dieu l'ait créée tout d'un coup dans l'état où les causes physiques & les loix du mouvement l'auroient amenée.

De la température extraordinaire de certains climats, & sur-tout par les froids excessifs qu'on y éprouve.

202. Rien n'est plus conforme à la théorie précédente que les froids extrêmes qui se font sentir dans les pays fort élevés, ou d'un terrain compacte & fondé, pour ainsi-dire, sur de vastes bancs de roche, ou enfin par l'une & l'autre circonstance à la fois : car ce sont en effet autant d'obstacles qui diminuent l'intensité des Émanations centrales.

203. La Sibérie, dont nous avons déjà parlé dans la seconde section, nous en fournit un exemple frappant, & qui nous tiendra lieu de plusieurs autres. On y voit des Hivers où le thermomètre descend jusqu'à 60 & 70 degrés au-dessous du terme de la congélation, & les contrées où l'on éprouve ces froids énormes, ne sont pourtant qu'autour de la latitude de

Pétersbourg & d'Upsal (d'environ 60 degrés) où les froids les plus excessifs ne vont guère au-delà de 29 à 30 degrés therm. & l'on doit remarquer de plus que la Sibérie est assez généralement un pays de plaine, si ce n'est peut-être dans sa partie méridionale, où les fleuves qui l'arrosent prennent leurs sources, & d'où ils vont se jeter presque directement de sud vers nord à 70 ou 75 lieues dans la Mer glaciale. Or les Auteurs qui nous ont décrit la Sibérie après y avoir passé bien des années & y avoir fait bien des observations, nous en parlent comme d'un des pays du monde les plus élevés. Les *pays Asiatiques septentrionaux*, dit le Baron de Strahlenberg, officier Suédois, homme instruit & qui avoit été plusieurs années prisonnier en Russie & en Sibérie, *sont considérablement plus élevés que les Européens, & ils le sont*, ajoute-t-il, *comme une table l'est en comparaison du plancher sur lequel elle est posée: car lorsqu'en venant de l'Ouest & sortant de la Russie, on passe à l'Est, & par les monts Riphées & Rymniques, pour entrer en Sibérie, on avance toujours plus en montant qu'en descendant, &c (b).* M. Gmelin insiste encore davantage sur cette élévation du terrain de Sibérie, & c'est, comme je l'ai dit dans la seconde section, après avoir passé neuf à dix ans dans le pays avec tous les secours nécessaires, & y avoir fait une infinité d'observations, tant sur la déclivité, la rapidité & les sauts fréquens des fleuves & des rivières qui y coulent jusqu'à la Mer glaciale, que par les abaissémens du baromètre, & relativement aux sources de ces fleuves & à leurs embouchures dans la Mer. D'où il conclut (c), qu'il y a bien des plaines en Sibérie (*VASTOS IBI EXTARE CAMPOS*) qui ne sont pas moins élevées au-dessus du reste de la Terre, ni moins éloignées de son centre, que ne le sont d'assez hautes montagnes en plusieurs autres régions (*MONTIUM NON EXIGUÆ MOLIS*). En effet, s'il faut toujours monter plutôt que de descendre, en allant des monts Riphées vers l'Est, de cette

(b) Description de l'Empire Russe, traduction françoise, tome I, page 322, d'après l'Allemand, imprimé à Stockolm en 1730.

(c) Voy. *Flora Siber. Præf. pp. LVIII, LXIV. &c.*

chaîne de montagnes qui sépare l'Europe de l'Asie, & quelque peu élevées qu'elles soient, il seroit difficile que les *vastes champs* de Sibérie n'en eussent pas tout au moins la hauteur d'assez grandes montagnes (d).

204. Que si malgré des témoignages si authentiques, la Sibérie n'étoit guère plus élevée au-dessus du niveau de la Mer que les pays ordinaires, comme M. l'abbé *Chappe* paroît nous l'annoncer (e), d'après les observations qu'il y a faites, les froids excessifs de Sibérie seroient dûs à un terrain profondément très-dense ou composé de ces bancs de roche dont j'ai parlé ci-dessus. Car après tout ce qui a été expliqué dans ces Recherches, l'alternative est inévitable; ou l'éloignement du Foyer central, ou un terrain moins perméable aux Émanations. L'élévation est susceptible de preuve, la nature du terrain ne l'est pas à une certaine profondeur; mais l'induction s'en ensuit nécessairement des principes posés. Il est vrai qu'on pourroit substituer aux rochers de grands vides souterrains, ou un air toujours moins capable de retenir la chaleur qu'un terrain ordinaire, à raison de la rareté propre de chaque milieu, l'un & l'autre supposé à pareille distance du centre, & c'est ce qui reviendrait encore au même.

205. Il est à remarquer que, dans l'état actuel du globe terrestre & de sa surface inégale, nous ne connoissons point de climat habité ou habitable, qu'on puisse mettre en opposition avec la Sibérie, ni par la dépression du terrain, ni, en conséquence, par l'excès de la chaleur : non que ces dépressions & desenfoucemens plus grands encore, & en ce sens comparables aux plus hautes montagnes, n'existent; mais ces profonds abîmes ont été comblés de temps immémorial, soit par l'irruption des mers adjacentes, comme la Fable ou les traditions poétiques

(d) *Montes Riphæi.... Rhynici Hyperborei..... Etsi non sunt altissimi, tamen montes sunt, perpetuâ nive cœcti.* Cellar. Geogr. antiqua, lib. III, cap. XXI V. Sarmatia Asiatica.

(e) Dans le Mémoire qu'il a lu à l'assemblée publique de l'Académie du 29 Avril 1767, sur son voyage en Sibérie.

nous l'apprennent de l'Océan Atlantique, dans le bassin de la Méditerranée, soit par les pluies continuelles, & par la chute des fleuves d'alentour, soit enfin par les communications souterraines des mers, comme on l'a pensé du grand lac qui porte le nom de mer Caspienne : ainsi les plus grandes chaleurs qu'on éprouve actuellement sur la Terre sont bien inférieures aux froids extrêmes du Nord, de la Sibérie, de la baie d'Hudson (f), & de tous les autres pays, où ils ont été trouvés les plus insupportables.

206. Le Sénégal, par exemple, dans la Zone torride, & vers le seizième degré de latitude boréale, est peut-être un des pays les plus chauds qu'on connoisse (g). Les plus grandes chaleurs n'y vont pourtant pas à plus de 33 ou 34 degrés au-dessus du terme de la congélation, & nous venons de voir que les grands froids de Sibérie vont quelquefois jusqu'à 60 ou 70 degrés au-dessous du même terme. Les plus grandes chaleurs du Sénégal ne surpassent donc que de 7 à 8 degrés celles de l'Été universel, & du reste de la Torride; tandis que les Hivers de Pétersbourg & d'Upsal, de 25 à 26, au-dessous de la congélation, & par-là très-rudes pour le climat, se trouvent souvent surpassés de 40 ou 45 degrés par ceux de Sibérie, à semblable latitude. Vivroit-on aujourd'hui dans des lieux où la chaleur excéderoit si énormément celle de nos plus forts Étés? y a-t-on jamais vécu?

Mais sans nous embarrasser davantage d'une question difficile à résoudre, & qui est en un sens tout-à-fait étrangère à notre sujet, voyons présentement quelle doit être la température interne des Mers, en conséquence de la dépression du

(f) *Voy. le Voyage de la baie d'Hudson par M. Ellis.*

(g) Comme je l'apprends de M. Adanson, exact observateur, aujourd'hui de l'Académie, & qui a passé quatre ou cinq ans dans le Sénégal; savoir, depuis 1749 inclusivement, jusque vers le commen-

cement de 1753. Et n'oublions pas combien quatre ou cinq années d'observations météorologiques dans la Zone torride sont concluantes. C'est principalement aux sables brûlans, dont toute cette contrée est couverte, qu'on peut attribuer les grandes chaleurs qu'on y ressent.

Mém. 1765.

K k

terrein, & de ces profonds abymes, où les émanations du Feu central doivent s'exercer avec tant de force.

De la Température des Mers.

207. Je dis que *cette température sera moyenne entre celle de l'eau du fond, qui porte sur le bassin, & celle de la surface qui est toujours exposée aux impressions de l'air.*

La proposition suit évidemment de nos données, & de la raison d'Hydrostatique, que l'eau la plus chaude, & par-là la plus légère, devra sans cesse monter, & la moins chaude ou la plus froide, & par-là la plus pesante, descendre.

Ceux qui douteroient de la facilité avec laquelle ce mouvement doit se faire entre les eaux supérieures & inférieures, peuvent s'en convaincre par une expérience bien simple, & qu'on peut varier de cent façons différentes; mais que je ne dédaignerai pas de rapporter ici. Prenez une carafe, ou bouteille à large ventre, & à cou long & étroit, remplissez-la d'eau, exposez-la devant le feu, jusqu'à ce que l'eau du goulot ou du cou, qui s'échauffe la première, soit un peu plus que tiède. En cet état prenez la carafe d'une main, & appliquant la paume de l'autre main sur l'ouverture, afin que rien n'en échappe, renversez la carafe de haut en bas, vous sentirez presque sur le champ l'eau froide ou moins chaude, & alors supérieure, qui tombe sur le creux de votre main. Renversez encore ou rétablissez la première position, vous sentirez remonter l'eau, quoiqu'un peu moins chaude; ce que vous pourrez répéter jusqu'au mélange d'une température uniforme. C'est, dis-je, de cette réciprocation de mouvement vertical dans le fluide, de cet échange perpétuel de chaud & de froid, que naîtra, que s'entretiendra l'équilibre & la température des Mers, depuis le fond de leurs bassins, jusqu'à quelques toises au-dessous de leur surface. Nous aurions sans doute à désirer sur ce sujet des observations plus directes, & immédiatement faites dans la Mer même; mais il est à présumer, d'après le peu que nous en avons, que si ces expériences ont jamais lieu, & qu'elles soient faites avec l'exactitude requise, elles ne démen-

tiront pas notre théorie. Le Comte *Marsigli*, à qui les Arts & les Sciences sont redevables de tant de découvertes & d'établissmens utiles, nous apprend dans son *Histoire physique de la mer*, qu'ayant plongé un thermomètre en divers lieux, & à diverses profondeurs, dans les mois de Décembre, Janvier, Mars & Avril, il trouva que la température, à la profondeur de 10, 20, 30, 120 brasses, étoit toujours également de $10 \frac{1}{2}$ degrés, ou de $10 \frac{3}{4}$ (h). Ce qui, autant que j'en puis juger sur l'inspection de ce thermomètre, par les degrés de chaud & de froid qu'il indiquoit hors de l'eau, & par d'autres circonstances, revient à peu près à la température de nos caves de l'Observatoire. Mais peu importe du degré de chaleur; l'essentiel de l'expérience, c'est qu'il s'y trouve toujours sensiblement le même. Le Comte *Marsigli* alloit encore s'en assurer le 30 Juin suivant, lorsqu'un accident imprévu occasionna la rupture de son thermomètre; il alloit se convaincre que si la même température se maintenoit en Été, comme elle avoit fait en Hiver & au Printemps, il faudroit nécessairement établir que la température dans la mer est égale en toutes les saisons. Je dois cependant ajouter que la température d'une Mer pourra bien différer quelquefois de celle d'une autre Mer, par la différente profondeur des bassins, & à d'autres égards par des causes particulières qu'il seroit trop long de détailler.

De la température de l'Atmosphère.

208. Passons à l'Atmosphère terrestre, à cette masse fluide qui environne la Terre, & où se forment les météores. On ne peut douter que les Émanations centrales ne la pénètrent & ne s'y étendent de proche en proche, & bien au-dessus des continens & des mers; savoir en raison inverse, 1.^o des distances ou de quelque fonction des distances au terrain subjacent qui peut être pris ici pour foyer hypothétique, ou pour le premier terme de la progression; 2.^o de la rareté du nouveau milieu,

(h) *Histoire de la Mer, dédiée à l'Académie Royale des Sciences, page 16, planche 6*, où est la figure de son thermomètre. Ces expériences ont été faites dans la Méditerranée, au golfe de Lion.

ou, ce qui revient au même, de l'intensité de la chaleur qui en résulte, toujours d'autant plus petite, que ce milieu en est plus dilaté & plus rare : car tout corps solide ou fluide reçoit & retient, toutes choses d'ailleurs égales, le degré de chaleur dont il est susceptible, proportionnellement à sa densité. C'est ainsi, par exemple, que l'eau bouillante se soutient toujours également autour du 80^{me} degré de notre thermomètre au-dessus du terme de la congélation, quelle que soit la chaleur plus ou moins grande qui la fait bouillir, sauf les petites différences relatives au poids actuel de l'Atmosphère, indiqué par le baromètre. D'où il suit que la chaleur communiquée aux différentes couches de l'Atmosphère y doit décroître en plus grande raison, de bas en haut, qu'elle ne seroit dans des couches de terre ou d'eau de semblable hauteur, l'air même d'ici bas étant huit ou neuf cents fois moins dense ou plus rare que l'eau. Les hautes régions de l'air, celle des météores doivent donc demeurer très-froides.

209. De-là ces glaçons ou ces grêles qui tombent en Été dans nos climats les plus tempérés, & lorsque nous y sentons les plus grandes chaleurs.

De-là ces neiges, dont les sommets des hautes montagnes sont toujours couverts au milieu même de la Zone torride.

Et de-là enfin un nouveau point de vue à considérer dans les divers usages qu'on fait de la règle de M. Mariotte, & du Baromètre, sur les dilatations & les condensations de l'air.

DE LA MESURE des hauteurs & des montagnes par le Baromètre, d'après la Règle de M. Mariotte.

210. Quel que soit le décroissement accéléré de l'Émanation centrale de chaleur dans les couches un peu élevées de l'Atmosphère, toujours y aura-t-il par cette cause, & indépendamment de toute autre, une quantité de chaleur de plus. Et puisque la chaleur de l'air, ses dilatations & ses condensations, ses compressions, son volume & ses poids relatifs, sont, à plusieurs égards, termes synonymes ou quantités proportionnelles, ne seroit-ce point ici un nouvel élément de calcul à faire

entrer dans la Règle de M. *Mariotte*, & sur-tout dans l'application qu'on en fait à la mesure des hautes montagnes, par les abaiffemens correspondans du mercure dans le Baromètre ?

211. La Règle consiste à évaluer en raison directe les compressions, & en inverse les dilatations de l'air, par les poids plus ou moins grands des couches supérieures dont il est chargé.

La méthode est fondée sur ce que les hauteurs doivent être d'autant plus grandes, que ces couches d'air, inégales & croissantes en dimension verticale, sont plus dilatées, en répondant toujours à des abaiffemens égaux du mercure.

Mais, pour peu qu'on soit instruit des observations qui ont été faites d'après cette méthode, on sait qu'elle pêche presque toujours en défaut, & d'autant plus sensiblement que les hauteurs sont plus grandes, donnant souvent un 6^{me} ou un 5^{me} d'erreur, & quelquefois un quart, au-dessous de celles qui résultent de la mesure exacte & géométrique ; comme l'éprouvèrent M.^{rs} *Cassini* & *Maraldi* en 1705 aux Pyrénées *, & plusieurs années après, M.^{rs} *Godin*, *Bouguer* & de la *Condamine* aux montagnes de la Cordelière du Pérou. De manière que quelques-uns de ces habiles observateurs, & des Physiciens très-expérimentés sur les propriétés de l'air (i), n'hésitèrent pas d'en conclure que le principe de M. *Mariotte* étoit faux ou insuffisant, du moins à ces grandes hauteurs & passé quelque centaine de toises au-dessus du niveau de la mer.

* Voy. *Mém. de l'Acad.* 1705.

212. Cependant M. *Amontons* fit voir alors (k), & par une

(i) M. *Musschenbroek*, *Essai de Physique*, page 703 de l'édition de Leyde, 1739. Si le principe, dit-il, établi par M. *Mariotte* étoit bien fondé, il faudroit que, suivant l'abaiffement du mercure (7^p 11¹/₂), le *Canigou* (géométriquement mesuré de 1454 toises) n'eut eu que 1183 toises de hauteur ; 271 toises de différence. Voyez aussi, sur ce sujet, le Livre de la *Grandeur &c de la Figure de la Terre*, de feu M. *Cassini*, chap. X ; & son *Mé-*

moire, en 1733, sur la hauteur du Baromètre, observée sur diverses montagnes ; celui de M. *Bouguer*, en 1753, sur les dilatations de l'air dans l'Atmosphère ; & , depuis que ceci fut écrit, la Dissertation de M. de la *Lande*, insérée dans la *Connoissance des mouvemens célestes*, 1765, & intitulée, du Baromètre, de sa construction, &c de ses usages.

(k) En 1705, *Mém. p.* 119, & à l'occasion du prétendu défaut de la Règle de M. *Mariotte*.

expérience, à mon avis, sans réplique, que cet air même que nous respirons dans la basse région de l'Atmosphère, pouvoit être dilaté près de 200 fois plus qu'il n'étoit auparavant, & que cette dilatation suivoit encore la proportion de M. Mariotte. Et à plus forte raison, conclut M. de Fontenelle dans l'extrait de tous ces Mémoires, de moindres dilatations la suivroient-elles. * A quoi nous pouvons ajouter, & d'autant plus que la hauteur de nos plus grandes montagnes ne sauroit donner ces dilatations que doubles ou triples de ce qu'elles font au niveau de la mer, le mercure du Baromètre n'y descendant guère plus de 14 ou 15 pouces au-dessous des 28 où il se soutient communément à ce niveau.

* Voy. Hist. de
l'Acad. 1705,
p. 14.

213. La règle de M. Mariotte, demeure donc pleinement justifiée, même indépendamment de notre théorie. Elle renferme & a toujours renfermé implicitement ce principe de chaleur & de dilatation dont on n'a pas tenu compte, ce surplus de hauteur qui résulte de l'Émanation centrale, qui s'y complique avec la progression décroissante des poids de l'Atmosphère, mais qui s'y cache dans les premiers termes de cette progression, & n'y devient sensible qu'en avançant vers les derniers.

214. Sur quoi il faut observer d'après ce qui a été dit ci-dessus (n. 210) que le point commun d'origine de toutes ces séries, tant des poids de l'Atmosphère que de l'Émanation centrale, ou leur premier terme, doit toujours ici être placé & évalué relativement au niveau du terrain de l'observation immédiate d'où l'on commence à compter les abaissens du mercure correspondans aux poids, jusqu'au sommet de la montagne où l'on porte le Baromètre, non au niveau préalablement connu de la mer, comme on a coutume de le pratiquer : car on s'est aperçu que le défaut de hauteur que donne la méthode étoit souvent très-différent d'une montagne à l'autre, & à plus forte raison d'une chaîne de montagnes à une autre chaîne, par exemple, des Alpes aux Pyrénées, ou aux Cordelières du Pérou. Ce qui ne peut venir, toutes

choses d'ailleurs égales, que de la différente hauteur du premier point d'observation où se fait le changement de milieu & le passage de la terre à l'air dans la série des Émanations centrales. L'observateur intelligent suppléera le reste, selon les lieux & les circonstances.

Voilà donc les saisons & la température des Climats, les Continens & les Mers, l'Atmosphère & toutes les parties du Globe terrestre soumises à l'action du Feu central.

215. Je passe sous silence une infinité d'autres phénomènes qui se compliquent plus ou moins avec les Émanations & la chaleur de ce Feu, ou avec quelqu'autre de ses propriétés abstractivement différente de la chaleur. Telle est, par exemple, l'Impulsion; car tout corps, solide ou fluide, qui tend à se dilater, tend également à repousser tout ce qui s'oppose à ses dilatations. Il est impulsif de cela même qu'il est dilatatif ou expansif. Or on sait par mille raisons de théorie & d'expérience, que de toutes les propriétés du feu, la plus essentielle c'est l'expansion; comme l'a si bien prouvé le fameux *Boërhaave* dans sa Chimie (1). J'en ai donné ailleurs pour exemple & assez au long (m), la perpendicularité constante de la tige des plantes à l'horizon, de quelque côté que la Radicule & la Plume de leurs graines jetées en terre au hasard s'y trouvent tournées. C'est, dis-je, à cette cause, vraiment efficiente & prochaine, qu'est dûe, en tout ou en partie, la perpendicularité des plantes à l'horizon. Et les ouragans, la foudre & les orages, les volcans, les trombes marines, les îles naissantes du fond des mers, & cent autres phénomènes de cette espèce ne participeroient-ils pas foncièrement du Feu central? Je n'en propose que les doutes.

216. Mais qu'il me soit permis d'exposer ici en finissant, & en peu de mots, un point d'Astronomie comparée & de *Physique céleste*, aussi intéressant par lui-même, que capable de jeter un nouveau jour sur toute cette théorie, par la simple

(1) *Tom. I, Pars altera*, de Igne.

(m) *Diff. sur la Glace, Part. I, chap. XIII.*

supposition d'un Feu central dans les Planètes; supposition à laquelle j'espère qu'on ne trouvera rien qui ne s'accorde parfaitement avec l'observation.

Analogie des Planètes avec la Terre.

217. Les hommes ont commencé par imaginer que tout l'Univers tournoit autour d'eux & pour eux; mais à force d'observer le Ciel, il a bien fallu rabattre d'une prétention si flatteuse. La Terre n'est elle-même aujourd'hui qu'une Planète qui circule immédiatement autour du Soleil avec toutes les autres, & il y a telles Planètes qu'on fait être huit à neuf cents fois, mille fois, plus grosses que la Terre.

Cependant chaque Planète a, comme la Terre, son mouvement propre ou de Rotation sur son axe, si l'on en excepte Mercure toujours plongé dans les rayons du Soleil par sa proximité, & Saturne qui en est toujours trop loin pour qu'on ait pu jusqu'ici en constater parfaitement la Rotation: mais vu les fortes présomptions qu'on a sur ce sujet pour l'affirmative, on peut dire en général, que chaque Planète tourne sur elle-même comme la Terre, & par-là, que chaque Planète a comme la Terre, ses jours & ses nuits dont la durée totale est proportionnelle à la lenteur ou à la rapidité de sa Rotation; chacune son Écliptique plus ou moins inclinée à son Équateur; ses Pôles, ses Tropiques, ses Zones, torride, tempérées & glaciales, & par-là sa vicissitude de saisons, son Été & son Hiver, & enfin son année plus ou moins longue à raison de ses distances du Soleil, conformément à la règle de *Képler*, démontrée en rigueur par *Newton*.

Et que penser de ces inégalités d'ombre & de lumière que les lunettes d'approche nous font découvrir sur les Planètes de Vénus, Mars & Jupiter? De ces taches plus ou moins obscures, & de ces points saillans plus ou moins lumineux que l'on aperçoit sur leurs disques? La Lune va nous l'apprendre.

La Lune à deux pas de nous, en comparaison des Planètes premières & proprement dites, nous offre confusément ces apparences à la vue simple; mais la Lune observée à son

tour

tour avec les lunettes, nous montre distinctement des plaines, des montagnes & des vallons, dont nous mesurons géométriquement l'étendue, les hauteurs & les enfoncemens; peut-être des mers ou des forêts, car on n'a pu encore rien décider d'assez positif sur ce point. Or il est plus que vraisemblable que c'est-là aussi ce que nous montreroient les Planètes vues à la même distance & avec les mêmes secours; sans préjudice à la variété que la Nature ne manque jamais de se ménager en sous-ordre de ses loix générales.

J'insisterai peu sur les Satellites ou Lunes qui éclairent les nuits des Planètes; parce que tout au moins y a-t-il deux Planètes, Mars & Mercure, où l'on n'a point vu jusqu'ici de Satellite. Mais toujours est-il à remarquer que les plus éloignées de nous & du Soleil, Jupiter & Saturne, en ont quatre ou cinq; sans compter cet Anneau merveilleux qui entoure sans cesse la plus éloignée de toutes, & qui peut suppléer lui seul à des centaines de Lunes comme la nôtre.

A tant de traits d'analogie & de ressemblance ne pourrions-nous donc pas ajouter, que chaque Planète a aussi comme la Terre, son principe interne de chaleur & de vie, son Feu central?

Mais ne voilà-t-il pas dès-lors autant de Mondes habitables, & vraisemblablement habités? Système hardi, que d'excellens esprits, des Philosophes & de grands Géomètres n'ont pas dédaigné de discuter, ni craint d'adopter; mais qui tomberoit de lui-même, sans l'importante addition que nous venons d'y faire. Newton a dit, dans ses *Principes Mathématiques de la Philosophie naturelle*, & d'après l'hypothèse commune, où la seule action du Soleil fait la chaleur totale des saisons, que si notre Globe étoit porté à la place de celui de Saturne, notre eau y seroit perpétuellement glacée, & qu'à la place de celui de Mercure, elle s'en iroit à l'instant en vapeurs. Eh, que n'en dirions-nous pas après avoir montré, sous un autre point de vue, que la seule action du Soleil ne fait pas (quantité moyenne de l'Équateur jusqu'au Pôle) la 29^{me} partie de l'Émanation centrale, dans nos Étés, non plus que la 4 ou 500^{me},

dans nos Hivers! Saturne & Mercure ne seroient donc sans le Feu central que des blocs sphériques de matière quelconque, dénués de tout mouvement intrinsèque, & pour ainsi dire, plus que glacés, comme on l'a vu de la Terre. Car la première de ces Planètes, environ 10 fois plus loin du Soleil que nous, ne recevrait, comme on sait, qu'environ la 100^{me} partie des rayons qu'il nous envoie, en raison inverse des quarrés des distances; & la seconde, quoique 2 ou 3 fois plus près que nous, n'en pourroit guère être échauffée que 6 à 7 fois davantage; chaleur encore bien inférieure à celle qui est requise pour entretenir notre eau dans son état de fluidité.

Mais rétablissons le Feu central dans l'une & dans l'autre de ces Planètes, appliquons-y les mêmes principes & la même théorie qu'à la Terre; les Hivers de Saturne ne seront pas plus froids que les nôtres, les Étés de Mercure ne seront pas plus chauds, les difficultés disparaîtront, & le système de la Pluralité des Mondes renaîtra dans toute sa splendeur. Les couches supérieures de Saturne moins desséchées, moins durcies par les rayons solaires, en seront d'autant plus perméables à l'Émanation centrale, & celles de Mercure, rendues plus compactes, par la force & par la densité des rayons solaires qui les frappent de plus près, d'autant moins perméables à cette Émanation. Et ainsi de toutes les autres Planètes & de tous les corps planétaires, des Satellites & des Comètes.

Du reste, je ne déciderai point, si l'Auteur de la Nature a voulu en effet peupler ces Mondes d'Êtres vivans & sensibles à peu près tels que nous, ou n'en faire que de vastes déserts. Ce que j'en affirmerai seulement, c'est que le domicile des habitans y paroît être tout préparé, & que, dans le cas favorable au système & à notre supposition, l'harmonie & la magnificence de l'Univers ne furent jamais si frappantes.



Plat 1

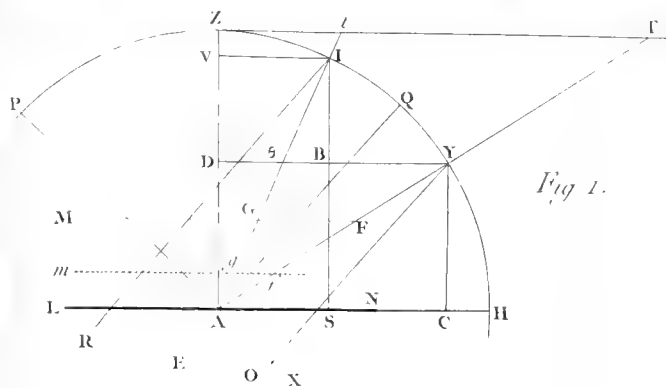


Fig 2.

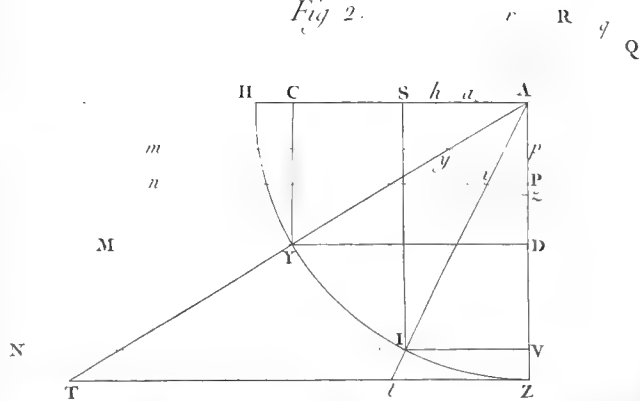
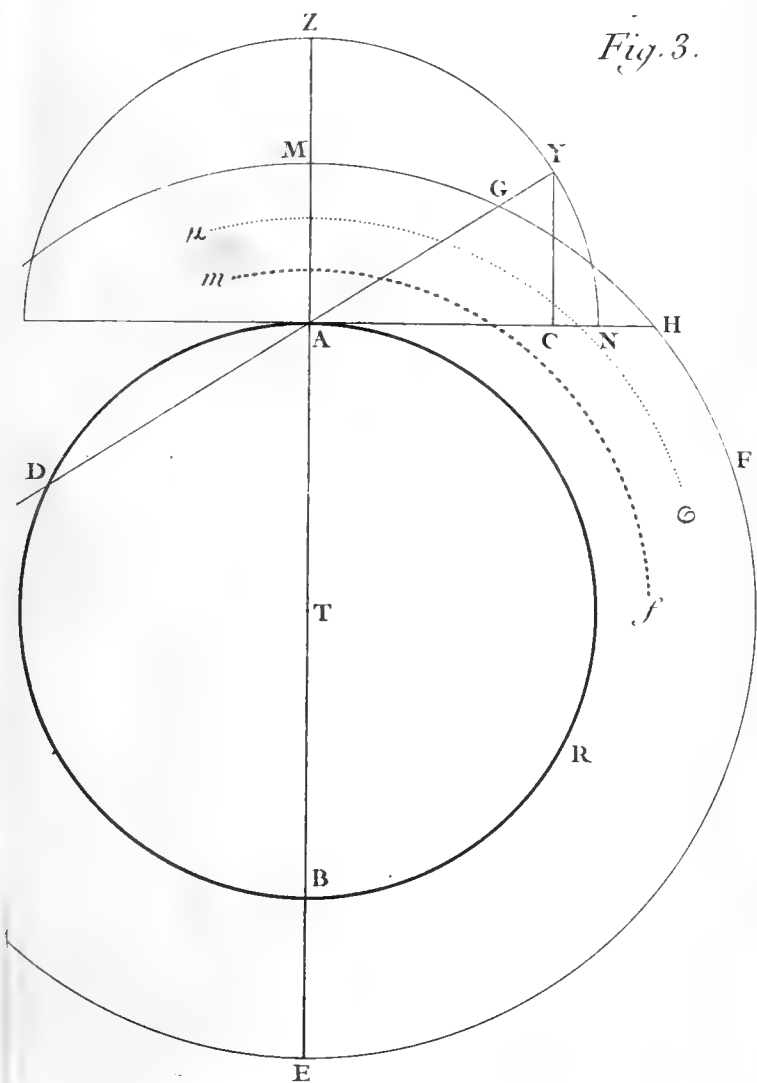


Fig. 3.



OBSERVATIONS

SUR LE LIEU APPELÉ SOLFATARE, SITUÉ PROCHE LA VILLE DE NAPLES.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

LA SOLFATARE, en Italien *Solfatara* ou la *Solfa* (a), autrefois connue sous le nom de *forum Vulcani*, *Leucogæi colles*, *Flegrei campi*, est située à l'ouest de Naples à quatre milles (b) environ de cette ville à vol d'oiseau, & à deux milles de la mer. La position du Vésuve, par rapport à Naples, est à l'est; & celle de la Solfatara à l'ouest de cette ville, qui seroit environ au quart de la distance de la Solfatara au Vésuve.

Peu de Voyageurs ont été à Naples sans avoir parlé de ce lieu singulier, & l'on croira qu'il me restoit peu d'observations nouvelles à donner, après ce qui en a été dit par M.^{rs} *Geoffroy* (c), l'abbé *Nollet* ^a, de la *Condamine* ^b, & l'abbé *Mazéas* ^c; j'ai cependant cru utile, pour jeter des lumières sur la formation des volcans, d'étudier principalement leurs effets, & de multiplier les observations, en les suivant dans les plus petits détails. J'aurois pu m'abstenir de répéter ce qui se trouve déjà dans les Mémoires que je viens de citer, mais je l'ai cru nécessaire pour aider à comprendre mes nouvelles remarques; d'ailleurs les figures que j'ai jointes à mon Mémoire, pourront contribuer à l'intelligence plus parfaite de ce qu'en ont dit ces habiles Physiciens.

Ce lieu est fermé par des montagnes qui l'entourent de tous côtés. Il faut monter pendant environ une demi-heure avant que d'y arriver.

(a) *Solfo*, en italien, veut dire *Soufre*; on appelle ce lieu *Solfa* ou *Solfatara*, sans doute à cause de la vapeur sulfureuse qui s'en exhale, & du soufre que l'on en retire.

(b) 951 toises de Paris forment le mille, de 60 secondes au degré.

(c) Matière Médicale, tome I, pages 224 & 240.

^a Voy. *Mém. de l'Acad.* 1750.

^b *Ibid.* 1754.

^c *Mém. des Sav. étrangers.*

L'espace compris entre les montagnes forme un bassin d'environ 1200 pieds de longueur sur 800 pieds de largeur.

Il est dans un fond par rapport à ces montagnes, sans cependant être aussi bas que le terrain qu'on a été obligé de traverser pour y arriver.

La terre qui forme le fond de ce bassin, est un sable fin, uni & battu, le terrain est sec & aride, les plantes n'y croissent point; la couleur de ce sable est jaunâtre & semble formée en grande partie de la destruction des rochers & des pierres qui environnent cette plage ou bassin, réduites en poussière; le soufre qui s'y trouve aussi en grande quantité réuni avec ce sable, sert sans doute à le colorer.

Les montagnes qui terminent la plus grande partie du bassin, n'offrent que des rochers dépouillés de terre & de plantes; les uns fendus, dont les parties sont brûlées & calcinées, & qui tous n'offrent aucun arrangement & n'ont aucun ordre dans leur position. Ces pierres ont un grain fin, uni, d'un jaune un peu rougeâtre, d'un rouge plus vif, ou d'un jaune plus marqué, suivant les parties qui se trouvent être plus ou moins attaquées par le feu, ou recouvertes d'une plus grande quantité de soufre qui se sublime dans cette partie de la montagne, & dans celle du bassin qui en est proche.

Le côté opposé à celui du bassin que nous venons de décrire, celui du côté de Pouzzoles & que l'on choisit ordinairement pour descendre dans la Solfatare, parce que la pente qui y conduit est plus douce, offre un meilleur terrain, & est garni de châtaigniers qui y viennent bien; aussi n'y voit-on pas de fourneaux pareils à ceux dont nous allons parler, communs dans la partie du bassin que nous venons de décrire.

A plusieurs endroits, vers le lieu que nous appellerons le fond du bassin, on voit des ouvertures, des fentes ou des bouches d'où il sort de la fumée accompagnée d'une chaleur qui brûleroit vivement les mains, sans pouvoir communiquer le feu à du papier, & même à du soufre qu'on y présenteroit.

On peut, sans courir aucun risque, approcher de ces

ouvertures. Les endroits voisins donnent une chaleur qui se fait sentir à travers les souliers ; & il s'en exhale une odeur de soufre désagréable, qui fait vivement tousser, sans cependant tenir de celle du foie de soufre : si dans cette partie on fait entrer en terre un morceau de bois pointu, il sort aussi-tôt de l'ouverture faite par le bâton, une vapeur, une fumée pareille à celle qu'exhalent les fentes formées naturellement dans cette partie du bassin.

Lorsque l'on expose à ces fourneaux une pièce d'or, elle ne s'y tenoit point, une d'argent y noircit promptement. Cette vapeur change en rouge la couleur bleue des végétaux. Il se sublime par ces ouvertures du soufre en petite quantité, & un sel connu dans le pays sous le nom de *sel ammoniac*, & qui en a les caractères, ainsi que nous le dirons dans un moment.

Pour se procurer ce sel ammoniac, on arrange sans beaucoup d'attention sur les ouvertures, des tessons de pots, de façon qu'en ne les bouchant pas exactement, la fumée puisse passer à travers les intervalles & déposer sur les tessons le sel qui se sublime ; les gens chargés de ce travail n'ont d'autres précautions à prendre en plaçant les tessons sur les ouvertures, que de se mettre du côté opposé à celui où le vent porte la fumée.

Pour éviter les vapeurs sulfureuses, il faut encore qu'ils détournent la tête, de crainte qu'étant courbés, de petites pierres qui sont jetées avec force par ces ouvertures, ne leur blessent le visage & ne leur fatiguent la vue. Leurs mains ne courent pas le même risque ; & leur peu de délicatesse les met à l'abri d'être très-incommodés de la chaleur.

Voici les expériences que j'ai cru devoir faire sur ce sel pour en connoître la nature, beaucoup de voyageurs l'ayant décrit sans l'avoir examiné avec assez d'attention, & plusieurs en ayant parlé différemment.

Je me suis proposé en le soumettant à un nouvel examen, de m'assurer si c'est un véritable sel ammoniac, ou seulement

un sel ammoniacal ; enfin , s'il différoit du sel ammoniac d'Égypte que l'on obtient par art (*d*).

Ce sel tel qu'on le tire de la Solfatare par les moyens que nous venons d'indiquer , est blanc tirant sur le citron. Nous verrons que cette couleur jaune n'est dûe qu'à une substance étrangère qui se sublime avec ce sel , & qu'elle varie suivant que cette substance se trouve jointe en plus ou moins d'abondance avec lui.

On trouve sur les fourneaux naturels dont nous avons parlé , ce sel disposé en aiguilles fines de peu de longueur , & le plus souvent en flocons légers & serrés les uns contre les autres.

Quand il est nouvellement tiré , il a une odeur forte d'acide volatil sulfureux qui se dissipe en le gardant ; cette odeur est commune à toutes les substances produites par la Solfatare & par le Vésuve.

Il laisse sur la langue une saveur âcre qui la pique vivement , & y fait une sensation d'autant plus vive qu'il est nouvellement recueilli ; c'est entièrement celle du sel ammoniac commun , excepté que l'acide du premier sel se fait plus sentir. Exposé à l'air , il n'en attire point l'humidité , & ne paroît point y acquérir de pesanteur.

Il se dissout dans l'eau froide & plus aisément encore dans l'eau chaude ; il donne à l'eau qui le dissout une foible teinte jaune ; cette eau filtrée s'est éclaircie , & il est resté sur le filtre une terre jaune à laquelle l'eau devoit cette couleur ; cette eau chargée de ce sel , après avoir été évaporée , a déposé des cristaux blancs , de forme assez régulière & disposés en aiguilles. Ce qui est resté sur le filtre , outre la terre & quelques parties étrangères , contenoit du soufre en assez grande quantité.

On se sert aussi à Naples de ce moyen pour purifier celui qui se sublime sur les pierres & à différens endroits de la Solfatare ; on le fait dissoudre dans de l'eau de pluie & on la fait évaporer.

(*d*) Je ne connoissois pas quand je suivis ce travail ce que l'Académie de Naples avoit déjà fait sur ce même sel & dans les mêmes

vues. Voyez *l'Histoire du mont Vésuve*, traduite des Mémoires de l'Académie des Sciences de Naples, p. 222, édit. 1741. Paris, in-12.

Le sel ammoniac du Vésuve produit un rafraîchissement à l'eau dans laquelle on le dissout. On sait que ce phénomène est commun avec celui observé dans le sel ammoniac ordinaire (e).

En faisant évaporer l'eau de cette solution, il s'est formé des cristaux blancs sur les bords du vase, qui prenoient la forme des barbes d'une plume, ou qui ressembloient à des héborisations.

Ce sel mis sur une pelle rouge ou sur des charbons allumés, se dissipe totalement en fumée, sans auparavant entrer en fusion : caractère qui, comme on sait, appartient au sel ammoniac ; il se sublime, & si l'on retient ce qui se dissipe, on obtient des fleurs fines & d'un beau blanc. La vapeur de ce sel ne change point la couleur de l'argent, ni celle des végétaux ; elle porte au nez l'odeur de l'alkali volatil urineux. Ce sel fait peu d'effervescence avec l'acide vitriolique, & moins encore avec l'acide nitreux & avec celui du sel marin.

J'ai versé sur une dissolution de ce sel, faite jusqu'à saturation, de l'alkali de soude, il s'est formé un précipité bleu, qui appartient, comme on sait, à la soude, tandis qu'il s'élevait une vapeur piquante d'alkali volatil. J'ai filtré la liqueur, & après l'évaporation, j'ai obtenu, en petite quantité à la vérité, des cristaux cubiques qui ont décrépit sur les charbons, & qui ne diffèrent en rien du sel marin, & un sel qui s'est toujours cristallisé en filets, qui est léger, soyeux, d'un beau blanc, & qui malgré cette différente cristallisation est un vrai sel marin.

L'alkali volatil & l'acide du sel marin se trouvent donc dans ce sel de la Solfatare : ainsi on est en droit de conclure que le sel ammoniac naturel & produit par le feu souterrain de la Solfatare, ressemble à celui d'Égypte. Voyons maintenant ce qu'ont dit les Auteurs sur le sel que j'examine ici.

<p>(e) L'Académie de Naples croit que le degré de froid produit par le sel ammoniac du Vésuve est beaucoup plus considérable que</p>	<p>celui qu'auroit donné la même quantité de sel ammoniac ordinaire, dissoute dans une égale quantité d'eau.</p>
--	--

M. Geoffroy (*f*) dit que « cette suie est un vrai sel marin ; » ou un sel fossile dissous dans l'eau , qui s'élève en vapeur par le moyen de la chaleur souterraine. Les parties aqueuses s'étant exhalées dans l'air , les parties de sel se réunissent & s'assemblent sur les côtés des cailloux sous la forme de fleur de sel , qui a un goût salé , qui se dissout facilement dans l'eau , qui forme des cristaux cubiques , & qui ne paroît point être différent du sel marin ».

Suivant l'Encyclopédie , au mot *Ammoniac* , « cette suie blanche ou les fleurs ont vraiment un goût de sel ; elles se fondent dans l'eau & se cristallisent en cubes qui ne paroissent pas différens de ceux du sel marin. Ce sel paroît approcher beaucoup du sel ammoniac des Anciens ; & il paroît qu'on en doit trouver de la même nature dans plusieurs autres endroits où il se fait des évaporations de sel fossile par les feux souterrains ».

L'examen du sel de la Solfatare que nous venons de rapporter d'après nos propres expériences , démontre à n'en pouvoir douter , que ce sel n'est point comme on l'a cru , un sel marin ; mais entièrement semblable au sel ammoniac ordinaire , puisqu'il est le produit d'un alkali volatil & de l'acide marin ^a.

^a Voy. *Mém. de l'Acad.* 1723.

L'Auteur de la *Metallothea Mercati* , regarde ce sel comme un véritable sel ammoniac. Borelli le croit aussi : cependant ces deux Chimistes semblent douter que l'acide marin & un alkali entrent dans la composition de ce sel (*g*). D'après ce que rapporte l'Académie de Naples , on ne peut encore reconnoître ce qui compose ce sel.

Boëhaave (*h*) dit que le sel ammoniac fossile , celui même du Vésuve & les autres , peuvent tirer leur véritable origine de la suie & des fuliginosités des matières végétales & animales qui se trouvent dans l'embrasement des volcans.

^b *Recherch. &c.*

^c Page 344.

Boccone ^a & Wallerius ^b l'ont aussi regardé comme un

(*f*) Matière Médicale , tome I , page 239.

(*g*) Voyez les Notes de Pierre Assath sur cette *Metallothea*.

(*h*) *Éléments de Chimie* , tome I , page 90 , édit. in-12.

véritable

véritable sel ammoniac; cependant ce dernier semble dans un autre endroit le confondre avec le sel gemme.

Cartheuser *, en parlant du sel ammoniac, semble ne pas penser qu'il puisse se trouver un sel ammoniac formé seulement par la Nature & par l'effet des Volcans. * page 370.

Nunquam sal ammoniacum nativum vulgari simile in ullo terrarum angulo reperum fuit, etiamsi Mauritius Hoffmannus tale quid in regno Neapolitano propè puteolos in loco ob sulphureos quos eruerat fumos Solfatara dicto sese invenisse referat (i) formæ externæ cum alijs saporis similitudine sine dubio deceptus fuit & flores salis marini, &c.

Cartheuser a repris *Hoffmann* sur un fait qui aujourd'hui est hors de tout doute, & qui n'est pas particulier à la Solfatare, si on en croit plusieurs voyageurs qui assurent qu'en Asie, dans le pays de Boton, il s'y sublime aussi un sel ammoniac dont les habitans font quelque usage (k).

Cartheuser, ainsi que plusieurs Auteurs (l), ont nié que la Nature produisît un véritable sel ammoniac, ne voyant point de matières propres à donner aux volcans l'alkali volatil qui entre dans la composition; mais un fait confirmé par l'expérience doit être admis, quand on ne lui trouveroit point d'explication.

Je n'entreprendrai point d'éclaircir ici la formation de ce sel ammoniac; on me permettra seulement de rappeler que certains charbons de terre renferment un alkali volatil tout formé, que plusieurs plantes donnent aussi un alkali volatil, & je crois pouvoir ajouter que le sulfureux volatil, très-commun dans cette partie du volcan, pourroit entraîner avec lui des sels qui ne seroient pas susceptibles de se sublimer sans son secours. On pourroit ne plus apercevoir dans les nouvelles combinaisons cet acide sulfureux, parce qu'étant très-volatil, il se dissiperoit le premier: j'espère entrer dans des

(i) *In Adis Laborat. Gymn. Altorff*, p. 199.

(k) *M. d'Herbelot*, Bibliothèque orientale.

(l) *Hermann*, *Cynosura Mat.*

Mém. 1765.

Med. cum notis J. Boecleri, Argent. 1726, in-4.° *Tom. I, Part. III*; & une Continuation du même *Boeclerus*, imprimée aussi à Strasbourg en 1729.

détails qui prouveront que des sels, des substances terreuses, &c. qui ne se subliment pas ordinairement, se volatilisent à la Solfatare, & que ces substances sublimées ne sont plus ensuite susceptibles d'une nouvelle sublimation. La vive chaleur du feu souterrain, l'évaporation, les courans d'air, enfin a quantité de parties volatiles qui se trouvent dans les volcans peuvent entraîner & volatiliser avec elles d'autres substances qui de leur nature seroient très-fixes. Cette remarque qui a déjà été faite par M.^{rs} du Hamel, Hoffmann, Pott & Margraff, peut fournir matière à des recherches curieuses (m).

* Volume V,
page 232.

Les *Ephemerides Naturæ curiosorum* * annoncent qu'en distillant de l'eau de fontaine, en la recobant sept à huit fois sur du sel marin, & la faisant cristalliser au feu à chaque fois, il devient à la fin volatil. Ne pourroit-on pas étudier ce qui a pu arriver au sel marin, dans le volcan; & parvenir à le volatiliser, en devinant & imitant la marche de la Nature?

Hoffmann (n) a dit que si l'on joignoit à du sel ammoniac une certaine quantité d'acide marin & d'acide nitreux, ce sel exposé à un feu violent s'évaporeroit avec eux, & qu'il n'en restoit aucun vestige. Je m'abstiens ici de former aucune conjecture, mais ce fait méritoit d'être suivi.

J'aurois désiré trouver des descriptions étendues du sel ammoniac des anciens, pour leur comparer ce sel naturel; mais les auteurs de ce temps ne nous en ont laissé que de très-imp parfaites; je puis seulement assurer, d'après celles que nous trouvons dans Dioscoride, Scrapion, Avicenne, Pline, que celui-ci ne ressemble en rien au sel ammoniac naturel qu'ils ont décrit.

Ce sel ne peut être confondu avec le *natrum* des anciens, puisque ce dernier est un alkali fixe naturel, semblable à la soude.

On ne fait à Naples aucun usage en Médecine de ce sel ammoniac, on ne s'en sert que dans la purification des métaux;

(m) Voyez dans les *Mémoires de l'Académie*, année 1735, celui de M. du Hamel sur le Sel ammoniac.

(n) Observations physiques & chimiques, tome I.^{er}, page 246.

quelques personnes cependant ont de lui une trop haute idée, puisqu'elles le croient le véritable sel ammoniac des anciens, & le seul propre au grand œuvre. Je me suis servi à Paris, avec succès, de ce sel pour l'étamage, en l'employant de même que le sel ammoniac d'Égypte.

Je crois n'avoir rien laissé à désirer sur le sel ammoniac que l'on tire de la Solfatare; passons à la fabrique du sel d'alun que ce lieu fournit aussi (o).

On trouve sur plusieurs des pierres qui environnent la Solfatare, des filets d'alun qui y a fleuri naturellement.

Une partie de ces pierres, dans un côté de la montagne où sont les fourneaux dont nous avons parlé, & par conséquent le sel qu'elles contiennent & qui y fleurit naturellement, sont lavées par les pluies, l'eau qui dissout les sels d'alun retombe dans le bassin ou dans cette partie basse de la Solfatare, & imprègne de ce sel d'alun les terres qui en forment le sol.

Pour en retirer encore une plus grande quantité, on prend de la terre & des pierres qui environnent la Solfatare, & on les répand sur la superficie du bassin pour que la chaleur souterraine les y réduise totalement en chaux, & que les exhalaisons de l'air, en séparant les parties, les fassent fuser. Ces pierres désunies n'ont plus besoin que d'être lavées, pour que l'eau s'imprégnant de tous les sels qu'elles contiennent, on puisse aisément se les procurer en la faisant évaporer (p).

On conçoit qu'il faut prendre cette chaux dans un certain temps pour en retirer tout l'alun qu'elle contient; qu'une pluie trop continue, quand la pierre est réduite en petites parties, suffiroit pour dissoudre l'alun & diminuer la quantité de sel qu'elle auroit dû donner. Il est aisé de voir que la Nature se charge ici des premières opérations auxquelles on supplée par art à Civita-vecchia où l'on emploie des fourneaux à la calcination des pierres, j'en parlerai dans un autre Mémoire sur les alumières de Civita-vecchia.

Les pierres & la terre que l'on prend pour en retirer l'alun,

(o) Voyez Matière Médicale, tome I, page 224.

(p) Voyez Histoire du Vésuve du P. de la Torre, page 275.

se séparent donc en les laissant à l'air, & pour lors deviennent beaucoup plus divisées & réduites à peu près à la grosseur d'un sable fin.

* Voy. *Hist. di*
tutta l'Italia.

Cette terre est grise ; il s'y trouve cependant encore des pierres qui n'ayant point souffert la même calcination, ou qui, étant d'une nature différente, ne se sont point réduites en poussière comme les autres. Quelques Auteurs *, entre autres Leander Alberti, disent qu'on calcine les pierres dans des fourneaux, comme on le pratique à Civita-vecchia, je n'ai pas vu ces fourneaux.

Celles qui contiennent de l'alun, laissent un goût stiptique sur la langue ; & l'acide qu'elles contiennent s'y fait sentir vivement.

Pour retirer l'alun que contient cette terre, on la porte sous un hangar sous lequel on a disposé au milieu une auge de plomb, haute de quatre pieds, large de neuf sur quatre.

On jette dans cette auge la terre d'alun, & dessus une certaine quantité d'eau. On la laisse ainsi pendant vingt-quatre heures, l'eau surnageant la terre ; on a l'attention de remuer la terre de temps en temps pour aider à la dissolution des sels. Lorsque l'on juge que l'eau a dissous la partie saline, on ôte cette terre & on fait la même opération sur de nouvelle, si on veut la charger davantage de sel & précipiter l'opération. On prend cette eau & on la jette dans des chaudières disposées autour de l'auge dont nous parlons ; ces chaudières sont, ainsi que l'auge, posées à fleur de terre sur des fourneaux naturels, semblables à ceux dont nous avons déjà parlé, qui donnent une chaleur assez considérable pour faire évaporer l'eau qu'elles contiennent. Je l'ai vu monter à 30 degrés du thermomètre de M. de Reaumur, on m'a dit que cette chaleur varioit, & quelle étoit quelquefois plus considérable.

On jette toujours dans la chaudière de nouvelle eau chargée de sels jusqu'à ce qu'à la langue, ou même à la vue simple, on l'en croie assez chargée pour la faire évaporer. C'est un caractère très-aisé pour reconnoître si l'eau l'est suffisamment, que de regarder lorsqu'il commence à s'en cristalliser sur la

superficie, s'il se fait une pellicule : car le sel se forme à la surface de l'eau & se précipite ensuite dans le fond de la chaudière; on puise pour lors l'eau de dedans les chaudières, & on la jette dans des baquets où elle se cristallise.

On se sert plusieurs fois de la même eau pour faire dissoudre de nouveaux sels, dans la vue de ne point perdre ceux qu'elle tient déjà en dissolution; on jette comme inutile la terre qui a donné des sels, & on recommence cette même opération sur de nouvelle.

Il m'a paru que l'alun faisoit pour la ville de Naples un commerce peu considérable, je ne crois pas qu'on transporte au loin l'alun de la Solfatare, parce qu'il est moins pur que celui de Civita-vecchia, & par conséquent moins propre aux teintures & aux usages auxquels est destiné ordinairement le sel d'alun. Je le crois plus chargé de vitriol martial : pour l'épurer & l'avoir en cristaux mieux formés, on fait fondre les premiers cristaux & on en obtient de plus beaux par une seconde cristallisation. J'ai pris de la terre de la Solfatare & des pierres qui, calcinées & lavées, m'ont donné des cristaux d'alun; en y jetant de l'acide vitriolique, il ne s'est presque point fait d'effervescence; j'ai lavé cette terre avec soin, & après lui avoir donné de l'acide vitriolique, j'ai encore obtenu de nouveaux cristaux d'alun en assez grande quantité.

Pline cite l'alun que l'on retiroit de la Solfatare; plusieurs Historiens anciens en ont aussi fait mention.

L'examen que j'ai été à portée de faire des pierres qui donnent l'alun à la Solfatare, & celui des pierres de la Tolfa, proche Civita-vecchia, dont on retire le même sel, m'ont mis en état de croire que l'origine de ce sel est la même dans ces deux endroits, que ce sont les mêmes pierres qui le produisent, quoiqu'elles se présentent même à l'œil sous un aspect différent.

Les pierres de la Solfatare n'ont pas un grain aussi fin; elles ne sont pas aussi dures, & paroissent plus mêlées & plus hétérogènes que celles de Civita-Vecchia; elles contiennent

beaucoup plus d'alun proportionnément à leur masse que celles de Civita-Vecchia : cependant il me paroît que la nature de ces pierres est à peu-près la même, & qu'ici seulement le feu souterrain a déjà produit le même effet que les calcinations, répétées avec le secours des fourneaux, procurent aux pierres de la Tolfa, pour les réduire en chaux.

On a élevé sous le hangar & sur les bouches dont nous avons parlé, des espèces de cheminées faites en pierres, ouvertes en plusieurs endroits dans le dessein de faire circuler & retenir les vapeurs très-communes dans ce lieu, & de les laisser échapper par ces ouvertures.

Elles imprègnent les pierres voisines, en y déposant un sel vitriolique & martial; on l'enlève quand il s'y est rassemblé en suffisante quantité; on y trouve aussi de l'alun qui s'y cristallise.

Enfin on retire encore du soufre de la Solfatara, & on lui donne l'apprêt dans l'endroit de ce bassin qui fait d'entrée, & où, comme je l'ai dit, il ne se trouve point de fourneaux.

On creuse & on tire des pierres vers la partie de la Solfatara où sont les fourneaux; on les porte au lieu destiné à tirer le soufre qu'elles contiennent.

Ces pierres ne sont qu'un amas de terre sèche & réunie, qui acquiert un peu de solidité quand elle a été quelque temps exposée à l'air; elles sont d'une couleur grisâtre, parsemées de parties brillantes qui dénotent celles du soufre cristallisées entre celles de la pierre; elles se réduisent aisément en poudre; on reconnoît à l'odorat le soufre qu'elles contiennent; mises sur une pelle rouge, elles s'enflamment; le soufre se fond; la pierre se divise, pétille & saute par éclats en continuant à brûler; elle répand l'odeur de soufre & la couleur propre à la flamme de ce minéral; il reste pour lors une terre blanche qui n'a aucune saveur & qui s'attache sur la langue.

J'aurois désiré savoir combien une certaine quantité de cette terre fournissoit de soufre, mais je n'ai rien eu de précis; souvent ma terre m'a donné un quart de soufre, quelquefois moitié de sa pesanteur, & d'autres fois seulement un sixième,

suivant qu'elle en étoit plus ou moins chargée : celle qui contient le soufre, n'est point attaquable par les acides.

Les fourneaux destinés à retirer le soufre de la terre avec laquelle il se trouve mêlé, sont construits en mortier de terre franche; chaque fois qu'on fait sublimer le soufre d'une nouvelle terre, on établit un fourneau sur les pots qui la contiennent; ainsi nous devons expliquer comment on les arrange, avant que de parler de la construction du fourneau.

Les pots qui servent pour cette sublimation, sont de terre cuite, & propre à résister au feu; il y en a de deux sortes, suivant qu'ils sont destinés à contenir la terre, ou à recevoir le soufre qui s'en doit sublimer.

Les premiers ont une ouverture à leur partie supérieure, qui peut se fermer avec un couvercle de la même matière que le pot; on les emplit environ aux trois quarts de terre propre à donner du soufre, on les couvre & on lute le couvercle; ce pot a une petite ouverture vers le quart de sa hauteur, en commençant par sa partie supérieure; elle est propre à recevoir un tuyau aussi de terre; trois pots ainsi arrangés, doivent répondre à un seul pot ou récipient : pour cela, il faut seulement que les tuyaux des deux pots qui accompagnent celui qui sera placé au milieu de ces deux, soient plus longs que le tuyau de ce dernier.

Le récipient a trois ouvertures propres à recevoir ces trois tuyaux; celui du pot du milieu est placé un peu plus haut que les deux tuyaux des deux pots qui sont proches de lui, ils entrent un peu dans le récipient.

Cette espèce de pot diffère des autres, en ce que celui-ci est couvert totalement en dessus; il n'a d'un côté que les trois ouvertures dont nous venons d'indiquer l'usage, & au côté opposé deux autres; l'une à sa partie inférieure, la seconde aux trois quarts vers la partie supérieure: nous parlerons dans un moment de leur utilité.

Les trois pots ainsi arrangés avec leur récipient, on dispose trois autres pots & un récipient; & souvent douze pots sont ainsi placés sur une même ligne; on en arrange encore douze

autres de l'autre côté du fourneau, & on construit le fourneau sur ces pots, de façon que le mur reçoive les récipiens, & qu'une moitié des pots soit dehors du fourneau, l'autre étant dans l'épaisseur du mur & un peu en dedans; tandis que les pots qui contiennent la terre, sont entièrement dans le fourneau.

Les fourneaux sont plus ou moins longs, suivant la quantité de pots dont on les garnit; ils ont quelquefois jusqu'à dix-huit pieds de longueur & cinq pieds de largeur, & sont élevés de terre de deux pieds & demi environ ou trois pieds; il faut qu'ils aient assez de hauteur pour que la voûte se trouve au-dessus des pots, & laisse un espace à la flamme qui doit les entourer; on ne forme qu'une porte que l'on place sur un des côtés de la largeur du fourneau; elle est destinée au service du fourneau, & à y introduire le bois pour le chauffer.

A l'autre extrémité du fourneau, environ aux trois quarts de sa longueur depuis la porte, on a percé la voûte pour y placer un pot ou tuyau de terre ouvert des deux côtés, qui, servant de cheminée au fourneau, est destinée au passage de la fumée.

Le fourneau construit, on allume le feu que l'on doit modérer dans les commencemens, cette chaleur ne devant servir qu'à achever de sécher le fourneau, & à indiquer les crévasses qui pourroient s'y être formées, pour que les ouvriers les puissent boucher & réparer avec la terre grasse dont le fourneau a été construit, on augmente ensuite le feu; le soufre se sépare de la terre, se sublime, monte par les tuyaux qui le portent au récipient sous l'état de vapeurs qui s'y condensent & retombent dans ce vase; on le continue jusqu'à ce que l'on s'aperçoive qu'il n'y monte plus de soufre.

Chaque récipient a encore deux ouvertures pratiquées du côté qui se trouve dehors le fourneau; l'une vers le quart de sa hauteur depuis sa calotte; elle sert seulement à donner l'issue aux vapeurs qui s'échappent de la terre & qui briseroient les pots si on les y retenoit; l'autre, beaucoup inférieure à celle-ci, sert seulement à tirer des récipiens le soufre qu'ils contiennent.

Avant

Avant que ce soufre ait pris de la solidité dans les récipients, on les retire ; & lorsque l'on ôte le bouchon inférieur, le soufre coule dans des baquets ; cette opération se fait ordinairement dans une chambre peu vaste, qui sert aussi à contenir les ustensiles propres à cette fabrique : un ouvrier le verse dans de plus petits cuiviers ou seaux, où on le laisse se figer, pour ne le retirer que lorsqu'il a pris la forme de ce moule ; on enlève les cercles qui retenoient le seau, & après avoir ôté les douves qui servoient à le former, le soufre tombe ; on le casse par morceaux pour le pouvoir transporter & le débiter.

On peut, si on le desire, donner différentes autres formes au soufre ; celui que nous avons en France, a été fondu de nouveau, & coulé dans des moules qui s'ouvrent pour en laisser sortir le soufre, auquel il doit la forme que nous lui voyons : les Marchands l'appellent *soufre en canon*. Il m'a été facile, comme je l'ai dit, de retirer le soufre de la terre qui en contenoit, en le faisant sublimer, & de répéter en petit la même opération qui se fait en grand à la Solfatare.

J'ai trouvé des pierres sur lesquelles les feux souterrains avoient par sublimation déposé une croûte de soufre cristallisé. Les ouvriers rejettent celle-ci, parce que le soufre ne faisant point la partie principale de la pierre, ils ne gagneroient pas à les mettre dans leurs pots pour la faire sublimer (q).

Les pierres de soufre sont aussi ordinairement très-chargées d'alun ; & je ne doute pas qu'après la sublimation du soufre, on ne pût encore par les lavages, ainsi que nous l'avons expliqué, en retirer aussi l'alun qu'elles contiennent.

Pline parle aussi du soufre qui se retiroit de la Solfatare : *Invenitur sulphur in Neapolitano Campanoque agro collibus qui vocantur Leucogæi, quod e cuniculis effossim, perficitur igni, &c* *.

La vapeur que l'on respire dans ce bassin, tient beaucoup d'un acide sulfureux très-développé, mais auquel se seroit

* *Hist. Nat.*
lib. 35, cap. 15.

(q) Les ouvriers disent que ces pierres ne contiennent plus qu'un soufre détruit ; au contraire ce soufre étant sublimé sur ces pierres est plus

parfait, mais il ne fait pas la masse principale de la pierre, & ne s'y trouve pas en assez grande quantité pour mériter d'en être retiré.

Mém. 1765.

. N n

joint la vapeur de l'acide marin; on la sent quand le vent la porte jusqu'à Naples.

Pour ne rien oublier de ce qui se voit en cet endroit, j'ajouterai que dans le milieu du bassin où l'on a creusé de quelques pieds, les ouvriers, pour gagner quelque argent, donnent aux Curieux un petit spectacle qui consiste à laisser tomber une grosse pierre qui occasionne sur le terrain un bruit semblable à celui d'un coup de canon. En frappant seulement le terrain avec le pied, on peut s'assurer aisément qu'il est creux en dessous.

Si l'on traverse le côté de la montagne le plus garni de fourneaux & qu'on la descende, on trouve des laves, des pierres ponce, des écumes de volcans, &c. enfin tout ce qui, par comparaison avec les matières que donne aujourd'hui le Vésuve, peut démontrer que la Solfatare a formé la bouche d'un volcan.

Il y a aussi au bas de la côte des sources d'eaux chaudes qui sont très-sulphurées & alumineuses; les Anciens les connoissoient sous le nom de *Leucogai fontes*, & en vantoient les vertus^a: & plus loin de pareilles eaux sulphurées & soufrées, la fameuse source appelée *Pisciarelli*, dont on s'est servi pour y pratiquer des bains chauds, que l'on ordonne avec succès pour les maladies de la peau, &c.

De ce même côté est le *Monte - Nuovo*, qui, suivant les Historiens, fut formé en une nuit en 1538, le même que
^a *Page 12.* *Ray's Discourses*^b appelle le *Monte - di - Cinere*; les laves qui forment des lits & sont disposées par couches presque horizontales dans l'intérieur de cette montagne, les pierres brûlées, & les laves que l'on trouve vers le bas où elles ont roulé; enfin (malgré cet ordre qu'affectent les laves qui se trouvent dans cette montagne) la confusion des autres matières qui la composent, dénote assez qu'elle doit son origine aux efforts du volcan avant son éruption.

Je crois qu'après avoir vu la Solfatare & les matières qui donnent lieu aux différens travaux qui s'y font, si on examine les pierres des environs, on se refusera avec peine

à l'idée qui se présente naturellement de regarder la Solfatare comme les restes d'un ancien volcan qui n'est pas encore tout-à-fait éteint. Quoique les historiens ne nous rapportent aucuns faits qui puissent appuyer cette conjecture que beaucoup d'autres ont faite avant moi, on en sera convaincu, si l'on veut comparer cet endroit & les matières qui s'y trouvent avec celles que produit le Vésuve : ce bassin a souvent changé de forme, on peut conjecturer qu'il en prendra encore d'autres différentes de celle qu'il offre aujourd'hui; ce terrain se mine & se creuse tous les jours; il forme maintenant une voûte qui couvre un abyme, le son que rend cette partie quand on marche dessus ou que l'on y frappe, l'indique assez. Si cette voûte que nous nous représentons maintenant former le dessus du bassin, s'affaîsoit, il est probable que se remplissant d'eau elle produiroit un lac qui tiendrait la place du lieu que nous examinons.

Il sera difficile, sans doute, de reconnoître la marche de la Nature dans les premiers moyens qu'elle emploie pour former à la Solfatare les différentes matières dont nous avons parlé; mais, ne peut-on pas au moins juger qu'étant formées, elles s'y subliment ainsi?

Le sel ammoniac & tous les sels qui auront des parties volatiles, s'exhaleront à une foible chaleur; celle des fourneaux suffira pour leur en procurer la sublimation; ainsi ces sels seront les premiers produits des feux souterrains; l'acide sulfureux que l'on y respire, prouve qu'il est un des plus volatils.

Le soufre exige une plus grande chaleur quand il est joint à une terre de laquelle il faut le tirer par sublimation; & pour lors, il faut la chaleur du bois enflammé pour se le procurer, ou un feu aussi violent, comme l'est quelquefois celui que les bouches donnent. Je ne doute pas qu'il ne s'en exhale continuellement de ces bouches, & qu'il ne fût possible de le retirer: mais les soins qu'exigeroient les moyens qu'il faudroit employer, ne seroient pas récompensés par un profit assez grand.

L'alun est tout formé dans les pierres ordinairement voisines

284 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
des volcans , ces pierres lui fournissent une base. Quand
il ne fleurit pas naturellement , & que l'on veut retirer le
sel que contiennent ces pierres , il faut un feu ou naturel ou
artificiel pour les réduire en chaux ; & ainsi en divisant toutes
les parties de la pierre qui le renferme , on les met dans le
cas d'être attaquées par l'eau que l'on ajoute , qui s'empare
des sels , & donne ensuite par son évaporation un moyen aisé
de se procurer le sel pur.

EXPLICATION DES FIGURES.

P L A N C H E I.

VUE de la Solfatare.

A A. Partie de la montagne où sont les fourneaux.

BRH. Bassin de la Solfatare.

B. Lieu où l'on fait l'alun.

R. Partie la plus creuse du bassin où , lorsqu'on frappe prin-
cipalement en *R* , on entend un bruit comme un coup
de canon : aux environs de cet endroit on met la
pierre d'alun pour s'y calciner & y *fuser*.

H. Pierre de soufre.

a a. Partie de la montagne où sont des châtaigniers qui y
viennent bien.

b. Fourneaux où se sublime le soufre.

c. Cahute où sont les vaisseaux pour le service du fourneau
où l'on fait sublimer le soufre , & où l'on conserve
les vases propres à le retirer de sa terre.

P L A N C H E I I.

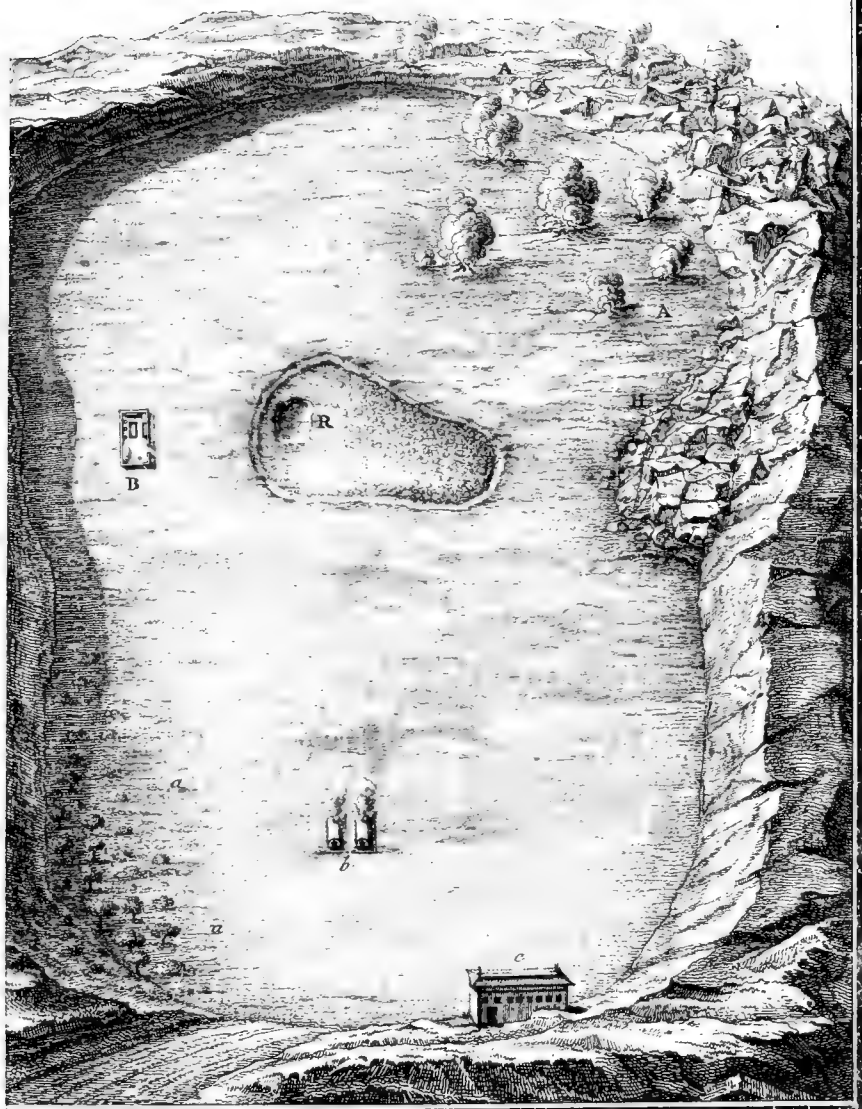
Figure 1. Fourneau naturel représenté plus en grand , où l'on
voit la façon dont on arrange les tessons de pots sur les ouvertures
de la montagne pour y obtenir le sel ammoniac.

Figure 2, B B. Plan de la chambre où l'on fait cristalliser l'alun.

c C. Bassin dans lequel on met l'eau où l'on jette la terre d'alun
pour que les sels puissent s'y dissoudre : ce bassin est
placé sur un endroit échauffé par le feu souterrain.

d. monceau de terre d'alun.

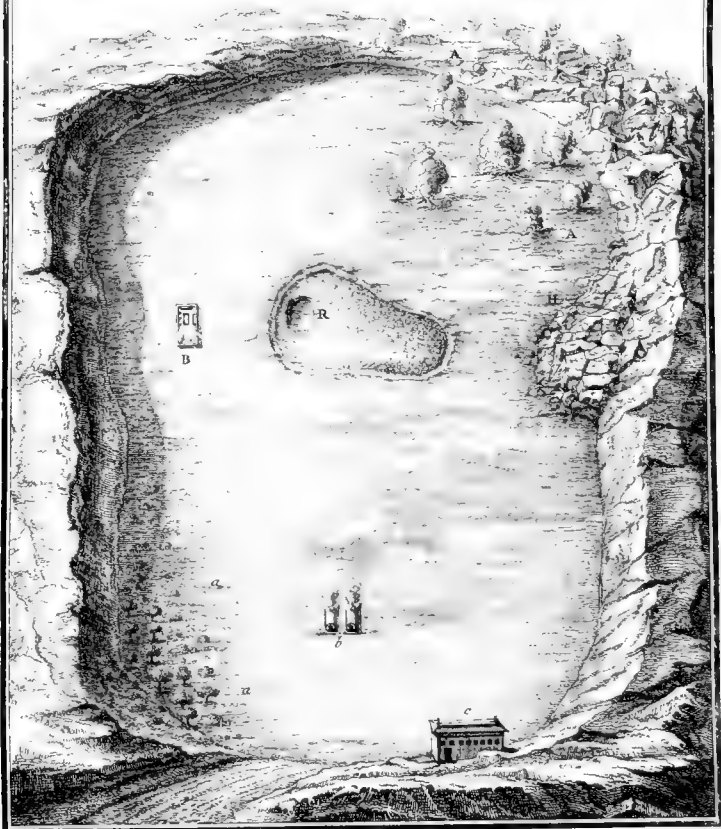
VUE DE LA SOLFATARE.



Goussier del.

Pla I

VUE DE LA SOLFATARE.



Gravé par M. de la Roche

Fig. 2.

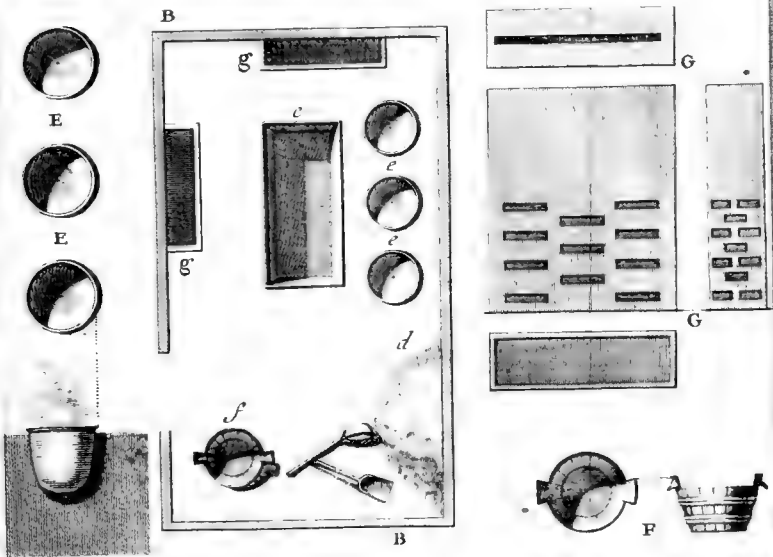


Fig. 1.



Pl. II

Plan

Fig. 2.

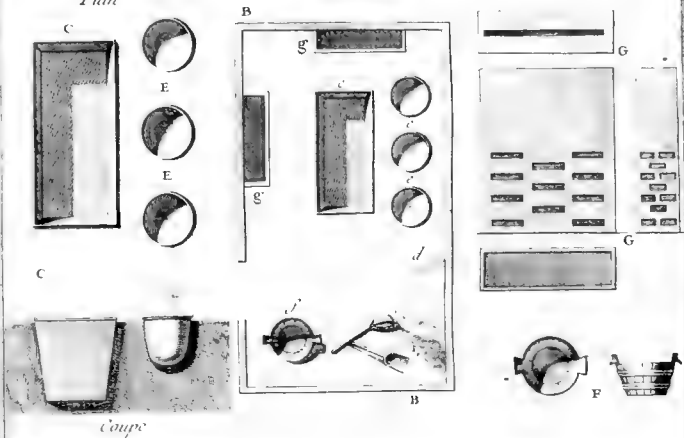


Fig. 1.

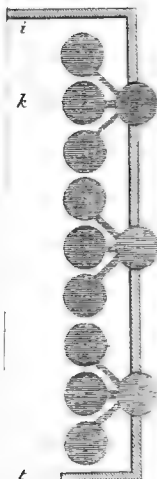
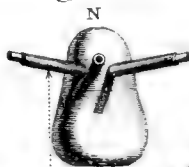


Pl. II. del. et sc.

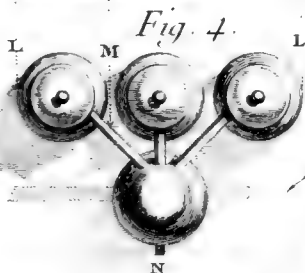
Fig. 2.



Fig. 3.



Elevation



Plan

Fig. 5.

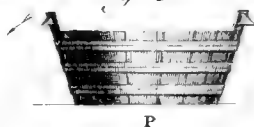
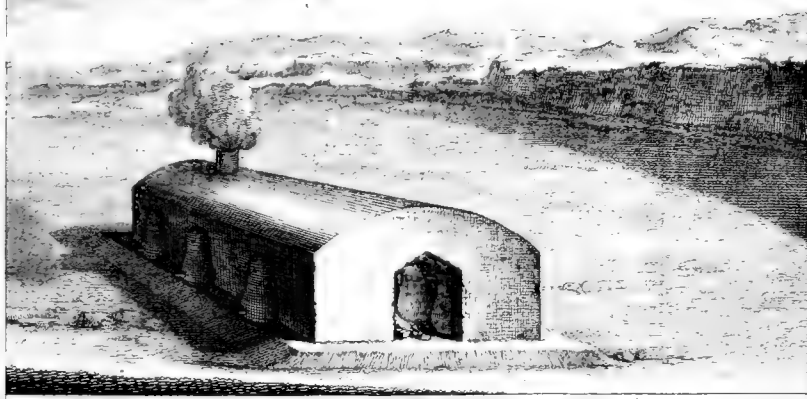


Fig. 1



Pla III

Fig 2

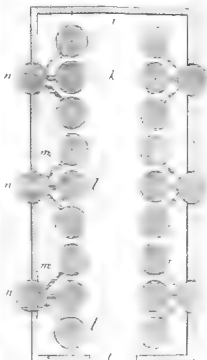
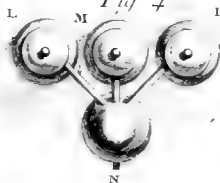


Fig 3



Elevation

Fig 4



Plan

Fig. 5.



Fig 1



J. Ingenieur del et de

e e, E E. Chaudières placées & échauffées chacune par le feu souterrain. L'eau chargée de sel d'alun s'y évapore & s'y cristallise.

f F. Cuvier où l'on jette ensuite l'eau chargée de sel d'alun, lorsqu'elle a été assez évaporée pour la cristallisation des sels.

g g, G G. Espèce de cheminée où il se sublime du sel ammoniac & du vitriol.

G G. Cette même cheminée en élévation & profil.

PLANCHE III.

Le fourneau destiné à l'extraction du soufre & les différens ustensiles nécessaires à ce travail.

Figure 1. Le fourneau en perspective.

Figure 2. Plan & coupe du fourneau.

t. La porte.

k. La cheminée du fourneau.

i. Le fond du fourneau.

π n. Récipients dans lesquels retombe le soufre; la moitié de ces pots est en dehors, l'autre partie en dedans du fourneau.

III. Pots qui contiennent la terre & le soufre.

m m m. Tuyaux de communication des pots *l* au récipient *n*.

Figure 3, L. Pots qui contiennent la terre & le soufre, vus séparément.

M. Tuyaux de communication des pots *L* & du récipient *N*, destinés ici plus en grand.

NN. Récipient, vu de l'un & de l'autre côté.

Figure 4, L L M N. Assemblage des trois pots *L* & du récipient *N*.

Figure 5, P. Cuvier où l'on jette le soufre dès qu'il est tiré des récipients *NN*; on ôte les cercles du cuvier & on casse le soufre par morceaux après qu'il s'est détaché des douves du cuvier.

Q. Cuvier d'une autre forme où l'on jette aussi le soufre.



NOUVELLES MÉTHODES ANALYTIQUES

POUR

CALCULER LES ÉCLIPSES DE SOLEIL, &c.

TROISIÈME MÉMOIRE,

Dans lequel on applique à la solution de plusieurs Problèmes astronomiques, les Équations démontrées dans les deux premiers Mémoires.

Par M. DU SÉJOUR.

ARTICLE PREMIER.

De la nature & du signe des grandeurs qui entrent dans la formule générale, & des préparations de calculs relatives à son usage.

(1.) **C**E que j'ai démontré dans mon second Mémoire, se ramène à ce qui suit. Soit

r le demi-petit axe de la Terre, que je suppose égal au rayon des Tables.

p le demi-grand axe.

v l'arc de 15^d rectifié.

δ le sinus } de l'inclinaison de l'orbite corrigée. (S. 3)
 \downarrow le cosinus }

ξ le cosinus de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, vue du centre de la Terre.

b le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant pour lequel on calcule.

s le sinus } de la latitude corrigée de l'Observateur (2.^d Mém.
 c le cosinus } S. 20, Table I), c'est-à-dire d'un angle qu'il faut substituer à la latitude vraie, & qui se conclut de cette latitude.

g le sinus }
 h le cosinus } de l'angle horaire du Soleil.

p le sinus }
 q le cosinus } de la décl. du Soleil à l'instant pour lequel on calcule.

ϵ la tang. }
 ω le sinus } de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil horaire
 φ le cosinus } de l'Observateur placé au centre de la Terre, à l'instant pour lequel on calcule *.

π le sinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune à l'instant pour lequel on calcule.

π' le sinus de la parallaxe horizontale du Soleil.

$$\zeta = r - \frac{\pi'}{\pi} \times \xi.$$

$$l = r \times \frac{\text{sin. de la lat. de la } \odot \text{ à l'instant de la conj. vue du centre de la Terre}}{\text{sin. de la parallaxe horiz. polaire de la } \odot \text{ à l'instant de la conjonction}}.$$

$$\gamma = \xi \times \frac{\text{sin. verif. (mouv. hor. de la } \odot \text{ en long. — mouv. hor. du Soleil)}}{\text{sin. de la parall. horiz. polaire de la Lune à l'instant de la conjonct.}}.$$

$$\eta = \frac{r\xi}{\psi} \times \frac{\text{sin. (mouv. hor. de la } \odot \text{ en longit. — mouv. hor. du Soleil)}}{\text{sin. de la parall. horiz. polaire de la Lune à l'instant de la conj.}}.$$

$$A = \frac{(A_1)}{\zeta} - \frac{(A_2)}{r^2} + \frac{(A_3)}{r^3} + \frac{(A_4)}{r^4}.$$

$$B = \frac{(B_1)}{\zeta} - \frac{(B_2)}{r^2} - \frac{(B_3)}{r^3} + \frac{(B_4)}{r^4} + \frac{(B_5)}{3600 \cdot \zeta}$$

$$E = \xi - \frac{(E_1)}{r^2} - \frac{(E_2)}{r^3} - \frac{(E_3)}{r^4} - \frac{(E_4)}{3600^2 \cdot r}.$$

* Dans la suite de cet Ouvrage, je me fers souvent du terme d'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil horaire de l'Observateur placé au centre de la Terre. Comme ce terme pourroit n'être pas familier à plusieurs Lecteurs, il est à propos d'en fixer

le sens : j'entends par cet angle l'angle de l'orbite relative de la Lune avec la droite menée par le centre du Soleil perpendiculairement à l'intersection du disque du Soleil & du cercle de déclinaison de cet Astre.

L'on a

$$\text{Tang. (diff. appar. des centres du } \odot \text{ \& de la } \epsilon) = \frac{\pi \zeta \sqrt{(A^2 + B^2)}}{Er};$$

d'où je conclus que si l'on nomme H un angle dont la tangente $= \frac{Ar}{B}$, l'équation précédente devient

$$\text{Tang. (diff. apparente des centres du } \odot \text{ \& de la } \epsilon) = \frac{A \zeta \pi}{E \times \sin. H}.$$

Dans les calculs, l'on regardera toujours sinus H comme positif.

(2.) L'on n'oubliera pas que la déclinaison du Soleil, à l'instant pour lequel on calcule,

$$= \text{déclin. du } \odot \text{ à l'instant de la conj.} + \frac{b}{3600} \times \text{variation hor. de la décl. du } \odot.$$

Que l'angle de l'orbite relative, à l'instant pour lequel on calcule,

$$= \text{Angle de l'orbite à l'instant de la conj.} + \frac{b}{3600} \times \text{variât. hor. du même angle.}$$

(Voy. ci-après S. 4 & 5)

Que la parallaxe horizontale polaire, à l'instant pour lequel on calcule,

$$= \text{Paral. horiz. polaire à l'instant de la conj.} + \frac{b}{3600} \times \text{variât. hor. de la paral.}$$

Pour éviter la confusion dans les calculs que l'on fera obligé de faire par la suite, l'on a eu soin de mettre au-dessus des termes qui composent les formules, une lettre & un chiffre. La lettre indique la quantité, dans l'expression de laquelle se trouve le terme en question, le chiffre indique le rang de ce terme; ainsi, par exemple, (A_3) qui se trouve au-dessus du terme $\frac{c g p \omega}{r^3}$ indique 1.^o que ce terme entre dans l'expression de A , 2.^o qu'il est le troisième terme.

Il est aisé de voir que dans la plupart des termes qui composent les quantités A , B , E du §. 1, il y a une partie constante & une partie variable, soit relativement aux différens parallèles terrestres, soit relativement aux angles horaires. Dans la suite des calculs, lorsque nous évaluerons la partie constante de

de chacun de ces termes, nous surmonterons cette expression, d'une lettre & d'un chiffre avec une virgule. La lettre indique la quantité dans l'expression de laquelle se trouve le terme en question, le chiffre indique le rang de ce terme, & la virgule fait voir que ce n'est qu'une fraction.

(3.) L'on peut supposer, sans erreur appréciable, que la différence des sinus de latitude de la lune (à l'instant de la conjonction & une heure après la conjonction) est à la différence des arcs de latitude correspondans aux mêmes instans, dans le rapport de la différentielle du sinus de la latitude de la Lune à la différentielle de la latitude. Mais différentielle du sinus d'un arc quelconque = différentielle de l'arc $\times \frac{\text{cofinus de l'arc}}{\text{rayon}}$; la formule du §. 5 du second Mémoire, d'où l'on a conclu l'inclinaison de l'orbite corrigée, peut donc se changer en celle-ci :

$$\begin{aligned} \text{Tang. de l'inclin. de l'orbite cor.} &= r \times \frac{\text{mouvement horaire de la Lune en latitude}}{\text{sin. (mouv. hor. de la } \odot \text{ en long. — mouv. hor. du } \odot)} \\ &= \frac{r^2 \times (\text{mouvement horaire de la Lune en latitude, évalué en secondes de degré})}{206265'' \times \text{sinus (mouvement horaire de la Lune en longitude — mouv. horaire du Soleil)}} \end{aligned}$$

(en substituant au rayon dans le dénominateur de la fraction le nombre de secondes de degré qu'il contient lorsqu'on l'évalue en arc de cercle).

Dans l'usage, nous n'emploierons que cette dernière formule.

(4.) L'on peut conclure enfin des §§. 7 & 8 du second Mémoire, que si l'on suppose

Ω = cofinus de l'obliquité de l'Écliptique,

$\begin{matrix} p = \text{sinus} \\ q = \text{cofinus} \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} \text{de la déclinaison du Soleil à l'instant de la conjonction,} \end{array} \right.$

$\begin{matrix} \theta = \text{sinus} \\ \downarrow = \text{cofinus} \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} \text{de l'inclinaison de l'orbite corrigée, trouvée par le} \\ \text{paragraphe précédent,} \end{array} \right.$

$x = \sqrt{(\theta + \Omega) \times (\theta - \Omega)},$

Mém. 1765.

: O o

$\iota = \text{tang.}$ } de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil
 $\varphi = \text{cosinus}$ } horaire de l'Observateur placé au centre de la Terre,
à l'instant de la conjonction;

$$\text{On aura } \iota = r \times \frac{\frac{\theta \Omega}{r} + \frac{\psi \chi}{r}}{\frac{\psi \Omega}{r} - \frac{\theta \chi}{r}}.$$

(5.) Il n'est pas difficile de déterminer la variation horaire de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil horaire de l'Observateur placé au centre de la Terre, angle que je nomme V ; en effet l'on peut supposer sans erreur appréciable, que la variation horaire de la tangente est à la variation horaire de la quantité χ (seule variable qui entre dans l'expression de cette tangente), dans le rapport des différentielles de ces quantités. Par les méthodes ordinaires de différentiation l'on parvient à ces équations $dt = \frac{r^3 \Omega d\chi}{(\psi \Omega - \theta \chi)^2}$; $d\chi = \frac{q dq}{\chi}$, donc $dt = \frac{r^3 \Omega q dq}{\chi \times (\psi \Omega - \theta \chi)^2}$; d'ailleurs l'on démontre par les méthodes différentielles, que $r^2 dV = \varphi^2 dt$, & que Différentielle de la déclinaison du $\odot = -\frac{r dq}{p}$; donc $dV = -\frac{\varphi^2 \Omega p q \times \text{diff. déclinaison du Soleil}}{r^2 \chi \times (\frac{\psi \Omega}{r} - \frac{\theta \chi}{r})^2}$;

Donc Variation horaire de l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil horaire de l'observateur $= -\frac{\varphi^2 \Omega p q}{r^2 \chi (\frac{\psi \Omega}{r} - \frac{\theta \chi}{r})^2} \times \text{variat. horaire de la décl. du Soleil.}$

(6.) Si l'on compare les valeurs de γ , de n & de la tangente de l'inclinaison de l'orbite corrigée, déterminées par les §§. 1 & 3 de ce Mémoire avec les mêmes valeurs données dans le second Mémoire, il sera aisé de se convaincre que les valeurs du présent Mémoire ne sont autre chose que celles du second Mémoire multipliées par le cosinus de la latitude de la Lune, & divisées par le sinus total. Ce léger changement, qui ne produit aucun

effet appréciable dans les résultats, rend cependant ces valeurs géométriquement plus exactes. Soit en effet C le centre de la Terre; K un lieu quelconque de la Lune dans son orbite composée TLK ; du point K , abaïssons sur la ligne AG la perpendiculaire Kh ; supposons, comme nous l'avons fait dans le second Mémoire, que le point L est le lieu de la Lune à l'instant de la conjonction, & que LG est la perpendiculaire abaïssée sur la ligne AG ; il est sensible, d'après cette construction, que les lignes LG , Kh sont les sinus de la latitude de la Lune dans le cercle qui auroit pour rayon la distance de la Lune au centre C de la Terre: il faut donc, pour avoir une évaluation cohérente, déterminer la valeur de Gh par rapport au même rayon. Des points G , h , K , menons au point C les droites CG , CK , Ch , il est évident que l'angle GCh mesure le mouvement composé en longitude, que l'angle hCK exprime l'angle de la latitude, & que la droite Gh est le sinus de l'angle GCh dans un cercle dont le rayon égale Ch ; mais $Ch : CK :: \cos \sin. \text{lat. } C : \sin. \text{total}$; donc si l'on prend CK pour sinus total, $Ch = \cos \sin. \text{lat. } C$, & conséquemment $Gh = \frac{\sin. (\text{mouv. composé en long.}) \times \cos \sin. \text{lat. } C}{\text{rayon}}$.

Nous avons supposé, dans le second Mémoire, que $Gh = \sin.$ (mouvement composé en longitude) dans un cercle dont le rayon seroit égal à la distance de la Lune au centre de la Terre, ce qui, comme on le voit, n'est pas rigoureusement exact; l'on sent maintenant la raison pour laquelle nous avons multiplié par $\frac{\xi}{r}$ les valeurs de γ , de η & de la tangente de l'inclinaison de l'orbite corrigée, tirées du second Mémoire, afin d'avoir une valeur plus exacte de ces quantités.

(7.) Lorsque l'on veut calculer une éclipse de Soleil, les Tables astronomiques donnent les élémens suivans.

Heure de la conjonction vue du centre de la Terre.

Point de l'Écliptique dans lequel arrive la conjonction.

Mouvement horaire du Soleil en longitude.

Mouvement horaire de la Lune en longitude.

Latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, vue du centre de la Terre.

Mouvement horaire de la Lune en latitude.

Parallaxe horizontale de la Lune pour le pôle, à l'instant de la conjonction *.

Variation horaire de la parallaxe horizontale.

Obliquité de l'Écliptique.

Déclinaison du Soleil à l'instant de la conjonction.

Variation horaire de la déclinaison du Soleil.

Parallaxe horizontale du Soleil.

Diamètre du Soleil.

L'on peut donc déterminer l'inclinaison de l'orbite corrigée (§. 3), l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil horaire de l'observateur placé au centre de la Terre à l'instant de la conjonction (§. 4), la variation horaire du même angle (§. 5), & en général toutes les quantités employées dans les formules.

Division générale des quantités qui composent les formules.

Parmi les quantités qui composent les formules des §. 1, 2, 3, 4, 5, les unes sont les mêmes pour toutes les éclipses, les autres sont constantes relativement à la même éclipse, mais varient suivant les différentes éclipses, d'autres varient suivant la latitude du lieu pour lequel on calcule, d'autres dépendent de l'angle horaire du Soleil, d'autres enfin dépendent du temps écoulé depuis la conjonction.

(8.) Les quantités constantes pour toutes les éclipses sont, r , ρ , π' , ν , la seule définition de ces quantités suffit pour s'en convaincre.

(9.) Les quantités constantes relativement à la même éclipse, mais variables suivant les différentes éclipses, & que l'on peut appeller *les constantes de l'éclipse*, se divisent en deux classes; les unes ne changent que de valeur, mais sont

* Si la parallaxe horizontale étoit donnée relativement à une latitude autre que le pôle, on la ramèneroit à la parallaxe horizontale polaire par le moyen de la Table II du second Mémoire, §. 20.

toujours positives, les autres au contraire changent de valeur & de signe.

(10.) Les quantités qui, relativement aux différentes éclipses, ne changent que de valeur sans changer de signes, sont ψ , ξ , ζ , γ , η , Ω , & la parallaxe horizontale polaire à l'instant de la conjonction.

(11.) Les quantités constantes relativement à la même éclipse, mais qui changent de valeur & de signe suivant les différentes éclipses, sont θ , l , χ , la déclinaison du Soleil à l'instant de la conjonction; la variation horaire de cette déclinaison; l'angle de l'orbite relative de la Lune avec le fil horaire de l'observateur placé au centre de la Terre à l'instant de la conjonction, la variation horaire du même angle; la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction; la variation horaire de la parallaxe horizontale polaire de la Lune.

(12.) Les quantités constantes relativement à la même latitude terrestre, mais variables suivant les différentes hauteurs du Pôle, & que l'on peut appeler les *constantes du parallèle*, sont c & s . c ne change que de valeur; quant à la grandeur s , elle peut changer de valeur & de signe.

(13.) Les quantités qui dépendent de l'angle horaire du Soleil, sont g & h , ces deux quantités peuvent changer de valeur & de signe.

(14.) Les quantités dépendantes du temps écoulé depuis la conjonction, sont de deux sortes; les unes telles que b & b^1 dépendent uniquement de cet élément; la première peut être positive ou négative, quant à la seconde elle est toujours positive.

(15.) Les quantités dans lesquelles le temps écoulé depuis la conjonction influe, mais qui ne dépendent pas uniquement de cet élément sont p , q , ω , ϕ , ι , π .

Les valeurs q , ϕ , π , sont toujours positives. Quant aux valeurs p , ω , ι , elles peuvent être positives ou négatives.

Quoique ces dernières quantités dépendent du temps écoulé

depuis la conjonction, nous ferons voir dans la suite qu'il est rigoureusement possible, au moyen d'une formule de correction, de n'employer dans les calculs que celles de ces quantités correspondantes à l'instant de la conjonction; dans ce cas on les rangera dans la classe des *constantes de l'éclipse*.

(16.) Il est une différence bien simple qui partage toutes ces grandeurs en quantités toujours positives & en quantités tantôt positives & tantôt négatives. Celles du dernier genre sont les quantités qui ayant une valeur positive dans une certaine supposition, continuent à varier dans le même sens après être parvenues à zéro, les autres au contraire sont celles qui varient, mais sans parvenir à zéro.

Suppositions primitives pour les quantités qui sont tantôt positives & tantôt négatives.

Après avoir déterminé quelles sont les quantités qui changent de valeur & de signe, suivant les différentes circonstances; quelles sont celles dont le signe est immuable; c'est-à-dire, celles qui sont toujours positives, & les raisons de cette différence; il reste à déterminer les suppositions primitives sur les grandeurs du premier genre.

(17.) Nous avons supposé d'abord que la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction étoit boréale; si cette latitude étoit australe, elle seroit négative, son sinus deviendroit également négatif, & la quantité l qui dépend de ce sinus seroit négative.

(18.) L'angle déterminé, par la formule du §. 3 a θ pour sinus. Dans cette formule le dénominateur est toujours positif *, mais le signe du numérateur dépend du mouvement

* L'on a dit que le dénominateur de la formule du §. 3 est toujours positif; cette proposition est généralement vraie pour les éclipses de Soleil : au contraire dans les passages de Vénus & de Mercure sur le disque du Soleil, ce dénominateur est négatif, comme on le verra dans

la suite. Par la même raison, n est négatif dans ces passages. Quant à γ , il est une autre considération qui le rend négatif; c'est que dans ces cas la trajectoire de la Planète présente sa convexité au centre de la Terre, au lieu que dans les éclipses de Soleil, la trajectoire est concave vers la Terre.

horaire de la Lune en latitude. La supposition primitive pour ce mouvement horaire, & conséquemment pour θ , est que la Lune s'approche du pôle boréal de l'écliptique.

(19.) La supposition primitive pour la déclinaison du Soleil, est que cette déclinaison soit boréale; pour la variation horaire de la déclinaison du Soleil, que cet astre s'approche du pôle boréal de l'équateur; pour la variation horaire de la parallaxe, que la parallaxe augmente, c'est-à-dire que la Lune s'approche du centre de la Terre; pour χ , que le Soleil soit dans les signes ascendants; pour s , que la latitude de l'observateur soit boréale; pour g , que l'heure donnée soit entre midi & minuit; pour h , que l'heure soit entre six heures du matin & six heures du soir; pour b , que l'instant de la conjonction soit passée; pour p , que la déclinaison du Soleil soit boréale à l'instant pour lequel on calcule.

(20.) Quant à l'angle de l'orbite relative avec le fil horaire de l'Observateur, à l'instant de la conjonction, & à la variation horaire de cet angle, ils ont le signe déterminé par les formules des §. 4 & 5. Ainsi, par exemple, l'angle de l'orbite relative, à l'instant de la conjonction, sera aigu & positif, si la tangente (§. 4) est positive; il sera aigu & négatif, si la tangente est négative. L'on observera enfin que i & ω ont le même signe que l'angle de l'orbite relative, à l'instant pour lequel on calcule (§. 2).

(21.) Lorsque l'on est dans les cas contraires à la supposition primitive relativement à chaque quantité particulière qui compose les formules; il faut avoir grand soin de changer le signe que cette supposition fait varier; c'est une attention essentielle sans laquelle on tomberoit dans de très-grandes erreurs.

(22.) Nous venons de détailler la formule dans toute la rigueur dont elle est susceptible; mais cette exactitude géométrique surpassant de beaucoup celle que l'on peut attendre des meilleures Tables astronomiques, il seroit inutile

296 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

de l'employer dans les problèmes de cette seconde partie; où l'on calcule les phénomènes d'après les élémens tirés des tables; nous la réserverons pour les problèmes de la troisième partie, où il peut être intéressant de calculer avec la dernière exactitude. Nous supposérons donc que la variation horaire de la déclinaison du Soleil, de la parallaxe de la Lune, & de l'angle de l'orbite, est nulle pendant la durée de l'éclipse; c'est-à-dire que nous ne ferons usage dans les calculs, que des quantités correspondantes à l'instant de la conjonction. Cette légère inexactitude qui peut à peine produire deux ou trois secondes sur les distances des centres calculées, sera compensée par la facilité de former des Tables.

(23.) Nous remarquerons encore que si dans l'expression de E du §. 1 l'on suppose nul le terme $-\frac{2b^2\pi}{3600^2r}$, la plus grande erreur qui puisse résulter dans la distance des centres est moindre que $1''\frac{1}{3}$, l'on pourra donc négliger ce terme lorsqu'il compliquera les calculs.

(24.) Dans les exemples que nous donnerons sur l'éclipse du 1.^{er} Avril 1764, nous supposérons

Heure de la conjonction à Paris; 10 ^h 31' 23" du matin	
Dans.....	12 ^d 9' 56" du Bélier.
Mouvement horaire du Soleil en longitude....	2. 27 $\frac{2}{3}$.
Mouvement horaire de la Lune en longitude....	29. 39.
Latitude de la Lune à l'instant de la conjonction...	39. 36 Boréale.
Mouvement horaire de la Lune en latitude.. +	2. 44.
Parallaxe horizontale de la Lune pour Paris à l'instant de la conjonction.....	54. 9.
Parallaxe horizontale de la Lune pour le pôle à l'instant de la conjonction.....	54. 1 $\frac{1}{2}$.
Variation horaire de la parallaxe horizontale....	— 0 $\frac{1}{2}$.
Obliquité de l'Écliptique.....	23 ^d 28' 21"
Déclinaison du ☉ à l'instant de la conjonction.	4. 48. 50. Boréale.
Variation horaire de la déclinaison du Soleil.....	+ 58.
Parallaxe horizontale du Soleil.....	10.
Diamètre du Soleil.....	32. 1.

(25.)

(25.) Donc (SS. 3 & 18)

$$\text{Tang. de l'inclin. de l'orbite cor.} = \frac{+ 164'' \times r^2}{206265'' \times \sin. (27' 11'' \frac{1}{2})} ;$$

donc l'inclinaison de l'orbite corrigée = + 5^d 44' 26".

Soit maintenant

$$\begin{array}{lcl} \Omega = + \text{cofin.} \dots 23^d 28' 21'' & & \\ p = + \text{sinus.} \dots 4. 48. 50. & & \\ q = + \text{cofin.} \dots 4. 48. 50. & \text{Logarithme} & \\ \theta = + \text{sinus.} \dots 5. 44. 26. & & \\ \psi = + \text{cofin.} \dots 5. 44. 26. & & \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \Omega = 9,9624884 \\ p = 8,9238624 \\ q = 9,9984653 \\ \theta = 9,0001044 \\ \psi = 9,9978165 ; \end{array} \right.$$

l'on aura (SS. 4 & 19)

$$\chi = + 38936 \dots \dots \dots \log. \chi = 9,5903565,$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\theta \Omega + \psi \chi}{r} = + 47916. \\ \frac{\psi \Omega - \theta \chi}{r} = + 87370. \end{array} \right\} \text{Logarithme} = \left\{ \begin{array}{l} 9,6804806, \\ 9,9413623. \end{array} \right.$$

Donc (SS. 4 & 20)

Angle de l'orb. relat. de la ζ avec le fil hor. de l'Obs. à l'instant de la conj. = + 28^d 44' 30",

$$\phi = + \text{cofin.} \ 28^d 44' 30'' \dots \log. \phi = 9,9428989.$$

Donc (S. 5)

Variat. de l'angle de l'orbite relative de la ζ avec le fil hor. de l'Observateur = - 12".

(26.) Si l'on avoit beaucoup de calculs à exécuter, il ne seroit pas inutile de former une Table des quantités constantes de l'éclipse.

TABLE des Quantités constantes de l'Éclipse du
1.^{er} Avril 1764.

$$\begin{array}{lcl} r = + 100000. & & \\ p = + 100565. & \text{Logarithme} & \\ u = + 26180. & & \end{array} \left\{ \begin{array}{l} r = 10,0000000. \\ p = 10,0024467*. \\ u = 9,4179686. \end{array} \right.$$

* Si l'on supposoit le rapport des axes :: 229 : 230, l'on auroit $\log. p = 10,0018923$; & alors il faudroit, pour évaluer les latitudes corrigées, se servir de la Table correspondante du second Mémoire.

Mém. 1765,

. P P

298 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

$\theta = + \sinus. 5^d 44' 26''$	Logar.	$\theta = 9,0001044.$
$\psi = + \cosin. 5. 44. 26.$		$\psi = 9,9978165.$
$\xi = + \cosin. 0. 39. 36.$		$\xi = 9,9999711.$
$p = + \sinus. 4. 48. 50.$		$p = 8,9238624.$
$q = + \cosin. 4. 48. 50.$		$q = 9,9984653.$
$\omega = + \sinus. 28. 44. 30.$		$\omega = 9,6820198.$
$t = + \tang. 28. 44. 30.$		$t = 9,7391209.$
$\phi = + \cosin. 28. 44. 30.$		$\phi = 9,9428989.$
$\pi = + \sinus. 0. 54. 1\frac{1}{2}.$		$\pi = 8,1963030.$
$\pi' = + \sinus. 0. 0. 10.$		$\pi' = 5,6855749.$
$\zeta = + \sinus. 85. 30. 6.$		$\zeta = 9,9986603.$

Logarithme { sinus de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction = 8,0614117.
sinus verfé (mouv. hor. de la ☾ en longit. — mouv. hor. du ☉) = 5,4972284.
sinus (mouvement hor. de la ☾ en longit. — mouv. hor. du ☉) = 7,8981331.

$l = + 73301.$	Logarithme	$l = 9,8651087.$
$\gamma = + 200.$		$\gamma = 7,3008965.$
$n = + 50581.$		$n = 9,7039847.$
$\frac{nr}{\zeta} = + 50737.$		$\frac{nr}{\zeta} = 9,7053254.$

Logarithme 3600" = 3,5563025.

A.

B.

E.

$$(A_1) \quad \frac{\psi l}{\zeta} = + 73159.$$

$$(B_1) \quad \frac{\theta l}{\zeta} = + 7354.$$

$$(E_1) \quad \xi = + 99993.$$

$$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} (A_2) \quad \frac{q\phi}{r^2} = - 0,0586358. \\ (A_3) \quad \frac{p\omega}{r^3} = - 10,3155335. \\ (A_4) \quad \frac{p\phi\phi}{r^4} = - 11,1307920. \end{array} \right.$$

$$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} (B_2) \quad \frac{q\omega}{r^2} = - 0,3195149. \\ (B_3) \quad \frac{p\phi}{r^3} = - 10,0546544. \\ (B_4) \quad \frac{p\phi\omega}{r^4} = - 11,3916711. \\ (B_5) \quad \frac{nr}{3600\zeta} = + 6,1490219. \end{array} \right.$$

$$\text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} (E_2) \quad \frac{p\pi}{r^2} = - 2,8798346. \\ (E_3) \quad \frac{p\phi\pi}{r^4} = - 11,8027850. \\ (E_4) \quad \frac{\gamma\pi}{3600^2 r} = - 1,6154055. \\ \log. \zeta\pi = + 18,1949633. \end{array} \right.$$

Cette dernière Table sert généralement à toutes les recherches que l'on peut se proposer.

ARTICLE II.

DÉTERMINATION de la distance des centres du Soleil & de la Lune pour un lieu & à une heure quelconque.

Il est facile de déterminer la distance des centres du Soleil & de la Lune pour un lieu & à une heure quelconque.

FORMULE (§. 1.^{re})

$$\text{Tangente } H = \frac{Ar}{B},$$

$$\text{Tang. (distance apparente des centres du Soleil & de la Lune)} = \frac{A \zeta \pi}{E \times \sin H}.$$

(Voyez §. 1.^{re} les valeurs de A , B , E).

E X E M P L E.

(27.) *L'on demande quelle a dû être à Londres la distance apparente des centres à 9^h 4' 33" du matin.*

SOLUTION. Puisque la latitude de Londres est de 51^d 31' boréale, je conclus (§. 2.^d *Mém. Table I*) que la latitude corrigée est de 51^d 21' 33"; que par conséquent (§. 19)

$$\left. \begin{array}{l} s = + \sin. 51^{\text{d}} 21' 33'' \\ c = + \cos. 51. 21. 33 \end{array} \right\} \text{Logarithme} \left\{ \begin{array}{l} s = 9,8926912. \\ c = 9,7954889. \end{array} \right.$$

L'angle horaire du Soleil est de 43^d 51' 45", & l'heure de l'observation est entre six heures du matin & midi; donc

$$\left. \begin{array}{l} g = - \sin. 43^{\text{d}} 51' 45'' \\ h = + \cos. 43. 51. 45 \end{array} \right\} \text{Logarithme} \left\{ \begin{array}{l} g = 9,8406895. \\ h = 9,8579381. \\ cg = 19,6361784. \\ ch = 19,6534270. \end{array} \right.$$

D'ailleurs Londres est plus occidental que Paris de 9' 41" de temps; donc puisque (§. 24) la conjonction est arrivée lorsqu'il étoit à Paris 10^h 31' 23", il étoit alors à Londres 10^h 21' 42" du matin. Donc à 9^h 4' 33" la conjonction étoit encore éloignée de 4629" horaires, donc (§. 19) $b = - 4629''$, dont le $\log. = 3,6654872$, puisque nous supposons, $\log. 3600'' = 3,5563025$.

TYPE du Calcul.

$$A = + (A_1) - (A_2) - (A_3) + (A_4) \quad (A_1) = + 73159$$

(A ₂)	(A ₃)	(A ₄)
9,8926912...log. s.	19,6361784...log. cg.	19,6534270...log. ch.
— 0,0586358.	— 10,3155335.	— 11,1307920.
9,8340554...log. 68243.	9,3206449...log. 20924.	8,5226350...log. 3331.

$$A = - 12677...log. A = 9,1030165.$$

$$B = + (B_1) - (B_2) + (B_3) + (B_4) - (B_5) \quad (B_1) = + 7354$$

(B ₂)	(B ₃)	(B ₄)	(B ₅)
9,8926912...log. s.	19,6361784...log. cg.	19,6534270...log. ch.	3,6654872...log. b.
— 0,3195149.	— 10,0546544.	— 11,3916711.	+ 6,1490219.
9,5731763...log. 37426.	9,5815240...log. 38153.	8,2617559...log. 1827.	9,8145091...log. 65239i.

$$B = - 55331...log. B = 9,7429685.$$

$$E = + (E_1) - (E_2) - (E_3) - (E_4) \quad (E_1) = + 99993$$

(E ₂)	(E ₃)	(E ₄)
9,8926912...log. s.	19,6534270...log. ch.	7,3309744...log. b ² .
— 2,8798346.	— 11,8027850.	— 1,6154055.
7,0128566...log. 103.	7,8506420...log. 709.	5,7155689...log. 5.

$$E = 99176...log. E = 9,9964066.$$

19,1030165...log. A _π	+ 18,1949633...log. ζ _π .
— 9,7429685...log. B.	+ 9,1030165...log. A.
9,3600480...log. tang. H.	27,2979798.
H = 12 ^d 54' 15 ^o .	— 9,9964066...log. E.
Log. sinus H = 9,3489300.	17,3015732.
	— 9,3489300...log. sinus H.
	7,9526432...log. tang. diff. des centres

$$\text{Distance des centres} = 30' 49'' 33'''.$$

(28.) Si l'on jette les yeux sur les calculs précédens, l'on verra qu'une des principales attentions que l'on doit avoir dans l'usage de la formule, est de bien prendre garde à la caractéristique des logarithmes.

Comme l'on a pris le nombre 100000 pour la valeur du demi-petit axe de la Terre, & la caractéristique 10 pour la caractéristique de son logarithme, que l'on a supposé $\equiv 10,0000000$, l'on n'oubliera pas que la caractéristique 5, d'un logarithme, indique une quantité composée d'un seul chiffre; la caractéristique 6, une quantité composée de deux chiffres; la caractéristique 7, une quantité composée de trois chiffres; la caractéristique 8, une quantité composée de quatre chiffres; la caractéristique 9, une quantité composée de cinq chiffres; la caractéristique 10, une quantité composée de six chiffres; la caractéristique 11, une quantité composée de sept chiffres; & ainsi de suite.

L'on a cependant fait une exception à cette règle, relativement aux secondes horaires qui entrent dans la formule; comme nous avons supposé que 3600" avoit pour logarithme 3,5563025, l'on remarquera qu'un nombre de secondes horaires exprimé par un seul chiffre, doit avoir 0, pour caractéristique de son logarithme; un nombre de secondes horaires exprimé par deux chiffres doit avoir 1, pour caractéristique de son logarithme; un nombre composé de trois chiffres doit avoir 2, pour caractéristique; un nombre de secondes horaires exprimé par quatre chiffres, doit avoir 3, pour caractéristique, & ainsi de suite.

(29.) Il est une remarque qui ne doit point échapper, c'est que les calculs du (§. 27) peuvent également servir à déterminer au même instant physique, la distance des centres du Soleil & de la Lune, pour quatre points différens de la Terre.

Pour le lieu relativement auquel on a d'abord calculé.

Pour le lieu qui, situé sous le même parallèle, diffère en longitude de 180 degrés.

Pour le lieu dont la longitude est la même, mais dont la latitude est de dénomination contraire.

Pour le lieu dont la longitude diffère de 180 degrés, & dont la latitude est de dénomination contraire.

En effet, pour ces quatre points de la Terre, les sinus

302 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
de latitude & d'angles horaires correspondans au même instant
physique, ne diffèrent que par les signes. Les valeurs absolues de

$$(A\ 1)\ (A\ 2)\ (A\ 3)\ (A\ 4),$$

$$(B\ 1)\ (B\ 2)\ (B\ 3)\ (B\ 4)\ (B\ 5),$$

$$(E\ 1)\ (E\ 2)\ (E\ 3)\ (E\ 4),$$

sont donc les mêmes : un exemple va nous éclaircir.

*RECHERCHE de la distance des centres, pour quatre
points particuliers des parallèles de 50^d 31'.*

Pour Londres, les suppositions sont celles de l'exemple
du §. 27.

$$A = + (A\ 1) - (A\ 2) - A\ 3) + (A\ 4) = - 12677,$$

$$B = + (B\ 1) - (B\ 2) + (B\ 3) + (B\ 4) - (B\ 5) = - 55331,$$

$$E = + (E\ 1) - (E\ 2) - (E\ 3) - (E\ 4) = + 99176.$$

Pour le lieu qui, situé sous le même parallèle, diffère en
longitude de 180 degrés.

Relativement à ce lieu, la latitude est la même; mais,
attendu qu'il est 9^h 4' 33" du soir lorsqu'il est à Londres
9^h 4' 33" du matin, le sinus & le cosinus de l'angle horaire
changent de signe.

$$A = + (A\ 1) - (A\ 2) + (A\ 3) - (A\ 4) = + 22509,$$

$$B = + (B\ 1) - (B\ 2) - (B\ 3) - (B\ 4) - (B\ 5) = - 135291,$$

$$E = + (E\ 1) - (E\ 2) + (E\ 3) - (E\ 4) = + 100594.$$

Pour le lieu dont la longitude est la même, mais dont la
latitude est de dénomination contraire.

Relativement à ce lieu, le sinus seul de la latitude change
de signe.

$$A = + (A\ 1) + (A\ 2) - (A\ 3) + (A\ 4) = + 123809,$$

$$B = + (B\ 1) + (B\ 2) + (B\ 3) + (B\ 4) - (B\ 5) = + 19521,$$

$$E = + (E\ 1) + (E\ 2) - (E\ 3) - (E\ 4) = + 99382.$$

Pour le lieu dont la longitude diffère de 180 degrés, &
dont la latitude est de dénomination contraire.

Relativement à ce lieu, le sinus de la latitude, le sinus & le cosinus de l'angle horaire changent de signe.

$$A = + (A_1) + (A_2) + (A_3) - (A_4) = + 158995,$$

$$B = + (B_1) + (B_2) - (B_3) - (B_4) - (B_5) = - 60439,$$

$$E = + (E_1) + (E_2) + (E_3) - (E_4) = + 100800.$$

Il ne s'agit donc que de chercher les logarithmes des nouvelles quantités A , B , E , & d'achever le calcul comme dans l'exemple du §. 27.

ARTICLE III.

De l'Angle de la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Lune, avec la parallèle à l'orbite relative de la Lune menée par le centre du Soleil.

Et de la partie du disque solaire dans laquelle l'Observateur rapporte le centre de la Lune.

(30.) Il ne suffit pas, pour avoir une idée complète du phénomène que l'on calcule, de connoître la distance des centres du Soleil & de la Lune. En effet, si par le centre du Soleil l'on décrit un cercle dont le rayon soit égal à la distance calculée, tous les points de ce cercle satisferont également à cette première condition; il faut donc à la connoissance de la distance des centres ajouter celle de la partie du disque solaire dans laquelle l'Observateur rapporte le centre de la Lune.

(31.) Pour y parvenir, je suppose que sur le disque du Soleil l'on trace l'intersection $S'CN'$ du disque de cet astre avec le cercle de déclinaison. Que perpendiculairement à la droite $S'CN'$ l'on mène par le centre C du Soleil, la droite $E'CO'$ qui par conséquent représente le fil horaire de l'Observateur placé au centre de la Terre. Que par le même centre C du Soleil, l'on fasse passer deux autres lignes ECO , NCS , perpendiculaires entre elles, & telles que l'angle ECE' soit égal à l'angle déterminé par la formule du §. 4; il est sensible que les droites EO , SN partageront le disque du Soleil en quatre angles égaux. J'appellerai

Fig. 1.

Angle boréal précédent, l'angle N C O qui s'étend entre le Pôle boréal & la partie du Ciel vers laquelle le Soleil s'avance en vertu du mouvement diurne.

Angle boréal suivant, l'angle N C E qui s'étend entre le Pôle boréal & la partie du Ciel dont le Soleil s'éloigne en vertu du mouvement diurne.

Angle austral suivant, l'angle S C E, qui s'étend entre le Pôle austral & la partie du Ciel dont le Soleil s'éloigne en vertu du mouvement diurne.

Angle austral précédent, l'angle S C O, qui s'étend entre le Pôle austral & la partie du Ciel vers laquelle le Soleil s'avance en vertu du mouvement diurne.

(32.) Pour se former une idée précise de la position des points N' S' E' O' , & des lignes ECO , NCS ; l'on n'oubliera pas que N' est le point du disque solaire qui a la plus grande déclinaison boréale; que S' est le point du disque qui a la plus petite déclinaison boréale; que E' est situé dans la partie du disque qui a la plus grande ascension droite, & que O' est situé dans la partie du disque qui a la plus petite ascension droite.

Quant au point E qui détermine la position des lignes ECO , NCS ; l'on observera qu'il doit être placé entre les points N' , E' , lorsque la valeur de t , donnée par la formule du §. 4, est positive; & qu'il doit être placé entre les points E' , S' , lorsque la valeur de t est négative.

(33.) L'on a maintenant une idée bien distincte de la position de la droite ECO , que j'appellerai quelquefois *ligne de comparaison*; l'on voit que cette ligne n'est autre chose que la parallèle à l'orbite relative de la Lune menée par le centre du Soleil. Comme la position de cette ligne n'est pas sensible dans le Ciel, je donnerai par la suite une formule pour exprimer à un instant quelconque, sous une latitude quelconque; dans l'hypothèse du sphéroïde aplati, l'angle de cette droite avec la verticale menée par le centre du Soleil.

(34.) Puisque l'Observateur rapporte le centre du Soleil

au

au point R , le centre de la Lune au point Q , & que les lignes $\phi R \omega$, $B R \lambda$, menées par le centre du Soleil, font (S. 31) les termes auxquels on compare la position de la Lune; le centre de cet astre paroîtra dans l'hémisphère boréal du Soleil lorsque ϕQ ou son égal $DF + RI$, sera une quantité positive. Par la même raison, il sera vu dans l'hémisphère suivant du disque, lorsque $R\phi$ ou son égal $DQ + IF$, sera une quantité positive.

(35.) Si dans les valeurs de $DQ + FI$ & de $DF + RI$ des S. 65 & 66 du second Mémoire, l'on élimine la quantité a par le moyen de l'équation du S. 31 du même Mémoire, & que l'on substitue à $\delta \phi$, la quantité $\frac{1}{r}$ que nous avons démontré S. 10, lui être égale; l'on verra aisément que $DF + RI = \frac{A\zeta}{r}$ & $DQ + FI = \frac{B\zeta}{r}$.

Donc

Si A & B sont positifs, le centre de la Lune sera vu dans l'angle boréal suivant du disque du Soleil.

Si A & B sont négatifs, le centre de la Lune sera vu dans l'angle austral précédent du disque.

Si A est positif & B négatif, le centre de la Lune sera vu dans l'angle boréal précédent du disque.

Si A est négatif & B positif, le centre de la Lune sera vu dans l'angle austral suivant du disque.

Dans l'exemple du S. 27, les valeurs de A & de B sont négatives, le centre de la Lune étoit donc dans l'angle austral précédent du disque.

(36.) Au lieu de déterminer simplement l'angle du disque du Soleil dans lequel se trouve le centre de la Lune, si l'on vouloit avoir l'expression de l'angle de la ligne ECO (que j'appellerai indistinctement *ligne de comparaison*, ou *parallèle à l'orbite relative*), avec la droite CL qui joint les centres du Soleil & de la Lune; rien ne seroit plus facile. Cet angle à pour expression de sa tangente $\frac{rA}{B}$, cet angle est donc égal à l'angle H .

Mém. 1765.

. Qq

ARTICLE I V.

De la plus courte distance des centres, par rapport aux différens lieux qui, situés sous le même parallèle, voient la plus grande phase aux différentes heures successives. Et du nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant du phénomène.

(37.) Puisque l'expression de la tangente de l'angle qui mesure la distance des centres du Soleil & de la Lune par rapport à un lieu quelconque, est susceptible d'accroissemens & de diminutions successifs; il est un instant où elle est la plus petite possible, nous allons nous occuper de cette détermination.

Le problème que je résous dans cet article est un peu différent de celui que l'on se propose ordinairement. On a coutume en effet de déterminer un lieu particulier, & de chercher à quelle heure par rapport à ce lieu, la plus grande phase arrive; c'est-à-dire que l'on suppose connues la longitude & la latitude du lieu, & que l'on demande la quantité & l'heure de la plus grande phase. Ce problème ne peut se résoudre directement par aucune méthode. Je ferai voir lorsqu'il sera question de cet objet, par quelle raison particulière l'analyse se refuse à une solution directe. Dans le présent article, au contraire, le problème se résout directement; la latitude du lieu, & l'heure de la plus grande phase sont les données du problème, la quantité de la plus grande phase & la longitude du lieu, sont les inconnues.

Je ne connois aucune solution de ce problème. M. l'abbé de la Caille paroît le résoudre graphiquement, dans ses Leçons élémentaires d'Astronomie; mais si l'on fait attention sur la solution, il sera aisé de remarquer deux suppositions inexactes dont je ne doute point que cet illustre Astronome ne se soit aperçu (& toutes les solutions fondées sur les mêmes constructions pèchent par le même principe).

Soit $KL\lambda$ l'orbite relative de la Lune, LD la perpendi-

culaire à cette orbite, CDO la parallèle à l'orbite $KL\lambda$, qui Fig. 3.
correspond, par exemple, à l'attouchement des limbes. Suivant la méthode ordinaire, le lieu qui se projettera au point D lorsque la Lune sera au point L de son orbite, verra l'attouchement des limbes, & cet attouchement sera la plus grande phase relativement au lieu D . J'observe d'abord sur cette solution, que si l'on veut avoir égard à l'augmentation, des diamètres de la Lune & des distances apparentes, dûe à la hauteur de cet Astre sur l'horizon, la ligne CDO ne sera plus le lieu géométrique de l'attouchement des limbes, ce sera une espèce de courbe CdO qui n'aura de commun avec la ligne CDO , que les points D & O . Il n'est pas vrai en second lieu que par rapport au point D la plus courte distance des centres arrive, lorsque la Lune étant au point L de son orbite, le lieu se trouve dans la perpendiculaire LD ; cette plus courte distance au contraire arrive lorsque la Lune étant dans un point λ de son orbite, le lieu D se trouve dans une ligne λD inclinée à l'orbite*.

De quelques propositions préliminaires.

(38.) Soit ϵ , l'angle horaire à l'instant de la conjonction, relativement à un lieu quelconque, pour lequel je suppose que l'on calcule les différentes distances des centres successives; il est sensible qu'à la valeur b , qui entre dans l'expression de la tangente de la distance des centres, l'on peut substituer $\int. \frac{rdg}{h} - \epsilon$, pourvu que l'on substitue l'arc de 15^d à $3600''$. Soit donc v l'arc de 15^d rectifié, l'on aura pour nouvelles expressions de A , B & E .

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{qs\phi}{r^2} + \frac{cgs\omega}{r^3} + \frac{chpp\phi}{r^4},$$

$$B = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{qs\omega}{r^2} - \frac{cgs\phi}{r^3} + \frac{chpp\omega}{r^4} + \frac{nr}{\zeta v} \times \left(\int. \frac{rdg}{h} - \epsilon \right),$$

$$E = \xi - \frac{ps\pi}{r^2} - \frac{cpg h\pi}{r^4} - \frac{r\pi}{rv^2} \times \left(\int. \frac{rdg}{h} - \epsilon \right)^2.$$

* Je ne prétends pas attribuer à M. l'abbé de la Caille les méthodes dont il s'agit; je ne le cite de préférence, que parce qu'il est un des Auteurs qui les ait exposées avec le plus de détail. On peut voir aussi l'explication de ces méthodes dans l'Astronomie de M. de la Lande.

D'ailleurs si l'on nomme λ la tangente de la distance des centres, l'on a vu (§. 1.^{er}) que $\lambda = \frac{\pi \zeta \sqrt{(A^2 + B^2)}}{Er}$.

(39.) Dans les équations du §. précédent, si l'on différentie les valeurs A, B, E , en ne regardant comme variable que l'angle horaire, l'on aura

$$dA = \frac{-cp\phi g dg + cp\omega rh dg}{r^2 h},$$

$$dB = \frac{-cp\phi \omega g dg - cp\phi rh dg}{r^2 h} + \frac{\pi r^2 dg}{\zeta h u},$$

$$dE = \frac{[cpq\pi v^2 g - 2\gamma r^2 \pi (f \cdot \frac{r dg}{h} - \epsilon)]}{r^2 u^2} \times \frac{r dg}{h}.$$

(40.) Dans l'équation $\lambda = \frac{\pi \zeta \sqrt{(A^2 + B^2)}}{Er}$, il est facile de déterminer quelle doit être la valeur de B correspondante au *minimum* de λ . En effet, la méthode de *maximis & minimis* donne tout de suite $\frac{(\pi \zeta A dA + \pi \zeta B dB)}{\sqrt{(A^2 + B^2)}} \times E - dE \times \pi \zeta \sqrt{(A^2 + B^2)} = E^2 r d\lambda$;
donc par la supposition de $d\lambda = 0$;

$$A E dA + B E dB - A^2 dE - B^2 dE = 0.$$

Comme la valeur de B tirée de cette équation seroit compliquée, l'on va s'occuper à simplifier la solution.

P R O B L É M E.

Fig. 2. (41.) Dans un triangle rectiligne ZRQ, rectangle en R, dont les côtés ZR, QR varient à la fois suivant une loi quelconque, telle cependant que le côté QR soit susceptible d'être un minimum; l'on demande l'expression de la différentielle de la tangente de l'angle Z, lorsque le côté QR est parvenu au minimum.

SOLUTION. Puisque (Trigonométrie rectiligne) $ZR : QR :: \sinus \text{ total} : \text{tang. de l'angle Z}$; $\text{tang. Z} = \frac{r \times QR}{ZR}$;

donc diff. tang. $Z = \frac{r \times ZR \times \text{diff. } QR - r \times QR \times \text{diff. } ZR}{(ZR)^2}$;

donc si l'on suppose différentielle $QR = 0$, différentielle tangente $Z = - \frac{r \times QR \times \text{diff. } ZR}{(ZR)^2} = - \frac{\text{tangente } Z \times \text{différ. } ZR}{ZR}$; donc lorsque le côté QR est parvenu

au *minimum*, l'on a

Accroiss. de la tangente de l'angle $Z = - \frac{\text{accroissement simultané du côté } ZR}{ZR} \times \text{tang. } Z$.

(42.) Par le moyen de l'équation précédente, il est aisé d'apprécier l'erreur que l'on peut commettre en confondant dans le calcul des plus courtes distances des centres, l'instant où le côté QR est le plus petit possible, avec celui où l'angle QZR qui mesure la distance des centres, est réellement un *minimum*. Pour parvenir à cette détermination, je chercherai, 1.^o le plus grand accroissement du côté ZR correspondant à une minute de temps; 2.^o la plus grande valeur de la tangente de l'angle Z ; 3.^o la plus petite valeur du côté ZR . Substituant ensuite ces valeurs particulières dans l'équation du §. 41; il est évident que l'on aura le plus grand accroissement possible de la tangente de l'angle Z correspondant à une minute de temps, en supposant le côté QR parvenu au *minimum*.

Détermination du plus grand accroissement du côté ZR , correspondant à une minute de temps.

PROBLÈME.

(43.) Déterminer en général le rapport de l'accroissement du côté ZR , à l'accroissement simultané de l'arc de l'Équateur qui mesure le temps.

SOLUTION. La droite ZR est la distance de l'observateur au plan actuel de projection; si dans l'expression de cette distance tirée du §. 40 du 2.^d *Mém.* l'on substitue à la cosécante de la parallaxe

Qq *iii*

Fig. 2.

horizontale de la Lune, la quantité $\frac{r^2}{\pi}$, que nous avons vu

(§. 75 du même Mém.) lui être égale, & que l'on compare le résultat avec la valeur de E du §. 38 du présent Mémoire,

l'on verra que $ZR = \frac{Er}{\pi}$; donc diff. $ZR = \frac{r dE}{\pi}$; donc

(§. 39) différent. $ZR = \frac{[cpqv^2g - 2\gamma r^4 (f. \frac{r dg}{h} - \epsilon)]}{r^4 v^2} \times \frac{r dg}{h}$,

mais $\frac{r dg}{h}$ est la différentielle de l'arc de l'équateur qui mesure le temps; donc en général

$$\text{Accr. du côté } ZR = \text{Accr. sim. de l'arc hor.} \times \frac{[cpqv^2g - 2\gamma r^4 (f. \frac{r dg}{h} - \epsilon)]}{r^4 v^2}.$$

(44.) Dans l'équation du §. précédent, si l'on fait $c = r$, $\eta = r$, $g = r$, c'est-à-dire si l'on suppose l'angle horaire de 90° , la latitude du lieu & la déclinaison du Soleil, nulles; & que de plus l'instant écoulé depuis la conjonction jusqu'au moment de la plus grande phase, soit d'environ deux heures; c'est-à-dire $f. \frac{r dg}{h} - \epsilon = 2v$, l'on aura

$$\text{Accroissement du côté } ZR = \text{Accroiss. simultané de l'arc hor.} \times \left(\frac{p}{r} - \frac{4\gamma}{v} \right).$$

(45.) Dans l'équation précédente, l'accroissement de l'arc horaire correspondant à une minute de temps, est une quantité constante, & a pour expression de son logarithme 7,6398174; $\frac{p}{r}$ & v sont également des quantités constantes pour toutes les éclipses, & le logarithme de cette dernière quantité = 9,4179686; l'accroissement du côté ZR est donc d'autant plus grand que γ est une quantité plus petite; si donc l'on suppose, $\log. \gamma = 7,3026970$, qui est à peu près le logarithme correspondant à la plus petite valeur de γ ; l'on aura pour logarithme du plus grand accroissement possible du côté ZR correspondant à une minute de temps 7,6389716.

*DÉTERMINATION de la plus grande valeur de l'angle Z,
& de la plus petite valeur du côté Z R.*

(46.) Puisque l'angle Z mesure la distance des centres du Fig. 2.
Soleil & de la Lune, la plus grande valeur que l'on puisse
supposer à cet angle est de le faire égal à la somme des demi-
diamètres du Soleil & de la Lune, car autrement il n'y auroit
point d'éclipse; mais si l'on donne à la Lune sa plus grande
parallaxe horizontale, & que l'on suppose le diamètre du
Soleil le plus grand possible, l'angle Z ne peut surpasser $34'$
de degré. D'ailleurs le logarithme de la plus petite valeur du
côté ZR qui a lieu sous l'équateur lorsque la Lune péricée
passe au zénith $= 11,7436363$.

Donc (S. 41) lorsque le côté QR est parvenu au *minimum*,
le logarithme du plus grand accroissement de la tangente de
l'angle Z correspondant à une minute de temps $= 3,8905545$.

(47.) Pour apprécier le *maximum* d'erreur, nous avons
fait des suppositions qui ne peuvent cadrer à la fois: en effet,
par exemple, dans la détermination du plus grand accroisse-
ment du côté ZR, nous avons supposé l'angle horaire de
 90^d ; au contraire pour déterminer la plus petite valeur du
côté ZR, nous avons supposé l'angle horaire de 0^d ; cette
remarque suffit pour montrer que le *maximum* d'erreur est
apprécié au-delà de la juste valeur.

(48.) Si l'on cherche à quelle tangente répond le loga-
rithme $3,8905545$, l'on trouvera que c'est à la tangente
d'environ neuf tierces de degrés; donc dans les suppositions
extrêmes, lorsque le côté QK est un *minimum*, l'accroisse-
ment de la distance des centres est tel qu'à bout d'une minute
de temps cet angle ne variroit que d'environ neuf tierces
de degrés; mais il est impossible à l'Astronomie de distin-
guer l'instant où l'accroissement de la distance des centres est
absolument nul, d'avec l'instant où cet accroissement est si
infinitement petit qu'en une minute de temps, il ne seroit

Fig. 2. varier l'angle que d'environ neuf tierces de degrés, l'on peut donc donner pour symptôme du *minimum* de l'angle QZR , la condition qui donne le *minimum* du côté QR .

(49.) L'on peut conclure du §. 35, que QR a pour expression $\frac{\zeta}{r} \times \sqrt{A^2 + B^2}$. Donc lorsque l'angle QZR est un *minimum*, l'on a

$$AdA + BdR = 0.$$

De la plus courte distance des centres, par rapport aux différens lieux situés sous le même parallèle.

PROBLÈME.

(50.) Déterminer, dans les nouvelles suppositions, la valeur particulière de B , correspondante au *minimum* de l'angle QZR .

SOLUTION. L'on a vu (§. 49) que lorsque l'angle QZR est un *minimum*, $B = -\frac{AdA}{dR}$. Si dans cette équation l'on élimine A , dA , dR par le moyen des équations des §§. 38 & 39, l'on aura

$$B = \frac{\left(-\frac{cp\phi g}{r^4} + \frac{cp\omega h}{r^3}\right) \times \left(-\frac{\psi l}{\zeta} + \frac{gs\phi}{r^2} - \frac{cg\phi\omega}{r^3} - \frac{chp\phi\phi}{r^4}\right)}{\frac{nr^2}{\zeta u} - \frac{cp\phi\omega g}{r^4} - \frac{cp\phi h}{r^3}}.$$

(51.) L'angle qui mesure la distance des centres du Soleil & de la Lune, a en général pour expression de sa tangente $\frac{\pi\zeta\sqrt{A^2 + B^2}}{Er}$. Si l'on substitue à B la valeur particulière

$$-\frac{AdA}{dB}, \text{ ou (ce qui revient au même) si l'on substitue à } B \\ +\frac{AD}{C}, \text{ en supposant } \left\{ \begin{array}{l} C = \frac{nr^2}{\zeta u} - \frac{cp\phi\omega g}{r^4} - \frac{cp\phi h}{r^3} \\ D = \frac{cp\phi\phi g}{r^4} - \frac{cp\omega h}{r^3} \end{array} \right\}$$

l'angle qui mesure la plus courte distance des centres du Soleil & de la Lune, aura pour expression $\frac{\pi\zeta A\sqrt{C^2 + D^2}}{rCE}$.

Soit

Soit maintenant H un angle dont la tangente $= \frac{rC}{D}$,
l'expression précédente deviendra,

$$\text{Tangente de la plus courte distance des centres} = \frac{A\zeta\pi}{E \times \sin. H}.$$

(52.) Si l'on vouloit que π , au lieu d'exprimer le sinus de la parallaxe horizontale actuelle de la Lune, fût toujours dans la formule l'expression du sinus de la parallaxe horizontale à l'instant de la conjonction; l'on auroit, conformément à ce qui a été démontré (§. 77 & 78 du second Mémoire) en nommant variation π , la variation horaire du sinus de la parallaxe horizontale polaire de la Lune,

$$\text{Tang. de la plus courte dist. des centres} = \frac{A\zeta(\pi + \frac{b}{3600} \text{ variat. } \pi)}{E \times \sinus H}.$$

Du nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant de la plus grande phase.

(53.) Pour déterminer le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant de la plus grande phase, nous chercherons le lieu de la Lune dans son orbite relative à l'instant de ce phénomène, ou, ce qui revient au même, le chemin parcouru par la Lune depuis la conjonction. Il est sensible que le mouvement de la Lune dans cette orbite étant uniforme, l'expression du chemin parcouru donnera tout de suite l'expression du temps.

(54.) Il est facile de déterminer le chemin LQ du centre de la Lune, parcouru dans son orbite, depuis la conjonction jusqu'à l'instant de la plus grande phase; en effet; $LQ = LD + DQ + FI - FI$; l'on a Fig. 2.
vu (§. 35) que $\frac{B\zeta}{r} = DQ + FI$; donc
 $LQ = LD - FI + \frac{B\zeta}{r}.$

Nous venons de démontrer (§. 50) que la valeur particulière
Mém. 1765. . Rr

Fig. 2. de B , correspondante à la plus grande phase, étoit $B =$

$$\frac{\left(-\frac{c p p \phi g}{r^4} + \frac{c p \omega h}{r^3}\right) \times \left(-\frac{\psi l}{\zeta} + \frac{q s \phi}{r^2} - \frac{c g p \omega}{r^3} - \frac{c h p p \phi}{r^4}\right)}{\frac{\eta r^2}{\zeta v} - \frac{c p p \omega g}{r^4} - \frac{c p \phi h}{r^3}};$$

D'ailleurs

$$FI \text{ (2.^d Mém. §. 64 & 75) } = \frac{\pi' \zeta}{\pi r} \times \left(\frac{c g p}{\phi r} + \frac{a \omega}{r}\right);$$

$$LD \text{ (2.^d Mém. §. 44) } = \frac{c g p}{\phi r} + \frac{a \omega}{r} - \frac{\theta l}{r};$$

Donc (en éliminant la grandeur a par le moyen de l'équation du §. 31 du second Mémoire, & en substituant ζ à $r - \frac{\pi' \zeta}{\pi}$)

$$LD - FI = -\frac{\zeta}{r} \times \left(\frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q s \omega}{r^2} - \frac{c g p \phi}{r^3} + \frac{c h p p \phi}{r^4}\right).$$

Donc si l'on suppose

$$A = \frac{\psi l}{\zeta} - \frac{q s \phi}{r^2} + \frac{c g p \omega}{r^3} + \frac{c h p p \phi}{r^4}$$

$$C = \frac{\eta r^2}{\zeta v} - \frac{c p p \omega g}{r^4} - \frac{c p \phi h}{r^3}$$

$$D = \frac{c p p \phi g}{r^4} - \frac{c p \omega h}{r^3}$$

$$F = \frac{\theta l}{\zeta} - \frac{q s \omega}{r^2} - \frac{c g p \phi}{r^3} + \frac{c h p p \phi}{r^4},$$

$$\text{On aura } LQ = \frac{AD\zeta}{rC} - \frac{F\zeta}{r}.$$

(55.) Soit maintenant b le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction, jusqu'à l'instant de la plus grande phase. Puisque le mouvement de la Lune dans son orbite est uniforme, & que η exprime le chemin parcouru pendant 3600" horaires, l'on a, $b : 3600 :: LQ : \eta$.

$$b = \frac{3600}{\eta} \times LQ = \frac{3600 \zeta}{\eta r} \times \left(\frac{AD}{C} - F\right).$$

(56.) Nous avons déjà remarqué (§. 35), que

$$DF + RI = \frac{A\zeta}{r}, \text{ \& que } DQ + FI = \frac{B\zeta}{r} \\ = (\S. 54) \frac{AD\zeta}{rC}.$$

Donc

Si $\frac{AD}{C}$ & A sont positifs, le centre de la Lune sera vu dans l'angle boréal suivant du disque du Soleil.

Si $\frac{AD}{C}$ & A sont négatifs, le centre de la Lune sera vu dans l'angle austral précédent du disque.

Si $\frac{AD}{C}$ est négatif & A positif, le centre de la Lune sera vu dans l'angle boréal précédent du disque.

Si $\frac{AD}{C}$ est positif, & A négatif, le centre de la Lune sera vu dans l'angle austral suivant du disque.

(57.) Au lieu de déterminer simplement l'angle du disque du Soleil dans lequel se trouve le centre de la Lune, si l'on vouloit avoir l'expression de l'angle OCL de la ligne de comparaison, avec la droite CL qui joint les centres du Soleil & de la Lune; rien ne seroit plus facile. Cet angle a pour expression de sa tangente $\frac{rC}{D}$. Il est donc égal à l'angle H . Fig. 1.

(58.) Pour récapituler ce qui vient d'être démontré, soit

$$A = \frac{\frac{(A_1)}{\downarrow l}}{\zeta} - \frac{\frac{(A_2)}{qs\phi}}{r^2} + \frac{\frac{(A_3)}{cgp\omega}}{r^3} + \frac{\frac{(A_4)}{chpp\phi}}{r^4}.$$

$$C = \frac{\frac{(C_1)}{nr^2}}{\zeta v} - \frac{\frac{(C_2)}{cpp\omega g}}{r^4} - \frac{\frac{(C_3)}{cpg\phi h}}{r^3}.$$

$$D = \frac{\frac{(D_1)}{cpp\phi g}}{r^4} - \frac{\frac{(D_2)}{cpg\omega h}}{r^3}.$$

$$F = \frac{\frac{(F_1)}{\theta l}}{\zeta} - \frac{\frac{(F_2)}{qs\omega}}{r^2} - \frac{\frac{(F_3)}{cgp\phi}}{r^3} + \frac{\frac{(F_4)}{chpp\omega}}{r^4}.$$

$$E = \frac{\frac{(E_1)}{\xi}}{\zeta} - \frac{\frac{(E_2)}{ps\pi}}{r^2} - \frac{\frac{(E_3)}{cpg\phi h\pi}}{r^4} - \frac{\frac{(E_4)}{2b^2\pi}}{3600^2 r}.$$

L'on aura

$$b = \frac{3600\zeta^{(b_1)}}{nr} \times \frac{AD}{C} - \frac{3600\zeta^{(b_2)}}{nr} \times F;$$

$$\text{Tangente } H = \frac{rC}{D};$$

$$\text{Tangente de la plus courte distance des centres} = \frac{A\zeta\pi}{E \times \sin H}.$$

R r ij

(59.) Comme la quantité $\frac{2b^3\pi}{3600^2r}$ qui entre dans l'expression de E , complique les calculs; dans les exemples que nous donnerons, nous négligerons ce terme conformément à la remarque du §. 23, c'est-à-dire que nous supposerons $(E_4) = 0$.

(60.) Il est extrêmement essentiel dans l'usage de la formule, de ne pas se tromper sur le signe des grandeurs qui la composent; l'on se rappellera donc ce qui a été détaillé §. 8 & suivans; l'on remarquera seulement que v , (seule quantité nouvelle qui se trouve dans ces calculs) est toujours positif.

(61.) La remarque du §. 28, relativement à la caractéristique des logarithmes, s'applique également aux calculs de la plus courte distance des centres; il ne sera donc pas inutile de relire ce qui a été dit à ce sujet.

(62.) Avant de passer aux exemples, nous allons donner la Table des quantités constantes de l'éclipse, relatives à la recherche des plus courtes distances des centres.

TABLE des quantités constantes de l'Éclipse, relatives à la recherche des plus courtes distances des centres*.

<u>A.</u>		<u>C.</u>	<u>D.</u>
(A 1.)			
$\frac{31}{\zeta} = 731592$			
(A 2.)		(C 1.)	
$\frac{q\phi}{r^2} = -0,0586358$		$\frac{\eta r^2}{\zeta u} = 193801$	
(A 3.)		(C 2.)	(D 1.)
$\frac{p\omega}{r^3} = -10,3155335$		$\frac{pp\omega}{r^4} = -11,3916711$	$\frac{pp\phi}{r^4} = -11,1307920$
(A 4.)		(C 3.)	(D 2.)
$\frac{pp\phi}{r^4} = -11,1307920$		$\frac{p\phi}{r^3} = -10,0546544$	$\frac{p\omega}{r^3} = -10,3155335$

* Cette Table n'est en grande partie qu'une répétition de celle du §. 26.

$$\begin{array}{ccc}
 \frac{F.}{(F_1)} & & \frac{E.}{(E_1)} \\
 \frac{\theta l}{\zeta} = 7354. & \quad \quad & \xi = 99993. \\
 \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{q\omega}{r^2} = -0,3195149. \\ \frac{p\phi}{r^3} = -10,0546544. \\ \frac{pp\omega}{r^4} = -11,5916711. \end{array} \right. & \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{p\pi}{r^2} = -2,8798346. \\ \frac{pq\pi}{r^4} = -11,8027850. \\ \frac{r\pi}{3600^2 r} = -1,6154055. \end{array} \right. & \text{Log.} \left\{ \begin{array}{l} \frac{3600\zeta}{nr} = -6,149019. \\ \zeta\pi = +18,1949633. \end{array} \right.
 \end{array}$$

E X E M P L E.

(63.) Déterminer quels ont été aux différentes heures successives, sous le parallèle boréal de $48^d 51'$, le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant de la plus grande phase; l'angle de la ligne des centres avec la parallèle à l'orbite relative de la Lune; la plus courte distance des centres; & l'angle du disque du Soleil dans lequel s'est trouvé le centre de la Lune.

SOLUTION. Puisque la latitude vraie du parallèle est de $48^d 51'$ boréale, je conclus (2.^d Mém. 1.^{re} Table) que la latitude corrigée est de $48^d 41' 25''$, que par conséquent

$$\left. \begin{array}{l} s = + \sin. 48^d 41' 25'' \\ c = + \cos. 48^d 41' 25'' \end{array} \right\} \text{Logarithme} \left\{ \begin{array}{l} s = 9,8757280. \\ c = 9,8196289. \end{array} \right.$$

$$\text{Donc} \left\{ \begin{array}{l} \frac{qs\phi}{r^2} = 65629 \\ \frac{qs\omega}{r^2} = 35993 \\ \frac{ps\pi}{r^2} = 99. \end{array} \right. \begin{array}{l} (A_2) \\ (F_2) \\ (E_2) \end{array} \quad \text{Donc} \left\{ \begin{array}{l} (A_1) - (A_2) = + 7530. \\ (F_1) - (F_2) = - 28639. \\ (E_1) - (E_2) = + 99894. \end{array} \right.$$

Par le moyen de ces quantités & de la Table du §. précédent, j'évalue la valeur & le signe des grandeurs A , C , D , F , E , correspondantes aux différentes heures successives, en faisant

318 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
grande attention au signe des termes qui les composent. Je
conclus enfin (S. 58) le nombre b de secondes horaires écoulées
depuis la conjonction, jusqu'à l'instant de la plus grande phase;
l'angle H , la quantité de la plus courte distance des centres; &
(S. 56) l'angle du disque du Soleil dans lequel s'est trouvé le
centre de la Lune. Le Type du calcul rendra tout cela sensible.

TYPE du Calcul pour 7 heures du matin.

$$\left. \begin{array}{l} g = - \sin. 75^d \\ h = + \cos. 75. \end{array} \right\} \text{Logarithmes} \left\{ \begin{array}{l} g = 9,9849438. \\ h = 9,4129962. \\ cg = 19,8045727. \\ ch = 19,2326251. \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{rcl} A = + (A_1) - (A_2) - (A_3) + (A_4) & (A_1) - (A_2) = + 7530. & \\ \quad (A_3) & (A_4) & \\ 19,8045727 \dots \log. cg. & 19,2326251 \dots \log. ch. & \\ -10,3155335. & -11,1307920. & \\ \hline 9,4890392 \dots \log. 30835. & 8,1018331 \dots \log. 1264. & \\ A = - 22041 \dots \dots \text{Logarithme } A = 9,3432313. & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} C = + (C_1) + (C_2) - (C_3) & C_1 = + 193801. & \\ \quad (C_2) & (C_3) & \\ 19,8045727 \dots \log. cg. & 19,2326251 \dots \log. ch. & \\ -11,3916711. & -10,0546544. & \\ \hline 8,4129016 \dots \log. 2588. & 9,1779707 \dots \log. 15065. & \\ C = + 181324 \dots \dots \text{Logarithme } C = 10,2584553. & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} D = - (D_1) - (D_2) & & \\ \quad (D_1) & (D_2) & \\ 19,8045727 \dots \log. cg. & 19,2326251 \dots \log. ch. & \\ -11,1307920. & -10,3155335. & \\ \hline 8,6737807 \dots \log. 4718. & 8,9170916 \dots \log. 8262. & \\ D = - 12980 \dots \dots \text{Logarithme } D = 9,1132747. & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} F = + (F_1) - (F_2) + (F_3) + (F_4) & (F_1) - (F_2) = - 28639. & \\ \quad (F_3) & (F_4) & \\ 19,8045727 \dots \log. cg. & 19,2326251 \dots \log. ch. & \\ -10,0546544. & -11,3916711. & \\ \hline 9,7499183 \dots \log. 56224. & 7,8409540 \dots \log. 6958. & \\ F = + 28278 \dots \dots \text{Logarithme } F = 9,4514487. & & \end{array}$$

$$E = + (E_1) - (E_2) - (E_3); \quad (E_1) - (E_2) = + 99894.$$

$$\begin{array}{r} (E_3) \\ 19,2326251 \dots \log. ch. \\ - 11,8027850. \\ \hline 7,4298401 \dots \log. 269. \end{array}$$

$$E = 99625 \dots \text{Logarithme } E = 9,9983683.$$

CALCUL du nombre de secondes horaires écoulées depuis la Conjonction.

$$\begin{array}{r} (b_1) \\ 9,3432313 \dots \log. A. \\ \hline 9,1132747 \dots \log. D. \\ \hline 18,4565060. \\ - 10,2584553 \dots \log. C. \\ \hline 8,1980507. \end{array} \quad \begin{array}{r} (b_2) \\ 9,4514487 \dots \log. F. \\ \hline 6,1490219 \dots \log. \frac{3600\zeta}{nr} \\ \hline 3,3024268 \dots \log. 2006''. \end{array}$$

$$2,0490288 \dots \log. 112''. \quad \quad \quad 3,3024268 \dots \log. 2006''.$$

$$b = - 1894''.$$

CALCUL de la plus courte distance des Centres.

$$\begin{array}{r} 20,2584553 \dots \log. rC. \\ - 9,1132747 \dots \log. D. \\ \hline 11,1451806 \dots \log. \text{tang. } H. \end{array} \quad \begin{array}{r} 18,1949633 \dots \log. \zeta\pi. \\ + 9,3432313 \dots \log. A. \\ \hline 27,5381946. \\ - 9,9983683 \dots \log. E. \\ \hline 17,5398263. \\ - 9,9988901 \dots \log. \text{fin. } H. \\ \hline 7,5409362 \dots \log. \text{tang. dist. des centres.} \end{array}$$

$$H = 85^d 54' 20''.$$

$$\text{Log. sinus } H = 9,9988901.$$

$$\text{Distance des centres} = 11' 56'' 40''.$$

Et attendu que $\frac{AD}{C}$ est positif, & que A est négatif, le centre de la Lune étoit dans l'angle austral suivant du disque du Soleil.

(64.) Il est une remarque qui ne doit point échapper, c'est que les calculs du §. 63, peuvent également servir à déterminer la distance des centres du Soleil & de la Lune pour huit points de la Terre, quatre sous le parallèle boréal

& quatre sous le parallèle austral. Ces huit points sont ceux relativement auxquels à l'instant de la plus grande phase, les sinus & les cosinus de latitude & d'angles horaires, ont la même valeur absolue, & ne diffèrent que par les signes. Un exemple va nous éclaircir.

RECHERCHE de la plus courte distance des centres pour huit points particuliers des Parallèles de 48^d 51'.

PARALLÈLE BORÉAL.

$$s = + \sin. 48^d 41' 25'' \quad c = + \cos. 48^d 41' 25''$$

5 heures du matin.

$$\begin{aligned} g &= - \sin. 75^d & h &= - \cos. 75^d \\ A &= + (A_1) - (A_2) - (A_3) - (A_4) = - 24569. \\ C &= + (C_1) + (C_2) + (C_3) \dots\dots\dots = + 211454. \\ D &= - (D_1) + (D_2) \dots\dots\dots = + 3544. \\ F &= + (F_1) - (F_2) + (F_3) - (F_4) = + 26892. \\ E &= + (E_1) - (E_2) + (E_3) \dots\dots\dots = + 100163. \end{aligned}$$

7 heures du matin.

$$\begin{aligned} g &= - \sin. 75^d & h &= + \cos. 75^d \\ A &= + (A_1) - (A_2) - (A_3) + (A_4) = - 22041. \\ C &= + (C_1) + (C_2) - (C_3) \dots\dots\dots = + 181324. \\ D &= - (D_1) - (D_2) \dots\dots\dots = - 12980. \\ F &= + (F_1) - (F_2) + (F_3) + (F_4) = + 28278. \\ E &= + (E_1) - (E_2) - (E_3) \dots\dots\dots = + 99625. \end{aligned}$$

5 heures du soir.

$$\begin{aligned} g &= + \sin. 75^d & h &= + \cos. 75^d \\ A &= + (A_1) - (A_2) + (A_3) + (A_4) = + 39629. \\ C &= + (C_1) - (C_2) - (C_3) \dots\dots\dots = + 176148. \\ D &= + (D_1) - (D_2) \dots\dots\dots = - 3544. \\ F &= + (F_1) - (F_2) - (F_3) + (F_4) = - 84170. \\ E &= + (E_1) - (E_2) - (E_3) \dots\dots\dots = + 99625. \end{aligned}$$

7 heures du soir.

$$\begin{aligned} g &= + \sin. 75^d & h &= - \cos. 75^d \\ A &= + (A_1) - (A_2) + (A_3) - (A_4) = + 37101. \\ C &= + (C_1) - (C_2) + (C_3) \dots\dots\dots = + 206278. \\ D &= + (D_1) + (D_2) \dots\dots\dots = + 12980. \\ F &= + (F_1) - (F_2) - (F_3) - (F_4) = - 85556. \\ E &= + (E_1) - (E_2) + (E_3) \dots\dots\dots = + 100163. \end{aligned}$$

PARALLÈLE

PARALLÈLE AUSTRAL.

$$s = -\sin. 48^d 41' 25'' \quad c = +\cosin. 48^d 41' 25''$$

5 heures du matin.

$$g = -\sin. 75.$$

$$h = -\cosin. 75.$$

$$A = + (A_1) + (A_2) - (A_3) - (A_4). = + 106689.$$

$$C = + (C_1) + (C_2) + (C_3) \dots \dots \dots = + 211454.$$

$$D = - (D_1) + (D_2) \dots \dots \dots = + 3544.$$

$$F = + (F_1) + (F_2) + (F_3) - (F_4). = + 98878.$$

$$E = + (E_1) + (E_2) + (E_3) \dots \dots \dots = + 100361.$$

7 heures du matin.

$$g = -\sin. 75^d$$

$$h = +\cosin. 75^d$$

$$A = + (A_1) + (A_2) - (A_3) + (A_4). = + 109217.$$

$$C = + (C_1) + (C_2) - (C_3) \dots \dots \dots = + 181324.$$

$$D = - (D_1) - (D_2) \dots \dots \dots = - 12980.$$

$$F = + (F_1) + (F_2) + (F_3) + (F_4). = + 100264.$$

$$E = + (E_1) + (E_2) - (E_3) \dots \dots \dots = + 99823.$$

5 heures du soir.

$$g = +\sin. 75^d$$

$$h = +\cosin. 75^d$$

$$A = + (A_1) + (A_2) + (A_3) + (A_4). = + 170887.$$

$$C = + (C_1) - (C_2) - (C_3) \dots \dots \dots = + 176148.$$

$$D = + (D_1) - (D_2) \dots \dots \dots = - 3544.$$

$$F = + (F_1) + (F_2) - (F_3) + (F_4). = - 12184.$$

$$E = + (E_1) + (E_2) - (E_3) \dots \dots \dots = + 99823.$$

7 heures du soir.

$$g = +\sin. 75^d$$

$$h = -\cosin. 75^d$$

$$A = + (A_1) + (A_2) + (A_3) - (A_4). = + 168359.$$

$$C = + (C_1) - (C_2) + (C_3) \dots \dots \dots = + 206278.$$

$$D = + (D_1) + (D_2) \dots \dots \dots = + 12980.$$

$$F = + (F_1) + (F_2) - (F_3) - (F_4). = - 13570.$$

$$E = + (E_1) + (E_2) + (E_3) \dots \dots \dots = + 100361.$$

Mém. 1765.

. S f

Il ne s'agit donc que de chercher les logarithmes des nouvelles quantités A, C, D, F, E , & d'achever le calcul comme dans l'exemple du §. 63.

ARTICLE V.

*De tous les lieux qui observent la plus grande Phase
au lever & au coucher du Soleil.*

(65.) Parmi cette suite de points de notre globe qui observent la plus grande phase aux différentes heures, il y en a qui peuvent mériter une attention particulière, ce sont ceux qui éprouvent ce phénomène au lever & au coucher du Soleil. J'ai déjà remarqué (§. 37) l'inexactitude de la méthode des projections. Dans le cas qui nous occupe, une des
 Fig. 3. deux erreurs s'évanouit, attendu que les points C & O sont communs à la droite CDO que l'on prend pour le lieu géométrique de toutes les distances égales des centres, & à la courbe CdO , véritable lieu géométrique de ces distances, mais la principale source d'erreur, celle qui dépend de l'inclinaison de la ligne des centres avec l'orbite relative à l'instant du phénomène, subsiste en entier.

(66.) L'on a vu (2.^d Mém. §. 36) que la valeur de h qui répond au lever & au coucher du Soleil, a pour expression ; $h = -\frac{p^s r^2}{c p q}$; si donc l'on substitue cette valeur dans les équations du §. 58, & que l'on fasse pour abréger le calcul,

$$f = \sqrt{\left(\frac{c p q}{r^2} + \frac{p^s}{r}\right) \times \left(\frac{c p q}{r^2} - \frac{p^s}{r}\right)},$$

l'on aura

Pour le lever du Soleil.

$$A = \frac{(A_1)}{\zeta} - \frac{(A_2)}{q} - \frac{(A_3)}{q}$$

$$C = \frac{(C_1)}{\zeta v} + \frac{(C_2)}{qr} + \frac{(C_3)}{qr}$$

$$D = \frac{(D_1)}{qr} - \frac{(D_2)}{qr}$$

$$F = \frac{(F_1)}{\zeta} - \frac{(F_2)}{q} + \frac{(F_3)}{q}$$

$$E = \xi - \frac{(E_2)}{3600^2 r}$$

$$b = \frac{(b_1)}{3600 \zeta} \times \frac{AD}{C} - \frac{(b_2)}{3600 \zeta} \times F$$

$$\text{Tangente } H = \frac{rC}{D}$$

$$\text{Tangente de la plus courte distance des centres} = \frac{A\zeta\pi}{E \times \sin. H}$$

$$\text{Cosinus de l'angle horaire à l'instant du phénomène} = - \frac{p s r^2}{c p q}$$

$$\text{Si l'on n'a point égard au terme} - \frac{\gamma b^2 \pi}{3600^2 r}$$

$$E = \xi$$

$$\text{Tangente de la plus courte distance des centres} = \frac{A\zeta\pi}{\xi \times \sin. H}$$

Il n'y a de nouvelle quantité dans cette formule que la quantité f que l'on regardera toujours comme positive; cette quantité ne dépend que de la latitude du lieu, & elle est la même pour le lever & le coucher du Soleil, pour le parallèle boréal & pour le parallèle austral.

Sf ij

Les remarques des §§. 28 & 60, s'appliquent également à ces recherches.

(67.) TABLE des quantités constantes de l'Éclipse,
relatives à la recherche des plus grandes phases
au lever & au coucher du Soleil.

f.

$$\text{Logarithmes} \begin{cases} \frac{p}{r} = - 1,0761376. \\ \frac{pq}{r^2} = + 0,0009120. \end{cases}$$

A.(A₁)

$$\frac{\downarrow l}{\zeta} = 73159.$$

(A₂)

$$\text{Log.} \begin{cases} \frac{\varphi}{q} = - 0,0555664. \\ \frac{\omega}{q} = - 0,3164455. \end{cases}$$

(A₃)C.(C₁)

$$\frac{nr^2}{\zeta v} = 193801.$$

(C₂)

$$\text{Log.} \begin{cases} \frac{p\varphi}{qr} = - 1,1317040. \\ \frac{p\omega}{qr} = - 1,3925831. \end{cases}$$

(C₃)D.(D₁)

$$\text{Log.} \begin{cases} \frac{p\omega}{qr} = - 1,3925831. \\ \frac{p\varphi}{qr} = - 1,1317040. \end{cases}$$

(D₂)F.(F₁)

$$\frac{\theta l}{\zeta} = 7354.$$

(F₂)

$$\text{Log.} \begin{cases} \frac{\omega}{q} = - 0,3164455. \\ \frac{\varphi}{q} = - 0,0555664. \end{cases}$$

(F₃)E.(E₁)

$$\xi = 99993.$$

(E₂)

$$\text{Log.} \begin{cases} \xi = 99999711. \\ \zeta\pi = + 18,1949633. \end{cases}$$

$$\text{Log.} \begin{cases} \xi = 99999711. \\ \zeta\pi = + 18,1949633. \end{cases}$$

$$\text{Log.} \frac{3600\zeta}{nr} = - 6,1490219.$$

$$\text{Log.} \frac{pr^2}{pq} = + 8,9229504.$$

E X E M P L E.

(68.) *L'on demande quels ont été, dans l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, sous les différens parallèles terrestres, le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant de la plus grande phase, l'angle de la ligne des centres avec la parallèle à l'orbite relative de la Lune, la plus courte distance des centres, l'angle du disque du Soleil dans lequel s'est trouvé le centre de la Lune, & l'heure du phénomène.*

SOLUTION. Par le moyen de la Table précédente, j'évalue les valeurs & le signe des grandeurs f, A, C, D, F, E correspondantes aux différens parallèles, en faisant grande attention au signe des termes qui les composent; & je conclus le nombre b de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant du phénomène; la valeur de l'angle H ; la quantité de la plus courte distance des centres; l'angle du disque du Soleil dans lequel s'est trouvé le centre de la Lune; & l'heure du phénomène.

T Y P E du Calcul.

COUCHER DU SOLEIL pour le Parallèle boréal de $48^d 51'$.

$$\left. \begin{array}{l} s = + \sin. 48^d 41' 25'' \\ c = + \cos. 48. 41. 25 \end{array} \right\} \text{Logarithmes} \left\{ \begin{array}{l} s = 9,8757280. \\ c = 9,8196289. \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{rcl} 9,8757280 \dots \log. s. & f. & 9,8196289 \dots \log. c. \\ -1,0761376 \dots \log. \frac{p}{r} & & +0,0009120 \dots \log. \frac{pq}{r^2} \\ \hline 8,7995904 \dots \log. 6304. & & 9,8205409 \dots \log. 66152. \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{pq}{r^2} + \frac{ps}{r} = 72456. \\ \frac{pq}{r^2} - \frac{ps}{r} = 59848. \end{array} \right\} \text{Logarithmes} \left\{ \begin{array}{l} = 9,8600744. \\ = 9,7770496. \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} 19,6371240. \\ 2. \\ \hline \text{Logarithme } f = 9,8185620. \\ \text{S f iij} \end{array}$$

326 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

$$A = + (A_1) - (A_2) + (A_3) \quad (A_1) = + 73159.$$

(A_2)	(A_3)
9,8757280...log. s.	9,8185620...log. f.
<u>-0,0555664.</u>	<u>-0,3164455.</u>
9,8201616...log. 66094.	9,5021165...log. 31777.

$$A = + 38842..... \text{Logarithme } A = 9,5893016.$$

$$C = + (C_1) + (C_2) - (C_3) \quad C_1 = + 193801.$$

(C_2)	(C_3)
9,8757280...log. s.	9,8185620...log. f.
<u>-1,1317040.</u>	<u>-1,3925831.</u>
8,7440240...log. 5547.	8,4259789...log. 2667.

$$C = + 196681..... \text{Logarithme } C = 10,2937624.$$

$$D = + (D_1) + (D_2)$$

(D_1)	(D_2)
9,8757280...log. s.	9,8185620...log. f.
<u>-1,3925831.</u>	<u>-1,1317040.</u>
8,4831449...log. 3042.	8,6868580...log. 4862.

$$D = + 7904..... \text{Logarithme } D = 8,8978469.$$

$$F = + (F_1) - (F_2) - (F_3) \quad (F_1) = + 7354.$$

(F_2)	(F_3)
9,8757280...log. s.	9,8185620...log. f.
<u>-0,3164455.</u>	<u>-0,0555664.</u>
9,5592825...log. 36248.	9,7629956...log. 57942.

$$F = - 86836..... \text{Logarithme } F = 9,9386998.$$

CALCUL du nombre de secondes horaires écoulées depuis la Conjonction.

(b_1)	
9,5893016...log. A.	
8,8978469...log. D.	
<u>18,4871485.</u>	
-10,2937624...log. C.	
8,1933861.	
- 6,1490219...log. $\frac{3600\zeta}{\eta r}$.	
<u>2,0443642...log. 111".</u>	
	(b_2)
	9,9386998...log. F.
	- 6,1490219...log. $\frac{3600\zeta}{\eta r}$.
	<u>3,7896779...log. 6161".</u>

$$b = + 6272".$$

CALCUL de la plus courte distance des Centres.

$$\begin{array}{rcl}
20,2937624 \dots \log. rC. & 18,1949633 \dots \log. \zeta\pi. & \\
- 8,8978469 \dots \log. D. & + 9,5893016 \dots \log. A. & \\
\hline
11,3959155 \dots \log. \text{tang. } H. & 27,7842649. & \\
& - 9,9999711 \dots \log. \xi. & \\
& \hline
& 17,7842938. & \\
& - 9,9996496 \dots \log. \text{sinus } H. & \\
& \hline
& 7,7846442 \dots \log. \text{tang. dist. des centres.} & \\
\text{Distance des centres} = 20' 56'' 30'''. & &
\end{array}$$

Et attendu que $\frac{AD}{C}$ & A sont positifs, le centre de la Lune étoit dans l'angle boréal suivant du disque du Soleil.

CALCUL de l'heure à laquelle arrive le Phénomène.

$$\begin{array}{rcl}
9,8757280 \dots \log. s. & & \\
+ 8,9229504 \dots \log. \frac{Pr^2}{pq} & & \\
\hline
18,7986784. & & \\
- 9,8196289 \dots \log. c. & & \\
\hline
8,9790495 \dots \log. h. & & \\
h = - \text{sinus } 5^d 28' 5''. & &
\end{array}$$

Angle horaire à l'instant du phénomène = $95^d 28' 5''$.

Heure du coucher du Soleil... $6^h 21' 52''$.

(69.) Par le moyen des mêmes calculs, on trouve également la plus courte distance des centres pour le lever & le coucher du Soleil sous le parallèle boréal de $48^d 51'$, & pour le lever & le coucher du Soleil sous le parallèle austral de $48^d 51'$.

Parallèle boréal de $48^d 51'$.

$$s = + \text{sinus } 48^d 41' 25'' \quad c = + \text{cosinus } 48^d 41' 25''$$

Lever du SOLEIL.

$$\begin{array}{rcl}
A = + (A_1) - (A_2) - (A_3) \dots \dots \dots = - 24712. & & \\
C = + (C_1) + (C_2) + (C_3) \dots \dots \dots = + 202015. & & \\
D = + (D_1) - (D_2) \dots \dots \dots = - 1820. & & \\
F = + (F_1) - (F_2) + (F_3) \dots \dots \dots = + 29048. & &
\end{array}$$

$5^h 38' 8''$ du matin.

*Coucher du SOLEIL.*6^h 21' 52" du soir.

$$A = + (A_1) - (A_2) + (A_3) \dots\dots\dots = + 38842.$$

$$C = + (C_1) + (C_2) - (C_3) \dots\dots\dots = + 196681.$$

$$D = + (D_1) + (D_2) \dots\dots\dots = + 7904.$$

$$F = + (F_1) - (F_2) - (F_3) \dots\dots\dots = - 86836.$$

Parallèle austral de 48^d 51'.

$$s = - \sinus 48^d 41' 25'' \qquad c = + \cosinus 48^d 41' 25''$$

*Lever du SOLEIL.*6^h 21' 52" du matin.

$$A = + (A_1) + (A_2) - (A_3) \dots\dots\dots = + 107476.$$

$$C = + (C_1) - (C_2) + (C_3) \dots\dots\dots = + 190921.$$

$$D = - (D_1) - (D_2) \dots\dots\dots = - 7904.$$

$$F = + (F_1) + (F_2) + (F_3) \dots\dots\dots = + 101544.$$

*Coucher du SOLEIL.*5^h 38' 8" du soir.

$$A = + (A_1) + (A_2) + (A_3) \dots\dots\dots = + 171030.$$

$$C = + (C_1) - (C_2) - (C_3) \dots\dots\dots = + 185587.$$

$$D = - (D_1) + (D_2) \dots\dots\dots = + 1820.$$

$$F = + (F_1) + (F_2) - (F_3) \dots\dots\dots = - 14340.$$

(70.) Lorsque cpq est moindre que psr , la valeur de f est imaginaire; le problème n'a donc plus lieu. En effet dans ce cas le Soleil ne se couche plus pour le parallèle; il n'y a donc aucun lieu situé sous ce parallèle qui voie le milieu de l'éclipse au lever & au coucher du Soleil.

Lorsque $cpq = psr$, la quantité $f = 0$; & les valeurs A, C, D, F, E , sont les mêmes pour le lever & le coucher du Soleil. Mais alors l'on a $h = \pm r$, & $g = 0$: c'est le cas où le Soleil est à l'horizon dans le méridien, & par conséquent le cas où il se couche & se lève dans le même instant.

ARTICLE VI.

De la conversion du nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction, en expression de la longitude du lieu.

(71.) L'on a vu dans les articles précédens, comment l'on détermine le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction, jusqu'à l'instant où la plus grande phase arrive par rapport à un certain point d'un parallèle donné. Cette méthode n'indique pas directement la longitude de ce lieu. Nous allons nous occuper plus particulièrement de cette détermination.

(72.) L'angle horaire d'un lieu quelconque à l'instant de la conjonction, est égal à l'angle horaire de ce même lieu à l'instant d'une phase quelconque, moins l'arc de l'Équateur qui mesure le temps écoulé entre l'instant de la conjonction & celui de cette phase. Si donc l'on suppose que, relativement à un lieu M , la phase est arrivée lorsqu'il étoit dans ce lieu une certaine heure désignée par l'angle horaire m , que le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant du phénomène soit exprimé par b , & que l'on nomme β l'arc de l'Équateur qui répond au nombre b de secondes horaires, l'on aura

Angle horaire du lieu M à l'instant de la conjonction $= m - \beta$.

(73.) Soit maintenant A un autre lieu dont la position est supposée connue; a l'angle horaire du Soleil dans le lieu A à l'instant de la conjonction. Si l'on veut comparer la position respective des lieux A & M , il est sensible que, puisque la différence des longitudes de deux lieux quelconques est égale à la différence des angles horaires correspondans au même instant physique, l'on a

Longitude du lieu M — longitude du lieu $A = m - \beta - a$.

Si donc l'on suppose, longitude du lieu $A = o^d o' o''$, c'est-à-dire si l'on compte les longitudes en partant du lieu A , l'on a

Longitude du lieu M évaluée en degrés $= -a + m - \beta$.

(74.) Il est essentiel de ne pas se tromper sur les signes de la formule du paragraphe précédent. L'on n'oubliera donc pas que

Mém. 1765.

z T t

β est positif lorsque b est positif, c'est-à-dire lorsque l'instant de la conjonction est passé, & que β est négatif lorsque b est négatif, c'est-à-dire lorsque l'instant de la conjonction n'est pas encore passé. Quant aux angles horaires, nous les compterons depuis 0^d jusqu'à 180^d de part & d'autre du méridien supérieur. Nous regarderons comme positifs les angles horaires depuis midi jusqu'à minuit, & comme négatifs les angles horaires entre minuit & midi, ainsi, par exemple, l'angle horaire correspondant à 8^h du soir $= + 120^d$, & l'angle horaire correspondant à 4^h du matin $= - 120^d$. Nous distinguerons de même deux espèces de longitudes, *longitude orientale* & *longitude occidentale*, que nous compterons depuis 0^d jusqu'à 180^d ; nous regarderons les longitudes orientales comme positives, & les longitudes occidentales comme négatives.

(75.) Lors de l'éclipse du 1.^{er} Avril 1764, l'on a supposé que la conjonction étoit arrivée lorsqu'il étoit à Paris $10^h 31' 23''$ du matin; si donc Paris est le lieu que nous avons désigné par le lieu A ; l'angle $a = - 22^d 9' 15''$ & la formule du §. 73 devient

$$\text{Longitude du lieu } M = + 22^d 9' 15'' + m - \beta.$$

E X E M P L E.

(76.) *Trouver la longitude du lieu pour lequel la plus grande phase est arrivée à 7 heures du matin sous le parallèle boréal de $48^d 51'$.*

SOLUTION. Puisque nous comptons les angles horaires depuis 0^d jusqu'à 180^d de part & d'autre du méridien supérieur, & que l'heure est entre minuit & midi, l'angle horaire est négatif & $m = - 75^d$. Le temps écoulé depuis la conjonction $= - 1894''$, qui réduit en degré $= - 7^d 53' 30''$; donc $\beta = - 7^d 53' 30''$; donc la longitude de ce lieu

$$= \left\{ \begin{array}{l} + 22^d 9' 15'' \\ - 75. 0. 0. \\ + 7. 53. 30. \end{array} \right\} = - 44^d 57' 15''; \text{ \& comme la}$$

longitude est négative, le lieu est plus occidental que Paris.

(77.) Il pourroit arriver que l'expression de la longitude fût donnée sous la forme d'un arc $\left\{ \begin{smallmatrix} + n \\ - n \end{smallmatrix} \right\}$ plus grand que 180 degrés. Comme l'on a supposé que les longitudes n'étoient comptées que depuis 0^d jusqu'à 180^d, dans ce cas, l'on substituera à l'expression $\left\{ \begin{smallmatrix} + n \\ - n \end{smallmatrix} \right\}$ de la longitude, cette nouvelle expression $\left\{ \begin{smallmatrix} - 360^d + n \\ + 360. - n \end{smallmatrix} \right\}$.

OBSERVATION sur les Articles précédens.

(78.) Les équations des *articles 4 & 5* peuvent être d'un très-grand usage. En effet, si l'on épuise les différentes heures des différens parallèles terrestres, en prenant par exemple ces parallèles de 10^d en 10^d, il est sensible que l'on aura une idée complète de l'éclipse, presque pour tous les points de la Terre.

(79.) La formule de l'*article 4* peut également servir à déterminer quelle plus grande phase l'on éprouve à une certaine heure donnée sous les différentes latitudes. Il ne s'agit que de regarder dans la formule l'angle horaire comme constant, & de faire varier la latitude.

ARTICLE VII.

De quelques questions du genre de maximis & minimis, relatives aux recherches précédentes.

(80.) Si l'on calcule les distances des centres correspondantes aux différentes heures d'un même parallèle, il sera aisé de remarquer que tous les lieux situés sous le même parallèle, n'observent pas la même plus grande phase. Ce phénomène dépend de l'angle horaire. Ainsi donc dans l'exemple particulier de l'éclipse du 1.^{er} Avril 1764, le lieu qui, sous le parallèle boréal de 48^d 51', a vu la plus courte distance des centres à 7^h du matin, n'a pas observé la même phase que celui pour qui ce phénomène arrivoit à 2^h du soir. Quoique la différence des heures occasionne une très-grande diversité dans les plus courtes distances, il est cependant une

limite que ces distances ne peuvent pas franchir; il est une certaine heure au-delà de laquelle les phases après avoir décrû recommencent à croître. Le lieu qui observe la plus courte distance des centres correspondante à cette heure particulière, est donc celui qui sous la même latitude voit la plus grande ou la plus petite phase possible.

(81.) L'on a vu que l'on pouvoit donner par symptôme Fig. 2. du *minimum* de l'angle QZR , la condition qui donne le *minimum* du côté QR . Nous suivrons le même procédé; au lieu donc de déterminer le *minimum* du *minimum* de l'angle QZR , nous déterminerons pour chaque latitude, le *minimum* du *minimum* du côté QR .

(82.) L'on a démontré (S. 49) que le côté QR avoit en général pour expression $QR = \frac{\zeta}{r} \times \sqrt{A^2 + B^2}$; que, par la supposition particulière du *minimum*, l'on avoit $AdA + BdB = 0$; ou, en conservant les définitions des SS. 51 & 58, $BC - AD = 0$; si dans l'équation $QR = \frac{\zeta}{r} \times \sqrt{A^2 + B^2}$, l'on substitue à B^2 la valeur tirée de l'équation $BC - AD = 0$; la valeur de QR se transforme en celle-ci, $QR = \frac{\zeta}{r} \times \frac{A\sqrt{C^2 + D^2}}{C}$. Il ne s'agit donc que de déterminer le *minimum* de cette nouvelle quantité.

Pour y parvenir, soit $n = \frac{rD}{C}$, l'on aura

$$QR = \frac{\zeta}{r} \times \frac{A\sqrt{n^2 + r^2}}{r};$$

$$\text{diff. } QR = \frac{\zeta}{r} \times \left(\frac{dA\sqrt{n^2 + r^2}}{r} + \frac{An dn}{r\sqrt{n^2 + r^2}} \right);$$

donc par la supposition de différentielle $QR = 0$;

$$dA\sqrt{n^2 + r^2} + \frac{An dn}{\sqrt{n^2 + r^2}} = 0;$$

$$\text{donc } n^2 dA + r^2 dA + An dn = 0;$$

$$\text{mais } n = \frac{rD}{C},$$

$$\text{donc } n^2 C dA + r^2 C dA + Ar D dn = 0;$$

(83.) Il est aisé de voir (S. 39 & 58) que $dA = -\frac{Ddg}{h}$; l'équation du paragraphe précédent devient donc

$$-\frac{n^2 CD dg}{h} - \frac{r^2 CD dg}{h} + Ar D dn = 0.$$

La supposition de $D = 0$ résout donc le problème; mais (S. 58),

$$D = \frac{cp\phi g}{r^2} - \frac{cp\omega rh}{r^2}, \text{ l'on a donc pour condition}$$

$$\omega rh - p\phi g = 0;$$

ou (en substituant à ωr la quantité ϕ qui est égale)

$$rh - pg = 0.$$

(84.) Puisque $D = 0$, la tangente de l'angle H (S. 58) est infinie; l'angle H est donc de 90 degrés & son sinus $= r$; la tangente du *minimum minimorum* de distance des centres a donc pour expression $\frac{A\zeta\pi}{Er}$.

L'on remarquera que le lieu qui éprouve le *minimum minimorum* de distance des centres, est le seul pour qui la plus grande phase arrive à l'instant que sa projection se rencontre avec le centre de la Lune dans la perpendiculaire à l'orbite relative.

(85.) De l'équation du S. 83, indépendamment de $D = 0$; l'on tire $-\frac{n^2 C dg}{h} - \frac{r^2 C dg}{h} + Ar dn = 0$.

Pour entendre ce que signifie cette équation, l'on se rappellera

1.° (S. 39 & 58), que $\frac{C dg}{h} = d B$, 2.° (S. 35) Fig. 2,

que $B = \frac{r}{\zeta} \times (DQ + FI)$; 3.° (S. 35) que

$A = \frac{r}{\zeta} \times (DF + RI)$. 4.° Que puisque (S. 82),

$n = \frac{rD}{C}$; n est la cotangente, & (par conséquent $n^2 + r^2$

le carré de la cosecante) de l'angle que nous avons appelé

Fig. 2. angle H , c'est-à-dire de l'angle RQD . Donc lorsque le *minimum minimorum* de distance des centres a lieu,

$$\frac{\text{différentielle cotang. Angle } RQD}{\text{différentielle } (DQ + FI)} = \frac{\text{cofécante}^2 \text{ Angle } RQD}{r \times (DF + RI)}.$$

(86.) Cette dernière solution est conforme à ce que nous apprend d'ailleurs le calcul différentiel; en effet dans le cas du *minimum minimorum* de distance des centres, l'angle H (§. 84) est de 90° . D'ailleurs puisque cette distance des centres a lieu (§. 84) lorsque la Lune & la projection de l'observateur se trouvent dans la perpendiculaire à l'orbite relative, & que cette distance est un *minimum*; la portion de cette perpendiculaire comprise entre le centre de la Lune & la projection de l'observateur est essentiellement un *minimum*. Soit donc $RQ\phi$, un triangle rectiligne rectangle en ϕ , dont le côté $R\phi = \frac{B\zeta}{r}$, & le côté $Q\phi = \frac{A\zeta}{r}$; l'on aura

$$\frac{A\zeta}{r} : \frac{B\zeta}{r} :: r : \text{tang. } RQ\phi, \text{ donc tang. } RQ\phi = \frac{Br}{A};$$

$$\text{donc différentielle tangente } RQ\phi = \frac{rAdB - rBdA}{A^2}; \text{ si}$$

donc l'on suppose que le côté A soit parvenu au *minimum*, c'est-à-dire, si l'on suppose $dA = 0$, l'on aura

$$\frac{\text{diff. tang. } RQ\phi}{dB} = \frac{r}{A}, \text{ équation qui devient identique avec}$$

celle du §. 85, si l'on suppose dans l'équation de ce paragraphe l'angle RQD de 90° . Les deux facteurs du §. 82 donnent donc la même solution, quoique sous une forme très-différente; ils apprennent l'un & l'autre que l'angle H est de 90° , & que le côté A est un *minimum*.

(87.) L'on a vu (§. 83) que lors du *minimum minimorum* de distance des centres, $pg - th = 0$; de plus $g^2 + h^2 - r^2 = 0$; si donc l'on substitue ces valeurs dans les équations du §. 58, en observant d'ailleurs que $\phi t = \omega r$, & que l'on suppose pour abréger le calcul,

$$f = V(p^2 + t^2).$$

l'on aura

Phase la plus boréale ou la moins australe sous le parallèle donné.

$$A = \frac{(A_1)}{\zeta} - \frac{(A_2)}{r^2} + \frac{(A_3)}{r^3}.$$

$$F = \frac{(F_1)}{\zeta} - \frac{(F_2)}{r^2} - \frac{(F_3)}{r^3 f}.$$

$$E = \xi - \frac{(E_1)}{r^2} - \frac{(E_2)}{r^3 f} - \frac{(E_4)}{3600^2 r}.$$

Phase la moins boréale ou la plus australe sous le parallèle donné.

$$A = \frac{(A_1)}{\zeta} - \frac{(A_2)}{r^2} - \frac{(A_3)}{r^3}.$$

$$F = \frac{(F_1)}{\zeta} - \frac{(F_2)}{r^2} + \frac{(F_3)}{r^3 f}.$$

$$E = \xi - \frac{(E_1)}{r^2} + \frac{(E_2)}{r^3 f} - \frac{(E_4)}{3600^2 r}.$$

$$b = - \frac{3600 \zeta^{(b_1)}}{nr} \times F.$$

$$\text{Tangente de la plus courte distance des centres} = \frac{A \zeta \pi}{Er}.$$

$$\text{Tangente de l'angle horaire à l'instant du phénomène} = \frac{tr}{p}.$$

(88.) Les équations du paragraphe précédent nous indiquent qu'il y a sous chaque parallèle un double *minimum minimorum* de distance des centres; dont l'un répond à une certaine heure du matin & l'autre répond à une même heure du soir. L'on n'oubliera pas que lorsque t est positif, la phase la plus boréale ou la moins australe, s'observe entre midi & minuit; qu'elle s'observe au contraire entre minuit & midi lorsque t est négatif; que l'instant du phénomène est entre midi & six heures du soir, minuit & six heures du matin, lorsque t & p ont le même signe; que cet instant est entre six heures du soir & minuit, six heures du matin & midi, lorsque t & p ont un signe différent. L'on remarquera enfin que le centre de la Lune est vu dans l'hémisphère boréal ou dans l'hémisphère austral du disque du Soleil, suivant que A est une quantité positive ou une quantité négative.

(89.) Il n'y a de nouvelle quantité dans cette formule, que la quantité f que l'on regardera toujours comme positive.

(90.) De l'équation $pg - th = 0$, l'on peut conclure que les *minima minimorum* de distance des centres ont lieu à fix heures du matin & à fix heures du soir dans les équinoxes, qu'ils arrivent au contraire à midi & à minuit vers les solstices.

(91.) TABLE des quantités constantes de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, relatives à la recherche du minimum minimorum de distance des centres.

$$\text{Logarithme } f = 9,7441413.$$

<u>A.</u>	<u>F.</u>	<u>E.</u>
		(E 1)
		$\xi = + 99993.$
		(E 2,)
$\frac{\psi l}{\zeta} = 73159.$	$\frac{\theta l}{\zeta} = 7354.$	(E 3,)
(A 2,)	(F 2,)	(E 4,)
$\frac{q \varphi}{r^2} = - 0,0586358.$	$\frac{q \omega}{r^2} = - 0,3195149.$	$\frac{p \pi}{r^2} = - 2,8798346;$
(A 3,)	(F 3,)	$\frac{p q \pi}{r^3 f} = - 2,6230639;$
$\frac{p \varphi f}{r^2} = - 0,3105131.$	$\frac{p q^2 \omega}{r^3 f} = - 0,0627442.$	$\frac{\gamma \pi}{3600^2 r} = - 1,6154055;$
Log.	Log.	
	$\frac{3600 \zeta}{n r} = - 6,1490219.$	
	$\frac{\zeta \pi}{r} = + 8,1949633.$	

Angles horaires correspondans aux *maxima maximorum* $\left\{ \begin{array}{l} + 8^{\text{h}} 18' \dots\dots 5^{\text{h}} 25' 12'' \text{ du soir.} \\ - 98. 42. \dots\dots 5. 25. 12. \text{ du matin.} \end{array} \right.$

E X E M P L E.

(92.) L'on demande quels ont été dans l'éclipse du 1.^{er} Avril 1764, sous les différens parallèles terrestres, les *minima minimorum* de distance des centres.

SOLUTION. Par le moyen de la Table précédente, j'évalue
les

les valeurs & le signe des grandeurs A, F, E , correspondantes aux différens parallèles, en faisant grande attention au signe des termes qui les composent; je conclus donc le nombre b de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant du phénomène, l'hémisphère solaire dans lequel s'est trouvé le centre de la Lune, & la quantité de la plus courte distance des centres.

TYPE du Calcul.

PHASE la plus boréale pour le parallèle boréal de $48^d 51'$.

$$\left. \begin{array}{l} s = + \sin. 48^d 41' 25'' \\ c = + \cos. 48. 41. 25 \end{array} \right\} \text{Logarithmes} \left\{ \begin{array}{l} s = 9,8757280. \\ c = 9,8196289. \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{rcl} A = + (A_1) - (A_2) + (A_3) & (A_1) = + 73159. & \\ & (A_2) & \\ & (A_3) & \\ 9,8757280 \dots \log. s. & & 9,8196289 \dots \log. c. \\ -0,0586358. & & -0,3105131. \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} 9,8170922 \dots \log. 65629. & & 9,5091158 \dots \log. 32293. \\ A = + 39823 \dots \dots \text{Logarithme } A = 9,6001340. & & \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} F = + (F_1) - (F_2) - (F_3) & (F_1) = + 7354. & \\ & (F_2) & \\ & (F_3) & \\ 9,8757280 \dots \log. s. & & 9,8196289 \dots \log. c. \\ -0,3195149. & & -0,0627442. \\ 9,5562131 \dots \log. 35993. & & 9,7568847 \dots \log. 57133. \end{array}$$

$$F = - 85772 \dots \dots \text{Logarithme } F = 9,9333455.$$

$$\begin{array}{rcl} E = + (E_1) - (E_2) - (E_3) & (E_1) = + 99993. & \\ & (E_2) & \\ & (E_3) & \\ 9,8757280 \dots \log. s. & & 9,8196289 \dots \log. c. \\ -2,8798346. & & -2,6230639. \\ 6,9958934 \dots \log. 99. & & 7,1965650 \dots \log. 157. \end{array}$$

$$E = + 99737 \dots \dots \text{Logarithme } E = 9,9988563.$$

CALCUL du nombre de secondes horaires écoulées depuis la Conjonction.

$$\begin{array}{rcl} b = + (b_1) & (b_1) & \\ & 9,9333455 \dots \log. F. & \\ & -6,1490219. & \\ & 3,7843236 \dots \log. 6086. & \\ & b = + 6086''. & \end{array}$$

Mém. 1765.

. Vu

CALCUL de la plus courte distance des Centres.

$$\begin{array}{r}
9,6001340 \dots \log. A. \\
+ 8,1949633 \dots \log. \frac{\zeta \pi}{r} . \\
\hline
17,7950973. \\
- 9,9988563 \dots \log. E. \\
\hline
7,7962410 \dots \log. \text{tang. dist. des centres.} \\
\text{Distance des centres} = 21' 30''.
\end{array}$$

Attendu que A , t & p sont positifs, le centre de la Lune étoit dans l'hémisphère boréal du disque du Soleil, & l'on comptoit dans le lieu $5^h 25' 12''$ du soir.

Dans l'exemple, nous avons négligé le terme $(E 4)$, conformément à la remarque du §. 23.

(93.) Par le moyen des mêmes calculs, l'on trouve également la phase la plus boréale & la moins boréale, soit pour le parallèle boréal, soit pour le parallèle austral, de $48^d 51'$.

Parallèle boréal de $48^d 51'$.

$$s = + \sinus 48^d 41' 25'' \quad c = + \cosinus 48^d 41' 25''$$

PHASE la plus boréale.

$5^h 25' 12''$ du soir.

$$\begin{array}{rcl}
A & = + (A1) - (A2) + (A3) \dots\dots\dots & = + 39823. \\
F & = + (F1) - (F2) - (F3) \dots\dots\dots & = - 85772. \\
E & = + (E1) - (E2) - (E3) \dots\dots\dots & = + 99737.
\end{array}$$

PHASE la moins boréale.

$5^h 25' 12''$ du matin.

$$\begin{array}{rcl}
A & = + (A1) - (A2) - (A3) \dots\dots\dots & = - 24763. \\
F & = + (F1) - (F2) + (F3) \dots\dots\dots & = + 28494. \\
E & = + (E1) - (E2) + (E3) \dots\dots\dots & = + 10005.
\end{array}$$

Parallèle austral de 48^d 51'.

$$\dagger = - \sinus 48^d 41' 25'' \quad e = + \cosinus 48^d 41' 25''$$

*PHASE la plus boréale.*5^h 25' 12" du soir.

$$A = + (A_1) + (A_2) + (A_3) \dots\dots\dots = + 171081.$$

$$F = + (F_1) + (F_2) - (F_3) \dots\dots\dots = - 13786.$$

$$E = + (E_1) + (E_2) - (E_3) \dots\dots\dots = + 99935.$$

*PHASE la moins boréale.*5^h 25' 12" du matin.

$$A = + (A_1) + (A_2) - (A_3) \dots\dots\dots = + 106495.$$

$$F = + (F_1) + (F_2) + (F_3) \dots\dots\dots = + 100480.$$

$$E = + (E_1) + (E_2) + (E_3) \dots\dots\dots = + 100249.$$

Il ne s'agit que de chercher les logarithmes des nouvelles quantités *A*, *F*, *E*, & d'achever le calcul comme dans l'exemple du §. 92.

ARTICLE VIII.

De tous les lieux qui observent la plus grande phase un certain temps déterminé après le lever ou avant le coucher du Soleil.

(94.) L'on connoît en Astronomie cette espèce de courbe irrégulière, lieu géométrique de tous les points de la Terre pour lesquels la plus grande phase arrive au lever & au coucher du Soleil. Nous avons déterminé, *article V*, l'équation à cette courbe. Si l'on suppose maintenant que la plus grande phase arrive un certain temps assigné après le lever ou avant le coucher du Soleil, il est sensible que le lieu géométrique de tous les points de la Terre qui satisfont à la question, formeront une autre espèce de courbe de même genre que celle du lever & du coucher du Soleil: je vais donner en peu de mots la solution du Problème.

(95.) Tous les problèmes relatifs à la détermination de la plus grande phase, peuvent être résolus par la formule du §. 58; il ne s'agit que de substituer dans cette formule les valeurs du sinus & du cosinus de l'angle horaire qui satisfont au problème proposé; d'après cette réflexion la question se réduit à déterminer généralement la valeur du sinus & du cosinus de l'angle horaire correspondant à un certain temps donné après le lever ou avant le coucher du Soleil.

(96.) L'on a vu (2.^d Mém. §. 36) que le cosinus de l'angle horaire correspondant au lever & au coucher du Soleil, avoit pour expression $-\frac{p s r^2}{c p q}$; donc l'expression du sinus de l'angle horaire correspondant au lever du Soleil $= -\frac{r\sqrt{(c^2 p^2 q^2 - p^2 s^2 r^2)}}{c p q}$; & celle du sinus de l'angle correspondant au coucher du Soleil $= +\frac{r\sqrt{(c^2 p^2 q^2 - p^2 s^2 r^2)}}{c p q}$.

Soit donc $f = \sqrt{\left(r + \frac{p s r^2}{c p q}\right) \times \left(r - \frac{p s r^2}{c p q}\right)}$.

$\sigma =$ le sinus } de l'arc de l'Équateur qui mesure le temps écoulé
 depuis le lever du Soleil, ou qui doit s'écouler
 $\epsilon =$ le cosinus } jusqu'au coucher de cet astre;

la Trigonométrie rectiligne nous apprend que l'on aura,

Si l'on compte le temps écoulé depuis
le lever du Soleil,

$$g = -\frac{f\epsilon}{r} - \frac{p r s \sigma}{c p q},$$

$$h = +\frac{f\sigma}{r} - \frac{p r s \epsilon}{c p q}.$$

Si l'on compte le temps qui doit
s'écouler jusqu'au coucher du ☉,

$$g = +\frac{f\epsilon}{r} + \frac{p r s \sigma}{c p q},$$

$$h = +\frac{f\sigma}{r} - \frac{p r s \epsilon}{c p q}.$$

(97.) Je ne répéterai point ici ce que j'ai dit sur les quantités communes aux autres problèmes & relativement auxquelles les suppositions primitives continuent d'avoir lieu.

Par rapport aux nouvelles quantités f, σ, ϵ , l'on n'oubliera pas que f est toujours positive, que σ est positif lorsque le temps écoulé depuis le lever du Soleil, ou qui doit s'écouler;

jusqu'au coucher du Soleil est moindre que douze heures; qu'il est négatif dans la supposition contraire; que ϵ est positif lorsque le temps écoulé depuis le lever du Soleil, ou qui doit s'écouler jusqu'au coucher de cet astre, est moindre que six heures ou plus grand que dix-huit heures; que ϵ est négatif lorsque le temps est plus grand que six heures & moindre que dix-huit heures.

(98.) Lorsque dans chaque cas particulier, l'on aura déterminé les valeurs de g & de h qui satisfont à la question, l'on substituera ces valeurs avec leurs signes dans les équations du §. 58.

(99.) L'on pourroit se proposer d'autres problèmes analogues; l'on pourroit, par exemple, demander quel est le lieu géométrique de tous les points de la Terre qui voient la plus grande phase lorsque le Soleil a parcouru une certaine portion de son arc semi-diurne, le tiers, le quart, le cinquième, &c. mais ces problèmes que l'on pourroit varier à l'infini, sont plutôt du ressort de la trigonométrie sphérique, que l'objet de l'ouvrage que je me suis proposé; en effet, tout consiste à déterminer trigonométriquement l'expression générale de l'angle horaire aux instans que l'on se propose de calculer, & de substituer ensuite pour chaque cas particulier dans les équations du §. 58, la valeur de g & de h tirée de cette formule trigonométrique.

ARTICLE IX.

Détermination de l'instant de la plus grande phase pour un lieu dont la longitude & la latitude sont données.

(100.) Nous avons vu dans les articles précédens, comment, étant donnée la latitude d'un parallèle terrestre, & l'heure de la plus grande phase, l'on détermine la longitude du lieu relativement auquel la plus courte distance des centres arrive lorsque l'on compte dans ce lieu l'heure assignée. Mais à la place de l'angle horaire, si l'on supposoit connue

la longitude particulière du lieu, & que l'on veut chercher l'heure correspondante à l'instant de la plus grande phase, le problème ne seroit plus soluble; en effet l'on auroit pour déterminer l'angle horaire, une équation de cette forme :

Arc horaire qui mesure le temps écoulé depuis la conjonction;
égale

fonction du sinus & du cosinus de cet arc; plus, fonction du sinus & du cosinus de cet arc, divisée par une autre fonction du sinus & du cosinus.

Il faudroit donc, pour réduire l'Équation à une seule variable, avoir l'expression finie du sinus & du cosinus d'un arc, en valeur de cet arc, ce que la Géométrie n'a pu encore déterminer. Puis donc qu'un lieu particulier ne peut être désigné sans la longitude, il suit que l'Algèbre ne peut donner aucune méthode absolument directe pour calculer la plus grande phase relativement à un lieu particulier. Pour y suppléer, nous aurons recours à une série très-convergente, dont les premiers termes exprimeront sans erreur sensible l'angle horaire demandé.

Nous allons développer cette série après quelques réflexions préliminaires.

(101.) Si l'on cherche par les méthodes précédentes la longitude des différens lieux qui observent la plus grande phase aux différentes heures, sous un même parallèle; l'on remarquera 1.^o que les angles horaires successifs épuisent tous les points du parallèle; 2.^o que quoique rigoureusement parlant, l'accroissement des angles horaires ne soit pas exactement proportionnel à l'accroissement des longitudes, cependant dans de petites distances il règne une loi de continuité. Si donc l'on propose de déterminer l'instant de la plus courte distance des centres pour un lieu dont la longitude & la latitude sont données,

Soit A , le lieu pour lequel on calcule.

K , l'angle horaire du Soleil à l'instant de la plus grande phase dans le lieu A .

m , l'angle horaire du Soleil dans le lieu A , à l'instant de la conjonction vue du centre de la Terre.

Par les méthodes des *articles* 4 & 6, je cherche la longitude d'un lieu M , qui situé sous le même parallèle que le

lieu A , observe la plus courte distance des centres lorsqu'il est dans ce lieu M , l'heure désignée par l'angle horaire m , & je nomme u , la différence en longitude du lieu A & du lieu M , que je suppose plus oriental.

Si la différence des angles horaires correspondans aux plus grandes phases étoit égale à la différence des longitudes, il est évident que l'on auroit cette équation $m - K = u$, & par conséquent $K = m - u$, mais cette équation n'est pas rigoureusement exacte.

Soit n un angle $= m - u$. Par les méthodes des articles 4 & 6, je cherche la longitude d'un lieu N , qui situé sous le même parallèle que le lieu A , observe la plus courte distance des centres lorsqu'il est dans ce lieu N l'heure désignée par l'angle horaire n , & je nomme x la différence en longitude du lieu A & du lieu N , que je suppose plus oriental que le lieu A , mais moins oriental que le lieu M .

En vertu de la loi de continuité qui tend à s'établir, l'on approche d'avoir la proportion suivante.

La différence en longitude des lieux M & N ,

Est à la différence des angles horaires correspondans à leurs plus grandes phases respectives,

Comme la différence en longitude des lieux N & A

Est à la différence des angles horaires correspondans à leurs plus grandes phases.

Ou analytiquement $u - x : m - n :: x : n - K$.
 Mais par la supposition, $n = m - u$; donc $m - n = u$,
 donc $u - x : u :: x : n - K$; donc si la loi de continuité avoit rigoureusement lieu, l'on auroit $K = - \frac{ux}{u-x} + n$,
 ou (à cause de $n = m - u$) $K = - \frac{ux}{u-x} + m - u$;
 $K = m - \frac{u^2}{u-x}$; mais cette équation n'est pas encore rigoureuse.

Soit p , un angle $= m - \frac{u^2}{u-x}$. Par les méthodes des

articles 4 & 6, je cherche la longitude d'un lieu P , qui situé sous le même parallèle que le lieu A , observe la plus courte distance des centres lorsqu'il est dans ce lieu P , l'heure désignée par l'angle horaire p , & je nomme y la différence en longitude du lieu A & du lieu P , que je suppose plus oriental que le lieu A , mais moins oriental que le lieu N .

En vertu de la loi de continuité qui existe dans ce moment, l'on aura la proportion suivante.

La différence en longitude des lieux N & P ,

Est à la différence des angles horaires correspondans à leurs plus grandes phases respectives,

Comme la différence en longitude des lieux P & A

Est à la différence des angles horaires correspondans aux plus grandes phases de ces mêmes lieux.

Ou analytiquement $x - y : n - p :: y : p - K$.

Mais par la supposition, $p = m - \frac{u^2}{u - x}$, & $n = m - u$;

donc $n - p = \frac{ux}{u - x}$; donc $x - y : \frac{ux}{u - x} :: y : p - K$;

donc $K = p - \frac{uxy}{(u - x) \times (x - y)}$;

donc $K = m - \frac{u^2}{u - x} - \frac{uxy}{(u - x) \times (x - y)}$.

(102.) Pour récapituler ce qui vient d'être démontré

Soit A , le lieu pour lequel on calcule.

K , l'angle horaire du Soleil à l'instant de la plus grande phase dans le lieu A .

m , l'angle horaire du Soleil à l'instant de la conjonction dans le lieu A .

u , la différence en longitude du lieu A & d'un lieu M , qui situé sous le même parallèle que le lieu A , observe la plus courte distance des centres, lorsqu'il est dans ce lieu M l'heure désignée par l'angle horaire m .

x , la différence en longitude du lieu A & d'un lieu N , qui situé sous le même parallèle que le lieu A , observe la plus courte distance des centres lorsqu'il est dans ce lieu N l'heure désignée par l'angle horaire $n = m - u$.

y , la

y , la différence en longitude du lieu A & d'un lieu P , qui situé sous le même parallèle que le lieu A , observe la plus courte distance des centres, lorsqu'il est dans ce lieu P l'heure désignée par l'angle horaire

$$p = m - \frac{u^2}{u - x}.$$

$$\text{L'on a } K = m - \frac{u^2}{u - x} - \frac{u x y}{(u - x) \times (x - y)}.$$

(103.) Si l'on vouloit avoir une valeur plus approchée de l'angle horaire;

Soit z , la différence en longitude du lieu A & d'un lieu Q , qui situé sous le même parallèle que le lieu A , observe la plus courte distance des centres lorsqu'il est dans ce lieu Q , l'heure désignée par l'angle horaire

$$q = m - \frac{u^2}{u - x} - \frac{u x y}{(u - x) \times (x - y)};$$

l'on aura

$$K = m - \frac{u^2}{u - x} - \frac{u x y}{(u - x) \times (x - y)} - \frac{u x y z}{(u - x) \times (x - y) \times (y - z)}.$$

Ce terme ne sert qu'à développer la loi de la série, mais il est inutile de l'employer dans les calculs, attendu qu'il ne donnera jamais que des tierces horaires.

(104.) Le §. 58 renferme deux parties distinctes & séparées, la détermination du nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction jusqu'à l'instant de la plus grande phase, & la détermination de la plus courte distance des centres. Il est sensible que la formule du §. 102, n'exige que la connoissance de la longitude des différens lieux M , N , P , &c. l'on ne fera donc usage que de la partie du §. 58, relative à la détermination du nombre de secondes horaires.

(105.) Nous ne répèterons pas ici les observations que nous avons faites (§. 73 & 74) relativement à la réduction du nombre de secondes horaires en expression de la longitude. Il sera très-utile de relire ce qui a été dit à ce sujet.

(106.) Lorsque l'angle horaire correspondant à la plus courte
Mém. 1765. . X x

distance des centres pour un lieu particulier, sera déterminé; l'on calculera la valeur absolue de cette plus courte distance par la seconde formule du §. 58.

(107.) Il pourroit arriver, par un résultat de calcul, que l'expression de l'angle horaire correspondant à l'instant de la plus grande phase dans le lieu A , fût donnée sous la forme d'un arc $\left\{ \begin{matrix} + K \\ - K \end{matrix} \right\}$ plus grand que 180 degrés. Comme l'on a supposé que les angles horaires n'étoient comptés que depuis 0^d jusqu'à 180 degrés de part & d'autre du méridien supérieur; dans ce cas, l'on substituera à l'expression $\left\{ \begin{matrix} + K \\ - K \end{matrix} \right\}$ de l'angle horaire, cette nouvelle expression $\left\{ \begin{matrix} - 360^d + K \\ + 360^d - K \end{matrix} \right\}$. Cette remarque s'applique également aux angles m , u , p , &c. qui servent à déterminer l'angle K .

EXEMPLE.

(108.) *L'on demande à quelle heure la plus courte distance des centres est arrivée à Paris le 1.^{er} Avril 1764.*

SOLUTION. Puisque la conjonction est arrivée à Paris à 10^h 31' 23" du matin, l'angle $m = - 22^d 9' 15''$. Je cherche donc, conformément à ce qui a été prescrit, la longitude du lieu M qui, situé sous le même parallèle que Paris, a vu la plus grande phase, lorsque l'on comptoit dans ce lieu M , 10^h 31' 23" du matin, c'est-à-dire lorsque l'angle horaire étoit de $- 22^d 9' 15''$; je trouve que la longitude de ce lieu comptée de Paris $= - 1^d 14' 30''$; donc $u = - 1^d 14' 30''$; donc $n = m - u = \left\{ \begin{matrix} - 22^d 9' 15'' \\ + 1. 14. 30. \end{matrix} \right\} = - 20^d 54' 45''$.

Je cherche la longitude du lieu N , qui situé sous le parallèle de Paris, a vu la plus grande phase, lorsque l'angle horaire par rapport à ce lieu N , étoit de $- 20^d 54' 45''$; je trouve que la longitude de ce lieu, comptée de Paris $= - 17' 45''$,

donc $x = - 17' 45''$,

$$n - x = - 56' 45'';$$

$$\frac{x^2}{n - x} = - 1^d 37' 48'';$$

donc

$$p = m - \frac{x^2}{n - x} = \left\{ \begin{array}{l} - 22^d 9' 15'' \\ + 1. 37. 48. \end{array} \right\} = - 20^d 31' 27''.$$

Je détermine enfin la longitude du lieu P , qui, situé sous le parallèle de Paris, a vu la plus grande phase lorsque l'angle horaire par rapport à ce lieu P , étoit de $- 20^d 31' 27''$; je trouve que la longitude de ce lieu, comptée de Paris $= + 3''$; j'ai donc $y = + 3''$, $x - y = - 17' 48''$,

$$\frac{xy}{(n - x) \times (x - y)} = + 4''.$$

Donc l'angle horaire à Paris lors de la plus courte distance des centres $= \left\{ \begin{array}{l} - 20^d 31' 27'' \\ - 0. 0. 4. \end{array} \right\} = - 20^d 31' 31''.$

Donc la plus courte distance des centres est arrivée à Paris à $10^h 37' 54''$ du matin.

L'angle de la ligne des centres avec l'orbite relative étoit alors de $77^d 17' 54''$.

La distance des centres de $39''$.

Et le centre de la Lune se trouvoit dans l'angle boréal précédent du disque du Soleil.

ARTICLE X.

De quelques questions du genre de maximis & minimis, relatives à l'angle de la ligne, qui joint les centres du Soleil & de la Lune à l'instant des plus grandes phases, avec l'orbite relative de la Lune.

(109.) Soit AT la projection du méridien universel; Fig. 4. TQ l'orbite relative de la Lune; H, P, h, p la projection d'un parallèle terrestre quelconque; H le point de cette projection qui répond à midi; h le point qui répond à minuit;

Xx ij

Fig. 4. P, p , les points qui répondent aux *minima minimorum* de distances des centres sous le parallèle assigné. L'on doit se rappeler (S. 84), que relativement aux points P, p , l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite relative, est nul à l'instant de la plus grande phase. A l'égard des points M, M , &c. qui observent la plus courte distance des centres dans la partie pHP de la projection du parallèle; la plus grande phase arrive quelque temps avant le passage de la Lune par les perpendiculaires MK , abaissées des points M, M , &c. sur l'orbite relative TQ ; & le contraire a lieu pour les points m, m , &c. qui observent la plus courte distance des centres dans la partie Pp . Or il est sensible que dans ces deux cas, les lignes MN, mn , qui joignent les centres du Soleil & de la Lune, sont situées du côté différent par rapport aux perpendiculaires

Fig. 5. MK, mk . Soit donc $AFDEBFDE$ le disque du Soleil; ASB , la parallèle à l'orbite relative de la Lune, menée par le centre du Soleil, & que nous avons appelée *ligne de comparaison*; DSD la perpendiculaire à cette parallèle; EE, FF , les lignes des centres aux instans des plus grandes phases pour les différens points du parallèle terrestre. Si l'on calcule les différens angles de ces lignes des centres, avec la perpendiculaire DSD à l'orbite relative, & que l'on compare leurs positions respectives, ces lignes formeront une espèce d'oscillation relativement à la ligne DSD , & les angles DSF, DSE seront susceptibles d'être un *maximum*. Nous allons nous occuper de cette recherche.

P R O B L É M E.

(110.) Déterminer sous une latitude quelconque, l'heure correspondante au maximum des Angles DSF, DSE .

Fig. 4. SOLUTION. Les angles DSF, DSE sont les complémens des angles ASF, BSE , que nous avons appelés jusqu'ici *Angles H*. On a vu (S. 58), que la tangente des angles H , avoit en général pour expression

$$\frac{\frac{\eta r^3}{\zeta u} - \frac{cp\phi\omega g}{r^1} - \frac{cp\phi h}{r^2}}{\frac{cp\phi\phi g}{r^4} - \frac{cp\omega h}{r^3}} \text{ ; donc (trigon. rectil.) si l'on}$$

nomme μ la tangente des angles DSF , DSE ; l'on aura Fig. 4.

$$\mu = \frac{\frac{cp\phi\phi g}{r^2} - \frac{cp\omega h}{r^2}}{\frac{nr^2}{\zeta v} - \frac{cp\phi\omega g}{r^2} - \frac{cp\phi h}{r^2}}. \text{ Donc par la théorie}$$

de maximis & minimis, l'heure correspondante au maximum de ces angles, sous un parallèle donné, est déterminée par l'équation

$$cp\phi v - \frac{nr}{\zeta} \times (\omega rg + p\phi h) = 0;$$

ou (en substituant à ωr la quantité ϕt , qui lui est égale)

$$cp\phi v - \frac{nr}{\zeta} \times (\phi tg + p\phi h) = 0.$$

(111.) La première méthode qui se présente pour déterminer l'angle horaire correspondant au maximum des angles DSF , DSE , est d'éliminer dans l'équation du §. précédent, le cosinus h par le moyen de sa valeur $h^2 = r^2 - g^2$, & de résoudre l'équation, qui sera du second degré par rapport à g . Comme cette méthode peut être simplifiée, nous allons donner une manière plus expéditive de faire usage de l'équation.

Soit n le sinus & m le cosinus d'un angle aigu & positif A ; tel que l'on ait, $m : n :: t : p$, c'est-à-dire, dont la tangente égale $\frac{pr}{t}$. Dans l'équation $cp\phi \zeta v - nr\phi tg - nrp\phi h = 0$;

à t substituons $\frac{mp}{n}$, elle deviendra (en supposant d'ailleurs

$$N = \frac{cp\phi \zeta v n}{nr^2\phi}) \quad \frac{gm + hn}{r} = N; \text{ mais } \frac{gm + hn}{r} \text{ est le sinus de}$$

la somme de l'angle horaire demandé & de l'angle connu A ; donc

$$\sinus (\text{angle horaire} + \text{angle } A) = N.$$

Puisqu'un même sinus appartient à deux angles différens; la somme de l'angle horaire demandé & de l'angle connu A , a deux valeurs. Il y a donc deux angles horaires différens qui satisfont à la question.

(112.) L'on est parvenu à l'équation $\frac{gm + hn}{r} = N$, en

partant de l'équation du §. 110; mais dans cette équation; les valeurs de i & de p peuvent changer de signe, relativement aux différentes éclipses; l'on n'aura donc pas toujours

$$\frac{gm + hn}{r} = N. \text{ Il pourra arriver que l'on ait, par exemple;}$$

$$\frac{gm - hn}{r} = N; \text{ dans ce cas, le premier membre de l'équation}$$

n'exprimera plus le sinus de la somme de l'angle horaire demandé & de l'angle connu A , mais il exprimera le sinus de la différence de ces angles. Pour éviter toute incertitude sur cette matière, nous allons épuiser les différentes combinaisons de signes qui peuvent affecter les termes de l'équation du §. 110. Il ne s'agira plus que de constater d'après les réflexions des §. 19 & 20, quelle combinaison de signes a lieu pour le cas particulier dans lequel on est.

(113.) Les différentes combinaisons de signes qui peuvent affecter les termes de l'équation du §. 110, se réduisent à quatre;

$$+ cps\zeta v - nr\phi ig - nrp\phi h = 0 \dots 1.^{\text{er}} \text{ CAS.}$$

$$+ cps\zeta v - nr\phi ig + nrp\phi h = 0 \dots 2.^{\text{e}} \text{ CAS.}$$

$$+ cps\zeta v + nr\phi ig - nrp\phi h = 0 \dots 3.^{\text{e}} \text{ CAS.}$$

$$+ cps\zeta v + nr\phi ig + nrp\phi h = 0 \dots 4.^{\text{e}} \text{ CAS.}$$

P R E M I E R C A S.

Évaluez les deux angles qui ont N pour sinus, & que je nomme B, B' ; en observant de les supposer moindres que 180^{d} , & de les regarder comme positifs.

Vous aurez alors

$$\text{Angles horaires demandés} = \begin{cases} B - A \\ B' - A \end{cases}$$

D E U X I È M E C A S.

Évaluez les deux angles qui ont N pour sinus, & que je nomme B, B' ; en observant de les supposer moindres que 180^{d} , & de les regarder comme positifs.

Vous aurez alors

$$\text{Angles horaires demandés} = \begin{cases} B + A \\ B' + A \end{cases}$$

T R O I S I È M E C A S.

Évaluez les deux angles qui ont N pour sinus, & que je nomme B, B' ; en observant de les supposer moindres que 180° , & de les regarder comme positifs.

Vous aurez alors

$$\text{Angles horaires demandés} = \begin{cases} -B + A \\ -B' + A \end{cases}$$

Q U A T R I È M E C A S.

Évaluez les deux angles qui ont N pour sinus, & que je nomme B, B' ; en observant de les supposer moindres que 180° , & de les regarder comme positifs.

Vous aurez alors

$$\text{Angles horaires demandés} = \begin{cases} -B - A \\ -B' - A \end{cases}$$

L'on ne doit point oublier que nous comptons les angles horaires depuis 0° jusqu'à 180° de part & d'autre du méridien supérieur; nous regardons comme positifs, les angles horaires depuis midi jusqu'à minuit; & comme négatifs, les angles horaires entre minuit & midi. Il ne sera pas inutile de relire ce qui a été dit d'analogie à ce sujet (*S. 74 & 107*).

Lors de l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, l'on étoit dans le premier Cas; l'on avoit, Angle $A = 8^\circ 42'$;

$$n = + \sin. 8^\circ 42', \quad \log. n = 9,1797265; \quad \log. \frac{p \zeta \nu n}{n r^3 \varphi} = - \overset{(N)}{1,0480825}.$$

E X E M P L E.

(114.) Dans l'Éclipse du 1.^{er} Avril 1764, l'on demande quels étoient sous le parallèle, soit boréal, soit austral, de

$48^d 51'$, les angles horaires correspondans au maximum des angles DSF , DSE .

SOLUTION. Puisque la latitude vraie est de $48^d 51'$; la latitude corrigée est de $48^d 51' 25''$;

$$c = + \cos. 48^d 41' 25'', \log. c = 9,8196289.$$

$$\text{Donc } (S. 113) B = + 3^d 23' 17''; B' = + 176^d 36' 43''.$$

$$\text{Donc Angles hor. demandés} = \left\{ \begin{array}{l} + \frac{3^d 23' 17''}{8. 42. 0} \\ - \frac{+ 176. 36. 43}{8. 42. 0} \end{array} \right\} = - 5^d 18' 43''$$

$$\left\{ \begin{array}{l} + 176. 36. 43 \\ - 8. 42. 0 \end{array} \right\} = + 167. 54. 43$$

(115.) Rien de plus simple que de déterminer maintenant le *maximum* des angles DSF , DSE . Il ne s'agit que de substituer dans l'expression de μ du §. 110, les valeurs de g & de h correspondantes aux angles horaires trouvés par les formules précédentes.

Comme l'angle qui a μ pour tangente est, ainsi que nous l'avons remarqué, le complément de l'angle que nous avons nommé H dans le cours de ce Mémoire; nous ne donnerons point d'exemple du calcul de cet angle.

L'on observera que si μ est positif, le centre de la Lune sera vu dans l'angle *austral précédent* ou dans l'angle *boréal suivant* du disque du Soleil; qu'il paroîtra au contraire dans l'angle *austral suivant* ou *boréal précédent*, si μ est négatif.

Il n'est pas difficile de déterminer le lieu particulier qui observe sous chaque latitude le *maximum* des angles DSF , DSE . En effet, nous venons de donner l'expression de l'angle horaire qui satisfait au problème; la formule du §. 58 donnera donc tout de suite le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction; d'où l'on conclura la longitude du lieu par la méthode de l'article VI.

L'on remarquera que les calculs qui déterminent les *maxima* d'angles DSF , DSE , sont identiquement les mêmes pour le parallèle boréal & pour le parallèle austral.

(116.) Il suit des paragraphes précédens, qu'il y a sous les parallèles austral & boréal de $48^{\text{d}} 51'$ un double *maximum* de l'angle DSF , l'un de $7^{\text{d}} 20' 36''$ qui répond à $11^{\text{h}} 11' 19''$ du soir; l'autre de $— 13^{\text{d}} 19' 37''$, qui répond à $11^{\text{h}} 38' 45''$ du matin.

Du maximum maximorum des angles DSE, DSF.

(117.) Puisque le *maximum* des angles DSE , DSF est Fig. 4. différent suivant les différentes latitudes terrestres, l'on peut demander à quelle latitude répond le *maximum* de ce *maximum*.

Pour résoudre cette question, je reprends la valeur de μ du §. 110; je différentie cette valeur en supposant variables μ, c, g, h ; je fais $d\mu = 0$; & je parviens à l'équation suivante,

$$\frac{cdg}{h} \times [(\omega rg + p\phi h) \times \frac{nr}{\zeta v} - cpr] + \frac{nrdc}{\zeta v} \times (p\phi g - \omega rh) = 0,$$

L'on a vu (§. 110) que

$$(\omega rg + p\phi h) \times nr - cpr\zeta v = 0;$$

l'on a donc à la fois pour condition du problème,

$$(\omega rg + p\phi h) \times nr - cpr\zeta v = 0;$$

$$p\phi g - \omega rh = 0.$$

Cette solution apprend que le lieu qui voit le *maximum maximorum* des angles DSE , DSF est celui pour lequel ce phénomène arrive à l'heure désignée par $p\phi g - \omega rh = 0$. Quant à la latitude, elle sera donnée par l'équation

$$(\omega rg + p\phi h) \times nr - cpr\zeta v = 0,$$

après que l'on aura substitué les valeurs du sinus & du cosinus de l'angle horaire correspondant. L'angle horaire qui donneroit une valeur de c négative, ne satisfait point au problème.

Il peut arriver (& cette remarque a lieu dans notre système planétaire) que, par la combinaison du mouvement horaire de la Planète dans son orbite, avec le mouvement diurne de l'Observateur dans son parallèle, le cosinus de la latitude correspondante au *maximum maximorum* des angles DSE , DSF surpasse toujours le rayon; dans ce cas, il n'y a pas de *maximum*

Mém. 1765.

Y y

354 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
maximorum proprement dit, mais le plus grand angle s'observe
 sous l'Équateur.

Lors de l'éclipse du 1.^{er} Avril 1764, l'angle DSF étoit
 de $24^{\text{d}} 40' 22''$ à $11^{\text{h}} 45' 44''$ du matin sous l'Équateur.

OBSERVATIONS sur la méthode des Projections.

(118.) Il est aisé de sentir maintenant combien l'on peut
 s'écarter du véritable instant de la plus grande phase, en prenant
 pour cet instant, le moment où la Lune & la projection d'un
 lieu quelconque se trouvent dans la perpendiculaire à l'orbite re-
 lative, conformément à ce qui est prescrit dans la méthode des
 projections. Pour le démontrer, je reprends l'équation du §. 58,

$$b = \frac{3600 \zeta}{nr} \times \frac{AD}{C} - \frac{3600 \zeta}{nr} \times F; \text{ qui exprime le}$$

nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction
 jusqu'au véritable instant de la plus grande phase. Si l'on se
 rappelle ce qui a été démontré (§. 54), il sera facile de sentir
 que si l'on partage en deux parties, le temps total écoulé depuis
 la conjonction jusqu'à l'instant de la plus grande phase, savoir le
 temps écoulé depuis la conjonction jusqu'au passage de la Lune

Fig. 4. par la perpendiculaire mk , abaissée de la projection m de
 l'Observateur sur l'orbite relative TQ , & le temps écoulé
 depuis le passage par la perpendiculaire mk , jusqu'à l'instant
 de la plus courte distance des centres; la partie $\frac{3600 \zeta}{nr} \times \frac{AD}{C}$

$$\text{de l'équation } b = \frac{3600 \zeta}{nr} \times \frac{AD}{C} - \frac{3600 \zeta}{nr} \times F,$$

exprimera le nombre de secondes horaires écoulées depuis le
 passage de la Lune par la perpendiculaire mk , jusqu'à l'instant
 de la plus grande phase. Mais $\frac{\mu}{r} = \frac{D}{C}$, donc

$$\frac{3600 \zeta}{nr} \times \frac{A\mu}{r}, \text{ égale le nombre de secondes horaires}$$

écoulées depuis le passage de la Lune par la perpendiculaire,
 jusqu'au véritable instant de la plus grande phase.

Appliquons ces raisonnemens à l'éclipse du 1.^{er} Avril

1764, & supposons un lieu situé sous l'équateur. Je remarque d'abord que dans la valeur de μ du §. 110, il n'entre aucune quantité qui dépende de la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction. Quelque latitude que l'on suppose à cet astre, si les autres données de l'éclipse ne changent point, l'angle de la ligne des centres, correspondant à $11^h 45' 44''$ du matin, sous l'équateur, sera le même. Imaginons maintenant, en conservant toutes les autres données de l'éclipse, que la latitude de la Lune à l'instant de la conjonction, ait été de $25' 30''$ boréale, (ce qui eût donné un attouchement des limbes pour le lieu qui auroit observé la plus grande phase à $11^h 45' 44''$ du matin sous l'équateur), l'on auroit eu alors, logarithme

$$A = 9,7116364. \text{ Donc } \frac{3600\zeta}{rr} \times \frac{A\mu}{r} = -1678'';$$

donc à l'instant de la plus grande phase, il auroit encore fallu $27' 58''$ de temps à la Lune pour atteindre la perpendiculaire abaissée de l'Observateur sur l'orbite relative. De plus cette plus grande phase seroit arrivée $2691''$ de temps avant la conjonction vue du centre de la Terre; d'où l'on doit conclure que le lieu qui eût observé cette plus grande phase, auroit été un lieu plus oriental que Paris de $29^d 48'$.

(119.) L'on vient de déterminer le temps écoulé entre le véritable instant de la plus grande phase & le passage de la Lune par la perpendiculaire abaissée de l'Observateur au moment de la plus courte distance des centres, sur l'orbite relative; mais il est sensible que le temps écoulé depuis la plus grande phase jusqu'au passage de la Lune par la perpendiculaire actuelle est encore plus grand. En effet, soit M la projection de l'Observateur à l'instant de la plus grande phase, MN la plus courte distance, MK la perpendiculaire; nous venons d'exprimer le temps employé par la Lune à parcourir la droite NK , mais pendant ce temps l'Observateur parvient au point S ; & la perpendiculaire actuelle coupe l'orbite relative au point y ; il faudra donc quelque temps à la Lune pour parcourir la droite Ky , cette réflexion suffit pour

Fig. 4.

Y y ij

Fig. 4. montrer que l'erreur de la méthode peut être plus grande que celle indiquée dans le §. 118.

Rien de plus facile que de déterminer rigoureusement dans l'exemple particulier qui nous occupe, l'erreur de la méthode des projections, soit relativement à l'instant de la plus courte distance des centres, soit relativement à sa quotité. En effet, par le moyen de l'équation $\mu = \frac{rB}{A}$ (A & B signifiant

les mêmes choses que dans le §. 1.^{er} du 1.^{er} article), si l'on cherche quel eût été à midi 37' l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite composée, relativement au lieu particulier qui auroit observé la plus grande phase sous l'équateur à 11^h 45' 44" du matin, en supposant, comme dans le §. 118, la longitude de ce lieu de 29^d 48' orientale, & la latitude de la Lune de 25' 30" boréale; l'on vérifiera que cet angle se seroit alors trouvé de 0^d 0' 0". Le passage du lieu & de la Lune par un même plan perpendiculaire à l'orbite composée seroit donc arrivé 51' 16" après la véritable plus grande phase. La distance des centres, qui lors de la plus grande phase eût été de 31', se seroit trouvé de 34' 1" au second instant. La méthode des projections telle qu'elle se trouve expliquée dans plusieurs Éléments d'Astronomie, est donc également défectueuse pour le temps & pour la quotité de la plus grande phase.

(120.) Dans l'éclipse du 1.^{er} Avril 1764, la plus grande phase n'est arrivée que 1' 42" de temps avant le passage de la Lune par la perpendiculaire, relativement au lieu qui, situé sous le parallèle boréal de 48^d 51', a vu le *maximum* de l'angle DSF ; mais dans cette éclipse la distance des centres étoit très-petite pour ce lieu, & cette petite distance compensoit l'inclinaison de la ligne des centres.

REMARQUES sur la solution du Problème.

(121.) Il ne sera pas inutile de faire ici quelques réflexions sur la solution du problème. Pour entendre ces observations, je mets sous la forme suivante la valeur du sinus de l'angle horaire correspondant au *maximum* de l'angle DSF ;

$$g = \frac{cp\rho v \pm p\sqrt{(-c^2 p^2 \rho^2 v^2 + \varphi^2 f^2 r^2 \times \frac{n^2 r^2}{\zeta^2})}}{\frac{nr}{\zeta} \times \varphi f^2}.$$

Nous supposons que $f = \sqrt{p^2 + i^2}$.

Si $cp\rho\zeta v$ est moindre que $n\varphi fr^2$, les valeurs de g sont réelles. Ce cas est le seul qui ait lieu dans notre système planétaire.

Si $cp\rho\zeta v = n\varphi fr^2$, les deux valeurs de g sont égales.

Si $cp\rho\zeta v$ surpasse $n\varphi fr^2$, les valeurs de g sont imaginaires.

L'on doit remarquer que ces derniers cas ne peuvent avoir lieu qu'autant que la quantité n est très-petite relativement à v , ou, ce qui revient au même, que le mouvement relatif de la planète est très-lent par rapport à l'arc décrit en même-temps par l'Observateur dans son parallèle. Les valeurs de g sont alors réelles pour les grandes latitudes terrestres & imaginaires, en se rapprochant de l'équateur. Examinons avec soin ce que nous apprend l'analyse.

(122.) J'observe en général que le problème que nous nous sommes proposé, consiste à déterminer tous les points du parallèle terrestre, tels que par la combinaison du mouvement diurne de l'Observateur avec le mouvement de la planète dans son orbite relative, il résulte un *maximum* ou un *minimum* de distance des centres, lors du passage de l'Observateur par ces points. Qu'à cet instant la planète puisse éclipser le Soleil, ou que les centres de ces astres soient fort éloignés. Que le même Observateur ne puisse observer qu'une seule plus grande phase comme dans les éclipses de Soleil, qu'il puisse en observer successivement plusieurs, comme cela arriveroit si le mouvement relatif de la planète étoit fort lent; ce sont des questions totalement étrangères à l'Algèbre; il suffit qu'à l'heure demandée la distance des centres soit plus petite qu'à toute autre heure adjacente, l'analyse résout le problème & détermine

l'angle correspondant de la ligne des centres avec la perpendiculaire à la ligne de comparaison; bien entendu que l'on trouvera le même lieu autant de fois que le même Observateur pourra éprouver des plus courtes distances des centres différentes. Mais il est possible que l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite, à l'instant de la plus grande phase, passe par toutes les valeurs successives; il est également possible que cet angle ait une limite qu'il ne puisse franchir. L'analyse nous fait voir que cela dépend du rapport du mouvement de l'Observateur dans son parallèle au mouvement de l'astre dans son orbite.

Si le mouvement de l'astre est infiniment grand relativement au mouvement de l'Observateur, ou ce qui revient au même, si l'Observateur est immobile, (comme cela arrive pour le pôle, & comme cela arriveroit si le mouvement diurne de la Terre venoit à cesser) la ligne des centres est alors immobile, l'angle avec la perpendiculaire à la ligne de comparaison est nul pour tous les points du parallèle, en effet

$$\text{dans l'équation } \mu = \frac{\frac{c p \rho \phi g}{r^3} - \frac{c p \omega h}{r^2}}{\frac{\eta r^2}{\zeta v} - \frac{c p \rho \omega g}{r^2} - \frac{c p \phi h}{r^3}}, \text{ soit que}$$

l'on suppose $c = 0$, ou $v = 0$; l'on aura $\mu = 0$.

Si le rapport du mouvement de l'Observateur avec celui de l'astre, est tel que $c p \rho \zeta v$ soit moindre que $\eta \phi f r^2$, l'angle de la ligne des centres avec la perpendiculaire à l'orbite, à l'instant des plus grandes phases, ne peut pas avoir indistinctement toutes sortes de valeurs. Il est une limite que la tangente ne peut pas franchir. Depuis le point ϕ , par exemple, du parallèle terrestre, qui répond à l'une des valeurs de l'équation du §. 121, jusqu'au point ϕ' qui répond à l'autre valeur, l'angle de la ligne des centres varie dans un certain sens. Depuis le point ϕ' , au contraire, jusqu'au point ϕ , l'angle de la ligne des centres varie dans le sens opposé.

En général les arcs $\phi \phi$, $\phi \phi'$ du parallèle sont inégaux, & leur différence est d'autant plus grande que le mouvement de

l'Observateur est plus grand, relativement au mouvement de l'autre; les variations de l'angle de la ligne des centres sont donc plus rapides dans une portion du parallèle que dans l'autre, puisque la même variation s'exécute dans un plus petit arc de ce parallèle.

Lorsque $c = \frac{rr}{\zeta} \times \frac{\varphi fr}{p p v}$, l'un des deux arcs $\varphi \varphi'$, $\varphi' \varphi$ du parallèle terrestre est nul, puisque les deux valeurs de g du §. 121 sont égales. La tangente de l'angle de la ligne des centres a , dans ce cas, d'infini pour limite.

Lorsque c surpasse $\frac{rr}{\zeta} \times \frac{\varphi fr}{p p v}$, la tangente de l'angle de la ligne des centres peut avoir toutes sortes de valeurs, puisque l'angle horaire qui répond à son *maximum*, est imaginaire. L'angle DSF peut donc passer par toutes les valeurs positives & négatives, depuis 0^d jusqu'à 90^d .

(123.) Comme dans une infinité de suppositions, l'angle DSF peut passer par toutes les valeurs positives & négatives, depuis 0^d jusqu'à 90^d , il est sensible que la méthode qui suppose toujours cet angle nul peut être très-fautive.

APPLICATION des méthodes des Articles précédens, au parallèle boréal de $48^d 51'$.

(124.) D'après les articles précédens l'on a formé une Table des différentes distances des centres pour le parallèle boréal de $48^d 51'$. L'on a mis dans la première colonne verticale, les heures successives depuis le lever jusqu'au coucher du Soleil; dans la seconde colonne, les plus courtes distances calculées. Dans la troisième colonne, l'on a mis l'angle de la ligne des centres avec la parallèle à l'orbite relative de la Lune, ou, ce qui revient au même, le complément de l'angle DSF . (Dans la méthode ordinaire des projections, l'on suppose toujours cet angle de 90^d). On voit dans la quatrième colonne, l'angle du disque du Soleil dans lequel s'est trouvé le centre de la Lune. La cinquième & la sixième colonnes contiennent le nombre de secondes horaires écoulées depuis la conjonction,

360 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
& la longitude du lieu qui a vu la plus grande phase à l'heure
donnée.

L'on suppose la longitude de Paris = 0^d 0' 0".

PARALLÈLE BORÉAL de 48^d 51'.

HEURES.	Distances des Centres.	ANGLES de la ligne des centres, avec la parallèle à l'orbite relative.	ANGLES du disque du SOLEIL.	SEC. HOR. écoulées depuis la conjonct.	LONGITUDES.
H. M. S.	M. S.	D. M. S.		Sec.	D. M. S.
5. 38. 8	13. 18	89. 29. 0	Austral suiv.	— 2045	64. 51. 0
6.	13. 7	88. 35. 2	Austral suiv.	— 2054	59. 17. 0
7.	11. 57	85. 54. 20	Austral suiv.	— 1894	44. 57. 15
8.	9. 36	83. 6. 25	Austral suiv.	— 1480	31. 40. 45
9.	6. 21	80. 26. 28	Austral suiv.	— 820	19. 25. 15
10.	2. 19	78. 15. 29	Austral suiv.	— 130	7. 17. 45
11.	2. 16	76. 55. 55	Boréal préc.	+ 720	4. 12. 45
11. 38. 45	5. 17	76. 40. 23	Boréal préc.	+ 1358	11. 11. 0
12.	6. 58	76. 45. 12	Boréal préc.	+ 1633	15. 24. 30
1.	11. 27	77. 48. 40	Boréal préc.	+ 2609	26. 17. 0
2.	15. 21	79. 56. 21	Boréal préc.	+ 3590	37. 11. 45
3.	18. 24	82. 46. 22	Boréal préc.	+ 4458	48. 34. 45
4.	20. 27	85. 52. 2	Boréal préc.	+ 5321	59. 59. 0
5.	21. 26	88. 50. 48	Boréal préc.	+ 5915	72. 30. 30
5. 25. 12	21. 30	90. 0. 0	+ 6086	78. 7. 30
6.	21. 18	88. 32. 38	Boréal suiv.	+ 6230	86. 11. 45
6. 21. 52	20. 57	87. 41. 56	Boréal suiv.	+ 6272	92. 13. 45

Occl.

Orient.



MÉMOIRE



l. g.





M É M O I R E

SUR UN DÉRANGEMENT SINGULIER

observé dans le mouvement de Saturne.

Par M. DE LA LANDE.

L'ATTRACTION universelle qui a lieu entre toutes les 2 Mai 1764.
Planètes, produit dans le mouvement de chacune un grand nombre d'inégalités. On a regardé jusqu'ici celles que Jupiter produit dans Saturne, comme les plus considérables qu'il y ait parmi les Planètes principales. On avoit aperçu dans Saturne des dérangemens très-sensibles; M. Halley en parloit dans ses Tables imprimées en 1720 & M. le Monnier, dans les Mémoires de 1746 : on peut voir également ce que j'en ai dit dans les Mémoires de 1757. L'Académie, en proposant le sujet du Prix de 1748, demanda l'explication & le calcul de ces inégalités : ce qui fut fait alors à ce sujet, & ce qu'on a fait depuis, ne suffisoit point pour représenter les lieux de Saturne & ses dérangemens. M. Euler, dans la Pièce qui remporta le Prix, & qui est pleine des recherches les plus savantes & de l'application la plus pénible, ne put éviter des différences de 8 à 9 minutes entre les observations & ses calculs; j'en cherchois la raison, lorsque j'ai reconnu qu'il y avoit dans le mouvement de Saturne une autre sorte d'inégalité qu'on ne sauroit attribuer à l'attraction de Jupiter, ni des quatre autres Planètes, quoique cette nouvelle inégalité soit plus considérable que toutes celles que l'on connoît ou qu'on peut attribuer à l'action de Jupiter.

Pour faire sentir l'espèce & la quantité de cette nouvelle équation, il est nécessaire d'en séparer les deux autres. Pour cela, j'observe d'abord que l'inégalité d'une Planète dans son orbite propre, n'empêche point de connoître avec exactitude

Mém. 1765.

. Z z

la durée de sa révolution moyenne, quand on l'observe dans ses moyennes distances : alors son mouvement moyen & la révolution moyenne qu'on en déduit, sont les mêmes que s'il n'y avoit aucune excentricité. J'ai donc commencé par déterminer ainsi la révolution de Saturne, en comparant ses longitudes observées dans les moyennes distances & au même point de son orbite.

Il y a de même une méthode pour connoître la durée de la révolution moyenne de Saturne, indépendamment des inégalités qu'il éprouve par l'attraction de Jupiter ; elle consiste à observer deux fois Saturne à la même distance de Jupiter, & lorsque celui-ci exerce sur Saturne précisément la même action, c'est-à-dire, à même distance & dans une situation de Jupiter, qui soit précisément la même à tous égards : on sent assez que si dans la seconde observation les deux Planètes sont situées de la même manière & à la fin d'une suite de positions aussi égales, elles doivent s'attirer de la même façon, & produire la même inégalité que la première fois ; ainsi l'intervalle ou la durée de la révolution ne change pas : l'on peut donc trouver ainsi la révolution moyenne de Saturne, c'est-à-dire, le temps qu'il doit employer à revenir au même point du ciel indépendamment de toute inégalité, soit de son mouvement elliptique, soit de l'attraction de Jupiter.

Quand on examine ainsi dans les autres planètes ces révolutions moyennes, on les trouve toujours les mêmes dans un siècle comme dans l'autre ; la Terre emploie actuellement, comme autrefois, $365^j 5^h 48' \frac{3}{4}$ à faire une révolution, & l'on n'y trouve aucun changement quand on a soin de tenir compte des inégalités qui reviennent à chaque période.

On a reconnu aussi dans Jupiter, dans Saturne & dans la Lune, des inégalités qu'on a appelé *seculaires*, parce qu'elles ne sont sensibles que dans l'espace de plusieurs siècles ; Képler & ensuite M. Maraldi, M. Cassini, M. Halley, enfin tous les Astronomes qui ont discuté le mouvement de Saturne par les observations, ont reconnu que son mouvement moyen avoit retardé de siècle en siècle, & que la durée de sa révolution

devenoit plus longue qu'autrefois : je l'ai démontré en détail dans les Mémoires de 1757.

Mais ce que personne n'avoit aperçu ni même soupçonné, c'est que la révolution moyenne de Saturne est très-différente d'elle-même, suivant les circonstances où l'on observe, sans qu'aucune des attractions connues puisse produire une pareille différence.

Les observations faites depuis 1686 jusqu'à 1760, prouvent que les révolutions de Saturne diffèrent entr'elles de plus d'une semaine, quoiqu'on mette à part toutes les inégalités connues, & qu'on choisisse les temps où ces inégalités ne peuvent produire aucun effet, & sans qu'une si grande différence puisse être produite ni par l'action de Jupiter, ni par aucune des causes que nous connoissons.

Pour qu'on le puisse voir d'un coup d'œil, je vais placer ici le résultat de quatre oppositions, avec l'anomalie moyenne de Saturne, la différence des longitudes vraies de Jupiter & de Saturne, vues du Soleil, & la quantité dont la longitude calculée par les Tables de Halley, s'est trouvée trop petite dans chacune de ces observations.

Comparaison des Observations & des Tables.

ANNÉES.	ANOMALIE moyenne de Saturne.	LONGIT. π moins celle de ϕ .	ERREUR des Tables de M. Halley.
1686.	8 ^r 22 ^d	1 ^r 17 ^d	— 3' 30"
1701.	3. 1	11. 11	— 8. 30
1745.	8. 22	1. 8	— 3. 30
1760.	3. 1	11. 0	— 21. 30

J'ai rapporté dans mon *Astronomie* la suite de toutes les oppositions de Saturne, dont la comparaison avec les Tables m'a donné le résultat de cette petite Table. On trouvera ci-après une comparaison semblable de cent huit oppositions de Saturne, d'où je tirerai quelques réflexions semblables : examinons les

quatre observations qui précèdent, & voyons ce qui en doit résulter.

En 1686 & en 1745, Saturne s'est trouvé dans la moyenne distance, éloigné de Jupiter d'environ 45 degrés; dans les deux cas, l'erreur des Tables de Halley étoit également de $3\frac{1}{2}$ en défaut: ainsi dans cet intervalle de cinquante-neuf ans, le mouvement de Saturne a été d'accord avec les Tables, ou de $12^d 13' 21''$, 46 par année. Saturne avoit dans les deux cas la même anomalie, $8^f 22^d$; il étoit au même point de son orbite & au même point du ciel: ce résultat ne peut donc être altéré ni par la quantité de l'excentricité, ni par la position de l'aphélie; & puisque Saturne, à quelques degrés près, étoit à même configuration avec Jupiter, la différence des attractions de cette Planète ne sauroit produire de différence dans ce résultat, & ces deux observations devoient donner un moyen mouvement de Saturne, dégagé de toute inégalité.

Par la même raison, les observations de 1701 & de 1760, devoient donner aussi le moyen mouvement de Saturne, indépendant de toute équation, car il étoit aussi dans la moyenne distance, au même point du ciel & à même distance de Jupiter; cependant entre 1701 & 1760, l'erreur des Tables a augmenté de 13 minutes, c'est-à-dire, que dans le même espace de cinquante-neuf ans, le mouvement de Saturne a été plus fort de 13 minutes de degré que le moyen mouvement déterminé ci-dessus, ce qui rend la durée de ces deux révolutions plus courte de 6 jours & demi qu'elle n'avoit été dans un pareil intervalle entre 1686 & 1745.

Dira-t-on que Jupiter a eu plus d'action sur Saturne, dans l'intervalle de 1686 à 1745, que dans celui de 1701 à 1760? Je réponds que dans l'un & l'autre espace de temps Jupiter & Saturne ont parcouru chacun plusieurs fois leurs orbites entières, & se sont trouvés dans toutes les positions imaginables l'un par rapport à l'autre; ainsi il y a de part & d'autre le même temps, les mêmes situations: la somme de toutes les actions doit donc être la même de part & d'autre, suivant toutes les notions que nous avons de l'attraction.

Dira-t-on que dix degrés de différence dans la situation de Jupiter, peuvent produire cette erreur? Je réponds que la différence est si petite, qu'elle ne peut pas produire un quart de la plus grande équation, ou un huitième de la plus grande différence qu'on trouve entre les positions de Saturne dans ses différentes configurations avec Jupiter; or cette différence n'est que de 16 à 17 minutes, car l'erreur des Tables, dans toute la période de 1686 à 1745, ne varie pas de plus de $16\frac{1}{2}$: donc ces dix degrés de différence ne pourroient pas produire deux minutes de changement dans les équations qui viennent de l'action de Jupiter sur Saturne. D'ailleurs on voit bien qu'ils ne produisent aucun effet, puisque dans les années qui précèdent & qui suivent, on trouve encore la même erreur, quoique la distance de Jupiter & de Saturne varie de 20 degrés d'une année à l'autre.

On ne peut pas expliquer cette inégalité, en supposant une diminution progressive & continuelle dans l'excentricité de l'orbite de Saturne, comme M. Euler l'a trouvée dans la Pièce qui a remporté le Prix de l'Académie en 1752; cette diminution qui ne pourroit être que de 2 minutes par siècle, ne pourroit pas produire la vingtième partie de la différence que je trouve entre des observations éloignées entr'elles de soixante ans.

Dans l'opposition du 23 Novembre 1765 *, l'erreur des Tables s'est trouvée — $17'12''$; en 1706, elle étoit — $0'27''$, c'est-à-dire, que le mouvement de Saturne, pendant ces cinquante-neuf ans, s'est trouvé de $16\frac{3}{4}$ plus grand que par les Tables de M. Halley. L'anomalie moyenne de Saturne étoit de $5^{\circ}5^d$ dans les deux cas; ainsi les élémens de l'orbite ne peuvent guère influer sur ce résultat. La différence des longitudes de Jupiter & de Saturne étoit en 1706 de $2^{\circ}19^d$, & en 1765 de $2^{\circ}9^d$; la différence de 10 degrés seulement ne peut changer que de bien peu de chose les équations dépendantes de l'action de Saturne: ainsi l'on aperçoit bien que la différence doit

* Ceci a été ajouté au Mémoire depuis sa première Lecture faite en 1764.

venir d'une autre cause, sur-tout en voyant qu'entre 1686 & 1704 le mouvement de Saturne a été exactement conforme à celui des Tables.

Cette dernière opposition de 1765 est donc une preuve de la continuation de cette même inégalité; je l'avois bien prévu, lorsqu'en 1763 je publiai la *Connoissance des Mouvements Célestes pour l'année 1765*. Les erreurs des Tables dans les oppositions précédentes, me servirent à les corriger pour 1765, & la longitude observée s'est trouvée conforme, à une minute près, à celle que j'avois annoncée.

Mais ce qu'il y a de singulier, c'est qu'en remontant à deux périodes plus haut, c'est-à-dire, à 1588, l'anomalie de Saturne étant à peu près la même qu'en 1765, ou si l'on veut, à l'année 1586, où la distance de Jupiter à Saturne étoit de $2^{\text{f}} 5^{\text{d}}$, plus petite seulement de 4^{d} qu'en 1765, on trouve que l'erreur des Tables n'étoit que d'une ou deux minutes en plus; ainsi de 1588 à 1706, le mouvement de Saturne fut à peu près conforme aux Tables de M. Halley pendant l'espace de cent dix-huit ans, ou seulement d'une minute plus grand, tandis que dans les cinquante-neuf années qui viennent de s'écouler, le mouvement est plus grand de 17 minutes: voilà pourquoi les Tables de M. Halley, qui représentoient le mouvement de Saturne depuis Tycho-Brahé, c'est-à-dire, depuis 1582 jusqu'en 1719, de manière que les erreurs n'alloient que rarement à 9 minutes, se sont écartées de l'observation en 1761 & 1762 de 21 minutes, & s'en écartent encore de 17 actuellement, c'est-à-dire, en 1765.

Quand on compare la dernière opposition de Tycho-Brahé observée en 1599 avec celles de 1659 & de 1717, ou de 1719, on trouve le même accord entre l'observation & les Tables, puisqu'en 1599 l'erreur des Tables étoit $+ 2'$, en 1659 $+ 2' \frac{1}{2}$, en 1717 $+ 7'$, & en 1719 $+ 5'$: ainsi le mouvement de Saturne étoit plus petit que celui des Tables, mais ce n'étoit que de 1 ou 2 minutes dans les soixante premières années, & de 3 ou 4 dans les soixante dernières: c'étoit vers 9 signes d'anomalie pour Saturne, & vers 10 signes de distance entre Jupiter & Saturne.

Par la manière dont M. Halley considéroit l'inégalité des périodes de Saturne, il étoit difficile qu'il ne l'attribuât pas à l'attraction de Saturne ; voici ses termes : *Saturni etiam periodus intra annos 1668 & 1698 facta, hebdomade fere tota brevior erat media ejus revolutione, totidemque fere diebus mediâ longior erat altera periodus ab anno 1689 ad annum 1719 peracta.* Or Saturne étoit par rapport à Jupiter dans une position tout-à-fait opposée, de 1668 à 1698, & de 1689 à 1719 ; la différence des longitudes étoit $3^{\circ} 22^d$ dans l'opposition de 1668, elle étoit de $9^{\circ} 12^d$ dans celle de 1698, & l'action de Saturne devoit produire dans ces deux cas des effets tous différens : il étoit donc permis de soupçonner que la différence observée étoit dûe à l'action de Jupiter ; mais l'examen dans lequel je suis entré ne permet plus de le croire.

Dans le Mémoire que M. le Monnier donna en 1746, sur le mouvement de Saturne, il trouva (pages 696 & 710) que l'erreur des Tables Carolines de Street avoit été croissante uniformément ou à peu près comme dans la Table ci-jointe.

Sentiment
de
M. le Monnier.

1598.	— 2
1657.	— 20 $\frac{1}{2}$
1716.	— 36 $\frac{1}{2}$
1583.	— 4
1642.	+ 7 $\frac{1}{2}$
1702.	+ 17 $\frac{1}{2}$

Il en conclut (page 217) qu'à l'aide des observations antérieures & des configurations semblables de Saturne à l'égard de Jupiter, on peut rectifier les erreurs des Tables, & qu'à même distance de Jupiter à Saturne les révolutions périodiques de Saturne sont sensiblement les mêmes. Le moyen mouvement de Saturne, suivant les Tables Carolines, étoit de $12^d 13' 29''$ par année, plus grand de $8''$ que celui de M. Halley, & tous les soixante ans les erreurs devoient augmenter de $7' 18''$ en plus, en supposant exactes les Tables de M. Halley : par-là il seroit aisé de trouver les erreurs des mêmes Tables par rapport aux observations ; mais la Table qui est à la suite de ce Mémoire peut faire voir aisément cette comparaison, en prenant seulement l'opposition de 1658 à la place de celle de 1657. On voit que l'erreur avoit augmenté de $4'$ dans le premier intervalle, & seulement

368 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
de $1' \frac{1}{2}$ dans le second ; cela ne s'écarte que de 2 à 3 minutes
de la conclusion de M. le Monnier (page 217).

1598.	8 ^r 28 ^d	8 ^r 20 ^d	+ 0' 37"
1658.	9. 11	8. 29	+ 4. 40
1716.	8. 28	7. 29	+ 6. 15
1583.	3. 1	0. 3	+ 2. 11
1642.	3. 1	11. 22	+ 0. 43
1702.	3. 14	0. 3	— 6. 52
1761.	3. 14	11. 22	— 20. 52

Quant au second intervalle examiné par M. le Monnier, on trouve l'erreur négative augmentée de $4' \frac{1}{2}$ dans le second intervalle plus que dans le premier, & quand on y ajoute le troisième intervalle, on trouve $12' \frac{1}{2}$ d'augmentation plus que dans le premier intervalle ; la différence est énorme ; on ne peut donc pas dire qu'à l'aide des observations antérieures & des configurations semblables de Saturne à l'égard de Jupiter, on puisse rectifier les Tables.

Ceux qui voudront continuer cette comparaison, n'ont qu'à jeter les yeux sur la Table suivante, j'y ai rassemblé cent huit oppositions ; j'ai placé à côté de chacune l'anomalie moyenne de Saturne, afin qu'on choisisse toujours des positions semblables de Saturne pour les comparer entr'elles ; j'y ai ajouté par la même raison l'angle au Soleil, ou la quantité qui reste en retranchant la longitude héliocentrique de Jupiter de celle de Saturne en opposition, pour qu'on le garantisse de l'effet des attractions de Jupiter, en examinant les inégalités de Saturne ; enfin j'y ai mis l'erreur des Tables de Halley, en moins lorsque les Tables donnent une longitude plus petite que l'observation, & avec un signe + quand la longitude calculée est plus grande que la longitude observée.

OPPOSITIONS

*OPPOSITIONS DE SATURNE, observées & comparées
avec les Tables de Halley.*

DATE DES OPPOSITIONS. <i>Nouveau style.</i>	ANOMALIE moyenne de Saturne.	LONGIT. π moins celle de β .	ERREUR des Tables de Halley.
1582. 30 Août.....23 ^h	2 ^f 18 ^d	11 ^f 12 ^d	+ 1' 56"
1583. 12 Septembre..22	3. 1	0. 3	+ 2. 11
1584. 25 Septembre.. 6	3. 13	0. 25	+ 5. 35
1585. 8 Octobre....18	3. 26	1. 16	+ 0. 20
1586. 22 Octobre.... 9	4. 8	2. 5	+ 2. 32
1587. 5 Novembre.. 7	4. 21	2. 23	+ 1. 20
1588. 18 Novembre.. 9	5. 4	3. 8	+ 0. 58
1589. 2 Décembre...12	5. 16	3. 24	+ 2. 23
1590. 16 Décembre..20	5. 29	4. 7	- 3. 38
1591. 30 Décembre..22	6. 12	4. 22	- 0. 54
1593. 13 Janvier.... 1	6. 24	5. 9	+ 0. 22
1594. 27 Janvier.... 3	7. 7	5. 27	+ 0. 27
1595. 9 Février....23	7. 20	6. 17	- 1. 11
1596. 23 Février....10	8. 2	7. 10	+ 1. 10
1597. 7 Mars.....19	8. 15	8. 0	- 1. 32
1598. 20 Mars.....23	8. 28	8. 20	+ 0. 37
1599. 2 Avril.....19	9. 13	9. 10	+ 0. 51
1658. 3 Avril.....17	9. 11	8. 29	+ 4. 40
1659. 16 Avril.....11	9. 23	9. 18	+ 2. 32
1660. 27 Avril.....22	10. 6	10. 5	+ 2. 58
1661. 10 Mai..... 6	10. 19	10. 22	+ 2. 34
1662. 22 Mai.....11	11. 1	11. 9	+ 2. 17
1663. 3 Juin.....14	11. 14	11. 28	+ 3. 9
1664. 14 Juin.....15	11. 26	0. 17	+ 3. 20
1665. 26 Juin.....17	0. 9	1. 8	+ 3. 34
1666. 8 Juillet.....20	0. 22	2. 0	+ 3. 44
1667. 21 Juillet..... 1	1. 4	2. 23	+ 3. 50
1668. 1 Août..... 8	1. 17	3. 16	+ 4. 19
1669. 13 Août.....19	1. 29	4. 7	+ 4. 43
1670. 26 Août.....11	2. 12	4. 26	+ 4. 42

Mém. 1765.

. A a a

DATE DES OPPOSITIONS. <i>Nouveau style.</i>	ANOMALIE moyenne de Saturne.	LONGIT. ω moins celle de φ .	ERREUR des Tables de Halley.
1671. 8 Septembre... 9 ^h	2 ^f 25 ^d	5 ^f 14 ^d	+ 3' 48"
1672. 20 Septembre... 12	3. 7	6. 0	+ 3. 25
1673. 3 Octobre... 21	3. 20	6. 16	+ 3. 34
1674. 17 Octobre... 12	4. 3	7. 2	+ 3. 11
1675. 31 Octobre... 7	4. 15	7. 18	+ 2. 33
1676. 13 Novembre.. 8	4. 28	8. 6	+ 1. 31
1677. 27 Novembre.. 12	5. 11	8. 25	+ 0. 15
1678. 11 Décembre... 17	5. 23	9. 16	- 0. 42
1679. 25 Décembre.. 23	6. 6	10. 6	- 1. 57
1681. 8 Janvier.... 3	6. 19	10. 26	- 3. 5
1682. 22 Janvier.... 4	7. 1	11. 14	- 3. 0
1683. 5 Février..... 2	7. 14	0. 0	- 3. 22
1684. 18 Février.... 18	7. 27	0. 16	- 3. 21
1685. 3 Mars..... 5	8. 9	1. 1	- 3. 41
1686. 16 Mars..... 11	8. 22	1. 17	- 3. 28
1687. 29 Mars..... 11	9. 5	2. 4	- 4. 54
1688. 10 Avril..... 6	9. 17	2. 23	- 5. 52
1689. 22 Avril..... 21	10. 0	3. 13	- 7. 37
1690. 5 Mai..... 7	10. 12	4. 5	- 7. 59
1691. 17 Mai..... 13	10. 25	4. 27	- 8. 49
1692. 28 Mai..... 17	11. 8	5. 20	- 9. 17
1693. 9 Juin..... 20	11. 20	6. 12	- 9. 19
1694. 21 Juin..... 21	0. 3	7. 2	- 9. 0
1695. 3 Juillet..... 24	0. 15	7. 20	- 9. 11
1696. 15 Juillet..... 3	0. 28	8. 8	- 9. 44
1697. 27 Juillet..... 9	1. 11	8. 25	- 9. 35
1698. 8 Août..... 8	1. 23	9. 12	- 9. 25
1699. 21 Août..... 9	2. 6	10. 1	- 9. 25
1700. 3 Septembre... 3	2. 19	10. 20	- 8. 44
1701. 16 Septembre... 3	3. 1	11. 11	- 8. 0
1702. 29 Septembre... 8	3. 14	0. 3	- 6. 52
1703. 12 Octobre... 19	3. 26	0. 24	- 4. 56
1704. 25 Octobre... 12	4. 9	1. 14	- 4. 27

DATE DES OPPOSITIONS. <i>Nouveau style.</i>	ANOMALIE moyenne de Saturne.	LONGIT. π moins celle de ψ .	ERREUR des Tables de Halley.
1705. 8 Novembre... 9 ^h	4 ^r 22 ^d	2 ^r 3 ^d	— 2' 42"
1706. 22 Novembre... 10	5. 4	2. 19	— 0. 27
1707. 6 Décembre... 14	5. 17	3. 4	+ 0. 48
1708. 19 Décembre... 18	6. 0	3. 19	+ 2. 23
1710. 2 Janvier.... 23	6. 12	4. 3	+ 2. 24
1711. 17 Janvier.... 1	6. 25	4. 19	+ 4. 9
1712. 31 Janvier.... 0	7. 8	5. 6	+ 4. 11
1713. 12 Février.... 19	7. 21	5. 26	+ 4. 47
1714. 26 Février.... 8	8. 3	6. 16	+ 6. 5
1715. 11 Mars..... 17	8. 16	7. 8	+ 6. 10
1716. 23 Mars..... 19	8. 28	7. 29	+ 6. 15
1717. 5 Avril..... 16	9. 11	8. 19	+ 6. 51
1718. 18 Avril..... 8	9. 24	9. 8	+ 5. 59
1719. 30 Avril..... 20	10. 6	9. 26	+ 5. 16
<i>Temps moyen.</i>			
1733. 19 Octob.. 15 ^h 43'	4. 3	6. 22	— 7. 9
1734. 2 Nov... 10. 46	4. 16	7. 8	— 5. 36
1735. 16 Nov... 12. 6	4. 28	7. 26	— 6. 15
1737. 13 Déc... 19. 31	5. 24	9. 5	— 6. 56
1738. 28 Déc... 1. 7	6. 6	9. 25	— 7. 49
1740. 11 Janvier. 4. 57	6. 19	10. 15	— 8. 40
1741. 24 Janvier. 5. 34	7. 2	11. 3	— 6. 2
1742. 7 Février. 3. 3	7. 14	11. 20	— 5. 9
1743. 20 Février. 18. 24	7. 27	0. 7	— 4. 12
1744. 5 Mars... 4. 42	8. 10	0. 22	— 3. 21
1745. 18 Mars... 12. 13	8. 22	1. 8	— 2. 31
1746. 31 Mars... 10. 51	9. 5	1. 24	— 4. 25
1747. 13 Avril.. 5. 2	9. 18	2. 13	— 4. 41
1748. 24 Avril.. 20. 0	10. 0	3. 3	— 7. 3
1749. 7 Mai.... 6. 10	10. 13	3. 25	— 7. 55
1750. 19 Mai.... 13. 8	10. 25	4. 17	— 9. 43
1751. 31 Mai.... 16. 10	11. 8	5. 10	— 12. 14
1752. 11 Juin.. 20. 7	11. 21	6. 2	— 11. 58

DATE DES OPPOSITIONS. <i>Temps moyen.</i>	ANOMALIE moyenne de Saturne.	LONGIT. π moins celle de φ .	ERREUR des Tables de Halley.
1753. 23 Juin... 22. 6 ^h	0 ^f 3 ^d	6 ^f 22 ^d	-13' 4"
1754. 6 Juillet.. 1. 11	0. 16	7. 11	-15. 8
1755. 18 Juillet.. 4. 57	0. 28	7. 29	-15. 51
1756. 29 Juillet.. 12. 0	1. 11	8. 16	-17. 34
1757. 10 Août... 22. 17	1. 24	9. 3	-18. 22
1758. 23 Août... 12. 25	2. 6	9. 21	-20. 13
1759. 5 Sept... 7. 30	2. 19	10. 10	-21. 9
1760. 17 Sept... 8. 11	3. 2	11. 0	-22. 0
1761. 30 Sept... 14. 2	3. 14	11. 22	-20. 53
1762. 14 Octobr. 1. 32	3. 27	0. 13	-20. 56
1763. 27 Octobr. 18. 14	4. 10	1. 4	-19. 51
1764. 9 Nov... 16. 0	4. 22	1. 22	-19. 2
1765. 23 Nov... 17. 6	5. 5	2. 9	-17. 12

En changeant seulement de quelques secondes les six dernières erreurs, on peut les réduire aux quantités suivantes, $22'$, $21\frac{2}{3}$, 21 , 20 , $18\frac{2}{3}$ & 17 , dont la seconde différence est constante, c'est-à-dire, de 20 secondes; en prolongeant cette suite, on pourroit penser que dans l'opposition de 1767, l'erreur des Tables sera de $12\frac{2}{3}$, & de $10'$ seulement dans celle du mois de Janvier 1769.

Si l'on remonte au-delà de 1701, on a peine à trouver les vestiges de cette inégalité; car tandis que de 1701 à 1760, nous voyons le mouvement de Saturne & l'erreur des Tables en moins augmenter de 13 minutes, nous voyons qu'entre 1642 & 1701, la différence n'étoit que de 9 minutes, mais toujours dans le même sens. Je suppose qu'on prenne le milieu entre les deux observations du P. Riccioli, que M. le Monnier a calculées (*Mém. de l'Acad. 1746, page 701*) c'est-à-dire, qu'on suppose que le 28 Septembre 1642, à 8^h 45' temps moyen à Paris, la longitude héliocentrique de Saturne étoit de $11^{\circ} 22' 4'' 27''$, cette longitude par les Tables de Halley

est de $11^{\text{f}} 22^{\text{d}} 5' 10''$, la différence est de $43''$; mais M. le Monnier ayant trouvé $5'$ de différence entre deux observations du P. Riccioli, il reste toujours de l'incertitude dans la comparaison que nous venons de faire entre les observations de 1642 & de 1701 : on pourroit croire cependant que l'inégalité dont je parle, quelle qu'en puisse être la cause, avoit déjà commencé en 1701 & quelques années auparavant, puisqu'on trouve une différence de 8 minutes entre le mouvement observé pour lors dans Saturne & celui que les Tables donnoient, mais du moins cette inégalité n'est devenue bien sensible que dans ces dernières années, & dans le dernier siècle elle ne s'aperçoit presque point.

Je ne m'en suis pas tenu aux quatre années d'observations que j'ai examinées en commençant; je ne les ai même rapportées que pour servir d'exemple; toutes celles qui précèdent & qui suivent, quoique faites en différens lieux avec des instrumens fort différens, par des méthodes variées, & par comparaison à toutes sortes d'étoiles, donnent le même résultat; & jusqu'à 1760, l'erreur va toujours en croissant, elle est encore actuellement de 17 minutes; ce n'est même qu'à force de discuter toutes les observations faites depuis Tycho-Brahé jusqu'à présent, que je suis parvenu au résultat singulier qui fait l'objet de ce Mémoire; j'y revenois toujours malgré moi, & ne voyant rien dans la Physique céleste qui pût produire une semblable inégalité, je me refusois toujours à l'évidence de ces observations.

Mais il a fallu enfin reconnoître ce nouveau phénomène & lui soumettre nos théories. Il y a donc, indépendamment de l'attraction de Jupiter, une inégalité dans Saturne dont la cause est toute différente, qui n'avoit pas lieu dans le dernier siècle, qui produit à même distance de Jupiter un effet aussi considérable & même plus grand que celui qui résulte des plus grandes variétés dans la position de Saturne, & qui se réduit principalement à une accélération extraordinaire depuis vingt ans.

Je ne m'arrêterai point à chercher la cause d'un phénomène si singulier, elle me paroît difficile à trouver; peut-être ce

phénomène tient-il à une cause générale & constante dont la loi n'est pas connue; peut-être n'est-ce qu'un effet particulier dû à quelque cause accidentelle, comme l'attraction d'une Comète; les observations anciennes n'ont pu m'éclairer là-dessus; on verra dans la suite de quelle manière ce phénomène pourra se varier ou se perpétuer, & l'on parviendra peut-être alors à en connoître la cause.

Saturne est donc, quant à présent, de toutes les Planètes la moins connue; il sembloit jusqu'ici que la Lune fût la plus rebelle au calcul & à la théorie, cependant l'on est parvenu à représenter toutes les inégalités à une minute près, par la seule attraction du Soleil. La Lune, disoit-on, est la plus voisine de toutes les Planètes: voilà pourquoi ses inégalités sont si sensibles & si multipliées. Je puis dire actuellement, par une raison contraire, Saturne est de toutes les Planètes la plus éloignée de nous; voilà pourquoi ses inégalités sont si considérables: nous ignorons ce qui se passe dans une sphère si élevée; le mouvement de Saturne est si lent, que la moindre cause suffit pour le troubler; la force du Soleil pour retenir Saturne dans son orbite est si fort diminuée par ce grand éloignement, qu'elle se trouve vaincue ou du moins modifiée par des forces assez médiocres, qui n'auroient peut-être aucune prise sur des Planètes plus voisines du Soleil; celles-ci sont entraînées d'un mouvement rapide, & elles échappent, pour ainsi dire, à des impressions passagères, forcées de rester dans leur orbite par l'intensité & l'énergie de la force centrale du Soleil.

Cette nouvelle inégalité rend très-difficile la détermination du moyen mouvement de Saturne; les oppositions observées par Tycho & comparées avec les nôtres, me paroissent être ce qu'il y a de mieux pour connoître le mouvement de Saturne au temps où nous sommes: les observations de 1582 & de 1583 s'accordent à donner 2 minutes pour l'erreur des Tables en excès; celles de 1759 & de 1760 s'accordent à donner $21\frac{1}{3}$ en défaut; la somme $23\frac{1}{3}$ est la quantité dont le moyen mouvement de Saturne, dans les Tables de Halley, doit être augmenté pour un intervalle de cent soixante-dix-sept

ans, ce qui donne $7^{\text{h}} 9^{\text{m}} 1^{\text{s}}$ pour chaque année; ainsi le mouvement annuel seroit de $12^{\text{d}} 13' 29'' 37$, mouvement qui paroît devoir être indépendant de l'action de Jupiter & des élémens de l'orbite de Saturne, puisque j'ai choisi des observations faites dans la moyenne distance de Saturne, & à même degré de commutation par rapport à Jupiter.

Ce mouvement est dans M. Cassini de $12^{\text{d}} 13' 36''$, en sorte que le résultat que je viens de trouver tient à peu-près le milieu entre ceux de M. Cassini & de M. Halley; mais on ne doit pas dissimuler que les observations intermédiaires s'écarteront toujours, quoiqu'on fasse, d'une quantité considérable.

Quand je compare les mêmes observations de Tycho avec celles de 1700 & 1701, ou celles de 1597 & 1599 avec les observations faites vers 1716, je ne trouve plus que 5 secondes, au lieu de 8, à ajouter au mouvement de Saturne qui est établi dans les Tables de Halley, parce que la nouvelle inégalité a été bien plus forte depuis vingt ans qu'elle n'étoit au commencement du siècle.

Il n'est donc pas possible d'assigner, quant à présent, une valeur probable au moyen mouvement de Saturne; il faut se contenter des conjectures que l'on peut tirer d'une année à l'autre pour prédire l'erreur des Tables, ainsi que je l'ai fait depuis quelques années dans la *Connoissance des mouvemens célestes*; j'ai lieu de croire, par exemple, qu'elle sera de 10 minutes en 1769; après cela je ne puis dire autre chose, sinon que depuis vingt ans le mouvement de Saturne a éprouvé une accélération extraordinaire dont on ne sauroit assigner la véritable cause.



PREMIER MÉMOIRE*

SUR

L'ÉTAT ACTUEL

DES

TABLES DE JUPITER,

*Et des changemens qu'il convient d'y faire, quant aux
principaux élémens de la Théorie.*

Par M. JEAURAT.

16 Février
1765.

LES premières Tables qui furent dressées, du mouvement des Planètes, sont celles qu'on trouve dans l'Almageste de Ptolémée, qui vivoit à Alexandrie l'an 140 de J. C.

Ces premières Tables furent rectifiées vers l'an 1252 par Alphonse, roi de Castille, surnommé le Sage & l'Astronome; la compilation de ces Tables, nommées *Alphonsmes*, monta, dit-on, à quatre cents mille ducats; elles ont été imprimées à Venise en 1492, & à Paris en 1545.

En 1543, Copernic publia les siennes; elles étoient assujetties à trente années d'observations & de calculs qui lui étoient propres; elles furent réimprimées en 1566, 1593 & 1617.

Dans le seizième siècle, Tycho-Brahé surpassa de beaucoup ceux qui l'avoient précédé dans la carrière de l'Astronomie; il dépensa, pour la perfection de ses instrumens, plus de cent mille écus; en 1564, il forma le projet de nouvelles Tables; il observa aussi avec tant d'habileté & d'affiduité, que son recueil d'observations devint bientôt la matière immense d'une

* M. Jeurat lut le 21 Août, même année, un Mémoire que l'on trouvera à sa place, dans lequel il a adopté des moyens qui ont encore perfectionné davantage les Tables de Jupiter, qu'il a fait imprimer depuis.

nouvelle

nouvelle suite de Tables, elles furent même comme la source des découvertes de Képler; ce dernier procura aussi à ses frais, en 1627, les fameuses Tables *Rudolphines*, qui furent réimprimées à Paris en 1650 & qui donnèrent lieu à un grand nombre d'autres Tables publiées peu de temps après, & rendues plus commodes pour les calculs.

Les Tables de M. de la Hire parurent ensuite*; elles furent à leur tour employées de préférence jusqu'en 1740, que M. Cassini publia les siennes : celles-ci sont encore dans le moment présent plus exactes que toutes les autres, quant aux mouvemens de Jupiter.

* La première
édition, en 1701.

Enfin les dernières de toutes celles qui ont paru pour les Planètes, sont celles de M. Halley, imprimées à Londres en 1749. M. l'abbé Chappe nous a procuré en 1754, une nouvelle édition de la première partie des ouvrages de ce célèbre Astronome; & M. de la Lande, en 1759, celle de la seconde & dernière partie.

Les Tables de M. Cassini & celles de M. Halley, présentent par leur comparaison, un tableau satisfaisant des observations faites en même temps sur Jupiter, depuis 1672 jusqu'en 1719, à l'Observatoire royal de Paris & à celui de Greenwich. Ces doubles observations faites en différens lieux par différens Astronomes & avec des instrumens différens, pendant un espace de quarante-sept années, sont très-propres à faire juger des progrès de l'Astronomie.

Comme les Tables de M. Cassini & celles de M. Halley se rapportent nécessairement à des temps déjà assez éloignés, & où les instrumens n'avoient pas la même perfection qu'aujourd'hui, elles se trouvent inmanquablement dans le cas d'être rectifiées, & l'on ne pourra se flatter d'en avoir construit de vraiment exactes & conséquemment de durables, que lorsque la théorie même de cette Planète sera bien constatée.

Néanmoins les Tables de M. Cassini & celles de M. Halley, doivent pour le présent servir de terme de comparaison dans nos travaux astronomiques, & particulièrement

celles de M. Cassini pour Jupiter, puisqu'elles sont supérieures à celles de M. Halley & s'accordent mieux avec les observations récentes.

Comme nous ne sommes point au centre des orbites que décrivent les Planètes, & qu'elles font leurs révolutions autour d'un foyer dont le Soleil occupe le centre; il est nécessaire d'y rapporter leurs mouvemens; & pour le faire avec succès, il faut séparer ceux qui leur sont propres, d'avec ceux que nous devons uniquement attribuer au mouvement de la Terre autour du foyer commun.

Le cas où l'Observateur est placé le plus avantageusement qu'il soit possible pour observer le mouvement propre d'une Planète, est celui où elle se trouve en conjonction ou en opposition avec le Soleil; observations rares, & dont quelques-unes ne peuvent pas s'apercevoir, telles que les conjonctions supérieures que les rayons du Soleil dérobent à la vue.

Quelques-unes même des oppositions des Planètes supérieures manquent d'être observées, parce qu'il ne fait pas toujours beau temps; d'ailleurs les plus utiles à la théorie sont celles où l'astre se trouve à 3, à 6, à 9 & à 12 signes d'anomalie moyenne; & il faut pour réunir ces positions principales, environ onze années d'observations.

Tant de circonstances désirables dans les observations, réduisent celles qu'on doit regarder comme principales, à un très-petit nombre: aussi celles des oppositions de Jupiter, observées par Cassendi en 1620 & 1633, n'ont pu me servir, quoique vraisemblablement bonnes en elles-mêmes.

Mon premier soin a été de réunir la totalité des observations de Jupiter, faites dans son opposition avec le Soleil; elles sont au nombre de cent vingt-une.

Ces observations une fois réunies, je les ai calculées de nouveau afin d'en vérifier la réduction; & pour la facilité des calculs, je les ai réduites uniformément à un même méridien.

La loi que je me suis prescrite dans cette réduction générale des observations, a été de rapporter tous les temps des

observations au temps moyen du méridien de l'Observatoire royal de Paris ; de rapporter ces temps au vieux style , pour les observations faites avant 1600 ; de les rapporter au nouveau style , pour les observations faites depuis 1600 ; d'employer les Tables du Soleil de M. Cassini , pour les observations faites avant 1600 ; & de me servir de celles de M. l'abbé de la Caille , pour les observations faites depuis 1600. C'est d'après ces précautions que j'ai calculé pour chaque observation , & selon M. Cassini , l'erreur des Tables de Jupiter dans son orbite , & conséquemment les anomalies moyennes qui y correspondent.

De cette opération il a résulté naturellement un tableau des corrections à faire aux Tables de M. Cassini , & en même temps une indication des observations les plus propres à rectifier ces mêmes Tables , c'est-à-dire des observations où Jupiter étoit à peu près dans ses moyennes distances ou dans son aphélie ou dans son périhélie.

Ce choix d'observations principales étant fait , j'en ai déduit successivement , & de trois en trois , les plus voisines les unes des autres qu'il m'a été possible , la correction de l'époque assignée par les Tables , tant pour les moyens mouvemens en longitude , que pour ceux de l'aphélie ; & j'ai aussi déduit pour ces mêmes temps la plus grande équation du centre.

La raison qui m'a déterminé à ne comparer ensemble que les observations faites de proche en proche & dans un espace de temps moindre que quinze années , c'est que la méthode que j'ai suivie , est celle qu'on trouve à la page 466 du Traité d'Astronomie que vient de publier M. de la Lande : or cette méthode suppose exacte la révolution moyenne des Tables ; & cette supposition , qui ne peut apporter d'obstacles sensibles dans un petit nombre d'années , jetteroit au contraire , du doute sur une comparaison dont les termes occuperoient un plus long intervalle de temps.

Les opérations faites , comme je viens de le dire , sur les observations principales & prises de trois en trois , m'ont donné de trente-huit manières différentes les corrections qu'il

convient de faire aux Tables, & conséquemment trente-huit fois les dimensions vraies de l'orbite, & pareillement trente-huit fois la révolution moyenne de la même orbite.

Dans la détermination de chacune des corrections que j'assigne ici aux Tables de Jupiter, données par M. Cassini, j'ai fait usage des petites équations de M. Mayer, dépendantes de l'attraction de Saturne *, parce que ces petites équations, quoiqu'ayant peut-être besoin d'être rectifiées elles-mêmes, ont dû néanmoins contribuer à la perfection de mes résultats.

* *Connaissance
des Temps, ann.
1763, p. 128.*

Ces résultats déduits directement des observations auroient toute la précision possible, si les observations elles-mêmes étoient telles qu'on peut les desirer; mais nous ignorons le degré de précision des anciennes, & nous savons que la plupart étoient dépendantes de la déviation d'un mural & du mouvement des pendules, lesquels n'étoient pas alors d'une aussi grande régularité qu'elles le sont aujourd'hui.

Au reste, j'ai concilié, autant qu'il m'a été possible, les trente-huit résultats que j'ai déduits des observations mêmes.

J'ai pour le commencement de ce siècle, diminué les moyens mouvemens en longitude de $1' 42''$, & ceux en aphélie de $8' 39''$.

J'ai aussi trouvé que dans l'espace de cent années, les moyens mouvemens en longitude devoient être ralentis de $10''$, & que ceux en aphélie devoient être accélérés de $14' 8''$.

Enfin j'ai trouvé que l'équation du centre croît de $22' 24''$ dans l'espace de trois cents vingt-trois années; que cette équation décroît ensuite & assez exactement dans le même espace de temps de la même quantité, & que cette succession périodique d'augmentations & de diminutions que donnent les observations, suit à très-peu de chose près la loi des racines quarrées des temps.

Des corrections que j'assigne aux Tables, d'après ces principes & ces vues, il en résulte naturellement le moyen d'en construire de nouvelles, dont on doit espérer plus d'exactitude que de celles qui ont paru jusqu'à présent: & pour

donner à ces Tables la facilité & la sûreté désirables, dans la pratique, voici la forme que je leur ai donnée.

J'ai retranché des moyens mouvemens en longitude la somme des équations; j'ai mis à côté de ces moyens mouvemens, ceux de l'anomalie moyenne, ceux des argumens, & la plus grande équation du centre. De cette forme il suit que les argumens se trouvent tout formés, que les équations deviennent additives dans tous les cas possibles, & qu'on ne risque pas de se méprendre à l'égard des signes positifs ou négatifs, dont la méprise produit comme on sait, une erreur du double de la quantité.

Il falloit aussi que je satisfisse à la variation de l'équation du centre dont je viens d'établir l'hypothèse; & pour le faire j'ai calculé une Table dans laquelle on trouvera l'augmentation ou la diminution requise, à raison de l'équation du centre assignée à l'époque & relativement à l'anomalie moyenne qui y correspond.

Enfin on trouvera ci-après un Tableau des résultats que j'ai déduits des observations mêmes; l'époque à laquelle ces résultats correspondent; les noms des Astronomes par qui les observations ont été faites, l'équation que j'ai supposée pour l'accord des observations, & la quantité dont mes suppositions s'éloignent des vrais résultats.

Ce Tableau sera suivi d'un autre qui terminera ce Mémoire, & l'on y trouvera la totalité des observations des oppositions de Jupiter, telles que je les ai réduites, les anomalies moyennes qui y correspondent, l'erreur des Tables telles qu'elles étoient, l'erreur des Tables que je propose, la quantité dont mes erreurs diffèrent de celles qui existoient précédemment, en un mot une exposition fidèle des principales parties de mon travail, du degré de précision qu'on doit en attendre & de ce qui reste à faire pour atteindre une plus grande perfection.

PREMIER TABLEAU,

Contenant les différentes corrections à faire aux Tables de JUPITER,
qu'a données M. Cassini.

1.^o Résultats déduits des Observations mêmes.

	N O M S DES ASTRONOMES par qui les Oppositions de π ont été observées.	ANNÉES des OPPOSITIONS observées, dont j'ai fait usage pour la détermination des Corrections cherchées.	CORRECTIONS DÉDUITES des Observations, pour les moyens mouvemens.		Plus grandes ÉQUATIONS du centre, déduites des observations
			en longitude	en aphélie.	
			M. S.	D. M. S.	
A	PTOLÉMÉE.	133, 136, 137.	+ 0. 49	+ 1. 0. 33	5. 12. 13
B	COPERNIC.	1520, 1526, 1529.	+ 3. 27	+ 4. 8. 13	5. 15. 53
D	TYCHO.	1583, 1586, 1592.	- 1. 57	+ 0. 16. 10	5. 30. 31
		1583, 1586, 1593.	- 1. 42	+ 0. 15. 56	5. 32. 19
		1584, 1586, 1592.	- 2. 21	+ 0. 37. 6	5. 30. 51
		1584, 1586, 1593.	- 2. 1	+ 0. 45. 30	5. 32. 3
		1586, 1589, 1592.	- 0. 52	- 0. 41. 41	5. 29. 30
		1586, 1589, 1593.	- 4. 3	- 0. 22. 26	5. 32. 39
		1586, 1590, 1592.	- 0. 48	- 0. 46. 29	5. 29. 27
		1586, 1590, 1593.	- 3. 43	- 0. 30. 41	5. 32. 46
		1586, 1592, 1595.	- 2. 7	+ 0. 26. 30	5. 30. 39
		1586, 1593, 1595.	- 1. 52	+ 0. 26. 45	5. 32. 11
		1586, 1592, 1596.	- 1. 58	+ 0. 12. 4	5. 30. 25
		1586, 1593, 1596.	- 1. 53	+ 0. 21. 47	5. 32. 10
E	TYCHO & LONGOMONTANUS.	1586, 1592, 1607.	- 2. 8	+ 0. 27. 7	5. 30. 40
		1593, 1607, 1610.	- 6. 2	- 0. 15. 2	5. 30. 30
		1586, 1592, 1613.	- 1. 49	+ 0. 10. 13	5. 30. 22
		1593, 1610, 1613.	- 5. 52	+ 0. 56. 43	5. 29. 16
G	HEVELIUS.	1657, 1661, 1664.	+ 2. 11	+ 0. 3. 34	5. 32. 13
		1659, 1666, 1675.	+ 0. 18	- 0. 10. 43	5. 34. 14
		1669, 1673, 1676.	- 0. 3	- 0. 29. 54	5. 31. 20
H	FLAMSTEED.	1682, 1685, 1687.	- 5. 40	- 0. 31. 6	5. 31. 45
		1688, 1690, 1694.	- 3. 53	- 0. 20. 4	5. 33. 39

Suite du PREMIER TABLEAU.

	N O M S DES ASTRONOMES par qui les Oppositions de π ont été observées.	ANNÉES des OPPOSITIONS observées, dont j'ai fait usage pour la détermination des Corrections cherchées.	CORRECTIONS DÉDUITES des Observations, pour les moyens mouvemens.						Plus grandes ÉQUATIONS du centre, dédites des observations			
			en longitude			en aphélie.						
			M.	S.		D.	M.	S.				
L	HALLEY.	1697, 1699, 1704.	+	0.	7	-	0.	53.	33	5.	33.	34
		1700, 1702, 1706.	+	0.	51	-	0.	10.	8	5.	36.	1
M	HALLEY.	1708, 1711, 1716.	+	3.	27	+	0.	13.	10	5.	32.	32
		1712, 1714, 1718.	+	5.	9	+	0.	9.	48	5.	32.	45
N	M. CASSINI.	1723, 1726, 1728.	+	3.	57	+	0.	27.	16	5.	32.	45
		1728, 1733, 1735.	+	2.	25	+	0.	1.	19	5.	33.	51
P	M. CASSINI & Moi.	1740, 1744, 1746.	-	1.	24	-	0.	27.	36	5.	34.	0
		1740, 1744, 1747.	-	2.	17	-	0.	19.	8	5.	34.	58
		1742, 1747, 1749.	-	1.	53	-	0.	6.	11	5.	34.	15
		1747, 1749, 1752.	-	2.	4	+	0.	0.	51	5.	34.	59
		1747, 1752, 1756.	-	2.	9	-	0.	9.	38	5.	35.	1
		1752, 1755, 1759.	-	2.	8	-	0.	15.	21	5.	34.	59
		1752, 1756, 1759.	-	2.	5	-	0.	10.	26	5.	34.	57
		1754, 1756, 1759.	-	1.	59	-	0.	11.	17	5.	35.	2
		1754, 1759, 1761.	-	2.	2	-	0.	9.	19	5.	34.	58

2.° Corrections moyennes a, b, d, e, g, h, l, m, n, p, déduites des
Corrections précédentes A, B, D, E, G, H, L, M, N, P.

ANNÉES auxquelles correspondent les corrections moyennes.	CORRECTIONS MOYENNES pour les moyens Mouvements,						Plus grandes ÉQUATIONS du centre.		
	en longitude.			en aphélie.					
	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
a, 135.	+ 0.	1.	2	+ 0.	57.	53	5.	11.	10
b, 1525.	+ 0.	3.	27	+ 4.	8.	13	5.	15.	53
d, 1590.	- 0.	2.	6	+ 0.	5.	3	5.	31.	18
e, 1600.	- 0.	3.	58	+ 0.	19.	45	5.	30.	12
g, 1666.	+ 0.	0.	48	- 0.	12.	21	5.	32.	35
h, 1688.	- 0.	4.	46	- 0.	25.	35	5.	32.	42
l, 1701.	+ 0.	0.	29	- 0.	31.	50	5.	34.	47
m, 1713.	+ 0.	4.	18	+ 0.	11.	29	5.	32.	38
n, 1729.	+ 0.	3.	11	+ 0.	14.	17	5.	33.	18
p, 1750.	- 0.	1.	47	- 0.	14.	44	5.	34.	24

3.^o *Corrections que j'ai adoptées, & quantités dont elles s'éloignent de celles que donnent les différentes observations.*

ANNÉES auxquelles correspondent mes Corrections.	CORRECTIONS QUE J'AI ADOPTÉES pour les moyens Mouvements.				Plus grandes ÉQUAT. du Centre.		Erreurs.
	en longit.	Erreurs.	en aphélie.	Erreurs.			
	M. S.	M. S.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
135.	+0. 55	-0. 6	+ 3. 33. 52	+ 2. 35. 59	5. 12. 0	+0. 50	
1525.	-1. 24	-4. 51	+0. 17. 6	-3. 51. 7	5. 16. 0	+0. 7	
1590.	-1. 31	0. 45	+0. 7. 53	+0. 2. 50	5. 23. 15	-8. 8	
1600.	-1. 32	+2. 26	+0. 6. 28	-0. 13. 17	5. 24. 43	-5. 29	
1666.	-1. 39	-2. 27	-0. 2. 51	+0. 9. 30	5. 31. 20	-1. 15	
1688.	-1. 41	+3. 5	-0. 5. 58	+0. 19. 37	5. 32. 40	-0. 2	
1701.	-1. 42	-2. 11	-0. 7. 44	+0. 24. 6	5. 33. 20	-1. 27	
1713.	-1. 43	-6. 1	-0. 9. 29	-0. 20. 58	5. 33. 40	+1. 2	
1729.	-1. 45	-4. 56	-0. 11. 45	-0. 26. 2	5. 34. 10	+0. 52	
1750.	-1. 47	-0. 0	-0. 14. 44	-0. 0. 0	5. 34. 24	-0. 0	

4.^o *Époques des différentes circonstances de la variation de la plus grande Équation du centre, laquelle croît, selon toutes les apparences, d'environ 22' 24" en 323 années, & dans la raison des racines carrées des temps.*

ANNÉES OÙ L'ÉQUATION DU CENTRE est		
La plus petite, c'est-à-dire, de 5 ^d 12' 0".	Moyenne, c'est-à-dire, de 5 ^d 23' 12".	La plus grande, c'est-à-dire, de 5 ^d 34' 24".
..... 135. 296 $\frac{1}{2}$ 458.
..... 619 $\frac{1}{2}$.	
..... 781. 942 $\frac{1}{2}$.	
..... 1265 $\frac{1}{2}$ 1104.
..... 1427. 1588 $\frac{1}{2}$.	
..... 1750.	

5.^o *Éléments de la théorie de Jupiter, sur lesquels sont fondées les Tables que j'ai dressées pour Jupiter.*

ANNÉES.	LONGITUDE moyenne.	L I E U de l'Aphélie.	Plus grande ÉQUATION du Centre.
1600.	4 ^f 9 ^d 34' 41"	6 ^f 7 ^d 57' 28"	5 ^d 24' 43"
1700.	9. 15. 51. 2	6. 9. 19. 2	5. 33. 20
1800.	2. 22. 7. 23	6. 10. 40. 36	5. 32. 17

SECOND ET DERNIER TABLEAU,

Contenant la totalité des Oppositions observées de JUPITER; & comparaisons de ces observations avec les calculs faits selon les Tables de M. Cassini & selon les miennes.

TEMPS MOYENS DES OPPOSITIONS, réduits au Méridien de Paris.					ANOMALIE moyenne de JUPITER.	LONGITUDE héliocentrique observée de JUPITER.				ERREURS des TABLES en Longitude, selon				QUANTITÉS dont MES TABLES	
Vieux Style.						Sign. D. M. S.	Sign. D. M. S.	Sign. D. M. S.	Sign. D. M. S.	M. CASSINI.		M O L.		Aug- mentent l'Erreur.	Di- minuent l'Erreur.
Années.	Mois.	J.	H.	M.	M. S.					M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
133.	Mai...	15.	23.	3	2. 10. 19. 59	7. 23. 22. 30	—14. 32	+ 4. 46	2. 46					
136.	Sept...	1.	4.	10	5. 20. 23. 43	11. 7. 47. 33	+ 2. 7	—14. 52	12. 45						
137.	Octobre	8.	3.	18	6. 23. 47. 41	0. 14. 19. 6	+13. 17	—13. 55	0. 38						
1520.	Avril...	28.	15.	52	1. 14. 18. 47	7. 17. 59. 0	—29. 8	—19. 18	9. 50					
1526.	Nov...	28.	1.	5	8. 4. 6. 10	2. 15. 51. 0	+20. 53	+ 4. 1	16. 52					
1529.	Janvier	30.	20.	45	10. 10. 8. 40	4. 21. 15. 50	— 3. 44	—17. 46	14. 2						
1583.	Sept...	6.	17.	8	5. 17. 11. 15	11. 23. 33. 25	+ 6. 38	+ 2. 55	3. 43					
1584.	Octobre	13.	7.	5	6. 20. 38. 20	1. 0. 22. 0	+ 7. 44	+ 0. 33	7. 11					
1585.	Nov...	18.	0.	1	7. 23. 56. 5	2. 6. 17. 30	+ 3. 59	—0. 42	3. 17					
1586.	Déc...	21.	16.	6	8. 27. 3. 52	3. 10. 19. 4	+ 4. 20	—7. 21	3. 1						
1588.	Janvier	22.	8.	22	10. 0. 0. 31	4. 12. 18. 34	+ 9. 44	— 2. 3	7. 41					
1589.	Février	21.	0.	48	11. 2. 54. 13	5. 12. 57. 8	+ 9. 35	+ 0. 43	8. 52					
1590.	Mars...	23.	12.	24	0. 5. 45. 58	6. 12. 54. 30	+10. 21	+ 4. 38	5. 43					
1591.	Avril...	23.	19.	3	1. 8. 41. 38	7. 13. 7. 20	+ 7. 59	+ 4. 28	3. 31					
1592.	Mai...	25.	16.	19	2. 11. 45. 19	8. 14. 25. 1	+ 4. 34	+ 6. 56	2. 22						
1593.	Juin...	29.	10.	24	3. 14. 58. 20	9. 17. 20. 57	+ 6. 51	+10. 48	3. 57						
1594.	Août...	5.	5.	39	4. 18. 21. 34	10. 22. 21. 4	+ 5. 36	+ 9. 28	3. 52						
1595.	Sept...	12.	1.	18	5. 21. 49. 50	11. 28. 53. 10	+ 3. 8	+ 3. 8	0. 15					
1596.	Octobre	18.	8.	14	6. 25. 15. 28	1. 5. 40. 0	+ 2. 13	— 1. 58						
Nouveau Style.															
1607.	Sept...	27.	11.	1	5. 26. 28. 45	0. 4. 10. 0	+ 3. 15	+ 3. 3	0. 12					
1611.	Janvier.	9.	14.	48	9. 6. 12. 23	3. 19. 36. 0	+11. 0	+ 0. 13	10. 47					
1613.	Mars...	11.	16.	48	11. 12. 1. 25	5. 20. 45. 0	+ 2. 18	— 1. 0	1. 18					
1620.	Nov...	7.	9.	44	7. 4. 29. 36	1. 15. 58. 0	+ 5. 24	+ 2. 9	3. 15					
1633.	Déc...	17.	1.	57	8. 12. 19. 7	2. 26. 3. 20	+ 3. 40	+ 2. 25	1. 15					
1657.	Déc...	26.	11.	11	8. 21. 29. 53	3. 5. 47. 40	— 1. 24	— 5. 17	3. 53						
1659.	Janvier	27.	11.	32	9. 24. 29. 20	4. 8. 8. 22	+ 1. 54	— 3. 53	1. 59						
1660.	Février	27.	6.	57	10. 27. 22. 40	5. 8. 57. 49	+ 2. 54	— 5. 39	2. 45						
1661.	Mars...	28.	17.	57	0. 0. 14. 19	6. 8. 58. 53	+ 3. 17	— 4. 1	0. 44						
1662.	Avril...	28.	19.	31	1. 3. 8. 51	7. 9. 3. 54	+ 2. 39	— 3. 30	0. 51						
1663.	Mai...	31.	7.	15	2. 6. 10. 37	8. 10. 5. 3	+ 1. 8	— 1. 49	0. 41						
1664.	Juillet...	3.	19.	12	3. 9. 22. 20	9. 12. 47. 26	— 2. 48	— 2. 57	0. 9						
1665.	Août...	9.	7.	13	4. 12. 44. 3	10. 17. 27. 36	— 4. 15	— 2. 46	1. 29					
1666.	Sept...	15.	23.	44	5. 16. 11. 41	11. 23. 44. 33	— 3. 16	— 2. 9	1. 7					

Mém. 1765.

. Ccc

TEMPS MOYENS DES OPPOSITIONS, réduits au Méridien de Paris. Nouveau Style.					ANOMALIE moyenne de JUPITER.			LONGITUDE héliocentrique observée de JUPITER.			ERREURS des TABLES en Longitude, selon		QUANTITÉS dont MES TABLES			
											M. CASSINI.		Aug- ment l'Erreur.		Di- minuent l'Erreur.	
Année.	Mois.	J.	H.	M.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	M. S.	M. S.	M. S.	M. S.
1667.	Octobre	23.	10.	13	6.	19.	57.	37	1.	0.	31.	21	— 1. 23	— 2. 29	1. 6	
1668.	Nov...	27.	6.	55	7.	22.	56.	36	2.	6.	24.	33	+ 1. 20	— 2. 0	0. 40	
1669.	Déc...	30.	23.	24	8.	26.	4.	18	3.	10.	28.	8	+ 3. 48	— 1. 28	2. 20
1671.	Janvier.	31.	19.	18	9.	29.	2.	51	4.	12.	36.	12	+ 4. 49	— 0. 53	3. 56
1672.	Mars...	2.	12.	40	11.	1.	55.	47	5.	13.	17.	47	+ 4. 4	— 0. 27	3. 37
1673.	Avril...	2.	10.	58	0.	4.	47.	39	6.	13.	17.	34	+ 3. 7	+ 0. 26	2. 41
1674.	Mai...	3.	6.	29	1.	7.	43.	6	7.	13.	28.	32	+ 1. 15	+ 1. 14	0. 1
1675.	Juin...	5.	0.	19	2.	10.	46.	3	8.	14.	42.	4	+ 1. 24	+ 0. 12	0. 12
1676.	Juillet...	8.	19.	6	3.	13.	58.	13	9.	17.	39.	14	— 5. 5	— 2. 43	2. 22
1677.	Août...	14.	12.	7	4.	17.	21.	57	10.	22.	34.	8	— 4. 20	— 2. 33	1. 47
1678.	Sept...	21.	5.	59	5.	20.	49.	53	11.	29.	0.	19	— 3. 22	— 2. 25	0. 57
1679.	Octobre	28.	13.	16	6.	24.	15.	34	1.	5.	44.	36	— 0. 56	— 2. 23	1. 27	
1680.	Déc...	2.	2.	58	7.	27.	32.	40	2.	11.	24.	41	+ 1. 31	+ 1. 52	0. 21	
1682.	Janvier.	4.	12.	50	9.	0.	39.	8	3.	15.	12.	28	+ 3. 7	+ 4. 50	1. 43	
1683.	Février.	5.	5.	22	10.	3.	36.	51	4.	17.	10.	3	+ 0. 33	+ 4. 4	3. 31	
1684.	Mars...	6.	20.	35	11.	6.	29.	20	5.	17.	42.	9	+ 0. 29	+ 4. 54	4. 25	
1685.	Avril...	6.	9.	13	0.	9.	21.	16	6.	17.	38.	36	+ 1. 0	+ 4. 15	3. 15	
1686.	Mai...	7.	17.	18	1.	12.	17.	16	7.	17.	51.	40	+ 2. 22	+ 4. 9	1. 47	
1687.	Juin...	9.	15.	20	2.	15.	21.	6	8.	19.	12.	4	+ 4. 24	+ 3. 52	0. 32
1688.	Juillet...	13.	14.	53	3.	18.	35.	14	9.	22.	20.	54	+ 6. 6	+ 2. 49	3. 17
1689.	Août...	19.	12.	26	4.	21.	58.	56	10.	27.	29.	40	+ 7. 18	— 1. 9	6. 9
1690.	Sept...	26.	8.	28	5.	25.	27.	18	0.	4.	6.	3	+ 6. 9	+ 1. 2	5. 7
1691.	Nov...	2.	13.	26	6.	28.	52.	31	1.	10.	51.	27	+ 3. 35	+ 1. 15	2. 20
1692.	Déc...	6.	22.	54	8.	2.	8.	42	2.	16.	25.	21	— 0. 51	+ 0. 35	0. 16
1694.	Janvier.	9.	3.	42	9.	5.	14.	9	3.	20.	0.	30	— 2. 53	+ 3. 1	0. 8	
1695.	Février...	9.	14.	55	10.	8.	10.	46	4.	21.	42.	22	— 3. 48	+ 2. 21	1. 27
1696.	Mars...	11.	3.	56	11.	11.	2.	46	5.	22.	5.	36	— 2. 58	+ 2. 34	0. 24
1697.	Avril...	10.	17.	27	0.	13.	54.	52	6.	21.	50.	24	— 0. 44	+ 2. 32	1. 48	
1698.	Mai...	12.	5.	35	1.	16.	51.	42	7.	22.	18.	33	+ 1. 4	+ 0. 40	0. 24
1699.	Juin...	14.	9.	42	2.	19.	56.	48	8.	23.	51.	18	+ 3. 39	— 0. 28	3. 11
1700.	Juillet...	19.	16.	9	3.	23.	12.	24	9.	27.	16.	12	+ 5. 55	— 0. 23	5. 32
1701.	Août...	25.	20.	11	4.	26.	37.	26	11.	2.	43.	13	+ 4. 10	— 1. 25	2. 45
1702.	Octobre	2.	17.	10	6.	0.	5.	59	0.	9.	28.	44	+ 0. 20	— 3. 3	2. 43	
1703.	Nov...	8.	17.	29	7.	3.	30.	15	1.	16.	8.	13	— 2. 6	— 2. 46	0. 40	
1704.	Déc...	12.	18.	55	8.	6.	44.	47	2.	21.	24.	47	— 4. 1	— 1. 24	2. 37
1706.	Janvier.	14.	16.	15	9.	9.	48.	38	3.	24.	41.	48	— 4. 40	— 5. 4	0. 24	
1707.	Février.	14.	22.	4	10.	12.	44.	7	4.	26.	7.	40	— 3. 0	— 6. 8	3. 8	
1708.	Mars...	16.	9.	19	11.	15.	35.	47	5.	26.	22.	3	+ 0. 17	— 6. 21	6. 4	
1709.	Avril...	16.	0.	59	0.	18.	28.	20	6.	26.	17.	50	+ 0. 19	— 8. 17	7. 58	
1710.	Mai...	17.	18.	4	1.	21.	26.	11	7.	26.	45.	8	+ 1. 28	— 7. 53	6. 29	
1711.	Juin...	20.	6.	31	2.	24.	32.	1	8.	28.	34.	16	+ 1. 41	— 6. 24	4. 43	

TEMPS MOYENS DES OPPOSITIONS, réduits au Méridien de Paris. <i>Nouveau Style.</i>					ANOMALIE moyenne de JUPITER.			LONGITUDE héliocentrique observée de JUPITER.			ERREURS des TABLES en Longitude, selon		QUANTITÉS dont MES TABLES			
											M. CASSINI.		Aug- ment l'Erreur.			
											M o i		Di- mi- nuent l'Erreur.			
Année	Mis.	J	H.	M.	Sig.	D.	M.	S.	Sig.	D.	M.	S.	M.	S.	M.	S.
1712.	Juillet.	24.	21.	47	3.	27.	50.	28	10.	2.	22.	21	— 2.	0	— 7.	30
1713.	Août.	31.	6.	2	5.	1.	16.	22	11.	8.	4.	1	+ 4.	17	— 5.	49
1714.	Octobre	8.	2.	13	6.	4.	44.	46	0.	14.	52.	50	+ 6.	14	— 5.	31
1715.	Nov...	13.	19.	22	7.	8.	7.	33	1.	21.	20.	55	— 5.	39	— 2.	32
1716.	Déc...	17.	12.	44	8.	11.	20.	24	2.	26.	18.	51	— 4.	27	— 3.	25
1718.	Janvier.	19.	2.	41	9.	14.	22.	44	3.	29.	17.	55	— 3.	41	— 6.	12
1719.	Février.	19.	4.	21	10.	17.	17.	20	5.	0.	30.	30	— 1.	13	— 7.	28
1720.	Mars.	20.	15.	50	11.	20.	9.	4	6.	0.	39.	55	+ 0.	39	— 8.	30
1721.	Avril.	20.	9.	47	12.	23.	3.	5	7.	0.	38.	8	+ 0.	11	— 9.	38
1722.	Mai...	22.	8.	39	1.	26.	1.	8	8.	1.	16.	5	+ 0.	44	— 8.	54
1723.	Juin...	25.	4.	2	2.	29.	9.	26	9.	3.	21.	21	— 2.	10	— 7.	14
1724.	Juillet.	30.	0.	34	4.	2.	27.	57	10.	17.	21.	17	— 1.	16	— 3.	0
1725.	Sept.	5.	14.	42	5.	5.	55.	6	11.	13.	21.	15	— 7.	51	— 7.	28
1726.	Octobre	13.	5.	46	6.	9.	22.	24	0.	20.	4.	45	— 4.	14	— 2.	7
1727.	Nov...	18.	17.	25	7.	12.	44.	1	1.	26.	24.	23	— 2.	27	— 2.	43
1728.	Déc...	22.	3.	9	8.	15.	55.	19	3.	1.	6.	52	— 1.	45	— 3.	3
1730.	Janvier.	23.	11.	18	9.	18.	56.	25	4.	3.	49.	46	— 0.	50	— 4.	23
1731.	Février.	23.	10.	10	10.	21.	50.	28	5.	4.	52.	1	+ 0.	42	— 3.	53
1733.	Avril.	24.	19.	6	0.	27.	36.	17	7.	5.	0.	37	— 1.	22	— 5.	0
1734.	Mai...	26.	23.	38	2.	0.	37.	11	8.	5.	48.	14	— 2.	33	— 5.	6
1735.	Juin...	30.	1.	38	3.	3.	45.	49	9.	8.	7.	48	— 3.	23	— 4.	21
1736.	Août.	4.	4.	26	4.	7.	5.	38	10.	12.	24.	1	— 2.	3	— 1.	38
1738.	Octobre	18.	9.	51	6.	14.	0.	9	0.	25.	18.	28	— 1.	46	— 0.	28
1739.	Nov...	23.	16.	4	7.	17.	20.	41	2.	1.	29.	14	+ 2.	8	— 1.	8
1740.	Déc...	26.	18.	49	8.	20.	30.	29	3.	5.	56.	54	— 2.	44	— 0.	11
1742.	Janvier.	27.	22.	3	9.	23.	30.	34	4.	8.	25.	3	— 2.	40	+ 0.	40
1743.	Février.	27.	18.	23	10.	26.	24.	7	5.	9.	18.	23	— 2.	55	+ 1.	22
1744.	Mars...	29.	5.	23	11.	29.	15.	33	6.	9.	20.	37	— 2.	50	+ 0.	47
1745.	Avril.	29.	4.	52	1.	2.	9.	54	7.	9.	22.	5	— 1.	3	+ 0.	49
1746.	Mai...	31.	13.	1	2.	5.	10.	52	8.	10.	15.	50	+ 1.	32	— 0.	5
1747.	Juillet.	4.	20.	2	3.	8.	21.	33	9.	12.	46.	29	+ 4.	34	+ 0.	59
1748.	Août...	9.	4.	32	4.	11.	42.	34	10.	17.	18.	0	+ 7.	4	+ 0.	46
1749.	Sept...	15.	21.	1	5.	15.	10.	10	11.	23.	33.	8	+ 7.	16	+ 1.	57
1750.	Octobre	23.	11.	12	6.	18.	37.	19	1.	0.	26.	44	+ 3.	51	+ 1.	22
1751.	Nov...	28.	11.	57	7.	21.	56.	41	2.	6.	28.	53	+ 0.	50	+ 2.	2
1752.	Déc...	31.	9.	54	8.	25.	5.	32	3.	10.	45.	20	— 4.	29	— 0.	7
1754.	Février.	1.	8.	18	9.	28.	4.	39	4.	13.	0.	43	— 6.	40	— 0.	56
1755.	Mars...	4.	1.	53	1.	0.	57.	35	5.	13.	42.	52	— 5.	41	+ 3.	39
1756.	Avril.	2.	12.	52	0.	3.	49.	12	6.	13.	40.	26	— 4.	22	— 0.	41
1757.	Mai...	3.	15.	14	1.	6.	43.	56	7.	13.	45.	38	— 1.	48	— 1.	30
1758.	Juin...	5.	4.	53	2.	9.	46.	4	8.	14.	49.	13	+ 1.	56	— 1.	10

TEMPS MOYENS DES OPPOSITIONS, réduits au Méridien de Paris. <i>Nouveau Style.</i>					ANOMALIE moyenne de JUPITER.				LONGITUDE héliocentrique observée de JUPITER.				ERREURS des TABLES en Longitude, selon				QUANTITÉS dont MES TABLES			
													M. CASSINI.		M O I.		Aug- mentent l'Erreur.		Di- minuent l'Erreur.	
Année.	Mois.	J.	H.	M.	Sign.	D.	M.	S.	Sign.	D.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.
1759.	Juillet..	9.	19.	4	3.	12.	58.	16	9.	17.	35.	17	+ 5.	29	+ 0.	56		4.	33
1760.	Août..	14.	10.	3	4.	16.	20.	36	10.	22.	24.	33	+ 6.	36	+ 1.	19		5.	17
1761.	Sept..	21.	6.	19	5.	19.	20.	3	11.	28.	54.	10	+ 2.	19	— 1.	52		0.	27
1762.	Octobre	28.	16.	5	6.	23.	15.	13	1.	5.	44.	12	+ 0.	19	— 0.	2		0.	17
1763.	Déc..	3.	10.	38	7.	26.	33.	18	2.	11.	34.	55	— 3.	46	— 2.	16		1.	30
1765.	Janvier.	4.	23.	36	8.	29.	25.	24	3.	15.	30.	27	— 5.	21	— 4.	14		1.	7



OBSERVATIONS

SUR UNE

MINE DE CHARBON DE TERRE,

Qui brûle depuis long temps.

Par M. FOUGEROUX DE BONDAROY.

CETTE Mine où le feu se conserve & brûle depuis plus de cent ans, suivant le rapport des habitans du pays, est située dans un endroit appelé *Saint-Genis, la Terre-noire* ou *la Montagne-brûlée*; elle est à trois quarts de lieue de la ville de Saint-Étienne en Forès, dans un lieu peu éloigné de Chambon & de la même paroisse, sur la route du Puy, au sud du grand chemin* qui y conduit. 22 Décemb. 1764.

Une légère vapeur noire qui s'élève de cette mine, annonce les endroits enflammés; elle est plus sensible dans certains temps que dans d'autres; quand il fait froid & après une humidité produite par une rosée ou une petite pluie, la vapeur est plus apparente, & pour lors on la voit monter à trois ou quatre pieds de hauteur; on m'a même dit qu'on apercevoit de la flamme pendant la nuit.

Il s'exhale de ces endroits, & principalement de certains où il s'est formé des crevasses ou des ouvertures, une odeur de soufre, aisée à reconnoître par l'effet qu'elle produit quand on la respire; cette odeur jointe à celle d'une terre mouillée qui se dessèche, forment un mélange qui réunit ce qui peut le rendre désagréable.

Quand on présente la main à certaines ouvertures du terrain, on y ressent une chaleur assez vive pour obliger de la retirer, & ne pas permettre de l'y laisser plus long-temps exposée sans courir risque de se brûler.

Cette chaleur est assez forte en quelques endroits pour

donner aux payſans la facilité d'y cuire des pommes de terre; ſans doute qu'ils ſont aſſez peu délicats pour ne pas ſ'embarraſſer du mauvais goût que la vapeur peut communiquer à ce mets frugal: peut-être auſſi l'habitude le leur fait-elle regarder comme un aſſaiſonnement néceſſaire au goût peu relevé de la pomme de terre.

Ces ſoupiraux n'offrent pas tous la même chaleur; on conçoit aſſément qu'elle doit varier ſuivant la force du feu qui eſt deſſous: le feu changeant de place & ſe portant avec plus de vivacité dans un lieu que dans un autre, il peut ſe faire que les fourneaux qui procuroient, il y a quelque temps, le plus de chaleur, n'en donnent aujourd'hui qu'une très-foible; on voit même des anciens fourneaux qui n'en communiquent aucune & qui peuvent ſeulement ſervir à tracer le chemin qu'a ſuivi le feu.

L'étendue du terrain brûlé par ce feu ſouterrain eſt d'environ cent toiſes ſur cinquante ou ſoixante de largeur: les plantes n'y viennent plus, la terre ſemble être deſſéchée, en quelques endroits elle eſt rouge, en d'autres elle a pris une couleur noire; tout l'eſpace qu'occupe cette mine dans la portion qui a été enflammée eſt reconnoiſſable, on y voit un dérangement qui ſert à l'indiquer, le terrain dans cette partie eſt plein d'inégalités, d'élévations ou d'endroits dont la terre maintenant affaiſſée forme des cavités; on y rencontre de groſſes pierres qui ont été ébranlées, ou qui ont changé de place, d'autres qui ont été renverſées; certaines ſont brûlées, fendues & ont pris une couleur jaune-rougeâtre qui ſes fait reſſembler beaucoup au tripoli*; quelques-unes ont ſouffert un commencement de vitrification; les parties ſe ſont liées, & différens morceaux après avoir éprouvé une eſpèce de fuſion, ſe ſont joints au point d'exiger aujourd'hui de forts coups de marteau pour les ſéparer.

On imagine aſſément que ces pierres vitrifiées ne ſont point attaquables par les acides, elles ne ſe vitrifieroient dans un

* Je me propoſe de ſuivre la reſſemblance qu'ont ces pierres brûlées avec celles de certaines carrières de tripoli.

laboratoire qu'à un feu violent & long-temps continué; celles qui ont déjà été brûlées dans la mine, exigent un plus grand feu pour les vitrifier que celles de même nature qui n'ont point encore éprouvé de chaleur aussi considérable; les pierres calcaires quand il s'en rencontre, ce qui n'arrive que rarement dans ce lieu, y fleurissent ou se fondent après la calcination & se réduisent en terre par les pluies ou l'humidité de l'air.

Je descendis à l'endroit de la mine où le feu paroît aujourd'hui être le plus violent, dans une cavité assez considérable, formée par des terres qui s'y étoient affaissées: & j'y trouvai dans la partie la plus profonde & la plus reculée une ouverture de six à sept pouces de diamètre, d'où il sortoit une chaleur très-considérable; la personne qui m'accompagnoit m'assura que ce changement étoit nouveau pour elle qui y passoit souvent, & qu'elle le voyoit pour la première fois; elle craignoit qu'il n'y eût du danger à s'en approcher de trop près, & que le dessous du terrain étant miné par la combustion, il ne vint à s'enfoncer sous l'Observateur; je m'aperçus aisément, en descendant, que les terres ne formoient pas un fond solide sous mes pieds, & je crus prudent d'y rester en me tenant le mieux qu'il m'étoit possible aux pierres voisines, dans la vue de m'en aider en cas que celles que j'avois sous moi vinssent à manquer; j'ai tiré de cet endroit les pierres vitrifiées dont je viens de parler, & j'ai trouvé sur quelques-unes, proche la cheminée de ce fourneau, des fleurs de soufre qui s'y étoient sublimées.

La chaleur qui sortoit, comme je l'ai dit, par cette ouverture, étoit très-vive; j'entendois un bourdonnement considérable que je soupçonnai d'abord produit par du vent qui auroit fait un bruit semblable en s'introduisant dans un réduit tortueux; mais j'entendis le même bruit à l'ouverture de plusieurs fourneaux différemment exposés au vent, & d'ailleurs on m'assura que ce bruit étoit plus sensible par un calme parfait que lorsque le vent souffloit, & il étoit peu violent ce jour-là; enfin j'entendois ce bourdonnement plus

distinctement par intervalles, ainsi que le pourroit produire un feu qui brûleroit avec force & se rallumeroit, excité par un nouveau courant d'air.

Il passe pour constant dans le pays, que cette mine brûle depuis environ cent ans; qu'auparavant elle fournissoit de très-bon charbon, ainsi que celles des environs qui en donnent souvent de meilleur que celui d'Angleterre; on montre encore aujourd'hui où étoit l'ouverture de la mine: l'origine de l'inflammation de cette mine paroît moins bien décidée, on la raconte différemment, on prétend que des Soldats allant y chercher en fraude du charbon, y laissèrent par mégarde ou par mauvaise intention, des lumières qui y mirent le feu, que l'incendie s'est communiqué, & qu'il dure depuis ce temps; mais quantité de faits rapportés dans les Transactions Philosophiques & dans les Mémoires de l'Académie, prouvent que l'inflammation peut être produite naturellement & par la seule fermentation ou par d'autres causes naturelles encore inconnues.

On a senti de quelle conséquence il étoit d'éteindre ce feu avant qu'il fût devenu plus considérable, & on y a travaillé, mais sans y avoir jusqu'ici prêté de grandes attentions; on a fait une tranchée proche l'endroit où le feu paroïssoit avoir le plus de force, mais soit qu'on l'ait fait trop près du feu, qu'elle ne fût pas assez profonde, ou qu'on n'ait pas pris les précautions convenables pour réussir, on a établi dans la mine un courant d'air qui a plutôt excité l'inflammation du minéral & accéléré que diminué le progrès du feu. Les ouvriers chassés par la chaleur ont cessé le travail; & les propriétaires abandonnant la mine n'ont point cru devoir y faire de nouvelles dépenses: on se proposoit d'y conduire un courant d'eau, qui en mouillant le charbon l'auroit empêché de brûler, mais comme plusieurs filons sont aujourd'hui enflammés, on n'auroit réussi qu'en conduisant cette source dans tous les endroits où le feu se seroit porté.

Le feu suit aujourd'hui plusieurs filons de la mine, qui sont dans ce pays très-voisins les uns des autres, le fonds
dans

dans cet endroit n'étant presque que du charbon ; cette remarque donne tout lieu d'appréhender que les progrès de l'incendie ne deviennent plus considérables avec le temps, elle annonce aussi plus de difficultés à éprouver avant de parvenir à éteindre le feu, mais elle ne doit pas faire regarder la réussite de cette entreprise comme impossible ; si on néglige d'y porter attention, ne doit-on pas craindre que le feu gagnant toujours du terrain ne consume la richesse de cette province ? A la vérité il n'a pas envahi depuis un siècle un grand espace de terrain, mais il est aisé d'imaginer les circonstances qui, réunies, pourroient occasionner la combustion du minéral, & concourir par conséquent plus promptement à la ruine du pays.

La perte ne consisteroit pas seulement en celle du charbon de terre qui auroit servi d'aliment au feu, & celle du terrain dont la superficie semble n'être plus propre à la végétation ; mais elle entraîneroit encore la chute & le bouleversement des édifices construits sur ce terrain, & qui cesseroient d'être en sûreté sur un fond miné & sujet aux explosions des matières qui y brûleroient.

Les Transactions Philosophiques rapportent plusieurs exemples de vapeurs enflammées sorties des mines de charbon : il y a en Angleterre plusieurs mines qui brûlent depuis des années ; on connoît aux environs de Zwickau en Misnie, une mine qui brûle depuis l'année 1600 ; l'Histoire de l'Académie, *année 1715*, fait mention d'une partie de la montagne de Diableret en Vallais, qui, tombant toute entière & s'affaissant, renversa cinquante cabannes de payfans, & écrasa quinze personnes & beaucoup d'animaux domestiques *.

Un fonds ainsi détruit par le feu, ne pourroit-il pas menacer de la même ruine les villes voisines de ce lieu ? Chambon & la ville de Saint-Étienne n'auroient-elles pas à craindre dans la suite des temps, de pareils malheurs ?

Je suis loin de vouloir comparer entièrement cet incendie à

* Voyez Tacite, à la fin du XIII.^e Livre des Annales, qui décrit un fait pareil arrivé à la république des Juhoniens, *civitas Juhonum*, &c.

celui d'un volcan, quoique l'on pût donner la même origine à ces deux feux souterrains ; d'ailleurs quand les causes en seroient différentes, certains effets pourroient ici se rapprocher.

On fait ce que peuvent produire l'air & l'eau dilatés par la chaleur quand on ne leur donne point d'issue. M. de la Tourette, dans une Dissertation où il recherche la cause du bouleversement total de la ville de Lyon, cité par Sénèque, après lequel, suivant cet auteur, les habitans des endroits voisins, *urbem in urbe quærebant*, l'attribue à un pareil incendie.

Quantité de faits indiquent les changemens qu'éprouve la surface du terrain par les pluies & les torrens, qui lavent & creusent les terres ; déracinent les pierres ; minent & enlèvent aux édifices ce qui devoit leur servir de soutien, ou, quand ils portent sur un fonds de glaise, les font couler & occasionnent leur renversement ; on fait que ces changemens se voient souvent dans des terres travaillées pour l'exploitation des mines ou pour en retirer le charbon de terre, dont la superficie s'abaisse ou tombe dans ces cavités.

On a un exemple, aux environs de Saint-Chaumont, d'un terrain qui s'est affaissé ; & l'on cite une montagne près cette ville qui, aujourd'hui, permet de voir un clocher situé par - delà & auparavant caché par la montagne ; ce qui n'a dépendu que de l'abaissement de la montagne, puisque le clocher ni le terrain sur lequel il a été bâti n'ont point été élevés. Pline cite deux montagnes dans le territoire de Modène qui se heurtèrent & écrasèrent ce qui se trouva entre deux.

M. de Buffon nous donne (*Hist. Nat. T. I*) un tableau suivi de tous les effets que peuvent produire dans la Nature les eaux & les feux souterrains ; mais, comme je l'ai dit, je suis bien loin de vouloir suivre exactement la comparaison de si grands évènements avec ceux qui pourroient résulter du fait que je décris ici.

Cet incendie pourroit à la vérité devoir sa fin à une cause naturelle, à la disposition seule des filons qui, comme on fait, allant se perdre plus avant dans la terre à mesure qu'ils

s'éloignent de la superficie, parviennent plus ou moins promptement au niveau des eaux ; mais il y a tout lieu de croire qu'on ne doit pas l'attendre si tôt de cette seule cause , parce qu'à Saint-Étienne les filons ont peu d'inclinaison & qu'étant très-fréquens, ils se trouvent souvent croisés par d'autres.

Pour parvenir plus promptement à éteindre cet incendie, je crois qu'il conviendrait, au lieu de creuser & de faire des tranchées, de rechercher toutes les ouvertures qui peuvent amener au feu l'air qui lui est nécessaire pour brûler, & de les boucher le plus exactement qu'il seroit possible pour intercepter les courans d'air, & qu'ainsi on parviendrait à éteindre le feu, mais non sans imaginer encore d'autres moyens que le lieu & les circonstances pourroient indiquer pour prévenir un mal qui semble menacer au moins ces provinces dans les siècles futurs.



O B S E R V A T I O N S
FAITES AUX GALERIES DU LOUVRE
Depuis 1760 jusqu'en 1764.

Par M. B A I L L Y.

19 Décemb.
1764.

QUOIQUE la position des galeries du Louvre, dont une des faces regarde le midi, paroisse assez favorable aux observations astronomiques, je me trouve cependant très-gêné dans le lieu où j'ai été obligé d'établir mon observatoire; c'est dans une des croisées de l'étage supérieur: il n'y a rien à désirer du côté de la solidité, car la pièce où cette croisée se trouve, porte presque entièrement sur des voûtes, & non-seulement l'étage inférieur, qui est immédiatement au-dessous, est voûté; mais tous les autres jusqu'aux fondemens. La partie que mon observatoire occupe porte sur les gros murs qui ont six pieds d'épaisseur; mais l'immutabilité du lieu est bien achetée par ses autres incommodités.

L'emplacement n'a en tout que 6 pieds de long, sur 5 de large, ce qui m'interdit l'usage des grandes lunettes que je ne pourrois pas y mouvoir; j'ai fait faire sur un grand balcon qui tient à la croisée, un chassis qui saille de dix pouces pour pouvoir découvrir par les côtés le levant & le couchant, toutes les pièces de ce chassis se démontent, afin de ne point barrer la direction des instrumens qui sont dans la croisée: j'y ai établi un instrument des passages, avec un sextant de 6 pieds de rayon. Je suis obligé de me renfermer dans les seules observations qui se peuvent faire au méridien, encore faut-il que la hauteur des astres observés n'excède pas 65 degrés.

L'instrument des passages, que j'ai fait faire au sieur Cannivet, est composé d'une lunette de 4 pieds, portée sur un axe de deux, mobile sur deux supports, dont l'un porte dans une entaille faite au mur, & l'autre est appuyé sur une pierre de

taille de 4 pieds de hauteur, solidement scellée dans le plancher. Il est très-parfaitement de niveau, car il donne, à très-peu près, la même erreur sur le passage au méridien, à différentes hauteurs.

Le sextant, ainsi qu'un quart-de-cercle de 3 pieds de rayon, m'ont été remis par M. de Thury.

Je me fers de ce sextant comme d'un quart-de-cercle, mais l'arc de ce sextant, lorsque M. de Thury me le remit n'avoit que 52 degrés environ. Il n'auroit pu me servir pour observer des hauteurs méridiennes plus grandes; j'y ai fait ajouter par le sieur Cannivet un arc de 15 degrés, ce qui lui donne actuellement 67 degrés d'amplitude: cette alonge est si adroitement & si solidement appliquée, qu'il est difficile de s'apercevoir de la jonction, & les règles de champ & les branches de fer qui le soutiennent, rendent cette partie de l'arc aussi solide que le reste.

Les autres instrumens que je possède, sont une pendule du sieur Lepaute, & une machine parallaxique du sieur Cannivet.

J'ai bien vérifié par des hauteurs correspondantes la position de l'instrument des passages.

Quant au sextant, par le peu d'espace qu'occupe mon observatoire, & par l'incommodité de la situation, il ne peut être vérifié, ni au zénith, ni à l'horizon, puisque je ne vois ni l'un ni l'autre; j'en puis déterminer l'erreur, par un très-grand nombre de hauteurs méridiennes du Soleil & des étoiles, dont les déclinaisons étant suffisamment bien connues, donneront très-exactement la hauteur du pôle à mon observatoire. Mais je ne compte pas encore assez sur cette exactitude, pour négliger de comparer les astres que j'observe, à des étoiles à peu près dans le même parallèle. Cette méthode, indépendante de l'aberration des instrumens, est toujours préférable.

OPPOSITION DE MARS en 1760.

Avec la machine parallaxique, qui portoit une lunette de 3 pieds, garnie d'un réticule à losange.

398 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Les temps vrais ont été déterminés par des hauteurs correspondantes.

Le 4 Mars à $12^h 34' 53''$, Temps vrai.

Différ. d'ascens. dr. entre $\sigma \Omega + 4^d 40' 43''$ parall. — $1''\frac{1}{2}$

Différence de déclinaison $+ 0. 31. 49. + 11$

d'où l'on a conclu :

Ascension droite de σ $171^d 52' 10''$

Déclinaison boréale $7. 52. 35$

Longitude $5^f 19. 25. 29$

Latitude boréale $4. 0. 41$ } corrig. de l'aberr.

Le 5 à $12^h 0' 45''$ Temps vrai.

Différ. d'ascens. dr. entre $\sigma \Omega + 4^d 19' 2''$

$\gamma \eta \dots - 1. 52. 49$

Différence de décl. entre $\sigma \Omega + 0. 40. 45$

$\gamma \eta \dots + 0. 9. 36$

d'où l'on a conclu :

Ascension droite de σ $171^d 30' 19''$ parall. — $0''\frac{1}{2}$

Déclinaison boréale $8. 1. 42 + 11$

Longitude $5^f 19. 2. 18$

Latitude boréale $4. 0. 3$ } corrig. de l'aberr.

Le 6 à $13^h 28'$, Temps vrai.

Diff. d'ascens. dr. entre $\sigma \Omega + 3^d 55' 49''$

$\gamma \eta \dots - 2. 15. 44\frac{1}{2}$

Différence de décl. entre $\sigma \Omega + 0. 49. 37\frac{1}{2}$

$\gamma \eta \dots + 0. 18. 34$

d'où l'on a conclu :

Ascension droite de σ $171^d 7' 15''$ parall. — $3''$

Déclinaison boréale $8. 10. 36\frac{1}{2} + 11\frac{1}{2}$

Longitude $5^f 18. 37. 18$

Latitude boréale $3. 59. 38\frac{1}{2}$

Le 7 Mars à $11^h 10' 12''$, Temps vrai.

Différ. d'ascens. dr. entre σ & Ω + $3^d 36' 49''$

γ μ - $2. 35. 14$

Différence de décl. entre σ & Ω .. + $0. 56. 31$

γ μ + $0. 25. 50$

d'où l'on a conclu :

Ascension droite de σ $170^d 47' 55''$ parall. + $2''$

Déclinaison boréale..... $8. 17. 46$ + 11

Longitude..... $5^f 18. 17. 1$

Latitude boréale..... $3. 58. 31\frac{1}{2}$

Le 8 à $13^h 25' 17''$, Temps vrai.

Différ. d'Ascens. dr. entre σ & Ω - $2^d 59' 40''$.

Différence de déclinaison..... + $0. 34. 33$

d'où l'on a conclu :

Ascension droite de σ $170^d 23' 18''$ parall. - $3''$

Déclinaison boréale..... $8. 27. 0$ + $11\frac{1}{2}$

Longitude..... $5^f 17. 0. 40$

Latitude boréale..... $3. 57. 28$

Ayant comparé ces longitudes & latitudes observées, avec celles que donnent les Tables de Halley, j'ai trouvé que ces Tables donnoient $1' 45''$ de trop sur la longitude, & $1' 44''$ sur la latitude.

J'ai calculé le 7 Mars à $18^h 11'$, temps moyen à Paris, le lieu héliocentrique de Mars, que j'ai trouvé $5^f 18^d 10' 36''$

- $1. 45.$

$5. 18. 8. 51.$

Le lieu du Soleil, calculé sur les Tables de M. l'abbé de la Caille, étant de $11^f 18^d 10' 17''$, son mouvement horaire $2' 30''$, celui de Mars rétrograde $59''$.

J'ai conclu que l'opposition de Mars étoit arrivée le 7 à $17^h 35' 19''$, temps vrai, dans $5^f 18^d 9' 10''$.

Les positions apparentes de σ du Lion & de γ de la Vierge

400 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
pour le commencement de Mars, observées par M. l'abbé de
la Caille, étoient

σ Ω 167^d 11' 27" décl. bor. 7^d 20' 36"
 γ μ 173. 22. 58 décl. bor. 7. 52. 27.

OPPOSITION de Jupiter en 1760.

J'ai comparé Jupiter à ι du Verseau & μ du Capricorne;
la position de ces Étoiles a été observée par M. de la Caille,

ι \approx 328^d 22' 11" décl. austr. 15^d 1' 26"
 μ γ 325. 3. 6 décl. austr. 14. 40. 8.

Le temps a été très-mauvais & constamment couvert; je
n'ai pu observer que le 16 Août.

Avec la machine parallaxique, j'ai pris les différences d'as-
cension droite & de déclinaison suivantes.

Temps vrai.

A 8^h 47' 32" différ. d'asc. dr. entre μ & ι \approx — 3^d 27' 28"
différence de déclinaison + 0. 11. 28
A 11. 34. 51. différ. d'asc. dr. entre μ γ & μ γ — 0. 9. 28
différence de déclinaison + 0. 33. 54
A 11. 38. 34. différ. d'asc. dr. entre μ γ & μ γ — 0. 9. 50
différ. de déclinaison + 0. 33. 40

d'où j'ai conclu :

Temps vrai.

A 8^h 47' 32" ascens. droite. μ 324^d 54' 18"
Déclin. australe. 15. 13. 15
Longitude. 10^f. 22. 9. 23 } corrig. de l'aberration.
Latitude austr. . 1. 8. 6 }
Long. calc. 10. 22. 15. 13 err. des tables + 5' 50"
Latit. calculée. . 1. 8. 57. 0. 51

J'ai ensuite calculé le lieu du Soleil & de Jupiter le 14
Août à 10^h 58', Temps moyen à Paris; j'ai trouvé

Longitude corrigée héliocentrique, \odot 4^f 22^d 26' 43"
 μ 10. 22. 24. 7

2. 36
Le

Le mouvement horaire du Soleil étoit de $2^{\circ} 24''$, celui de Jupiter rétrograde $17'' \frac{1}{2}$.

Donc le 14 Août à $9^h 56'$, Temps vrai, opposition de Jupiter & du Soleil dans $10^{\circ} 22^d 24' 24''$.

OPPOSITION DE SATURNE en 1760.

Avec la machine parallaxique, j'ai comparé Saturne à trois Étoiles qui ont été prises dans le Catalogue des Étoiles zodiacales de M. l'abbé de la Caille, & que j'ai fait insérer dans le *V.^e tome des Ephémérides*.

N. ^o 502. asc. dr. appar. le 15 Sept. 1760..	353 ^d 54' 43" décl. A	4 ^d 5' 33"
N. ^o 505.....	355. 9. 35.....	4. 29. 17
N. ^o 509.....	357. 23. 31.....	4. 21. 42

Le 13 Septembre à $11^h 45' 9''$, Temps vrai.

Différ. d'ascens. droite entre h & * n. ^o 502....	+ 3 ^d 2' 31"
entre h & * n. ^o 505....	+ 1. 47' 29
Différence de déclinaison.. h & * n. ^o 502....	- 0. 3. 0

A $12^h 17' 30''$.

Différ. d'ascens. droite entre h & * n. ^o 502....	+ 3 ^d 2' 23"
* n. ^o 505....	+ 1. 47. 36
Différence de décl. entre h & * n. ^o 502....	- 0. 2. 45

d'où j'ai conclu à $12^h 1'$, Temps vrai :

Ascension droite.....	356 ^d 57' 10"
Déclinaison australe.....	4. 2. 47 $\frac{1}{2}$
Longitude.....	111. 25. 35. 55 $\frac{1}{2}$ corrigée de l'aberration.
Latitude boréale.....	2. 29. 51
Longitude calculée... 111.	25. 11. 23 $\frac{1}{2}$
Erreur en longitude... -	0. 24. 32

Le 18 Septembre.

Temps vrai.

A $12^h 20'$ Diff. d'asc. dr. entre h & * n. ^o 509..	- 0 ^d 47' 38"
Différence de déclinaison.....	- 0. 8. 58

Mém. 1765.

. E e e

402 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Temps vrai.

A 12 ^h 26'	—	0 ^d 47' 19"
			— 0. 8. 36
12. 30.....		—	0. 47. 41 $\frac{1}{2}$
			— 0. 8. 36
12. 57. Diff. d'asc. dr. entre \bar{h} & * n.° 502...		+	2. 40. 56
Différence de déclinaison.....		—	0. 6. 46
Diff. d'asc. dr. entre \bar{h} & * n.° 505...		+	1. 26. 22
A 13 ^h 12' 40" Diff. d'asc. dr. entre \bar{h} & * n.° 502.		+	2. 40. 41
Différence de déclinaison.....		—	0. 6. 28
Diff. d'asc. dr. entre \bar{h} & * n.° 505.		+	1. 25. 59

Par un milieu à 12^h 46', Temps vrai.

Ascension droite \bar{h}	356 ^d 35' 45"
Déclinaison australe.....	4. 12. 36
Longitude.....	11 ^f 25. 12. 21 corrigée de l'aberration;
Latitude boréale.....	2. 30. 26
Longitude calculée....	11. 24. 48. 1
Erreur en longitude....	— 0. 24. 20
Erreur moyenne.....	— 0. 24. 26

J'ai calculé pour 8^h 10' 50", Temps moyen, le 17 Septembre la longitude de Saturne & du Soleil.

\bar{h}	11 ^f 24 ^d 53' 32"
	+ 0. 24. 26
Longitude vraie.....	11. 25. 17. 58
☉.....	5. 25. 18. 14
	16

Le mouvement horaire composé étant de 2' 38", j'ai conclu le moment de l'opposition de Saturne au Soleil à 8^h 10' 44", Temps vrai, dans 11^f 25^d 17' 45".

OPPOSITION DE JUPITER en 1761.

Je n'ai pu comparer Jupiter qu'à une étoile qui est au n.° 513 du Catalogue cité dans l'observation précédente.

Son ascension droite apparente étoit alors $358^d\ 13'\ 3''$
 Déclinaison apparente australe $1. 49. 31$

Le 19 Septembre, avec la machine parallaxique, j'ai observé
 & conclu les ascensions droites & déclinaisons suivantes.

Temps vrai.

A 11 ^h 30' 29"	Ascension droite π	$359^d\ 50'\ 15''$
	Déclinaison australe	$1. 50. 54$
11. 41. 47.	Ascension droite π	$359. 50. 11$
	Déclinaison australe	$1. 51. 11$
11. 51. 50.	Ascension droite π	$359. 50. 0$
	Déclinaison australe	$1. 50. 49$
12. 2. 33.	Ascension droite π	$359. 50. 3$
	Déclinaison australe	$1. 51. 23$

Donc, par un milieu, en ayant égard au mouvement de
 Jupiter, à 12^h 2' 33".

Ascension droite π	$359^d\ 50'\ 3''$
Déclinaison australe	$1. 51. 0$
Longitude	11 ^f 29. 7. 1 corrigée de l'aberration.
Latitude australe	$1. 37. 45$
Longitude calculée	11. 29. 15. 20
Erreur des Tables	$\div 0. 8. 19$

Le 21 Septembre.

Temps vrai.

A 11 ^h 20' 0"	Ascension droite π	$359^d\ 35'\ 20''$
	Déclinaison australe	$1. 57. 38$
11. 30. 43.	Ascension droite π	$359. 35. 57$
	Déclinaison australe	$1. 57. 19$
11. 46. 17.	Ascension droite π	$359. 35. 31$
	Déclinaison australe	$1. 56. 24$
12. 5. 14.	Ascension droite π	$359. 35. 16$
	Déclinaison australe	$1. 57. 10$

E e e ij

404 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Donc à $12^h 5' 14''$, Temps vrai.

Ascension droite π	359 ^d 35' 28"
Déclinaison australe.....	1. 57. 26
Longitude.....	11 ^f 28. 50. 46
Latitude australe.....	1. 38. 5
Longitude calculée.....	11. 28. 59. 16
Erreur des Tables.....	+ 0. 8. 30

Le 22 Septembre.

Temps vrai.

A $11^h 39' 43''$ Asc. dr. π ..	359 ^d 28' 4" décl. A..	2 ^d 25"
12. 8. 26.....	359. 28. 4.....	2. 25
12. 17. 54.....	359. 28. 0.....	2. 33

Donc à $12^h 8' 26''$,

Ascension droite π	359 ^d 28' 0"
Déclinaison australe.....	2. 0. 28
Longitude.....	11 ^f 28. 42. 47 corrigée de l'aberration;
Latitude australe.....	1. 37. 50 $\frac{1}{2}$
Longitude calculée....	11. 28. 50. 59
Erreur des Tables.....	+ 0. 8. 12

Le 24.

Temps vrai.

A $11^h 59' 2''$ Asc. dr. π ..	359 ^d 13' 31" $\frac{1}{2}$ décl. A...	2 ^d 6' 33"
12. 19. 11.....	359. 13. 16 $\frac{1}{2}$	2. 6. 34

Donc à $12^h 19' 11''$, Temps vrai.

Ascension droite π	359 ^d 13' 18"
Déclinaison australe.....	2. 6. 35
Longitude.....	11 ^f 28. 26. 52
Latitude australe.....	1. 37. 34
Longitude calculée.....	11. 28. 35. 5
Erreur des Tables.....	+ 0. 8. 13

Le 19 Septembre.....	+ 8' 19" erreur en longitude.
21.....	+ 8. 30
22.....	+ 8. 12
24.....	+ 8. 13
	<hr/> 8. 19 erreur moyenne.

D'où j'ai conclu l'instant de l'opposition de Jupiter & du Soleil le 21 Septembre à 5^h 26', Temps vrai, Jupiter étant dans 11^f 28^d 52' 42"; & l'erreur des Tables de Halley 8' 19".

OPPOSITIONS DE SATURNE EN 1761,

Étoiles qui m'ont servi dans l'observation.

Positions apparentes le 30 Septembre 1761, tirées du Catalogue déjà cité.

N.° 500 λ χ asc. dr..	352 ^d 28' 25" décl. B..	0 ^d 28' 8"
N.° 503.....	354. 9. 42 décl. A..	0. 14. 56
N.° 506.....	355. 13. 24 décl. B...	0. 46. 10

Le 29 Septembre à 12^h 28' 10".

Différence d'ascension droite entre λ χ & η ...	+ 16 ^d 4' 53"
Différence de déclinaison.....	+ 0. 16. 33
Différence d'asc. droite entre * n.° 506 & η ...	+ 13. 19. 41
Différence de déclinaison.....	— 0. 1. 0

Donc à 12^h 28' 10",

Ascension droite η	8 ^d 33' 11"
Déclinaison boréale.....	0. 44. 55
Longitude.....	0 ^f 8. 9. 12 corrigée de l'aberration.
Latitude australe.....	2. 42. 30
Longitude calculée.....	0 ^f 7. 44. 52
Erreur en longitude.....	— 24. 20

Le 30 à 14^h 5' 22", Temps vrai.

Différence d'ascension droite entre λ χ & η	+ 16 ^d 0' 38"
Différence de déclinaison,	+ 0. 14. 17

406 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

Différence d'asc. droite entre * n.° 503 & h....	+ 14 ^d 19' 43"
Différence de déclinaison.....	— 0. 56. 57
Différence d'asc. droite entre * n.° 506 & h....	+ 13. 15. 44
Différence de déclinaison.....	— 0. 3. 8

Donc à 14^h 5' 22",

Ascension droite de h.....	8 ^d 29' 12"
Déclinaison boréale.....	0. 42. 29
Longitude calculée.....	0 ^r 8. 4. 32 corrigée de l'aberration.
Latitude australe.....	2. 43. 8
Longitude calculée.....	0 ^r 7. 39. 50
Erreur des Tables.....	— 24. 42

Le 1.^{er} Octobre à 11^h 5' 47", Temps vrai.

Différence d'ascension droite entre λ & h....	+ 15 ^d 56' 22"
Différence de déclinaison.....	+ 0. 13. 2
Différence d'asc. droite entre * n.° 503 & h....	+ 14. 15. 20
Différence de déclinaison.....	— 0. 55. 9
Différence d'asc. droite entre * n.° 506 & h....	+ 13. 11. 32
Différence de déclinaison.....	— 0. 4. 46

Donc à 11^h 5' 47", Temps vrai.

Ascension droite h.....	8 ^d 24' 55"
Déclinaison boréale.....	0. 40. 56
Longitude.....	0 ^r 8. 10. 7 corrigée de l'aberration.
Latitude australe.....	2. 42. 55
Longitude calculée.....	0 ^r 7. 35. 46
Erreur en longitude.....	— 24. 21

Comme l'observation du 30 a été faite presque dans l'instant même de l'opposition, j'ai calculé la longitude du Soleil pour 14^h 5' 22", Temps vrai.

	6 ^r 8 ^d 4' 9"
h.....	0. 8. 4. 32
Différence.....	0. 0. 0. 23

D'où j'ai déduit l'instant de l'opposition le 30 Septembre à $14^h 14' 4''$, Temps vrai, dans $0^f 8^d 4' 32''$.

Si j'avois employé les trois observations des 29, 30 Septembre & 1.^{er} Octobre avec l'erreur moyenne $24' 28''$, j'aurois trouvé le moment de l'opposition à $14^h 9' 54''$.

OPPOSITIONS DE MARS en 1762.

J'ai comparé Mars à l'étoile *m* de la Vierge, dont j'ai pris la position dans le Zodiaque de Flamsteed, duquel nous devons une édition nouvelle aux soins de M. le Monnier.

Position apparente le 15 Avril 1762:

Ascension droite.....	202 ^d 17' 37"
Déclinaison australe.....	7. 29. 39

Le 14 Avril.

Temps vrai.

A $11^h 42' 9''$ diff. d'asc. dr. + $1^d 18' 9''$ diff. décl. + $16' 54''$
12. 13 42..... + 1. 17. 54..... + 17. 17

d'où j'ai conclu à $12^h 13' 42''$:

Ascension droite σ	203 ^d 35' 24" corrigée de la parallaxe.
Déclinaison australe.....	7. 46. 34
Longitude.....	6 ^f 24. 41. 56 corrigée de l'aberration,
Latitude boréale.....	1. 56. 19
Longitude calculée.....	6. 24. 43. 48
Erreur.....	+ 0. 1. 52

Le 15.

Temps vrai.

A $12^h 37' 15''$ diff. d'asc. dr. + $55' 15''$ diff. de décl. + $10' 22''$
13. 10. 51..... + 54. 54..... + 10. 32
13. 19. 7..... + 54. 39..... + 10. 48
13. 24. 52..... + 54. 31..... + 10. 59

408 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

d'où j'ai conclu à $13^h 10' 51''$:

Ascension droite α	$203^d 12' 22''$ corrigée de la parallaxe.
Déclinaison australe.....	$7. 40. 20$
Longitude.....	$6^f 24. 18. 35$ corrigée de l'aberration.
Latitude boréale.....	$1. 51. 4$
Longitude calculée.....	$6. 24. 20. 19$
Erreur.....	$+ 0. 1. 44$

Le 18 Avril.

Temps vrai.

A $12^h 18^d 36''$ diff. d'asc. dr...	$+ 10' 47''$ diff. décl..	$- 7' 58''$
12. 23. 15.....	$+ 10. 47$	$- 7. 59$
12. 27. 3.....	$+ 10. 43$	$- 7. 37$
12. 33. 31.....	$+ 10. 40$	$- 7. 59$
12. 38. 38.....	$+ 11. 5$	$- 7. 51$

d'où j'ai conclu à $12^h 38'$, Temps vrai:

Ascension droite α	$202^d 6' 39''$ corrigée de la parallaxe.
Déclinaison australe.....	$7. 21. 32$
Longitude.....	$6^f 23. 10. 50$ corrigée de l'aberration.
Latitude australe.....	$1. 47. 28$
Longitude calculée.....	$6. 23. 12. 32$
Erreur.....	$+ 0. 1. 42$
Erreur moyenne, déduite des trois observations..	$+ 0. 1. 46$

J'ai déterminé l'instant de l'opposition le 14 Avril à $6^h 43' 40''$, Temps vrai, dans $6^f 24^d 42' 50''$.

OPPOSITIONS DE SATURNE en 1762.

Le 12 Octobre, j'ai comparé Saturne à l'étoile $\mu \chi$, dont voici la position apparente déduite de celle qu'on trouve dans le Catalogue des étoiles zodiacales de M. l'abbé de la Caille.

Le 12 Octobre 1762.

Ascension droite.....	$19^d 27' 3''$
Déclinaison boréale.....	$4. 56. 20$
	<i>Temps</i>

*Temps vrai.*10^h 26' 40" diff. d'af. dr. + 1^d 16' 22" diff. de décl. + 47' 35"

10. 34. 30..... + 1. 16. 40..... + 47. 44

10. 53. 50..... + 1. 16. 22..... + 47. 35

d'où j'ai conclu à 10^h 38', Temps vrai.Ascension droite 5..... 20^d 43' 20"

Déclinaison boréale..... 5. 43. 58

Longitude..... 0^f 21. 17. 52 corrigée de l'aberration.

Latitude australe..... 2. 47. 10

Longitude calculée..... 0^f 20. 53. 45

Erreur..... — 24. 7

Les mauvais temps & d'autres empêchemens, ne m'ont pas permis de faire un plus grand nombre d'observations; mais celle-ci m'ayant paru fort exacte, j'ai cru pouvoir m'en servir pour déterminer l'instant de l'opposition, que j'ai trouvé être arrivée le 14 Octobre à 1^h 46' 22", Temps vrai, la longitude de Saturne étant 0^f 21^d 10' 7".

Toutes les observations précédentes ont été faites avec la machine parallactique.

La suivante a été faite au méridien avec l'instrument des passages & le sextant de 6 pieds de rayon.

OPPOSITION DE MARS en 1764.

J'ai comparé Mars aux Étoiles suivantes, dont les positions sont tirées du zodiaque de M. l'abbé de la Caille.

Ascens. droite appar. α m. 243^d 45' 29" décl. A. 25^d 53' 27"

γ m. 245. 19. 18..... 27. 42. 15

θ Ophiucus..... 256. 53. 51..... 24. 44. 34

c Ophiucus..... 259. 15. 47

ε ↗..... 280. 10. 3

Le 30 Mai à 12^h 7' 10", Temps vrai.Différence d'ascension droite α m. + 6^d 16' 24"

c Ophiucus..... — 9. 14. 8

ε ↗..... — 30^d 8' 19"

Différence de déclinaison α m. — 1. 25. 24

Mém. 1765.

. F ff

410 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

τm	—	3 ^d 14' 10"
Parallaxe.....		0. 0. 19

Donc à 12^h 7' 10",

Ascension droite σ	250 ^d	1' 45"
Déclinaison corrigée A.....	24.	27. 45
Longitude.....	8 ^r	11. 52. 27
Latitude australe.....	2.	14. 25
Longitude calculée....	8.	11. 53. 17
Latitude calculée.....	2.	12. 51
Erreur en longitude... +	0.	0. 50
Erreur en latitude.... —	0.	1. 34

} corrigées de l'aberration.

Le 1.^{er} Juin à 11^h 56' 2", Temps vrai.

Différence d'ascension droite αm	+	5 ^d 32' 17
θ Ophiucus.....	+	3. 58. 17
ϵ Ophiucus.....	—	9. 58. 30
Différence de déclinaison αm	—	1. 24. 7
τm	—	3. 12. 52
θ Ophiucus.....	—	0. 14. 57

d'où j'ai conclu à 11^h 56' 2":

Ascension droite σ	249 ^d	17' 32"
Déclin. australe corrigée...	29. 29.	8
Longitude.....	8 ^r	11. 12. 45
Latitude australe.....	2. 21.	17
Longitude calculée....	8.	11. 13. 46
Latitude calculée.....	2.	19. 39
Erreur en longitude... +	0.	1. 1
Erreur en latitude.... —	0.	1. 38
Donc, err. m. en long.. +	0.	0. 55
En latitude..... —	0.	1. 36

} corrigées de l'aberration.

D'où j'ai déduit le moment de l'opposition le 1.^{er} Juin
 $9^h 58' 0''$, Temps vrai.

La longitude de σ étant.....	8 ^r	11 ^d 22' 1"
La latitude australe.....	0.	2. 19. 40



M É M O I R E
SUR QUELQUES MOYENS
DE PERFECTIONNER
LES INSTRUMENS D'ASTRONOMIE.

Par M. LE DUC DE CHAULNES.

LES progrès étonnans qu'a fait l'Astronomie depuis environ cent cinquante ans, & qui sont si peu proportionnés à tout ce que les Anciens avoient fait jusque-là, sont dûs principalement à la supériorité infinie des Instrumens modernes sur ceux que l'on employoit avant cette époque. L'application que M.^{rs} Auzout & Picard firent aux instrumens d'Astronomie, de l'admirable invention des lunettes dûes au fameux Galilée, mit en état de distinguer & d'apprécier des espaces, dont on n'auroit pas imaginé avant lui que la mesure fût possible, mais en même temps que la vue acquéroit pour ainsi dire une nouvelle sagacité, il devint nécessaire de rendre les divisions des instrumens assez parfaites pour qu'elles pussent répondre avec exactitude à la petitesse des angles que l'on commençoit à distinguer; pour y parvenir, l'idée la plus naturelle, & à laquelle on s'est toujours attachée, a été d'augmenter autant qu'il a été possible le rayon des instrumens, parce qu'il étoit facile de voir que le même degré de précision apporté à la division d'un instrument dont le rayon étoit double d'un autre, devoit rendre l'erreur qu'on pouvoit commettre, de moitié moindre dans le premier que dans le second, & ainsi de suite dans la même proportion; mais en même temps la grandeur des instrumens a produit des inconvéniens qui ont compensé les avantages qu'on en pouvoit tirer : difficulté dans l'exécution, difficulté dans les vérifications, difficulté dans le transport, susceptibilité plus grande

23 Mars
1765.

de l'influence des différentes températures, & bien d'autres obstacles que la pratique a fait connoître & qu'il seroit trop long de rapporter ici, ont arrêté les tentatives qu'on a faites pour porter plus loin par cette voie la perfection des instrumens astronomiques.

Ce sont ces différens inconvéniens qui m'ont fait penser que si l'on pouvoit parvenir à donner à des instrumens d'un rayon court (tel par exemple qu'un pied) un degré d'exactitude aussi grand que pourroit en avoir un de 8 ou 10 pieds, ce seroit rendre un grand service à l'Astronomie.

Quelques expériences que j'avois faites en appliquant le micromètre au microscope, me fournirent des idées pour perfectionner la division des instrumens, mais je sentis qu'il étoit nécessaire de trouver en même temps le moyen de faire marcher d'un pas égal les autres parties correspondantes; c'est-à-dire d'employer des instrumens d'Optique plus forts que ceux qu'on appliquoit ordinairement, & de s'assurer d'une précision du niveau qui fût proportionnée à celle que me donneroient & les instrumens d'Optique que je comptois employer, & la perfection que j'espérois pouvoir donner à la division.

Tels furent les trois objets que je me proposai de remplir, & dont je vais rendre compte séparément.

INSTRUMENS D'OPTIQUE.

Comme il étoit nécessaire que les instrumens d'Optique que je voulois employer pour le demi-cercle astronomique d'un pied de rayon, auquel je voulois donner le même degré de précision qu'ont les instrumens de 8 ou 9 pieds, fissent le même effet que faisoient les lunettes que l'on appliquoit à ces instrumens; ma première idée fut de me servir de télescopes catoptriques, & je les y avois adaptés en prenant toutes les précautions nécessaires pour m'assurer de leur solidité & pour leur donner une invariabilité que n'ont pas ordinairement ceux dont on se sert pour les usages auxquels on les emploie & qui ne l'exigent pas; mais les avantages infinis des lunettes

achromatiques m'ont fait abandonner cette première idée, & j'ai appliqué deux de ces lunettes de deux pieds & demi de foyer, construites par le sieur de l'Étang sur les principes de M. Clairaut, qui augmentent quarante-deux fois le diamètre des objets, qui par conséquent font au moins autant d'effet, pour le grossissement, qu'une ancienne lunette de 8 à 9 pieds, & incomparablement plus pour le champ & pour la netteté; ainsi à cet égard la comparaison ne peut être que favorable au nouvel instrument.

Perfection du Niveau.

Dans les instrumens ordinaires la précision des observations dépend du jugement que fait l'Observateur, de la situation du fil ou cheveu qui est suspendu au centre par rapport au point de la division auquel il répond; pour que ce jugement ait toute la perfection dont il est susceptible, il faut, 1.^o Que le fil ou cheveu soit le plus parfaitement parallèle qu'il est possible, au limbe de l'instrument: 2.^o Que la ligne qui passe par l'œil de l'Observateur, par le fil ou cheveu & par le point de la division, soit bien perpendiculaire au limbe pour éviter toute parallaxe: 3.^o Que le fil ou cheveu soit le plus fin qu'il est possible pour distinguer plus sûrement à quel point de la division il répond.

Avant de dire de quel moyen je me suis servi pour perfectionner l'usage du fil à plomb; j'observerai que des deux façons de l'employer dont on se sert dans les instrumens, qui sont, ou que l'instrument tourne en entier pour présenter successivement toutes les divisions au fil suspendu au centre, ou de laisser l'instrument fixe, & alors de faire répondre le fil à plomb à un point marqué sur l'instrument, de façon que le point o de la division se trouve dans la ligne de niveau; j'ai choisi la seconde par des raisons de commodité qui sont inutiles à rapporter ici.

Voici maintenant le moyen que j'ai employé pour augmenter la précision du niveau & assurer le jugement de l'Observateur.

J'ai fait faire un tuyau ou porte-cheveu, d'environ un pied de long, terminé par en haut par un petit couvercle dans le centre duquel il y a un trou où est suspendu le cheveu : ce même porte-cheveu est terminé en bas par une bouteille de verre montée dans une cage de cuivre, & est destinée à mettre de l'huile pour arrêter plus promptement les vibrations de la balle de plomb suspendue au cheveu ; à un pouce environ au-dessus de cette bouteille se trouve une boîte de cuivre qui fait partie du tuyau, cette boîte qui est cubique a six ouvertures, dont les deux, supérieure & inférieure reçoivent le haut du tuyau & la monture de la bouteille de verre, & les quatre latérales reçoivent quatre tuyaux pour former deux microscopes qui se croisent à angles droits, de façon que la cavité de la boîte appartient également au porte-cheveu & à chacun des microscopes.

Cette machine ainsi disposée, est faite pour que le cheveu qui est suspendu au couvercle du porte-cheveu tombant librement dans la bouteille, se trouve au foyer commun des oculaires des microscopes croisés, dont les lentilles objectives regardent chacune un point fixé sur l'instrument, mais placés de telle façon que l'un sert à mettre l'instrument dans la ligne de niveau, & l'autre à en rendre le plan exactement vertical.

Par cette construction, il est aisé de voir que le cheveu ou fil à plomb n'étant que médiocrement grossi, puisqu'il ne l'est que par un oculaire de 18 lignes de foyer, répond à un point extrêmement petit & dont on peut cependant juger très-facilement, puisqu'il est grossi par toute la force du microscope ; il ne l'est pas moins que l'Observateur n'éprouve point de parallaxe, & qu'il ne peut le voir que par une ligne exactement perpendiculaire, ou du moins exactement la même, & enfin que l'on ne retrouve toujours avec la plus grande précision la même position de l'instrument, tant dans le niveau que dans le vertical, lorsque l'on fera rapporter le même cheveu aux deux mêmes points qui auront été fixés dans la première observation qu'on aura faite pour la vérification.

Je ne parle point ici des moyens que j'ai employés pour faciliter la position exacte de ces points, pour abrégér, & parce qu'ils trouveront leur place dans la description de l'instrument.

Division de l'Instrument.

L'application que j'avois faite il y a plus de vingt ans du micromètre au microscope, m'avoit appris que l'on pouvoit mesurer avec beaucoup d'exactitude des parties extrêmement petites, je m'étois assuré que l'on pouvoit distinguer sensiblement par le moyen de cet instrument, la quatre millièrne partie de la longueur d'une ligne, & cela m'avoit fait penser que l'on pouvoit s'en servir avantageusement pour apprécier les plus petites parties des divisions des instrumens, mais il ne suffisoit pas de les voir, il falloit trouver un moyen de les exécuter; la précision de la main la plus adroite étoit bien éloignée de celle de la vue augmentée & fortifiée par le microscope; il n'y avoit donc qu'une méthode mécanique qui pût y suffire; la douceur & l'égalité du mouvement de la vis me parurent le meilleur moyen que l'on pût employer pour conduire & fixer par-tout où je voudrois l'outil que l'on emploie pour tracer les divisions, que les Artistes nomment *tracer*; ce fut donc à ce moyen que je m'arrêtai.

Je fis faire une plaque de cuivre taillée en demi-cercle, d'un pied de rayon & d'environ 2 à 3 lignes d'épaisseur, je fis attacher au centre de cette plaque un cylindre, ou pour mieux dire un cône tronqué, d'acier, d'environ un pouce de diamètre, tourné avec la plus grande attention; ce cône tronqué servoit de centre à l'alidade dont je vais parler, par le moyen d'un canon fait du métal qu'on emploie pour les miroirs des télescopes, dans lequel il entroit exactement.

Ce canon étoit attaché à l'alidade, laquelle étoit formée par une plaque qui couvroit environ 50 degrés du demi-cercle & se terminoit du côté de la circonférence du cercle par une ligne parallèle à une tangente de ce cercle, afin de pouvoir y ajuster un micromètre, tel que je vais le décrire. Fig. 1.

Fig. 2. Ce micromètre est une plaque de cuivre d'environ 7 pouces de long sur 1 pouce $\frac{1}{4}$ de large, qui porte un arbre d'acier, sur lequel il y a cinq ou six pas d'une vis sans fin; cet arbre porte à une de ses extrémités une aiguille qui marque les divisions sur un cadran divisé en cent parties; cette aiguille elle-même est une espèce de secteur sur lequel il y a une division de *Nonius* qui divise chaque partie du cadran en dix parties, c'est-à-dire un tour de l'arbre qui porte la vis, en mille parties; ce micromètre s'adaptoit sous le bord de l'alidade de façon que la vis sans fin pouvoit s'approcher ou s'éloigner de la tranche du demi-cercle que je voulois diviser.

Tout étant ainsi préparé, je commençai en appliquant la vis sans fin du micromètre au demi-cercle, à en tarauder toute la circonférence; je fis recommencer autant qu'il fut nécessaire pour que les pas que la vis traçoit en cheminant, fussent bien profonds & bien égaux.

Lorsque cette opération fut terminée, je fis marquer les tours de vis de dix en dix sur le bord du demi-cercle, ce qui étoit fort aisé, parce que à mesure que l'alidade qui étoit emportée par le micromètre, avançoit de dix tours de vis, on traçoit un trait le long d'un de ses bords, qui servoit de règle.

Fig. 3. Cette division, quoique très-imparfaite & très-grossière, étoit suffisante pour l'objet auquel elle étoit destinée, qui étoit de compter le nombre de tours de la vis dont les parties étoient marquées avec précision par le cadran.

L'instrument se trouvant en cet état, il étoit question de marquer les deux points de zéro & quatre-vingt-dix degrés qui formassent l'angle droit, que je voulois ensuite subdiviser en degrés, minutes, &c. Comme il étoit essentiel qu'ils fussent placés avec la plus scrupuleuse exactitude, je voulus les déterminer par l'observation; pour cet effet, je fixai deux lunettes, l'une sous le demi-cercle & l'autre sur l'alidade, je les pointai sur le même objet & je remarquai que le micromètre qui conduisoit l'alidade se trouvoit sur le huit cent vingtième tour de la vis sans fin qui y étoit adaptée, à compter de

de l'origine de la course, j'écartai ensuite l'alidade de façon que la lunette se trouvât former un angle droit avec celle qui étoit fixée au demi-cercle; & après avoir fait plusieurs fois le tour de l'horizon pour m'assurer de la direction, suivant les méthodes connues & avec le plus grand soin, je trouvai que l'aiguille du micromètre de l'alidade marquoit quatre-vingt-sept parties au-delà du trois cent vingtième tour de 'a vis, à partir, comme je l'ai déjà dit, du commencement de la course; ce qui me donnoit pour distance entre les deux points qui formoient l'angle droit, quatre cents quatre-vingt-dix-neuf tours & treize parties.

Il étoit naturel de penser que la même vis sans fin, qui n'étoit composée que de cinq ou six pas, & qui avoit formé successivement tous ceux qui se trouvoient sur la tranche du demi-cercle, les auroit formés égaux entre eux, puisque même en la supposant défectueuse, chaque pas ayant passé dans tous les sillons, celui qui auroit été un peu plus fort que les autres, les ayant tous parcourus, auroit dû les user également.

Dans cette supposition, je divisai les quatre cents quatre-vingt-dix-neuf tours treize parties, par quatre-vingt-dix, & j'en formai une table qui marquoit à quel nombre de tours & de parties je devois tracer chaque degré; je fis faire une espèce de coulisse qui portoit un tracelet, & j'ajustai cet outil sur l'alidade, de façon qu'il étoit emporté avec elle & qu'il pouvoit aussi être soulevé pendant le mouvement de l'alidade, afin de ne point rayer l'instrument; quand l'alidade étoit arrêtée à chaque point marqué par la table, on le faisoit retomber, & en le faisant glisser dans la coulisse il traçoit une division.

Cet outil, que j'ai beaucoup perfectionné depuis, demandera une description particulière, mais comme elle seroit trop longue ici, je demande qu'on le suppose parfaitement exact dans ce moment, pour ne pas interrompre la suite de mes opérations.

Lorsque j'eus tracé par ce moyen les 90 degrés sur mon instrument, je fus on ne peut pas plus étonné de voir que

bien loin d'avoir atteint la perfection que je desirois, je me trouvois fort au-dessous de celle des divisions les plus communes, & que l'inégalité des miennes étoit, pour ainsi dire, sensible à l'œil.

J'effaçai cette division, je la recommençai plusieurs fois infructueusement & je m'assurai que les inégalités que je trouvois, n'appartenoient pas au défaut de l'outil qui traçoit, ni à la manière dont il étoit fixé, mais bien certainement à l'inégalité des pas de la vis, & j'en fus d'autant plus sûr qu'étant moins disposé à le croire j'y apportois la plus grande attention.

Je me suis peut-être trop étendu sur cette tentative inutile de ma part, mais j'ai cru qu'il étoit nécessaire de la rapporter pour faire éviter à ceux qui pourront travailler sur cette matière une erreur que l'on auroit eu peine, ce me semble, à soupçonner.

Je crois que cette inégalité ne peut être attribuée qu'à la différente dureté des parties du métal qui cède plus facilement dans des endroits que dans d'autres, mais quelle qu'en soit la cause, je me trouvai forcé d'abandonner cette méthode & d'en chercher une autre.

Dans les différentes épreuves que j'avois faites, je fis une remarque qui me parut une ressource & qui en effet l'est devenue; c'est que lorsque j'avois pris toutes les précautions convenables pour bien assurer l'outil à tracer, pour donner à la vis le même degré de pression, pour éviter le temps perdu en la faisant marcher toujours du même sens, &c. je reconnus que lorsque je fixois l'alidade à un point quelconque de la table des divisions, & que j'avois en conséquence tracé une ligne sur l'instrument, je pouvois éloigner l'alidade & ensuite la ramener avec un si grand degré de précision qu'en tirant un second trait de tracelet, il retomboit dans la même ligne assez exactement pour ne faire que l'élargir sans la doubler; effet dont je m'assurois avec un très-bon microscope qui m'auroit fait apercevoir de la moindre erreur s'il y en avoit eu.

D'après cette remarque je pensai que si je pouvois m'assurer,

par le moyen du microscope, de chacun des points du limbe où je devois tracer les degrés pour qu'ils fussent égaux entre eux, je pourrois en dresser une table qui me serviroit ensuite, en substituant le tracelet au microscope, à tracer les divisions sur les mêmes points où j'aurois reconnu qu'elles devoient être ; c'est ce moyen qui m'a réussi & dont je vais rendre compte un peu plus en détail.

Je pris deux microscopes égaux, qui portoient chacun un fil de soie tendue au foyer de leur oculaire, & qui étoient construits de façon que je pouvois les fixer sur l'alidade à telle distance l'un de l'autre que je jugeois convenable, avec de la cire.

Je fis faire en même temps plusieurs petites plaques de cuivre, de même épaisseur les unes que les autres, d'environ 3 lignes en quarré & sur chacune desquelles je fis tracer une intersection de deux lignes fines, qui se coupoient à peu près à angles droits.

J'observerai ici en passant, que j'ai trouvé beaucoup plus de facilité & d'exactitude à me servir de ces intersections que de tout autre objet, lorsque j'ai voulu déterminer un point précis avec les réticules, soit des lunettes, soit des microscopes, parce que de quelque largeur que paroissent les lignes par l'effet de ces instrumens, le point où les bords de ces lignes se croisent, est toujours beaucoup plus net & plus tranché, même au microscope, que quelque point que ce soit.

Tout étant ainsi préparé, je plaçai un des microscopes sur l'alidade, de telle façon que quand l'aiguille du micromètre qui conduisoit l'alidade, se trouvoit sur le point de 320,87 qui étoit un des points donnés par l'observation de l'angle droit, le fil de soie de ce microscope coupoit exactement une de ces intersections de cuivre que je plaçois avec de la cire sur le limbe sous le microscope ; cette manœuvre qui s'exécute assez facilement par le moyen d'une petite clef de cuivre qui embrasse ces intersections, doit toujours être supposée dans toutes les autres observations.

Ce premier point étant ainsi placé, j'en plaçois un second

par le moyen du même microscope, que j'avois grand soin de ne pas déranger, en faisant seulement marcher l'alidade jusqu'à ce que l'aiguille du micromètre marquât le point de huit cents vingt tours qui étoit le second point donné par observation.

Lorsque ces deux points qui donnoient l'arc de 90 degrés furent ainsi fixés, je plaçai à peu près à 45 degrés une troisième intersection, & je fixai le second microscope au-dessus de cette intersection, de façon que son fil la coupoit exactement, pendant que le premier voyoit un des deux premiers points dont je viens de parler; il est aisé de sentir que si la troisième intersection étoit bien placée, en faisant mouvoir l'alidade jusqu'à ce que le premier microscope la coupât exactement, le second devoit retrouver l'autre point d'observation, les deux microscopes faisant alors l'office des deux pointes d'un compas que l'on auroit transporté avec la même ouverture de 0 à 45 degrés & de 45 à 90; si au contraire le second microscope ne rencontroit pas le point donné par observation, en jugeant du défaut de la position de l'intersection par la distance où ce microscope étoit du point, je jugeois facilement de la quantité dont je devois la reculer ou l'avancer, & je parvins aisément à la mettre dans la position exacte que je desirois, alors je regardai quel point marquoit l'aiguille du micromètre, & je l'écrivis vis-à-vis du 45^e degré de la table que j'avois préparée pour cet effet.

Avant d'aller plus loin je répétois avec le tracelet fixé sur l'alidade ce que je venois de faire avec le microscope, c'est-à-dire, je traçai les trois points de 0, de 45 & de 90, conformément aux nombres que j'avois eus par les observations & par cette opération; & j'eus la satisfaction en resubstituant de nouveau les microscopes au tracelet, de voir que les lignes que j'avois tracées se trouvoient avec la plus grande précision sous le cheveu des microscopes.

Je dois observer ici, que quoique j'eusse fait faire un demi-cercle entier, je n'avois eu d'abord dans l'idée que de diviser un quart-de-cercle, & que l'addition de 45 degrés de chaque

côté du quart-de-cercle n'avoit été deslinée qu'à supporter plus également l'alidade dans toutes les parties, mais je voulus en profiter & diviser la totalité, & je trouvai même un avantage pour la division du quart-de-cercle, à avoir un certain nombre de degrés en deçà de 0 & au-delà de 90, comme je vais le dire tout-à-l'heure.

Pour sentir cet avantage, il faut faire attention que les microscopes qui en avoient beaucoup sur les pointes d'un compas, quelques fines qu'elles pussent être, avoient sur cet instrument le désavantage de ne pouvoir pas se rapprocher l'un de l'autre comme elles pour mesurer de petites distances, & que je ne pouvois dans le rapport du rayon de l'instrument les rapprocher plus près que pour mesurer un arc de 4 à 5 degrés.

Pour suppléer à cet inconvénient, voici la méthode dont je me suis servi; j'ai d'abord divisé tout le demi-cercle de 10 en 10 degrés, en suivant (ainsi que dans l'opération précédente & les suivantes) la même méthode de placer les intersections sous les microscopes, & j'étois d'autant plus sûr de la précision de mon opération, qu'en passant par les points de 0 & de 90 que j'avois eus par observation, je n'aurois pu parvenir à les retrouver avec exactitude si j'avois eu l'ouverture de 10 degrés trop grande ou trop petite; je marquai à mesure sur la table le nombre de tours & de parties du micromètre auquel répondoit chacune de ces divisions.

Je divisai ensuite, en prenant une ouverture de 9 degrés, tout le même demi-cercle de 9 en 9 degrés; cette opération se vérifioit encore plus sûrement que la première, parce que indépendamment des points de 0 & de 90, donnés par observation, je rencontrois aussi celui de 45 que j'avois eu par la première opération.

Cette division de 9 en 9 degrés, outre cet avantage, en avoit un autre bien plus considérable, par la propriété du nombre 9 que tous ses multiples diminuant successivement d'une unité, me fournissoient des nombres de toutes les espèces nécessaires pour diviser de degré en degré.

En effet, les multiples de 9 étant 9, 18, 27, 36; 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99, &c. tous ces degrés étant marqués sur le limbe devenoient chacun un nouveau point, d'où je pouvois partir pour trouver tous les degrés de même espèce dans chaque dizaine.

L'exemple feia mieux entendre ceci; pour avoir, par exemple, les degrés 19, 29, 39, 49, &c. je n'avois qu'à placer mes microscopes éloignés entre eux de l'ouverture de 10 degrés, & placer l'alidade de façon que le premier microscope se trouvât au point de 9, trouvé par l'opération précédente; le second marquoit nécessairement le point du 19.^e degré, & ainsi de suite jusqu'à ce que j'arrivasse à 99 qui m'étoit donné par la même opération précédente.

18 & 108 me donnoient de même tous les degrés finissant par 8, c'est-à-dire 18, 28, 38, &c. & ainsi de tous les autres; j'abrégeai même cette opération en prenant l'ouverture de 5 degrés au lieu de celle de 10, parce qu'au moyen de cela, dans le même tour d'instrument, je marquois à la fois tous les degrés qui finissoient par 9 ou par 4, par 8 ou par 3, par 7 ou par 2, par 6 ou par 1, par 5 ou par 0, tels que 4, 9, 14, 19, 24, &c. & ainsi des autres; de cette façon en faisant cinq fois le tour de l'instrument, ma table de degrés se trouva entièrement remplie; je fis une semblable opération pour diviser l'instrument en demi-degrés.

Ce fut cette table qui acheva de me démontrer combien les pas de la vis étoient inégaux, car le nombre de parties qui répondoient à chaque demi-degré différoient prodigieusement, y ayant des demi-degrés qui contenoient deux cents quatre-vingt-trois parties, pendant que d'autres n'en contenoient que deux cents soixante-onze, ce qui faisoit une différence d'une minute 15 secondes environ.

Cette opération étant finie avec les microscopes, je l'exécutai avec le tracelet, c'est-à-dire que l'ayant substitué au microscope, & me servant de la table que je venois de construire, je traçai sur le limbe toutes les divisions au même

nombre de tours & de parties du micromètre que j'avois trouvé par les microscopes, & j'eus la même satisfaction que j'avois déjà eue, c'est-à-dire qu'en examinant de nouveau ces divisions avec les microscopes, je les trouvai dans la plus grande précision.

Il ne me restoit plus qu'à subdiviser les degrés de 6 minutes en 6 minutes, comme je me l'étois proposé d'abord; j'aurois bien pu les subdiviser en plus petites parties, mais j'aimois mieux m'en tenir là pour plus de netteté, & parce que je pouvois par le moyen d'un micromètre en porter la subdivision aussi loin que je le voudrois.

J'ai déjà fait remarquer plus haut, que pour observer avec plus de finesse & de précision, je préférois des intersections de ligne à des points, sur-tout sous le microscope, c'est ce qui me détermina à marquer mes divisions de 6 minutes par des intersections; & pour cet effet au lieu de la coulisse dont je m'étois servi pour conduire le tracelet, je plaçai sur l'outil qui l'avoit porté, deux petits leviers mobiles sur leur centre, qui portoient chacun un tracelet, lesquels au moyen de cela traçoient chacun un arc assez petit pour ne pas différer sensiblement de la ligne droite, & qui en agissant l'un après l'autre, formoient une intersection, mais avant de me servir de cet instrument il falloit avoir une table qui m'indiquât à quels points je devois m'arrêter pour tracer chaque intersection: je n'avois plus la ressource de pouvoir placer mes petites plaques de cuivre comme je l'avois fait pour les divisions précédentes qui étoient au moins de 5 en 5 degrés; je pensai d'abord que sur des distances beaucoup plus petites, telles qu'étoient les degrés, les pas de vis ne changeoient pas assez sensiblement entre eux pour qu'en divisant le nombre total des parties de chaque degré en 10, chacune de ces parties ne fût sensiblement égale à celle qui la précéderoit ou qui la suivroit immédiatement, je traçai en conséquence de cette idée la division de 6 en 6 minutes; mais quand je l'examinai avec le microscope, je vis combien peu l'on peut compter sur la précision de la vis.

Pour mieux sentir combien il me fut facile de l'apercevoir ; & pour mieux reconnoître le degré de précision auquel je suis parvenu depuis , il faut observer , 1.^o que les lignes qui formoient les intersections que j'avois tracées , étant un peu plus longues qu'il n'étoit nécessaire pour ne se couper qu'une fois , il en résultoit une espèce de réseau ou molaïque telle

Fig. 4 & 5. qu'on peut la voir dans la *figure 4*.

2.^o Que le champ du microscope avec lequel j'observois ces intersections étant assez grand pour y voir trois des losanges formés par les intersections , le fil perpendiculaire du micromètre de ce microscope répondoit à trois intersections l'une au-dessus de l'autre , de façon que si elles ne se trouvoient pas parfaitement égales , ce fil ne pourroit jamais les rencontrer à la fois , ainsi que cela est représenté dans la *figure 5* , & c'est ce qui arrivoit aux intersections que j'avois tracées par la méthode dont je viens de parler.

Je cherchai quel remède je pourrois apporter à cet inconvénient , & je pensai que si je pouvois apercevoir dans le champ du microscope quelques petits objets auxquels je pusse rapporter les fils du micromètre , je pourrois , par le moyen du curseur de ce micromètre , trouver entre le fil de ce curseur & le fil vertical fixé au centre du micromètre une ouverture ou distance telle qu'étant répétée dix fois , elle remplit exactement la distance d'un degré dont les points m'avoient été donnés par les opérations précédentes ; les fils du micromètre faisant alors dans le champ du microscope les fonctions des pointes de compas , comme les deux microscopes les avoient faites pour de plus grandes distances. Pour cet effet , j'imaginai qu'en faisant tomber légèrement sur le limbe une poussière fine telle que de la poudre à poudrer , il seroit bien difficile qu'il ne se trouvât pas quelques-uns de ses petits grains qui , grossis & rendus distincts par le microscope , ne se trouvaissent placés de façon à y pouvoir comparer la position des fils du micromètre. Cette épreuve me réussit si bien , qu'après avoir déterminé par plusieurs corrections l'ouverture ou distance entre les fils du microscope nécessaires pour faire la dixième partie du

du degré, je trouvai qu'en la rapportant sur tous les degrés l'un après l'autre, elle convint parfaitement à tous, & me donna le moyen de dresser la table complète de 180 degrés divisés de 6 en 6 minutes, & que l'ayant exécutée avec le tracelet & examinée avec le microscope, j'ai trouvé dans toute l'étendue de l'instrument, qu'en quelqueendroit que j'arrêtaffe l'alidade lorsque je faisois tomber le fil du micromètre sur une intersection, il rencontroit toujours parfaitement celle d'au-
 dessus & celle d'au-dessous. Fig. 4.

Ce qui confirma parfaitement encore la preuve de la précision de la table, c'est qu'ayant voulu me donner la facilité de reconnoître sous le microscope même les intersections qui répondoient aux degrés & aux demi-degrés, je me propoiai de marquer par deux points placés au milieu des losanges qui se trouvoient au-dessus & au-dessous de l'intersection que je voulois désigner celles qui répondoient à un degré, & par un seulement celles qui répondoient à un demi-degré. Cette opération, qui auroit été, pour ainsi dire, impossible à la main la plus adroite, dirigée par l'œil le plus fin, me devint très-facile & très-prompte par le moyen de la table : j'adaptai à l'outil qui portoit le tracelet & à la place du tracelet un petit arbre traîné par une pointe aussi fine que celle de la plus petite aiguille qui tournoit dans un canon & qui, étant garni d'une petite poulie, étoit mis en mouvement par une espèce d'archet de la même façon que les ouvriers emploient pour les *forets* avec lesquels ils percent des trous.

Cet instrument étant ainsi préparé, j'arrangeai l'alidade de façon que le micromètre marquoit le nombre de la table qui donnoit le premier degré; j'ajustai, par le moyen de la loupe, le petit foret dans le milieu du losange qui répondoit aussi au premier degré, & en lui faisant faire deux ou trois révolutions avec l'archet, je marquai le petit point : de-là, sans autre attention que de faire marcher l'alidade par le moyen du micromètre & de l'arrêter aux points désignés par la table, je marquai tous les points de tous les degrés, sans qu'aucun s'écartât de la place où il devoit être & sans toucher aux côtés des losanges dans lesquels ils devoient se trouver.

Par tout ce qui vient d'être dit, il me paroît, & cette remarque me semble importante, que l'on ne peut guère compter sur la précision des vis pour mesurer exactement les petites parties lorsqu'on suppose les tours de leurs hélices égaux, ainsi que les parties de ces tours; cependant c'est sur cette opinion, ce me semble, qu'est fondée la confiance qu'on a dans les micromètres, & au moyen de cela, cette confiance peut faire tomber dans des erreurs assez considérables.

En effet, il me semble que la méthode la plus usitée pour vérifier un micromètre & pour s'assurer de la valeur de ses parties, c'est de mesurer un petit arc dont la valeur soit connue, & d'examiner combien il contient de parties du micromètre, afin de diviser ensuite ce nombre de parties suivant les divisions du petit arc, & de reconnoître par-là combien il faut de parties du micromètre pour une minute, par exemple, ou une seconde; mais comme en conséquence de ce que je viens de dire, il est démontré par l'expérience qu'un même nombre de parties qui, dans un endroit de la vis, répond à une minute, n'y répondra pas dans un autre, & cela avec des différences assez considérables, il s'ensuivra une erreur dans l'observation.

Pour remédier à cet inconvénient, on peut se servir de la méthode que j'ai employée & qui peut être appliquée à tous les micromètres, qui est d'en dresser une table par observation: voici ce que j'entends par-là.

Il faut placer à une distance connue & mesurée exactement; une division faite en grand de l'arc que l'on peut mesurer avec le micromètre, & qui soit subdivisée en autant de parties que l'instrument dont on se sert peut permettre d'en apercevoir distinctement; alors en faisant marcher le curseur du micromètre & l'arrêtant sur chacune des subdivisions l'une après l'autre, il faut écrire à mesure sur la table que l'on aura préparée, le nombre de tours & de parties qui y répondra, & l'on sera sûr que dans toutes les observations que l'on fera postérieurement, le même nombre répondra toujours à la même quantité de minutes ou de secondes que l'on aura eues par la première observation, pourvu toutefois que (comme on

Je doit toujours supposer) l'on évite le temps perdu de la vis, soit par un ressort, soit en la faisant cheminer toujours du même sens.

Après avoir construit l'instrument que j'ai l'honneur de faire voir à l'Académie, par les méthodes dont je viens de rendre compte, je l'ai vérifié par des expériences & des observations répétées & faites avec le plus grand soin, & je me suis assuré que, par la puissance de grossir des lunettes, par la détermination du niveau, & par le moyen du microscope appliqué aux divisions, tels que je viens de les décrire, je pouvois répondre également dans toutes ses parties, que les observations n'étoient pas susceptibles d'une erreur de 2 secondes au plus, & qu'ainsi cet instrument, qui n'a qu'environ 11 pouces de rayon, atteignoit le même degré de précision que ceux de 8 à 9 pieds, construits par les anciennes méthodes; ce qui est l'objet que je m'étois proposé.

D'après tout ce qui vient d'être dit, il est aisé de conclure qu'en suivant la même méthode & augmentant le rayon des instrumens, l'on pourroit en construire aisément de tels que leur précision allât jusqu'à la demi-seconde & au-delà; mais un avantage encore plus grand, s'il est possible, c'est de pouvoir diviser avec cette même précision, & cependant d'une façon très-prompte & peu coûteuse, tous les instrumens que l'on voudroit & de tel rayon que l'on jugeroit à propos. Il ne seroit question pour cela que de construire une plate-forme de 4 pieds de rayon, qui, par les raisons ci-dessus, donneroit la précision de la demi-seconde; cette plate-forme étant une fois divisée, l'on n'auroit plus d'autre opération à faire pour diviser tel instrument que l'on voudroit, que de le centrer sur la plate-forme & de placer l'outil qui porte le tracelet sur le premier point; après quoi, en faisant tourner la plate-forme sous le microscope qui en observeroit les divisions, sans table, sans calcul & sans aucune espèce d'adresse, l'on seroit sûr de tracer toutes les divisions dans les points où elles devoient être & dans la plus parfaite exactitude.



D É T E R M I N A T I O N
DE LA DISTANCE D'ARCTURUS
AU BORD SUPÉRIEUR DU SOLEIL,
Au Solstice d'été de 1765.

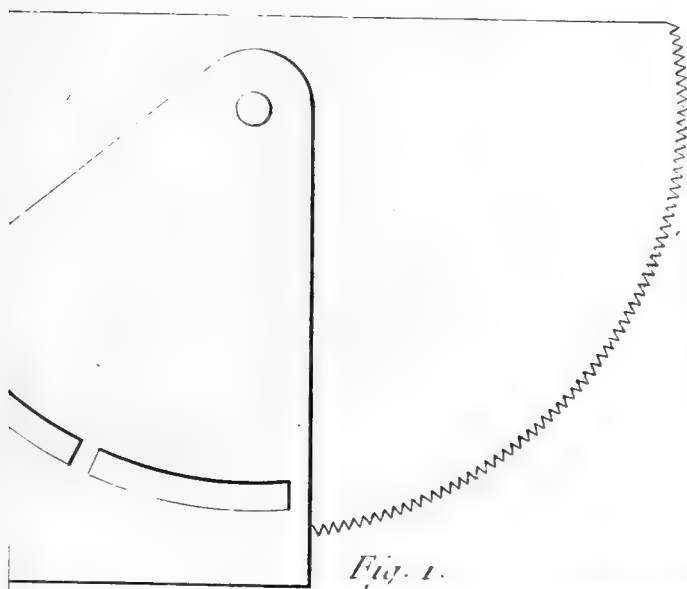
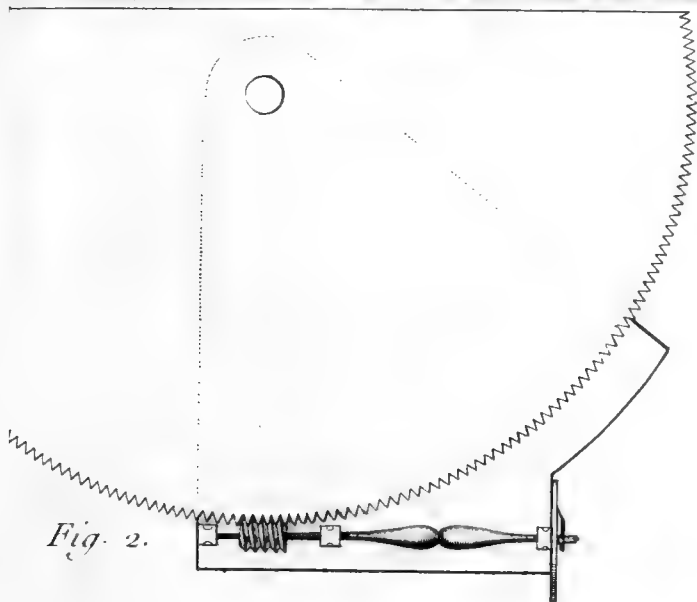
Par M.^{rs} LE DUC DE CHAULNES ET CASSINI.

28 Juin
1765.

M. LE DUC DE CHAULNES ayant présenté à l'Académie un demi-cercle astronomique de son invention, d'un pied de rayon, destiné à prendre hauteur & à observer les angles horizontaux, afin de rendre son usage également utile à l'Astronomie & à la Géographie; je ne ferai point ici la description de cet instrument que M. le Duc a donnée dans le Mémoire qu'il a lû à l'Académie, je ne parlerai ici que de l'épreuve que nous en avons faite à l'Observatoire, de concert avec l'Auteur & M. l'abbé Chappe.

Les deux instrumens de comparaison étoient les deux quarts-de-cercle de 6 pieds de rayon, l'un mural & l'autre mobile, que j'emploie tous les ans pour les hauteurs solsticiales, tant d'été que d'hiver, & dont je me sers alternativement pour parvenir à un résultat moyen, celui que je publie tous les ans.

M. le Duc de Chaulnes, fondé sur toutes les expériences qu'il avoit faites en particulier pour vérifier les divisions de son instrument par une méthode qui lui est propre, nous avoit annoncé une précision aussi grande que celle que l'on devoit attendre d'un quart-de-cercle d'un rayon beaucoup plus grand, & il en appeloit à l'expérience; je l'invitai à faire porter son instrument à l'Observatoire, à condition que non-seulement il seroit témoin de nos observations, mais encore qu'il y prendroit part, pour donner encore plus d'autorité à nos expériences.



Pla I

Fig. 2.

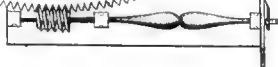
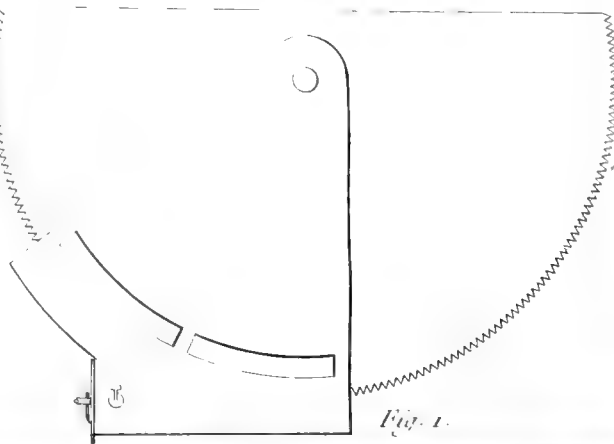
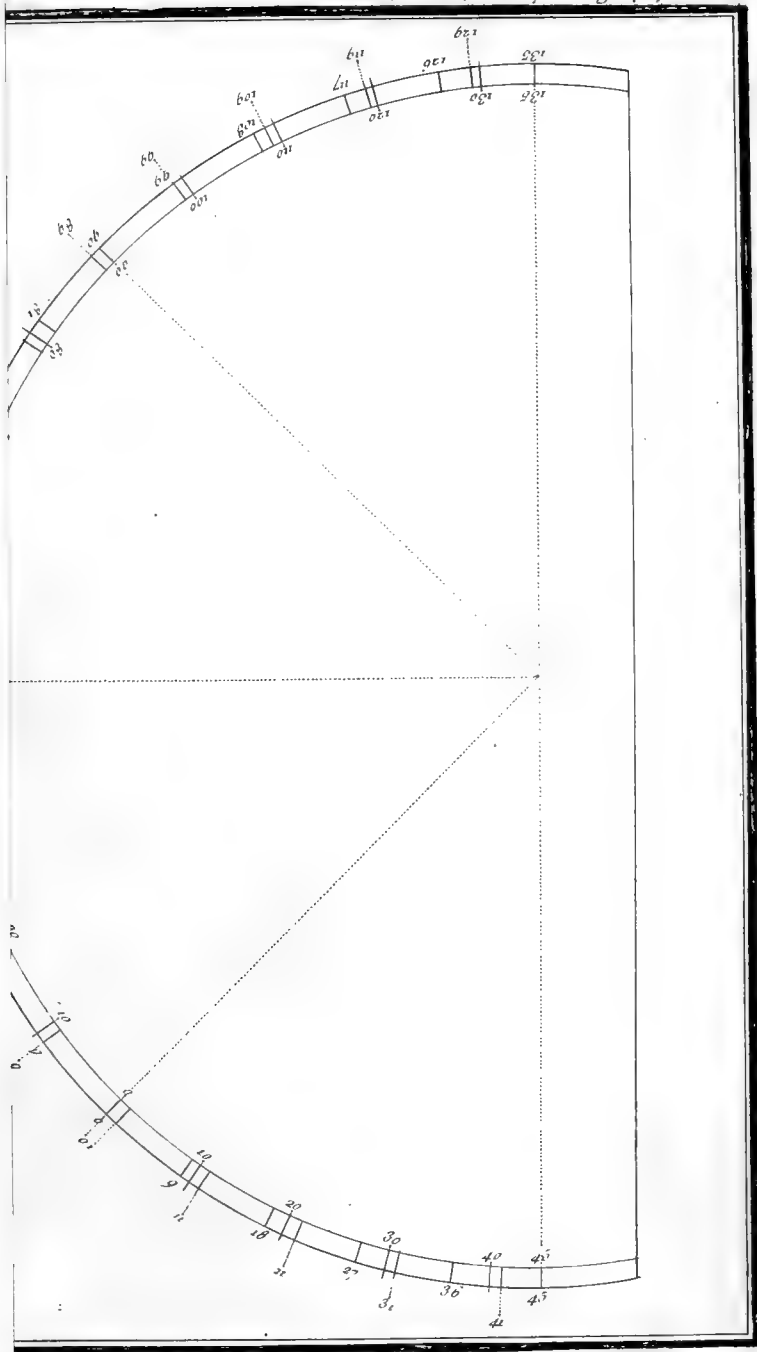


Fig. 1.





Pla II

Fig. 3

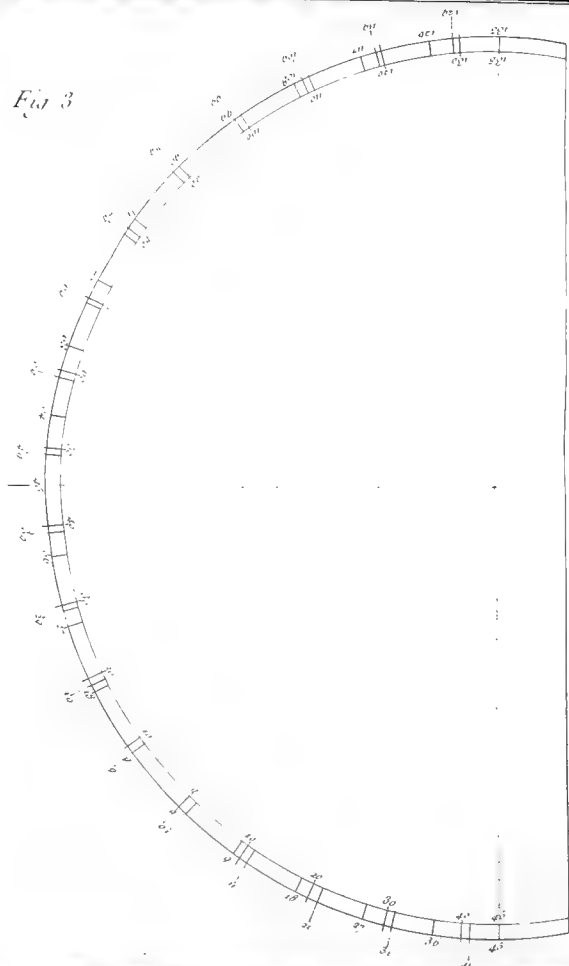


Fig. 4.

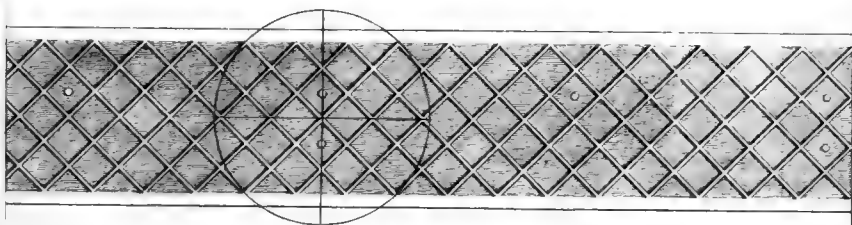
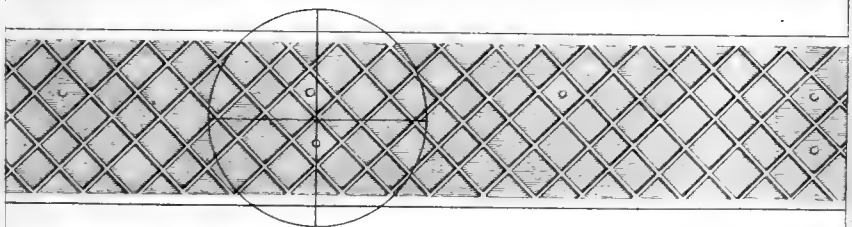


Fig. 5.



Pla. III.

Fig. 4.

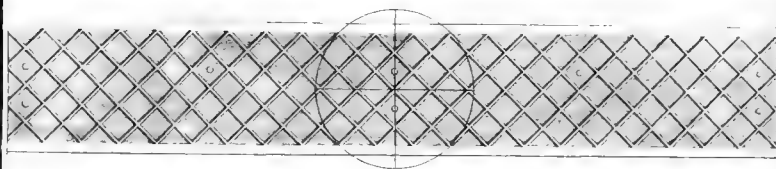
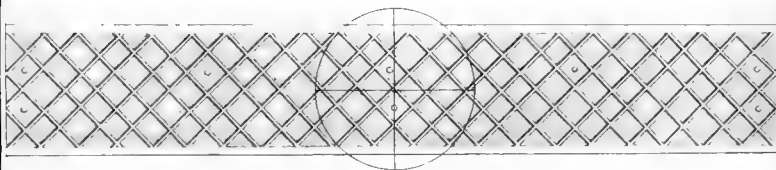


Fig. 5.



Le 12 du mois de Juin, M. le Duc de Chaulnes vint à l'Observatoire, accompagné de S. É. M.^{sr} le Cardinal de Luynes, la hauteur méridienne du Soleil fut observée avec les trois instrumens, S. É. écrivoit les observations, il en fit le calcul, il conclut de la distance du Soleil à *Arcturus*, observée la veille avec les trois instrumens, que la distance de cette étoile au bord du Soleil, étoit de $3^d 3' 11''$ selon M. le Duc de Chaulnes, de $3^d 3' 12'' \frac{1}{2}$ selon M. Chappe, & de $3^d 3' 12''$ selon moi ; S. É. fut fort étonnée de trouver un accord si parfait que la plus grande différence n'alloit pas à deux secondes.

Le ciel, presque toujours couvert à midi, ne devint favorable que le 20, que je déterminai avec l'instrument mobile de 6 pieds la distance d'*Arcturus* au bord du Soleil de $3^d 19' 11''$, la réduction au solstice étoit de $7'' \frac{1}{2}$, & par conséquent la distance solsticiale étoit de $3^d 19' 18'' \frac{1}{2}$.

M. le Duc de Chaulnes fit la même observation avec son instrument, mais le grand nombre d'Étrangers que la curiosité avoit attirés à l'Observatoire, ne nous permit pas de mettre l'instrument à l'abri de quelque variation ; on observa le soir la hauteur d'*Arcturus*, qui fut trouvée si différente de celle que l'on avoit trouvée les jours précédens, que l'on soupçonna que l'on avoit dérangé l'instrument, ce qui fut confirmé dans la suite.

Le 21, l'observation fut complète, M. le Duc de Chaulnes détermina la distance d'*Arcturus* au bord du Soleil de $3^d 19' 15'' \frac{1}{2}$, & moi je la trouvai avec le quart-de-cercle mobile de $3^d 19' 18''$, plus grande de $2'' \frac{1}{2}$, la réduction au Solstice étoit de $40'''$, & par conséquent la distance solsticiale étoit de $3^d 19' 18'' \frac{2}{3}$.

Le 22, l'observation fut faite avec les trois instrumens, M. le Duc de Chaulnes détermina la distance d'*Arcturus* au Soleil, de $3^d 18' 59''$; M. l'abbé Chappe de $3^d 19' 0''$, & moi de $3^d 19' 1''$; ainsi la plus grande différence entre les trois résultats étoit de $2''$: nous supposérions donc cette distance de $3^d 19' 0''$, la réduction au solstice étoit de $18''$.

Donc la distance apparente d'*Arcturus* au bord solsticial du Soleil, résultante des observations faites avec les trois instrumens, peut être supposée de $3^d\ 19'\ 18''$.

29 Novemb.
1765.

LES Expériences qui ont été faites à l'Observatoire pendant l'espace de deux mois avec l'instrument que j'ai eu l'honneur de faire voir à l'Académie, ayant prouvé que son exactitude répondoit à ce qu'on s'en étoit promis, on a désiré d'en faire construire un, par la même méthode, mais d'un rayon beaucoup plus grand, afin de parvenir à une précision fort supérieure à celle de tous les instrumens dont on s'est servi jusqu'ici; & l'on est fondé à l'espérer, puisque celui-ci qui n'a que 10 pouces $\frac{3}{4}$ de rayon, n'ayant jamais donné de différences plus grandes que 2 ou 3 secondes entre les hauteurs d'une même étoile observée en même temps avec deux quarts-de-cercle de 6 pieds de rayon, on ne peut douter qu'en augmentant le rayon du nouvel instrument, on ne parvienne facilement à rendre très-sensible la quantité d'une seconde : précision à laquelle, ce me semble, on n'a pu encore atteindre avec les plus grands instrumens connus.

On se rappellera aisément que dans mon premier Mémoire, j'ai fait observer que l'usage que je faisois dans la construction du nouvel instrument des microscopes & des lunettes achromatiques, inventions déjà connues & dont je ne faisois que l'application, devenoit inutile sans la nouvelle méthode que j'ai employée pour donner à la division un degré d'exactitude qui pût répondre à l'augmentation de puissance de ces instrumens optiques.

En effet, indépendamment de la rareté des Artistes capables d'une grande précision dans les divisions, & des accidens qui peuvent abrégier le temps de leur vie pendant lequel ils peuvent travailler à cette espèce d'ouvrage, quelle vue assez perçante, & quelle main assez adroite & assez sûre pourroit se flatter d'égaliser la précision d'un mouvement mécanique pour lequel la

main la moins exercée est plus que suffisante, telle qu'est celle dont j'ai donné la description dans mon premier Mémoire?

C'est d'après ces réflexions que j'ai pensé que non-seulement pour le nouvel instrument que l'on va construire, mais que pour étendre davantage l'utilité de la nouvelle méthode de division, il seroit convenable de commencer par faire une plate-forme d'un grand rayon qui serviroit à diviser ensuite non-seulement le nouvel instrument, mais tous ceux que l'on feroit construire par la suite & qui joindroit à l'avantage de la plus grande précision celui de diminuer les frais de ces instrumens, le temps qu'on emploie à les diviser, & d'obvier à la rareté des ouvriers qui en seroient capables.

Il paroîtroit convenable que cette plate-forme, qui appartiendroit à l'Académie, fût déposée dans un lieu où tous les Artistes pussent en faire usage sous les yeux d'un homme qui seroit commis par elle pour en avoir soin.



COMPARAISON
DES
HAUTEURS SOLSTICIALES
AUX ENVIRONS
DU TROPIQUE DU CAPRICORNE;

*Observées en 1762 & 1764, avec celles qui ont
 été vues à l'obélisque du Gnomon de S.^t Sulpice
 en 1743 & 1744.*

Par M. LE MONNIER.

9 Février
1765.

CETTE dernière partie de la Méridienne de S.^t Sulpice, mérite aujourd'hui notre attention à cause des variations qu'il s'agit d'attribuer, non pas à l'édifice qui, sur une distance de 270 pieds, n'a donné aucun mouvement sensible dans l'inclinaison apparente des rayons du Soleil, mais des variations relatives à la distance apparente des Tropiques.

Je ne répète point ici ce que j'ai dit en 1743 & en 1745 dans nos Mémoires, sur le peu de diminution sensible de l'obliquité de l'écliptique; & je n'ai établi, sur le même sujet, quelques résultats dans la préface des Institutions, qu'après y avoir bien réfléchi & discuté soigneusement les meilleures observations faites depuis cent ans. La Méridienne de Florence a été rétablie depuis les conclusions que j'avois déjà tirées, & on s'y accorde assez avec ce que j'ai établi; savoir que l'obliquité de l'écliptique ne varioit pas à beaucoup près d'une minute en cent années.

Venons aux observations faites au solstice d'hiver à S.^t Sulpice, celles du solstice d'été, faites au foyer du verre objectif de 80
 pieds

pieds sur le marbre que l'on a découvert à chaque année, étant déjà publiées dans le volume de l'année 1762.

Le 22 Décembre 1744, l'air étant presque tempéré, le vent nord-ouest, j'ai marqué la route des deux bords pendant $3\frac{1}{2}$; & l'ayant tracée au crayon, j'ai trouvé sur le cuivre doré de la ligne méridienne 20 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$ ou $\frac{2}{3}$ pour le diamètre de l'image: or le bord d'en haut du Soleil étoit 10 lignes $\frac{1}{2}$ au-dessus de celui qui avoit été tracé le 19

Sur l'obélisque,
une ligne
doit répondre
à près de 9"
en déclinaison.

Decembre 1743; ainsi cette année-là, comme il s'en manquoit 17 ou $17\frac{1}{2}$ à la plus grande déclinaison du Soleil, parce que sa longitude étoit déjà en $\text{° } 1^{\text{d}} 20'\frac{1}{2}$, il s'en suit qu'il falloit faire graver le terme solsticial précisément 2 lignes plus haut, ce qui a été exécuté.

Car le 17 Decembre 1743, le Soleil étant $0^{\text{d}} 5' 9\frac{1}{4}$ au-dessus du tropique du Capricorne, j'avois marqué la route des deux bords sur l'obélisque, le ciel étant fort serein. Je trouvai ensuite le 19 Decembre, la gelée du matin ayant paru à peine sensible & le Soleil étant très-vif à midi, que le bord d'en bas avoit monté sur l'obélisque de 2 pouces 2 lignes $\frac{1}{4}$, & celui d'en haut de 2 pouces 2 lignes $\frac{1}{2}$; ce qui donneroit 26 lignes $\frac{1}{2}$ ou $3' 42\frac{1}{2}$ pour le changement en déclinaison selon la table que j'avois ébauchée. Or le Soleil étoit ce jour-là, 19 Decembre 1743, $0^{\text{d}} 1' 41\frac{3}{4}$ au-dessus du tropique; d'où l'on voit que l'observation de l'année 1744 a été plus avantageuse pour me décider à faire graver les traits en minutes & demi-minutes, qu'on voit actuellement, plus tranquillement & de beaucoup plus près du haut d'une plate-forme en charpente, située tout proche cet obélisque.

J'ai tracé ces trois observations sur la figure ci-jointe, ayant pris 10 pouces 2 lignes pour demi-diamètre; aux observations suivantes, j'ai préféré celles où l'on a observé les deux bords du Soleil, les autres ne pouvant pas prouver suffisamment dans une recherche aussi délicate.

En 1762, M. Tuillier a observé quatre jours de suite sur cet obélisque, & d'abord celles des 21 & 23 Decembre lui ont donné 8 & 13 secondes, dont le Soleil auroit moins

descendu qu'en 1743 & 1744; car en prenant un milieu entre les routes des deux bords qu'il a jugées, relativement aux divisions qui convenoient tant au haut qu'au bas de l'image, il a trouvé le 21 Décembre 9 secondes, au lieu qu'il ne s'en falloit qu'une seconde que le Soleil ne fût descendu ce jour-là jusqu'au tropique. Le 23, il a trouvé 54 secondes, au lieu de 41 dont le Soleil étoit plus élevé que le tropique; ce qui donne les différences de 8 & 13 secondes rapportées ci-dessus. On voit par-là que le portail méridional, lequel a été bâti sur le roc, n'a point remué; autrement des différences de $8\frac{1}{2}$ à 9 secondes plus grandes pour chaque ligne d'affaïssement, auroient paru concourir avec la diminution apparente de l'obliquité de l'écliptique.

Si l'obliquité
de l'écliptique
a dû varier,
le Portail
n'auroit donc
pas varié.

L'effet de la nutation à la fin de l'année 1743, étoit $1''\frac{3}{4}$ moindre que les 9 attribuées à l'effet total lorsque le noeud de la Lune parvient au signe du Bélier; & à la fin de 1744, il étoit seulement $0'',066$ plus petit. Pareillement à la fin des années 1762 & 1764, il étoit moindre que les 9" de $1'',1$, & de $0'',133$; de manière que l'observation de 1762 peut être comparée, sans avoir égard à ces corrections, à celles de l'année 1743, & pareillement celles de 1764 à celles de 1744.

Examinons présentement quelle a dû être la distance des tropiques, observée tant à la première partie australe qu'à la troisième partie ou obélisque élevé sur l'extrémité septentrionale de la méridienne de S.^r Sulpice.

Par les observations du solstice d'été, je ne trouve aucune différence sensible dans l'espace de dix-huit à vingt ans; & par celles d'hiver de l'année 1762, à peine y auroit-il une variation de 12 secondes: or dans la supposition d'une diminution réelle dans l'obliquité de l'écliptique, à raison d'une minute par cent ans, la distance des tropiques auroit dû paroître varier de $21''\frac{1}{2}$ à $24''$.



O B S E R V A T I O N
DE L'OPPOSITION DE JUPITER
AVEC LE SOLEIL

LE 4 JANVIER 1765;

*Et corrections qu'il convient de faire aux Tables
de M. Cassini.*

Par M. J E A U R A T.

LES Observations que je donne ici sur Jupiter, ont été ^{2 Mars} faites aux approches de son opposition avec le Soleil; ^{1765.} Jupiter a été comparé pendant sept jours au méridien avec trois étoiles : voici la position apparente de ces étoiles pour le 1.^{er} Janvier 1765.

Étoile α des Gemeaux...	Longitude.....	3 ^f	0 ^d	9'	30"
	Latitude australe...	0.	0.	55.	5
	Ascension droite..	0.	90.	10.	20
	Déclinaison boréale.	0.	22.	33.	8

Étoile μ de Castor.....	Longitude.....	3.	2.	0.	56
	Latitude australe...	0.	0.	50.	37
	Ascension droite..	0.	92.	11.	1
	Déclinaison boréale.	0.	22.	36.	50

Étoile δ de Pollux.....	Longitude.....	3.	15.	14.	17
	Latitude australe..	0.	0.	12.	24
	Ascension droite..	0.	106.	30.	59
	Déclinaison boréale.	0.	22.	23.	45

Ces étoiles étoient si proches du parallèle de Jupiter, que Jupiter & les trois étoiles ont été observées dans le même

436 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

champ de la lunette, l'étoile δ de Pollux a même été vue dans la lunette en même temps que Jupiter.

L'instrument dont je me suis servi pour mes observations est un quart-de-cercle de 3 pieds de rayon; ce quart-de-cercle a été dirigé exactement dans le plan du méridien; les lunettes de ce quart-de-cercle sont garnies de micromètres: c'est avec cet excellent instrument que j'ai fait les observations qui suivent.

OBSERVATIONS DE JUPITER,

Faites à l'École royale Militaire.

JOURS des OBSERVATIONS.	TEMPS DE LA PENDULE POUR LES PASSAGES AU MÉRIDIEN.			
	γ des GEMEAUX.	μ de CASTOR.	δ de POLLUX.	JUPITER.
1764. 23 Déc.	11 ^h 49' 57"	11 ^h 57' 58"	12 ^h 55' 9"	13 ^h 3' 32"
24 Déc.	11. 46. 24	11. 54. 25	12. 51. 36	12. 59. 26
25 Déc.	11. 42. 48	11. 50. 50	12. 48. 1	12. 55. 17
1765. 2 Janv.	11. 14. 10	11. 22. 11	12. 19. 22	12. 22. 7
3 Janv.	11. 10. 33	11. 18. 34	12. 15. 45	12. 17. 56
7 Janv.	10. 56. 4	11. 4. 5	12. 1. 17	12. 1. 9
11 Janv.	10. 41. 34	10. 49. 35	11. 46. 47	11. 44. 21

RÉDUCTION DES OBSERVATIONS

TEMPS VRAI DES OBSERVATIONS DE JUPITER, Faites dans son passage au Méridien.		ASCENSION droite de JUPITER.	DÉCLINAISON de JUPITER.
1764. 23 Décemb...	13 ^h 2' 8"	108 ^d 36' 56"	22 ^d 32' 54" B.
24 Décemb...	12. 57. 9	108. 28. 40	22. 33. 51
25 Décemb...	12. 52. 10	108. 20. 8	22. 34. 51
1765. 2 Janvier...	12. 12. 21	107. 12. 13	22. 43. 50
3 Janvier...	12. 7. 23	107. 3. 42	22. 44. 58
7 Janvier...	11. 47. 35	106. 28. 52	22. 49. 0
11 Janvier...	11. 27. 59	105. 54. 17	22. 53. 0

Les ascensions droites & les déclinaisons de Jupiter, que je viens de donner, & que j'appelle *observations réduites*, sont celles que j'ai déduites par un milieu pris entre les déterminations que m'ont données les différentes étoiles auxquelles Jupiter a été comparé: ce milieu ne diffère pas de 6 secondes de chacune des déterminations particulières; on peut donc, à cette petite différence près, compter sur ces déterminations & sur les résultats qui suivent.

*RÉSULTATS de l'Observation réduite au Méridien
de l'Observatoire royal de Paris.*

Opposition de π le 4 Janvier 1765 à.....	$\left\{ \begin{array}{l} 23^h \ 19' \ 45'' \text{ Temps vrai.} \\ 23. \ 25. \ 53 \text{ Temps moyen.} \end{array} \right.$
Anomalie moyenne de π	$8^f \ 29^d \ 25' \ 22''$
Longit. héliocentr. de π ..	$\left\{ \begin{array}{l} \text{observée.....} \quad 3. \ 15. \ 30. \ 1 \\ \text{calculée selon M. Cassini.....} \quad 3. \ 15. \ 25. \ 4 \\ \text{calc. selon mes premières Tables..} \quad 3. \ 15. \ 26. \ 11 \\ \text{calculée selon mes secondes Tables.} \quad 3. \ 15. \ 29. \ 5 \end{array} \right.$
Erreur en longitude hélioc.	$\left\{ \begin{array}{l} \text{des Tables de M. Cassini.....} \quad - \ 0. \ 4. \ 57 \\ \text{de mes premières Tables.....} \quad - \ 0. \ 3. \ 50 \\ \text{de mes secondes Tables.....} \quad - \ 0. \ 0. \ 56 \end{array} \right.$
Latitude géocentrique observée de π	B. $0. \ 12. \ 16$

Selon cette observation, Jupiter étoit très-près de ces moyennes distances, & cette situation est favorable à la détermination des principaux élémens de la théorie.

Pour parvenir à cette détermination, j'ai comparé le résultat de cette dernière opposition avec celui du 9 Juillet 1759, où Jupiter étoit à $3^f \ 12^d \ 44' \ 4''$ d'anomalie moyenne; & avec celui du 21 Septembre 1761, où Jupiter étoit à $5^f \ 19^d \ 34' \ 31''$ d'anomalie moyenne.

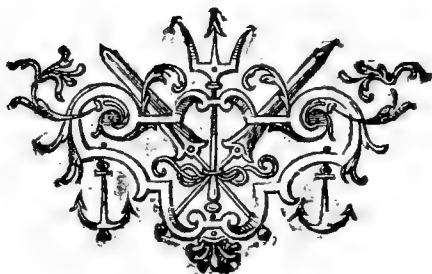
De ces trois oppositions de Jupiter, observées dans trois points importans de son orbite, j'ai déduit les corrections qu'il convient de faire aux Tables de M. Cassini, & j'ai trouvé

438 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

qu'en faisant abstraction des petites équations de M. Mayer; il falloit retrancher 19 secondes des moyens mouvemens en longitude des Tables; qu'il falloit aussi retrancher 10' 58" de l'anomalie moyenne de ces mêmes Tables; & que l'équation du centre doit être augmentée de 5' 12".

Enfin de ces corrections, j'ai conclu qu'en 1762 les élémens de la théorie de Jupiter doivent être ceux que voici.

Année 1762.	{	Longitude moyenne.....	6 ^e	8 ^d	22'	26".
		Lieu de l'aphélie.....	6.	10.	36.	41
		Plus grande équation du centre..	0.	5.	36.	29



M É M O I R E
S U R L A D U R É E
D E L A
S E N S A T I O N D E L A V U E.

Par M. le Chevalier D'ARCY.

Nos sens ont été l'objet d'une multitude de déclamations de la part des Philosophes; les uns rapportant tout à leur usage, ont voulu les établir les arbitres uniques & immédiats de nos connoissances; les autres au contraire en exagérant leurs imperfections & les erreurs où ils nous entraînent, ont voulu nous faire renoncer à leur témoignage & nous livrer au doute universel. Ces derniers en nous ôtant les seuls guides dont nous puissions nous aider dans ce labyrinthe où la Nature nous a placés, nous ont traité comme des aveugles à qui on enlèveroit le bâton qui sert à les conduire, sous prétexte qu'il peut les égarer. La saine Philosophie a fait enfin cesser toutes ces vaines déclamations; en nous éclairant sur le véritable emploi des sens, elle nous a appris que c'est d'eux seuls que nous devons attendre les premières informations des choses, & que si c'est à l'entendement à élever l'édifice de nos connoissances, c'est aux sens à le fonder. Mais en les rendant juges des premières vérités de fait, & comme les premiers ministres de notre instruction, elle nous prescrit la nécessité d'examiner avec une nouvelle attention la manière dont ils reçoivent & transmettent à l'ame les impressions des objets, afin de mieux reconnoître les erreurs qui en résultent, les prévenir, ou au moins en déterminer les limites; enfin elle veut que nous ne négligions rien de ce qui peut rendre leur rapport plus fidèle & leurs témoignages plus certains. L'étude de nos sens est donc une des plus

importantes au progrès de nos connoissances; c'est en m'occupant de ces objets que j'ai remarqué qu'il se passoit dans nos sensations un effet auquel jusqu'ici on a fait peu d'attention; cet effet, c'est leur durée, c'est le temps qu'elles existent après que la cause qui les a produites a cessé d'agir. Peu attentifs à ce qui se passe en nous, nos sensations nous paroissent instantanées, il nous semble qu'elles s'évanouissent presque aussi-tôt qu'elles ont été excitées, cependant elles n'en subsistent pas moins après, ainsi nous sentons la brûlure d'une étincelle quand elle est déjà éteinte, & nous croyons voir des objets lorsqu'ils sont déjà disparus; nos sensations survivent donc, si cela se peut dire, pendant un certain temps, aux actions qui les font naître: or il est facile d'imaginer que cet effet peut donner lieu à plusieurs erreurs qui peuvent être importantes. Un examen détaillé de ces erreurs relativement à nos différens organes, seroit sans doute très-intéressant, mais dans ce Mémoire je ne me propose de parler, que de celles qui résultent de la durée de la sensation de la vue.

Pour faire mieux comprendre ce que je viens de dire, il faut rapporter quelques exemples des effets de cette durée de nos sensations par rapport à l'organe de la vue; l'anneau lumineux que l'on voit en tournant rapidement un flambeau, les roues de feu dans les feux d'artifices, la forme de fuseau aplati sous laquelle nous paroît une corde qui vibre, le cercle continu que nous présente une roue dentée qui tourne avec vitesse, & un grand nombre d'autres apparences de ce genre ne sont produites, comme on fait, que par le temps que sont à s'évanouir les sensations que les objets excitent dans l'œil; ainsi le flambeau ne nous montre un anneau de feu en tournant, que parce que le temps qu'il prend depuis son départ d'un point pour y revenir, est plus court que celui de la durée de la sensation qu'il a excitée en partant de ce point; de même la corde qui vibre ne paroît prendre une forme de fuseau, que parce que la sensation qu'elle a excitée en partant du point extrême de sa vibration, subsiste encore lorsqu'elle y revient; cette durée de la sensation de la vue peut donc nous faire croire

croire un corps existant dans un lieu, lorsqu'il l'a déjà quitté, mais elle peut nous tromper encore de plusieurs manières, nous faire imaginer & croire, par exemple, que des phénomènes existent lorsqu'ils ne subsistent plus, ou raccourcir la durée de ceux que nous observons; ainsi lorsqu'un corps opaque s'avance ou passe sur un disque lumineux, le corps opaque y est déjà entré que l'attouchement ne nous paroît pas encore fait, parce que la sensation de la partie du disque lumineux sur laquelle le corps est entré dure encore: mais il n'en est pas de même pour la sortie du bord opposé, c'est-à-dire de celui qui quitte le disque le dernier; car cet effet de la durée de la sensation n'y a plus lieu; il arrivera de-là que le temps du passage du corps opaque sur le disque lumineux fera raccourci pour l'Observateur de toute la durée de la sensation. Mais ce n'est pas seulement de cette manière que cet effet peut influer sur la justesse de nos observations, car si les impressions des objets sont d'autant plus durables qu'ils sont plus éclairés, il pourra en résulter (toutes choses étant d'ailleurs égales) des différences dans les observations faites avec des instrumens qui fournissent plus ou moins de lumière; enfin il se pourra encore que les sensations de deux Observateurs n'étant pas de la même durée, cette différence dans leur organisation en produise dans leurs déterminations. On s'attache beaucoup aujourd'hui, & avec raison, dans les observations importantes à munir les Observateurs d'instrumens semblables, pour réunir la parité des circonstances; ne devroit-on pas aussi s'attacher à savoir si leurs yeux, leurs premiers instrumens voient de même?

Toutes ces considérations & ces conjectures sur les effets qui peuvent résulter de la durée de la sensation de la vue, me firent croire qu'il seroit utile de reconnoître par des expériences, si cette durée étoit mesurable, & quelle étoit son étendue; car soit qu'elle fût assez grande pour produire des effets sensibles, soit qu'elle fût trop petite pour mériter quelque attention, je pensai qu'il seroit toujours intéressant dans l'un ou l'autre cas d'avoir déterminé ce qui en étoit.

Mém. 1765.

, K k k

Pour y parvenir, j'ai cherché différens moyens, mais il n'y en a point qui m'ait paru répondre aussi bien à ce qu'exigeoit l'effet que j'entreprendois de mesurer, que celui qui m'étoit indiqué par l'expérience du flambeau qui tourne; il est facile de concevoir que c'étoit de faire mouvoir circulairement avec la plus grande rapidité un corps ou lumineux ou fort apparent, & de tâcher cependant de mesurer sa vitesse avec une suffisante précision; j'imaginai en conséquence la machine dont je vais donner la description en aussi peu de mots que je pourrai, pour qu'on juge de la nature & de la justesse de ses effets.

Une espèce de cage comme celle du mouvement d'une pendule, renferme plusieurs roues qui agissent les unes sur les autres, & dont la dernière a un arbre qui prolongé hors de la platine, porte une espèce de croix, les bras de cette croix qui sont égaux, forment autant de canons dans lesquels on peut faire entrer & tenir avec une vis une verge d'acier de 7, de 8 & de 9 pouces de long, &c. selon la grandeur du cercle que l'on veut que son extrémité décrive, pour abrégér j'appellerai désormais ces verges, les bras de la croix; on conçoit maintenant que si un poids est appliqué à la première des roues de ce rouage ou de *cette espèce de machine*, il la fera tourner, & ainsi toutes les autres jusqu'à celle qui porte la croix, conséquemment si la verge fixée dans un des bras de cette croix, porte un charbon ardent ou tel autre corps que l'on voudra qui soit assez lumineux, ce corps, par le mouvement de la croix, lorsque la machine aura acquis la vitesse nécessaire, formera l'apparence d'un anneau; pour être le maître de déterminer cette vitesse, pour l'augmenter ou diminuer, enfin pour la rendre aussi uniforme qu'il étoit possible, il y avoit des volans ou petites plaques de cuivre portées par des coulans qu'on arrêtoit au moyen d'une vis, sur les verges dont nous avons parlé, qui formoient comme le prolongement des bras de la croix; on varioit les inclinaisons de ces volans & leurs distances au centre pour augmenter ou diminuer leur résistance, & on en mettoit de plus grands & de plus petits, lorsque par les différences de positions on ne pouvoit obtenir

les vîtesſes qu'on vouloit produire. Pour tenir fixement ſur les verges de la croix les différens corps lumineux qui devoient me ſervir dans mes expériences, il y avoit auſſi ſur ces bras d'acier des eſpèces de griffes que l'on fixoit par le moyen d'une vis à la diſtance du centre requiſe pour que le corps décrivit un cercle de la grandeur que je deſirois.

J'étois bien le maître, au moyen des volans dont je viens de parler, de régler la réſiſtance des bras de la croix & de faire que la machine prit la vîteſſe néceſſaire pour que le corps qu'elle portoit donnât l'apparence d'un anneau, mais cela ne m'apprenoit pas quelle étoit cette vîteſſe en elle-même, cependant c'étoit le point que je deſirois vivement de connoître: voici comme j'y ſuis parvenu; derrière la platine du mouvement dont j'ai parlé, il y a pluſieurs roues qui engrainent les unes dans les autres, & qui ſont menées par une des roues du rouage intérieur; la dernière de ces roues placée derrière la cage, porte quatre chevilles à égales diſtances, qui lèvent alternativement la queue d'un marteau qui frappe ſur un timbre; le rapport du nombre des tours de cette roue à celui de la roue qui porte la croix étant connu, il eſt de un à onze cents tours; on voit que lorsque la roue a fait un quart de tour, ou que l'on a compté un intervalle entre deux coups de marteau, la croix a fait deux cents ſoixante-dix ſept tours.

On imaginera facilement, d'après cet expoſé, que pour connoître la vîteſſe réelle de la croix ou du corps qui décrit l'anneau, il ne faut qu'avoir celle de la roue qui fait ſonner le timbre, & qu'on pourra toujours déterminer celle-ci en obſervant avec une pendule à ſecondes le temps écoulé entre chaque coup de marteau; j'ajouterai que cette vîteſſe étoit aſſez uniforme pour que dans un très-grand nombre d'expériences, je ne l'aie pas vu différer d'un ſoixante-dixième ſur le tour entier de la roue, quoique le mouvement de la machine ne fût réglé, comme je l'ai déjà dit, que par la réſiſtance des volans.

Comme je crus que les expériences que je me propoſois de faire, devoient être vues à une certaine diſtance, cette

machine, telle que je la viens de décrire, fut placée dans un jardin sur une espèce d'échafaud à une hauteur de dix-huit pieds, & comme il falloit une force suffisante pour la faire mouvoir & aller un certain espace de temps, le poids descendoit dans un puits, afin qu'il pût agir plus long-temps.

Dans une chambre presque en face de la machine & à peu près à la même hauteur, étoit placée auprès d'une excellente pendule à seconde, une personne que j'appellerai quelquefois l'Observateur, chargée d'observer les différentes apparences des corps que la machine feroit tourner; il n'y avoit dans cette chambre aucune lumière, les volets en étoient fermés & la personne ne regardoit que par une ouverture faite dans un des volets, afin que ses yeux ne fussent distraits par aucune lumière étrangère; cette chambre étoit éloignée de la machine de vingt-huit toises.

Les choses étant ainsi disposées, je crus que je devois préférer d'abord de faire mes expériences pendant la nuit & avec des charbons allumés, parce que tous les effets deviendroient par-là plus marqués & plus sensibles. Ayant choisi une nuit assez obscure & assez tranquille, je commençai donc mes expériences, l'Observateur étant dans la chambre & moi auprès de la machine; je m'étois chargé d'en régler les mouvemens, ne me confiant pas assez à ma vue, affoiblie par un accident, pour des expériences aussi délicates, comme on le verra dans un moment; ayant placé un charbon ardent à une distance de 100 pouces du centre de la croix, je fis partir la machine, mais l'Observateur ne voyant point le charbon former d'anneau de feu, il me dit d'augmenter sa vitesse, ce qu'ayant fait par les moyens dont j'ai parlé, je parvins, après plusieurs tentatives, à donner à ce charbon ardent toute celle qui étoit nécessaire pour qu'il décrîvît la roue de feu que nous attendions. Comme l'Observateur comptoit les secondes à la pendule pendant l'expérience, il reconnut bientôt que la vitesse nécessaire pour que le charbon formât l'anneau de feu étoit très-faisissable, ce qui étoit déjà une partie de l'objet que je me proposois; mais comme je voulois reconnoître & déterminer

cette vitesse avec toute la précision possible, je réglai la manière dont je m'y prendrois : pour cet effet, voici l'ordre que je suivois. Je donnois d'abord au charbon une très-grande vitesse, de sorte que l'anneau fut parfait & sans qu'il pût rester la moindre incertitude sur la continuité de son cercle, ensuite je la diminuois graduellement jusqu'à ce que la personne de la chambre vît sensiblement que cet anneau n'avoit plus lieu ; or il est bon d'avertir que ce changement ne se faisoit pas après un, deux ou trois tours du charbon, mais à chaque fois que le poids étoit descendu, c'est-à-dire après que la roue qui faisoit sonner le timbre avoit fait un tour & demi ou à peu-près : par-là, cette personne avoit le temps de compter à la pendule le nombre de secondes écoulées entre chaque coup du marteau pour bien reconnoître quelle étoit la vitesse du charbon qui donnoit l'apparence qu'elle voyoit, soit que ce fût celle d'un anneau parfait ou d'un anneau incomplet ; mais elle ne déterminoit cette apparence que d'après ce qu'elle observoit dans les premiers tours du charbon qui suivoient le moment où la machine avoit pris une vitesse uniforme, parce que l'on auroit pu craindre que dans la suite la vue ne se fatiguât, ou que la continuité de la sensation ne l'empêchât d'en bien juger.

Il faut prévenir une objection, on pourroit imaginer que dans cette apparence de l'anneau, une partie du phénomène tiendroit au mouvement de l'œil qui suivroit par un effet machinal le charbon dans sa révolution, mais j'ai fait plusieurs expériences qui prouvent que cet effet n'y a aucune part, car en regardant par une pinnule ou par une fente longitudinale telle portion que l'on vouloit de l'anneau apparent décrit par le charbon, on la voyoit sans interruption comme si en effet elle avoit fait partie d'un anneau de feu continu. Cette même expérience a été faite en plein jour, en faisant tenir sur la croix un disque ou un plan circulaire de carton, auquel il y avoit une petite ouverture ou fenêtre ; une personne placée près de la machine, regardoit par cette fenêtre un objet éloigné, ensuite on faisoit tourner le disque ; lorsqu'il avoit acquis la

vitesse suffisante, on voyoit l'objet d'une manière parfaitement continue, comme si rien n'en avoit intercepté la vue; la seule différence qu'on observoit, c'est qu'il paroïssoit plus terne: je ne puis mieux en comparer la sensation qu'à celle d'un objet qu'on voit dans un télescope par un temps obscur ou gris, mais sans brouillard.

Après avoir exposé la manière dont se faisoient ces expériences, je ne rapporterai point dans le détail toutes celles qui ont été faites pour déterminer la vitesse nécessaire pour que le charbon ardent donnât la sensation d'un anneau de feu; ce seroit abuser de l'attention de l'Assemblée: je me contenterai de parler des principales.

Par une nuit assez calme, mais où il y avoit un peu de clair de Lune, on trouva que le charbon donna la sensation d'une roue de feu lorsqu'il y avoit entre chaque coup du marteau un intervalle de 36 secondes, & par conséquent que le charbon faisoit sa révolution dans un espace de temps de 8 tierces; cette vitesse fut diminuée, les intervalles entre chaque coup de la sonnerie ayant été rendus de 40 à 41 secondes, on ne vit plus l'anneau si parfaitement formé, on observoit comme des instans de discontinuités; mais lorsque j'eus rétabli la première vitesse en rendant les intervalles de la sonnerie de 36 secondes, l'anneau reparut dans toute son égalité. Le lendemain, on revit encore l'anneau formé de même, le charbon tournant presque avec la même vitesse que le jour précédent, les intervalles entre chaque coup du marteau n'étant augmentés que d'une seconde. Enfin n'ayant pas trouvé les jours suivans plus d'une seconde de différence dans les intervalles de ces coups, j'en conclus que cette vitesse du charbon de 8 tierces étoit réellement la vitesse que je cherchois ou la plus lente de toutes celles où il paroïssoit donner l'apparence d'un anneau de feu, au moins pour la vue de l'Observateur. Il paroïssoit assez vraisemblable que l'effet seroit encore le même si le charbon décrivait un cercle beaucoup plus petit, mais dans le même temps; cependant je crus devoir en faire l'expérience; je le fixai pour cet effet à une distance

du centre de 6 pouces, au lieu de 10 où il étoit, & l'anneau reparut de même que dans les expériences précédentes. Pour s'assurer de ce fait d'une manière précise & qui servît encore à confirmer ce que j'avois découvert sur la vitesse nécessaire pour former la roue de feu, je plaçai un charbon sur chacun des bras opposés de la croix, l'un deux fois plus éloigné du centre que l'autre, ils donnèrent deux anneaux en même temps; on n'observa de différence que lorsqu'ayant diminué la vitesse de leurs révolutions, la description de l'anneau n'étoit plus parfaite; alors il sembla, car je rapporte fidèlement les faits, que la discontinuité se faisoit remarquer dans le grand plus tôt que dans le petit.

Pendant le cours de ces expériences, la personne qui étoit dans la chambre a souvent regardé l'anneau, tantôt avec une petite lunette excellente, de la nouvelle construction de M. Lebas, & tantôt au travers d'une pinnule, mais il ne lui a pas paru que ces différences dans la manière de le voir en aient produit de sensibles dans ses apparences; c'est-à-dire que lorsque l'anneau paroissoit parfait ou incomplet à la vue simple, il paroissoit de même avec la lunette & la pinnule; on n'a pareillement rien observé de différent quand on regardoit le mouvement du charbon d'une plus petite distance que celle de la chambre, & moi qui étois très près de la machine, n'en étant pas éloigné de plus de trois pieds, il m'a toujours paru que lorsque la trace du charbon faisoit anneau pour l'Observateur, elle le faisoit aussi pour moi; il est vrai que lorsque je ne regardois qu'une petite portion de l'anneau, la sensation étoit continue pour moi, quoique la vitesse ne fût que de 41 secondes entre chaque coup de la sonnerie, au lieu de 36 secondes nécessaires pour l'Observateur.

Quoi qu'il en soit, il résulte de ces expériences que la moindre des vitesses où le charbon commence à donner l'apparence d'une roue de feu, est celle où il fait une révolution en 8 tierces; & comme j'ai prouvé que cet effet est le résultat du temps pendant lequel la sensation de la vue

subliste, il s'ensuit que cette sensation dure 8 tierces, ou que lorsqu'un objet fait sur l'œil une impression d'une certaine force, cette impression existe après qu'il a disparu pendant cet intervalle de temps; je dis après qu'il a disparu, parce que c'est le fait. Si cela avoit besoin de preuves après ce que j'ai dit, je rappellerois l'expérience dont j'ai parlé où en regardant une partie du cercle décrit par le charbon, on avoit une sensation continue de lumière, comme quand l'œil embrassoit le cercle entier; mais nous allons rapporter une expérience directe qui ôtera toute incertitude: ayant placé une lumière derrière la machine & mis sur la croix un disque avec une ouverture, comme dans l'expérience dont il a été parlé plus haut, de manière que l'Observateur pût voir la lumière à travers l'ouverture du disque, alors en donnant un mouvement à la machine, tel que l'on comptât 40 ou 41 secondes entre chaque coup de la sonnerie; l'Observateur avoit une sensation continue de la lumière, ce qui paroîtroit indiquer que la vitesse ne seroit pas la même pour produire la sensation apparente d'un cercle lumineux, que pour donner la sensation continue d'un point lumineux devant lequel tourne le disque opaque dont nous avons parlé.

Après avoir reconnu & déterminé la durée de la sensation de la vue par des expériences faites dans l'obscurité, je comptois de la déterminer de même par d'autres faites en plein jour, avec des corps blancs ou fort apparens & même avec des corps de différentes couleurs, éclairés par le Soleil. Je me propoisois particulièrement, en employant les rayons de cet astre (ce que l'on peut faire d'une manière assez facile) de déterminer plus précisément, 1.^o si les différentes intensités de la lumière n'occasionnoient pas des variétés sensibles dans la durée de leurs sensations; 2.^o si les variations dans la distance de l'Observateur n'en produiroient pas une dans le phénomène; 3.^o si les rayons du Soleil de différentes couleurs, comme le rouge & le violet dont on attribue la diverse réfraction à la différence de vitesse, ne produiroient pas du plus ou du moins dans la durée des sensations, mais
je

je n'ai pu faire que quelques-unes de ces expériences, le mauvais temps que nous avons eu m'en ayant empêché, cependant j'en ai fait assez pour pouvoir avancer qu'il faut à peu près la même vitesse aux corps blancs pour donner une apparence annulaire, qu'au charbon de feu, c'est-à-dire que la sensation en durerait à peu près le même temps. J'ai fait aussi quelques tentatives pour reconnoître si plusieurs couleurs placées l'une à côté de l'autre donneroient une couleur mixte du total de l'anneau qui le formeroit; j'ai vu avec plaisir qu'un cercle dont les deux moitiés étoient chacune d'une couleur différente, l'une jaune, l'autre bleu, donnoient, lorsque le cercle tournoit rapidement, la sensation d'un cercle vert, qui est, comme on le sait, le résultat du mélange de ces deux couleurs; j'ai fait tourner aussi un même cercle sur lequel j'avois appliqué les sept couleurs du prisme, savoir, le rouge, l'orange, le jaune, le vert, le bleu, l'indigo & le violet, la sensation qui en a résulté étoit un blanc uniforme qui n'étoit point parfait, mais qui montrait clairement que si les couleurs eussent été dans la proportion & pureté qu'elles devoient avoir, il en seroit résulté la sensation du véritable blanc: on a répété les mêmes expériences la nuit en tenant un flambeau proche des cercles avec le même succès; on a vu dans le premier cas un cercle vert & dans l'autre un blanc gris-de-lin, l'un & l'autre très-uniforme.

On me demandera sûrement si parmi mes différentes expériences, je n'en ai point fait pour reconnoître si cette durée de la sensation de la vue étoit la même dans différentes personnes, c'est bien un objet que je me propose, mais que je n'ai pas encore pu remplir; il y a plus, c'est que cette comparaison n'est pas aussi facile à faire qu'on l'imagineroit, & on pourroit aisément s'y tromper; il faut pour faire ces expériences plus d'attention qu'on ne le croiroit, toutes les personnes n'y sont pas propres; il faut garder la position la plus constante & observer le plus grand repos; en effet, l'impression que l'œil reçoit de la ligne que décrit le corps lumineux, varie au plus léger mouvement de la tête & des

yeux, en parlant même, pour peu que ce soit un peu haut, apparemment par l'espèce d'ébianlement ou de convulsion que cet organe reçoit par ces mouvemens; pour peu qu'ils augmentent, l'anneau se change en ligne spirale & en d'autres courbes singulières; cette même discontinuité de la ligne de feu a encore lieu lorsqu'on ferme l'œil pendant quelque temps & qu'on le rouvre ensuite promptement, parce que l'œil n'a dans cet instant que la perception actuelle du petit espace qu'occupe le charbon ou le corps lumineux.

Pour résumer tout ce qui vient d'être exposé, il résulte de ce que j'ai rapporté que la sensation de la vue dure un certain temps après que l'objet qui l'a excitée a disparu, que ce temps peut être mesuré avec une suffisante précision, & qu'on l'a trouvé à peu près de 8 tierces ou d'un septième de seconde par l'observation des cercles lumineux formés par les charbons ardents; que cette durée paroît plus considérable par les expériences du disque opaque & qu'il pourroit aller à 9 tierces; que cette durée de la sensation peut influencer sensiblement dans les phénomènes où on peut confondre l'apparence réelle d'un objet dans un lieu, avec son apparence imaginaire par la durée de la sensation; que dans les corps qui se meuvent avec beaucoup de vitesse, elle peut produire plusieurs effets très-singuliers, comme par exemple de faire passer un corps opaque devant nos yeux, sans que nous l'apercevions lorsque la vitesse est assez grande pour qu'il parcoure la grandeur de son diamètre en moins de temps que ne dure la sensation du fond qui est au-delà. Ne pourroit-on pas penser encore que plusieurs effets où la lumière nous paroît continue, ne doivent cette apparence qu'à cet effet de notre vue, & ne donneroit-il pas un degré de vraisemblance de plus à l'opinion de quelques Physiciens qui ont prétendu que les particules de la lumière au lieu d'être continues sont disséminées & séparées entre elles par de grands intervalles; ne pourroit-il pas se faire encore que la lumière venant par pulsation, elle nous parut continue, parce que l'intervalle de ces pulsations seroit plus court que celui de la durée de la sensation de la

vue ? Je pourrois joindre ici encore plusieurs autres conjectures sur différens phénomènes auxquels cette durée peut donner lieu, mais elles pourroient facilement être imaginées par ceux qui sont au fait de ces matières, sans que je m'arrête à les détailler ; je me contente d'avoir établi le fait que j'avois entrepris de reconnoître.

J'aurois pu attendre pour rendre publiques mes expériences & leur résultat, que le travail que je me suis proposé sur cette matière fut achevé, mais j'ai pensé qu'elles pourroient faire naître à quelques personnes l'idée de suivre le même objet, & que de ce concours de travaux il résulteroit un plus grand nombre d'expériences & plus d'observations qui serviroient à l'éclaircir ; le phénomène qui paroît le plus simple est souvent si compliqué, & doit être envisagé sous tant de faces, qu'il ne peut être bien connu, développé & expliqué, que par les efforts réunis de différentes personnes ; en douter, seroit bien mal connoître la Nature ou bien présumer de soi-même ; enfin j'ai cru qu'on ne seroit pas fâché d'apprendre que nos sensations qui nous paroissent si instantannées & si fugitives, ne le sont pas tant (au moins celles de l'organe de la vue) qu'on ne puisse en observer la durée & la mesurer ; j'avoue que cette durée est peu considérable, cependant par les différentes observations que j'ai faites au commencement de ce Mémoire sur ces effets, il me paroît qu'elle mérite dans plusieurs occasions de n'être pas négligée, sur-tout dans un temps où l'on sent plus que jamais l'importance de la précision dans les observations ; on ne doit point oublier qu'une des plus belles découvertes de l'Astronomie moderne & qui a fourni une nouvelle confirmation au système de l'attraction, (je veux dire la découverte de la nutation de l'axe terrestre) ne roule que sur un résultat d'observations, dont la totalité n'est que de 18 secondes en neuf ans.



M É M O I R E

Sur deux Machines, propres à donner le rapport que les différentes Mesures à grains, ou celles des liquides, ont avec le boisseau ou la pinte de Paris.

Par M. TILLET.

LE Conseil ayant conçu le dessein de faire établir le rapport des poids & des différentes mesures dont on se sert en France, avec le poids de marc & les mesures qui sont en usage à Paris, & son intention étant de faire procéder d'abord à un tarif, au moyen duquel on puisse connoître tout d'un coup, soit lorsqu'il s'agira des grains, soit lorsqu'il sera question des liquides, dans quelle proportion sont avec le boisseau ou la pinte de Paris, les mesures de cette espèce qui sont établies dans les provinces, M. le Contrôleur général a confié l'exécution de ce projet à M. de Montaran, Intendant du Commerce, & a jeté les yeux sur M. Hellot & sur moi pour y concourir.

Ce travail va être précédé d'un autre du même genre & qui est aussi important ; il concerne les poids des principaux États de l'Europe, dont nous avons établi le rapport avec le marc de France, après avoir obtenu ces poids en nature, par le canal des Ambassadeurs du Roi. Nous lirons incessamment à l'Académie, le discours préliminaire que le tarif sur les poids étrangers nous a paru demander : il expliquera la marche que nous avons tenue, & les précautions que nous avons prises pour qu'on eût quelque confiance dans nos opérations.

Celles qui regardent le rapport des mesures établies en France, ont d'abord exigé de nous que nous nous occupassions du moyen de les rendre aisées & le moins susceptibles d'erreurs qu'il fût possible. Les boisseaux & les pintes qui sont en usage dans nos différentes provinces, varient à l'infini, soit pour la

continence, soit pour la forme qu'on leur a donnée; les réductions en pareils cas demandent des calculs, présentent des difficultés; & les dimensions d'un vaisseau quelconque une fois prises, on n'en tire aucune facilité pour établir les dimensions d'un autre.

Nous avons donc imaginé quelques machines propres à abrégér le travail, ou plutôt à le faire disparaître; un simple coup d'œil en effet sur une graduation suffira pour connoître tous les rapports, & les décider sans erreur.

La première de ces machines est destinée à mesurer les grains: elle est composée 1.^o d'un large tuyau de fer-blanc qui a la forme cylindrique, dont le diamètre est de 10 pouces de dedans en dedans sur 27 à 28 de hauteur, & dont les deux extrémités sont ouvertes; 2.^o d'un plateau de bois rond, épais d'un pouce & couvert sur sa tranche d'une bande de peau de daim; ce plateau ainsi garni a 10 pouces de diamètre & entre avec justesse dans le cylindre de fer-blanc: au moyen d'un écrou qui est pratiqué dans le milieu de ce plateau, on le monte sur une tige de bois qui porte une vis à chacun de ses bouts & dont la hauteur est à peu-près la même que celle du cylindre; deux pièces de bois, longues de 2 pieds & assemblées en forme de croix, reçoivent dans un écrou qui est à leur centre l'autre vis de la tige & lui servent de pied; deux barreaux de fer hauts d'environ 4 pieds 8 pouces, limés carrément & attachés par des écrous à l'une des pièces de bois qui forment le pied de la machine, s'élèvent parallèlement à la tige, & sont destinés à maintenir le cylindre dans le sens perpendiculaire où il doit être placé; deux boîtes de fer-blanc soudées à 15 pouces l'une de l'autre en dehors & des deux côtés du cylindre, servent à donner passage aux deux barreaux de fer & maintiennent droit le cylindre; elles lui laissent néanmoins la liberté de glisser le long des barreaux de fer & de recevoir avec justesse le plateau de bois dont nous avons parlé. La tige qui porte ce plateau étant immobile, tout le jeu vient du cylindre; & à l'aide de deux poignées, on l'élève ou on le baisse d'une manière insensible, suivant

Planche I,
fig. 1.^{c^{te}}

Fig. 2.

qu'on le juge à propos. Une vis de cuivre garnie de son écrou & attachée à une des boîtes, sert à comprimer, quand on le veut, le barreau de fer que cette boîte embrasse, & à arrêter le cylindre au point précis de hauteur où l'on a besoin qu'il soit; lorsque le cylindre est totalement baissé, les bords supérieurs se trouvent à fleur du plateau & ne forment avec lui qu'un plan horizontal; le bord de la boîte qui porte la vis est aussi au niveau du cylindre, & l'on va sentir que la précision est absolument nécessaire sur ce dernier point. Depuis en effet le bord de cette boîte & sur un des côtés du barreau de fer règne une règle de cuivre qui est partagée en pouces, & présente aussi la division du pouce en lignes à la faveur d'un curseur ou petite boîte de cuivre mobile, sur laquelle cette subdivision est marquée; la règle de cuivre a 27 pouces de hauteur, & est arrêtée sur le barreau de fer avec des vis à tête perdue. Le cylindre est embrassé par une espèce de boîte de fer-blanc, placée obliquement & en forme de rigole qui prend depuis le bord supérieur du cylindre jusque vers son milieu; cette rigole a une coulisse à son extrémité pour donner issue au grain lorsqu'il est question de vider le cylindre.

A mesure qu'on élève ce cylindre & la boîte qui y est soudée, on parcourt la graduation appliquée sur l'un des barreaux de fer, l'on soulève le petit curseur qui désigne les lignes, & ce que l'on gagne en hauteur sur la règle de cuivre, on l'établit en profondeur dans le cylindre; dès-lors il n'est plus question que de savoir à quelle quantité de pouces cubes de grains répondent les pouces & les lignes de hauteur sur le diamètre fixe, & l'on a en ce genre la clef de tous les rapports.

D'après le tarif que nous avons fait pour l'appliquer à un cylindre tel que celui-ci, dont le diamètre intérieur est de 10 pouces, le point ou le 12.^e de ligne répond à $\frac{8875}{16272}$ parties du pouce cube; la ligne donne 6 pouces cubes $\frac{8868}{16272}$; le pouce donne 78 pouces cubes $\frac{732}{1356}$; & le pied répond à 942 pouces cubes $\frac{648}{1356}$. Lorsqu'on veut savoir de combien de

pouces cubes est composée une quantité quelconque de grains, on élève le cylindre à la hauteur qu'on juge à peu-près nécessaire; on établit au-dessus une trémie, d'où le grain qu'on y a versé, tombe avec égalité dans le cylindre; s'il se trouve plus élevé qu'il ne faut, on le baisse insensiblement; on tâche peu-à-peu, & en se servant d'un rouleau de bois, de mettre le grain au niveau du cylindre; lorsqu'il y est, on fixe le cylindre au moyen de la vis qui comprime le barreau de fer, & l'on regarde à quel point de la graduation répond le bord de la boîte qui embrasse ce barreau & s'applique sur la règle de cuivre. Si, par exemple, le bord de cette boîte se trouve arrêté à 8 pouces 5 lignes & à peu-près un 12.^e de ligne, on sera certain qu'il y a 661 pouces cubes $\frac{2}{3}$ de grains dans la quantité qu'on a mesurée, & qu'on a exactement le boisseau de Paris. Il en sera ainsi de l'évaluation de toute autre quantité de grains que le hasard fournira depuis la moindre des mesures jusqu'au minot, que le cylindre peut contenir *.

La deuxième machine que nous mettons sous les yeux de l'Académie, est destinée à indiquer sur le champ combien il y a de pouces cubes dans une quantité quelconque de liquide, à quelle mesure de Paris cette quantité répond, & quelle est sa pesanteur; c'est proprement un *hydromètre*. Cet instrument est composé, comme on voit, d'un tuyau cylindrique d'étain haut d'environ 13 pouces, & dont le diamètre intérieur est de 2 pouces 9 lignes & une portion de ligne presque imperceptible; au-dessus de ce cylindre est une platine de cuivre qu'on y arrête par quatre vis, & sur laquelle est posée perpendiculairement une règle du même métal divisée par pouces,

Planche II,
fig. 1.^{re}

* Nous sentons bien qu'en faisant usage de cette espèce de boisseau universel, qu'on pourroit nommer *Sitomètre* ou *Cocconimètre*, on n'obtiendra pas toute la précision que le tarif indique, & qu'il seroit même impossible d'y parvenir lorsqu'il s'agiroit de mesurer une très-petite quantité de grains; mais en considérant cet instrument comme

aussi propre au moins à mesurer les grains avec quelque exactitude que les boisseaux dont on se sert communément, il n'y faut voir en général que les facilités qu'il donne pour la connoissance prompte des rapports, & on ne doit prendre du tarif que ce qui peut être saisi dans la pratique.

lignes & quarts de ligne; on voit à côté de cette règle une petite planche, sur laquelle est appliquée une bande de carton, qui n'y est retenue que par des têtes de vis & qu'on peut changer à volonté : cette bande est partagée en trois colonnes, dont la première indique les différentes mesures, la seconde marque le poids des liquides, & la troisième donne le nombre de pouces cubes relatifs aux mesures. Le cylindre renferme un fil d'argent long aussi de 13 pouces ou environ & fiché dans un morceau de liège arrondi, dont l'épaisseur très-égale est de $\frac{3}{4}$ de ponce, la largeur de 2 pouces 5 lignes du côté où il reçoit le fil d'argent, & de 2 pouces seulement du côté opposé; la tranche de ce liège est par conséquent formée en biseau, & ceci a son utilité.

Fig. 2.

Au milieu de la platine & à fleur du bas de la règle de cuivre graduée, est une petite ouverture faite pour donner passage au fil d'argent, afin qu'il puisse s'élever le long de cette règle, & enfiler de petits anneaux qu'on y a distribués pour le maintenir droit. Il y a une autre ouverture de la grosseur du petit doigt à côté de la règle; elle est destinée à recevoir la queue d'un entonnoir, & à donner par-là le moyen de remplir le cylindre d'eau sans déranger la platine; il faut observer que la graduation de la règle ne commence pas du niveau de la platine; il y a un espace de huit lignes de hauteur qui ne porte aucune division, & ceci a encore son objet.

Lorsqu'on veut faire usage de cet hydromètre on place l'entonnoir & l'on y verse de l'eau peu à peu; le liège surnage & le fil d'argent va gagner la ligne où la graduation commence. Il faut s'arrêter là un instant pour observer si la pointe du fil d'argent se fixera rigoureusement à zéro, & cependant ne tenir aucun compte de cette petite quantité du liquide; on sent en effet qu'elle n'est versée d'abord dans le cylindre que pour former un niveau d'eau & faciliter le calcul, puisqu'il ne s'agit plus, après cette précaution, d'estimer, soit les inégalités du fond du cylindre s'il y en a, soit le plus ou le moins de profondeur qu'occupe le liège, lorsqu'il a été plongé dans l'eau & a pris du liquide la quantité dont il peut se charger.

Supposons

Supposons donc que la pointe du fil d'argent n'a point encore entamé le premier point de la graduation; il est question de mettre dans le cylindre des quantités d'eau bien déterminées, & d'observer si elles répondent constamment à des hauteurs pareilles. Pour obtenir sur cela une grande justesse il faut peser l'eau, n'en perdre aucune goutte & tenir même compte du peu qu'il en reste attaché aux parois du vase; dans l'expérience qu'on fera, par exemple, avec l'hydromètre que nous présentons, on remarquera que 3 onces 7 gros 9 grains d'eau font monter le fil d'argent à 1 pouce $\frac{1}{16}$ de ligne, & donnent la quantité de liquide que contient un poisson, c'est-à-dire 5 pouces 1 $\frac{5 \frac{1}{2}}{12}$ lignes cubes; que proportionnellement 15 onces 4 gros $\frac{1}{2}$ font élever le fil d'argent à 4 pouces $\frac{1}{4}$ de ligne, forment la chopine rasée de Paris & fournissent 23 pouces 11 lignes $\frac{127}{128}$ cubes; & qu'enfin 8 pouces & une demi-ligne désignent la pinte rasée, annoncent 31 onces 1 gros d'eau & 48 pouces cubes, à une portion près de fraction très-légère.

Quand une fois le fil d'argent s'est élevé au point où il doit s'arrêter, on ne s'aperçoit point qu'il varie; nous l'avons quelquefois trouvé fixé au même quart de ligne où l'eau l'avoit fait monter huit ou dix heures auparavant.

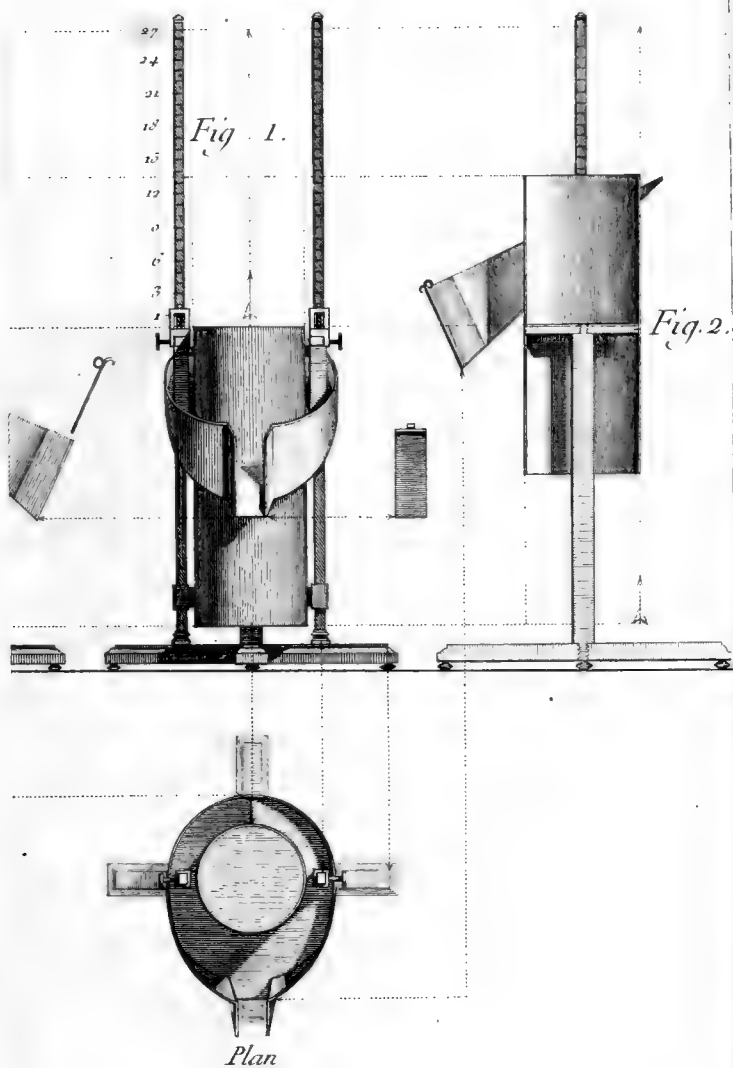
On ne fera pas toute la précision de cet instrument si pour en juger on emploie les mesures ordinaires; deux pintes ou deux chopines également pleines en apparence, ne contiennent pas toujours la même quantité de liquide, sur-tout si l'on ne rase pas la liqueur: il faut nécessairement peser l'eau qu'on verse dans cet hydromètre afin de parvenir à l'exactitude, & tenir encore compte, comme nous l'avons dit, de la petite portion d'eau qui reste attachée aux parois du vase dans lequel on a pesé le liquide; dès-lors il est aisé de sentir combien cet instrument nous deviendra utile pour l'exactitude des rapports; il nous avertira des moindres différences qui pourront se rencontrer dans les mesures dont nous aurons à faire la comparaison.

Si ayant fait une ouverture au bas du cylindre, on y adapte un robinet, on pourra, après avoir rempli d'eau l'instrument, en tirer telle quantité bien déterminée qu'on voudra; le fil d'argent, en effet, indique à mesure qu'il descend, la diminution graduelle du liquide; il ne s'agit que de l'arrêter au point où il faut, en ne laissant échapper l'eau que goutte à goutte, vers le moment où la quantité fixe qu'on veut tirer du cylindre s'en sera écoulée.

Nous mettons sous les yeux de l'Académie un second
Fig. 3. instrument propre à mesurer les liquides & qui approche assez pour la forme, de celui que nous proposons pour mesurer les grains; un cylindre d'étain du même diamètre que celui dont nous venons de parler s'élève ou se baisse insensiblement & avec douceur sur un piston dont le bout supérieur est terminé par une double virole d'étain & garni de filasse comme celui d'une seringue. Ce piston est monté perpendiculairement sur un plateau de bois porté lui-même par trois vis de fer, à l'aide desquelles ce plateau est mis de niveau facilement; une règle de cuivre attachée dans la longueur du piston & graduée par pouces, lignes & quarts de ligne, indique la marche du cylindre &, par le degré d'élévation où il se trouve, donne la profondeur plus ou moins grande du vide qui résulte à la partie supérieure de ce cylindre. Lorsqu'il est descendu aussi bas qu'il le peut être & qu'il ne paroît aucun point de la graduation, le bord supérieur du cylindre se trouve plus haut de 2 lignes que l'extrémité du piston garnie de la double virole d'étain, & ce petit vide a son utilité; on le remplit d'eau jusqu'aux bords du cylindre avant que de faire usage de l'instrument; à la faveur de ce premier niveau, dont il ne faut tenir aucun compte, on ne s'occupe point des vides que le bout du piston laisse toujours, & dans lesquels une petite portion de l'eau s'insinue. Si après avoir fait jouer plusieurs fois le cylindre sur le piston, on voit que l'eau revient toujours au niveau, on ne craint plus d'élever le cylindre pour y verser celle dont on veut connoître la quantité fixe & pour établir

Élévation en face.

Coupe.

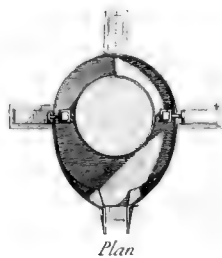
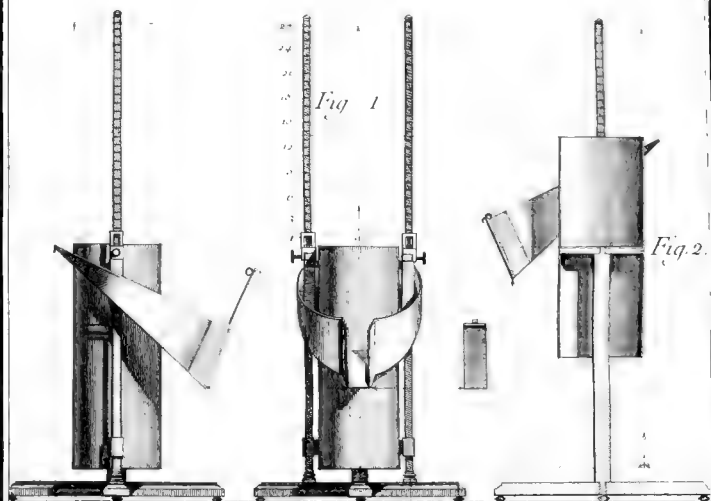


Pla. I.

Profil

Elevation en face.

Coupe

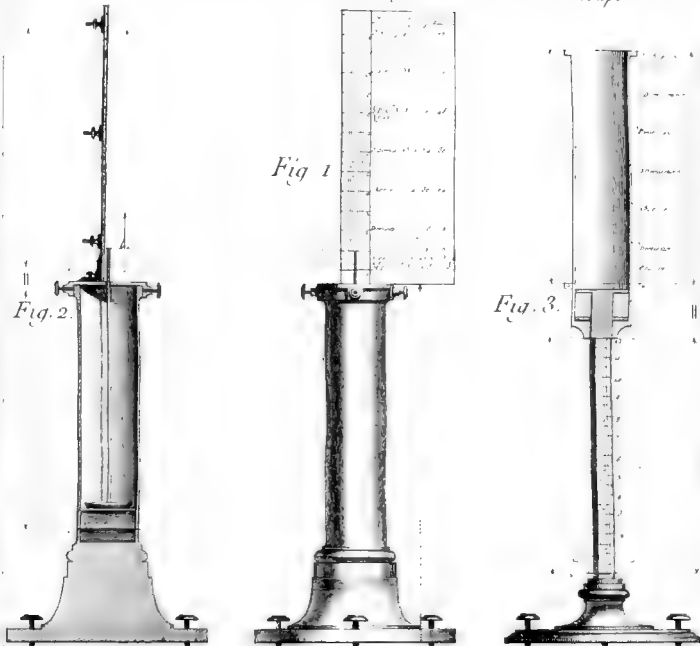


Pla. II.

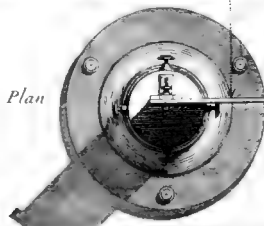
Coupe et Profil

Elevation en face

Coupe



Plan



un second niveau ; la partie de la graduation qui est alors découverte, désigne avec exactitude la hauteur de l'eau qu'on a mise la seconde fois, & comme on connoît le diamètre du cylindre, on a la quantité de pouces cubes d'eau qui résultent de la hauteur donnée ; on juge encore, d'après ce qui a été observé dans l'usage du premier hydromètre, du poids de l'eau qui est la matière de l'expérience & de la mesure connue à laquelle cette quantité d'eau répond.



M É M O I R E

S U R

L'UTILITÉ DES ÉCLIPSES DE SOLEIL,

*Qui ont été observées Totales & Annulaires,
& de l'usage que l'on peut faire de celle que nous
attendons partielle, au 16 Août 1765.*

Par M. LE MONNIER.

Assemblée
publique
17 Avril
1765.

APRÈS avoir exposé l'année dernière, quelles étoient les principales observations faites en ce Royaume, de l'éclipse annulaire du 1.^{er} Avril 1764; après avoir, dis-je, établi par le concours de deux Observateurs, munis chacun des instrumens nécessaires, la durée de l'anneau, vu à Rennes, très-distinctement pendant 3' 20", sans que l'on y puisse soupçonner, même une seconde d'erreur; il nous restoit à comparer entr'elles, le grand nombre d'observations faites à l'orient & à l'occident, vers les limites de cette Éclipse annulaire, & qui nous sont parvenues successivement.

D'abord la durée de l'anneau qui a été vue du côté de l'occident beaucoup trop longue, méritoit la plus sérieuse attention; puisqu'il étoit visible que cette durée, n'avoit été prolongée, que par l'action de quelques causes physiques.

D'un autre côté l'observation faite à Sens, vers le limite oriental, par M. le Cardinal de Luynes qui a vu cette Éclipse un instant annulaire, ne s'accorde pas mieux que celle de Rennes, avec la trace du centre de l'ombre projetée, ni avec les observations faites à Calais; ces phénomènes nullement annoncés ni prévus, demandoient pour lors un examen très-particulier, ce qui me détermina à rechercher aussi ce qui avoit été vu dans les deux autres Éclipses annulaires des années 1737. & 1748.

En 1748, mes observations faites en Écosse, décidèrent irrévocablement la question du diamètre apparent de la Lune, qui n'est nullement altéré lorsque, dans les Éclipses centrales, cette planète passe entre nous & le Soleil : cela a été confirmé en 1761, par le passage de Vénus sur le Soleil ; & l'année dernière à Londres, où l'on a mesuré plusieurs fois, ce diamètre apparent vers le temps du milieu de l'Éclipse.

Ce premier pas, si essentiel au calcul de la durée des Éclipses, étant fait, il s'agissoit d'examiner, si en effet, la durée des Éclipses annulaires a dû être constamment trop longue en 1737, 1748 & 1764, ou plutôt, afin de doubler l'effet des causes qui ont dû agir constamment ; d'examiner encore, si dans les Éclipses de 1706, 1715 & de 1724 l'obscurité totale a dû être trop courte.

J'ai lû dans nos Assemblées de l'année dernière, le résultat de mon travail & j'ai prouvé qu'effectivement les Éclipses totales & avec demeure, paroissent d'une durée tant soit peu plus courte que selon le calcul des mouvemens horaires de la Lune & du Soleil ; au contraire de ce que m'ont indiqué plus sensiblement les Éclipses annulaires, dont la théorie ne donne pas la durée de l'anneau, aussi longue qu'elle a été observée.

Les causes physiques que l'Astronomie & l'Optique nous indiquent en pareilles circonstances, sont maintenant très-faciles à indiquer. Ou bien la Lune est environnée d'une atmosphère très-déliée & dont la matière est fort rare ; ou ce qui revient au même, les rayons du Soleil qui rasent la Lune souffrent une réfraction d'autant plus grande qu'ils s'approchent de ce corps, & par conséquent s'inclinent vers l'axe du cône d'ombre, au lieu de parvenir en ligne droite du Soleil jusqu'à notre œil.

Jusqu'ici la nature de ce genre d'inflexion de rayon n'a pu se découvrir, comme je l'ai fait voir dans le Mémoire que j'ai achevé de lire à l'Académie, au mois de Décembre dernier.

On trouve dans les Transactions philosophiques de 1739, un Écrit *, composé par un des Membres de cette Académie, où l'on fait voir que dans la supposition que l'atmosphère

** De Atmosphaera
lunari, Dissert.*

lunaire fût assez sensible pour détourner les rayons du Soleil ; & procurer une réfraction horizontale de $\frac{1}{8}$ de minute seulement, jamais le cône d'ombre, dans les éclipses de Soleil, n'arriveroit jusque sur la surface de la Terre, & qu'ainsi il n'y auroit nulle espérance de voir des Éclipses totales.

Cette réfraction horizontale d'environ $\frac{1}{8}$ de minute, est pourtant bien inférieure à celles que nous éprouvons dans notre atmosphère, que les Astronomes ont décidé s'accroître dans les zones tempérées jusqu'à 32 & 33 minutes ; ainsi la matière réfractive ou bien l'intlexion des rayons du Soleil qui rasent la Lune est donc à peine sensible, & sembloit ne mériter nulle attention jusqu'à ce que des observations réitérées nous eussent convaincu de la réalité des causes physiques qui agissent, & nous aient mis à portée d'en apprécier les effets, leurs limites, en un mot la juste quantité qui leur convient.

Dans l'Astronomie, les moindres détails sont à la vérité très-nécessaires & pour le moins aussi importants que des observations réitérées, celles-ci n'ayant pas toujours un même degré de bonté ou d'exactitude.

Mais on ne nous persuadera jamais, par exemple, que dans l'Éclipse annulaire vue à Berlin par une lunette de réfraction, qui donnoit une image peinte sur un tableau, le Soleil y ait paru s'enfler, pour ainsi dire, & augmenter en grosseur par les pointes des cornes qui cessèrent d'être aiguës un peu avant le milieu de l'Éclipse : je n'ai vu en Écosse le même jour, étant fort près du limite, ces pointes autrement que fort aiguës, & l'atmosphère lunaire ne me produisit aucun effet sensible. Ce n'est donc que sur la durée de l'anneau vu à Berlin pendant 1' 22" qu'on auroit pu remarquer l'effet de cette atmosphère, soit qu'elle ait détourné les rayons du Soleil, soit qu'ils se soient détournés par l'effet de l'attraction, s'approchant de la Lune & en quittant leur direction primitive pour arriver jusqu'à nous : les Éclipses de 1715 & de 1737, indiquent suffisamment un pareil détour dans les rayons qui rasent le disque lunaire ; mais je trouve plus de difficultés à en assigner les termes ou limites.

En 1764, les limites de l'Éclipse annulaire ont été observées proche *Sens & Rochester*.

La plupart des Observateurs, en pareil cas, suivent les routes ordinaires & n'ont jamais fait assez d'attention aux points de la circonférence du limbe du Soleil où se forment les ruptures de l'anneau; ou bien aux points où commencent l'obscurité totale & la réapparition de lumière dans les autres Éclipses: il faut excepter l'Éclipse vue par M. Halley en 1715.

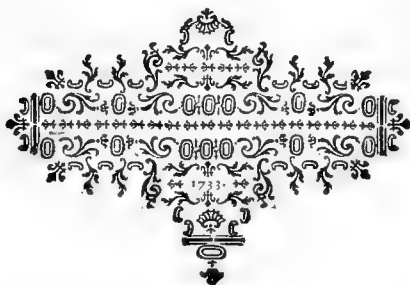
Déformais ces points de la circonférence du disque du Soleil seront les plus importans & nous fourniront les limites que nous voudrions bien assigner: souvent l'effet de cette inflexion des rayons de lumière est à peine sensible: ce n'est que par les Éclipses annulaires & totales qu'il devient remarquable; il produit plusieurs secondes d'heure, mais il échappe d'ailleurs à la finesse de nos meilleurs instrumens, à moins qu'on n'y emploie le seul moyen que je viens d'indiquer.

Nous avons cette année, le 16 du mois d'Août, une Éclipse partielle * qui sera très-peu considérable à Paris, puisque le calcul que j'en ai fait & lu à l'Académie, donne à peine deux doigts du Soleil éclipsés, ce qui ne répond qu'à la sixième partie du diamètre du Soleil; je ne doute pas cependant que cette observation ne puisse servir, comme je le ferai voir, à indiquer l'effet de l'inflexion des rayons du Soleil qui paroîtront raser en certaines circonstances le disque lunaire: voici les moyens principaux que je me propose d'y employer & que j'invite les curieux à suivre. Quand l'Éclipse finira, comme la route apparente de la Lune dans son orbite se confondra presque avec la Tangente du disque solaire, alors l'effet produit par les causes physiques deviendra plus sensible, non pas seulement parce qu'il doit tant soit peu accourcir la durée de l'Éclipse, mais parce qu'il transportera le contact ou la séparation des deux disques à tout autre point de la circonférence que ne le donnent les calculs ordinaires: ainsi ce point du disque sera fort essentiel à bien observer, relativement à la ligne verticale ou horizontale. D'un autre côté, ceux qui

* Annoncée dans
l'*Almanach de*
Beauvais.

seront situés vers les parties méridionales de la France, pourront observer aussi la Lune qui rase le Soleil vers le temps du milieu de l'Éclipse, & il seroit à desirer qu'ils mesurassent soigneusement la grandeur & la situation du segment éclipsé; ce sont les voies les plus simples de reconnoître les limites que nous recherchons aujourd'hui avec tant de soin, non-seulement pour perfectionner la Théorie générale des Éclipses, mais sur-tout pour pénétrer plus avant dans les recherches des causes physiques, que la dernière Éclipse annulaire ne nous a que trop indiquées.

L'extrait de ce Mémoire avoit été déposé au Secrétariat le 16 Mars 1765, & a été décacheté & communiqué à l'Assemblée après les vacances du premier semestre, le 24 Mai suivant.



M É M O I R E

*Sur les conditions nécessaires pour qu'on puisse observer
les Immersions & les Émersions du second
Satellite de Jupiter.*

Par M. DE LA LANDE.

LES Astronomes célèbres qui ont créé ou du moins per- 20 Avril
fectionné la théorie des Satellites de Jupiter, ont sans 1765.
doute examiné les circonstances où l'on peut voir la durée
entière des éclipses du second Satellite, mais on n'a presque
rien écrit là-dessus, si l'on excepte ce qu'en a dit en 1729
M. Maraldi, dans un Mémoire où il a parlé le premier de
l'inclinaison variable du second Satellite : j'ai même lieu de
croire, à la vue des Éphémérides de M. l'abbé de la Caille
& de M. Zanotti, que ces célèbres Astronomes n'avoient point
discuté cette matière, car l'un & l'autre ont annoncé beaucoup
plus de ces éclipses complètes qu'il n'y en aura réellement.

Cependant il n'est rien de plus intéressant dans l'Astro-
nomie que ces sortes de phénomènes ; le second Satellite de
Jupiter étant, après le premier, celui qui sert le plus aux obser-
vations des longitudes, il nous importe d'en perfectionner les
Tables ; mais ce Satellite étant le plus irrégulier des quatre,
sur-tout quant au changement extraordinaire de son inclinai-
son, il importe beaucoup de pouvoir observer les durées
entières de ces éclipses. Or ces durées observables sont extrê-
mement rares ; il n'en existe encore que onze dans le recueil de
toutes les observations faites jusqu'à ce jour ; il est donc néces-
saire de n'en omettre aucune à l'avenir, & cet article est un
de ceux qui m'ont paru mériter le plus d'attention dans la
construction des Éphémérides ; j'ai donc souhaité qu'il fût exact
dans la *Connoissance des mouvemens célestes* que je calcule
depuis quelques années ; mais pour cela j'ai été obligé de

Mém. 1765.

. N n n .

chercher une méthode, de discuter plusieurs circonstances, & de faire des calculs rigoureux pour les années 1769 & 1774, ce sera l'objet de ce Mémoire.

Les circonstances qui influent sur l'objet de ces recherches, sont au nombre de cinq, le lieu du nœud du Satellite, le demi-diamètre de l'ombre, l'inclinaison de son orbite, la latitude de Jupiter & la parallaxe annuelle ou parallaxe du grand orbe.

J'emprunterai le lieu du nœud du second Satellite, des Tables de M. Wargentin que j'ai publiées en 1759 à la suite des Tables de M. Halley. On y voit, *pages 148 & suivantes*, que la plus grande durée des éclipses répond aux argumens 1266° & 2968° , c'est-à-dire aux anomalies moyennes de Jupiter $4^\circ 6' 36''$ & $9^\circ 26' 48''$, les équations qui conviennent à ces anomalies moyennes sont $-4^\circ 36'$ & $+4^\circ 48'$, ainsi les anomalies vraies correspondantes sont $4^\circ 2' 0''$ & $10^\circ 1' 36''$; ajoutant pour le lieu de l'aphélie de Jupiter en 1769, $6^\circ 10' 57''$, on a pour les nœuds du second Satellite $10^\circ 12' 57''$ & $4^\circ 12' 33''$.

Ces deux longitudes qui devoient différer exactement de $6'$, diffèrent de $24'$ de plus; c'est une irrégularité dans ces Tables, mais comme elle est de peu de conséquence, je prendrai un milieu & je supposerai le lieu du nœud $10^\circ 12' 45''$; au reste, ce petit nombre de minutes est absolument insensible dans ces recherches, car les éclipses dont il s'agit ici arrivent fort loin des nœuds, un degré d'erreur sur le nœud ne produiroit pas $15''$ de temps sur la demi-durée des éclipses, quantité dont on ne peut être certain; il ne résultera donc aucune erreur sensible de la supposition que je fais ici, que le lieu du nœud ascendant du second Satellite pour 1769, est $10^\circ 12' 45''$.

Le demi-diamètre de l'ombre du second Satellite a paru quelquefois à M. Maraldi de $1^h 25'$, quelquefois de $1^h 27'$, cela sembleroit indiquer une excentricité dans l'orbite, mais nous n'avons pas encore assez d'observations pour statuer là-dessus; je suis donc obligé de supposer l'orbite circulaire & concentrique, & j'emploierai avec M. Wargentin $1^h 25' 40''$

pour le demi-diamètre de l'ombre, en temps; c'est la plus grande de toutes les demi-durées des éclipses; elle a lieu quand Jupiter est à $10^{\text{h}} 12^{\text{d}} 45'$ de longitude, qui est le lieu du nœud ascendant du Satellite, ou dans le nœud opposé. Cette quantité $1^{\text{h}} 25' 40''$ répond à $6^{\text{d}} 1' 33''$ de l'orbite du Satellite.

Ce demi-diamètre de l'ombre est déduit des observations de M. Maraldi, de M. Wargentin & autres, qui ont été faites avec des lunettes de 15 ou 18 pieds à peu près, on trouveroit quelques secondes de moins avec des lunettes ou des télescopes d'une plus grande force; ainsi la quantité que l'on trouve par ces observations pour le demi-diamètre de l'ombre, n'est pas exactement le rayon du cône d'ombre que Jupiter répand derrière lui, mais le rayon du cercle sur la circonférence duquel est le centre du Satellite quand on commence à l'apercevoir, ou qu'on le perd de vue, avec une lunette de 18 pieds.

Soit *LFOI* le cercle de l'ombre réelle, ou la section du Fig. 1.
cône obscur que répand Jupiter, *FCM* une portion de l'orbite du second Satellite, qu'il parcourt quand Jupiter est dans les nœuds, *N* le centre du Satellite quand il entre dans l'ombre & que la portion éclairée *MI* de son disque devient assez petite pour n'être plus visible avec une lunette de 18 pieds; *A* le centre du Satellite en émerison, quand le segment *BF* commence à être sensible; *NA* est la portion de l'orbite décrite en $2^{\text{h}} 51' 20''$, & *CA* est de $6^{\text{d}} 1' 33''$.

Quand le Satellite a une latitude comme *CD*, & qu'il décrit l'arc *DE*, Jupiter étant éloigné des nœuds, le segment *GH* est toujours le même, le Satellite en *E* est toujours sur la même circonférence *AEK* (en supposant l'ombre circulaire); ainsi la durée de l'éclipse mesurée par *PE* nous fera toujours connoître la latitude *CD* du Satellite, quoique le cercle *AKN* ne soit pas la véritable circonférence de l'ombre.

Il en résulte cependant un phénomène que je dois faire observer; au temps où le point *E* de l'émerison paroît presque toucher le disque de Jupiter, comme cela arrive dans le premier temps où l'on commence à voir les deux phases; le segment lumineux *GH* peut fort bien être entièrement caché

par le disque de Jupiter, quoique le point *E* ne le soit point, & dans ce cas on ne verroit point le Satellite sortir de l'ombre, quoique par le calcul fait sur la circonférence *AEK* l'émerfion dût être observable; ainsi cette circonstance diminue le nombre des éclipses dont on pourroit voir la durée entière si *AEK* étoit la circonférence de l'ombre, & que le Satellite ne fût qu'un point.

Pour estimer la valeur de l'intervalle *EG*, je vais déterminer le rayon *CE* & le rayon *CG* en parties décimales ou en millièmes du rayon de Jupiter; le rayon *CE* étant le sinus de $6^d\ 1' 33''$ pour le rayon d'un cercle qui est égal à 9,017 rayons de Jupiter, on dira $1 : 9,017 :: \sinus\ 6^d\ 1' 33'' : 0,9466$, cela nous apprend que le rayon du cercle *AEKN* est au rayon du disque de Jupiter dans le rapport de 9466 à 10000, c'est-à-dire plus petit de 0,0534 ou d'environ un dix-neuvième.

Pour avoir aussi le rayon de l'ombre véritable, on considérera que le diamètre du Soleil est à celui de Jupiter comme 9,923 est à 1 (*voyez mon Astronomie, page 524*), & que la distance du second Satellite par rapport à Jupiter est 1228 fois plus grande que celle de Jupiter au Soleil, puisqu'elle paroît sous un angle de $2' 48''$ (*Astronomie, page 1138*), & que le sinus de $2' 48''$ est 1228 fois plus petit que le rayon du cercle, on aura donc à cause du cône d'ombre, cette proportion; la distance de Jupiter au Soleil est à celle du Satellite à Jupiter, comme la différence des demi-diamètres de Jupiter & du Soleil, est à la différence des demi-diamètres de Jupiter & de la section de l'ombre, ou, ce qui revient au même, on divisera 8,923 par 1228 & l'on aura 0,00727 ou $\frac{1}{137}$, cela nous apprend que le rayon *CB* ou *CG* de l'ombre est plus petit seulement de $\frac{1}{137}$ que le rayon du disque de Jupiter, cela ne fait que $40''$ pour le temps, au lieu que la différence 0,0534 vaut $4' 50''$; ainsi la demi-durée de l'éclipse du second Satellite, telle que nous l'observons dans les nœuds, est plus petite de $4' 10''$ de temps que celle du centre du Satellite sur la section de l'ombre.

Cependant, comme nous ignorons la valeur du diamètre du Satellite & celle du segment BF qui peut être aperçu, & que nous ne savons ni l'effet de la pénombre, ni celui de l'atmosphère de Jupiter, nous ne pouvons déterminer exactement le rayon du cercle sur le bord duquel se trouve le bord du Satellite dans son immersion ou son émerision; nous supposons donc que le Satellite est réduit au seul point E , & nous nous servirons du cercle $AEKN$ à la place du vrai cercle de l'ombre.

L'inclinaison de l'orbite de ce Satellite est sujète à une variation périodique de $1^d 18'$, & cette quantité se rétablit dans l'espace de trente-un ans; M. Maraldi l'avoit déjà remarqué dans les Mémoires de 1729; M. Wargentin, dans ses Tables, a donné quatorze colonnes pour la demi-durée de ses Éclipses: voici le dernier terme de chaque colonne. J'ai marqué à côté l'inclinaison qui en résulte dans une section circulaire, & les années dans lesquelles on l'a observée ou dans lesquelles on l'observera suivant les Tables de M. Wargentin; je n'ai pas employé dans tout ceci l'hypothèse de la figure elliptique de Jupiter & de son ombre (*Voy. mon Astron. p. 1124*), parce que cela n'importe presque pas dans la recherche dont il s'agit.

DEMI-DURÉE.	INCLINAIS.	ANNÉES.
$1^d 18' 1''$	$2^d 29'$	1700, 1731, 1762
1. 16. 35	2. 42	1703, 1734, 1765
1. 15. 8	2. 54	1705, 1736, 1767
1. 13. 42	3. 4 $\frac{1}{2}$	1707, 1738, 1769
1. 13. 0	3. 9	1708, 1739, 1770
1. 12. 16	3. 14	1708, 1739, 1770
1. 11. 33	3. 19	1709, 1740, 1771
1. 10. 50	3. 23 $\frac{1}{2}$	1709, 1740, 1771
1. 10. 7	3. 28	1710, 1741, 1772
1. 9. 24	3. 32	1711, 1742, 1773
1. 8. 41	3. 36	1712, 1743, 1774
1. 7. 58	3. 40	1713, 1744, 1775
1. 7. 15	3. 44	1714, 1745, 1776
1. 6. 32	3. 48	1716, 1747, 1778

Il est difficile de distinguer, par les Tables de M. Wargentin ; si ces différentes inclinaisons se rapportent au commencement ou au milieu de chaque année ; l'erreur que cause cette incertitude peut aller à 3 ou 4 minutes, c'est-à-dire à 30 secondes sur la demi-durée ; mais comme l'on ne sauroit être assuré de ces demi-durées par observation avec une précision plus grande, nous supposons que les demi-durées de la Table précédente se rapportent au milieu de chaque année, sans vouloir garantir qu'elles n'aient pas lieu également au commencement & à la fin ; au reste, ces variations de l'inclinaison ne sont pas encore assez bien déterminées pour qu'on doive s'arrêter à ces petites différences.

La latitude géocentrique de Jupiter influe nécessairement sur les observations de la durée entière des éclipses du second

Fig. 2. Satellite. Soit S le Soleil, I le centre de Jupiter, O le centre de l'ombre que parcourt le second Satellite, tous trois placés sur une même ligne ; par le centre de Jupiter & celui de la Terre, on tirera une ligne IT qui fasse un angle TIS égal à la latitude de la Terre, vue de Jupiter & considérée par rapport à l'orbite de Jupiter, la Terre voyant Jupiter suivant le rayon TIR , rapportera le centre de Jupiter à un point R de l'ombre plus méridional que le centre O si la Terre est au nord du plan de l'orbite de Jupiter, & à un point plus septentrional si la Terre est au midi.

Ainsi cette latitude de la Terre, fera paroître la section de l'ombre plus septentrionale quand la Terre sera au septentrion, & plus méridionale quand elle sera au midi, puisqu'il faut comparer l'ombre dont la position est variable, à Jupiter dont la position est supposée constante.

Pour savoir dans quel temps la Terre est au nord de l'orbite de Jupiter, je considère que le nœud ascendant de l'orbite de Jupiter sur l'écliptique, est à $3^{\circ} 8^d$ de longitude, ainsi la partie de l'orbite de Jupiter, comprise entre $3^{\circ} 8^d$ & $6^{\circ} 8^d$ est au nord de l'écliptique, ainsi tant que la Terre sera entre $3^{\circ} 8^d$ & $6^{\circ} 8^d$ elle sera au midi de l'orbite de Jupiter, & tant que le Soleil sera entre $3^{\circ} 8^d$ & $6^{\circ} 8^d$ elle sera au nord ; donc

la section de l'ombre paroîtra plus septentrionale que Jupiter, depuis le 1.^{er} de Juillet jusqu'au 1.^{er} de Janvier, & plus méridionale pendant l'hiver & le printemps, ou dans les six derniers signes d'anomalie.

Il ne reste plus qu'à chercher la quantité de cette élévation; ou ce qui revient au même, la latitude jovicentrique de la Terre: on commencera par chercher la latitude héliocentrique, ou, vue du centre *S* du Soleil, elle est égale à $79'$, multipliées par le sinus de la distance du Soleil à $3^{\text{f}} 8^{\text{d}}$, ce qui est à peu près l'anomalie du Soleil; on aura ensuite la latitude vue du point *I*, en disant : *le sinus de l'angle au Soleil est au sinus de l'angle à Jupiter, ou le sinus de la commutation, est au sinus de la parallaxe annuelle, comme la latitude héliocentrique, est à la latitude jovicentrique*, suivant la proposition que j'ai démontrée dans mon *Astronomie*, article 817, page 379.

On pourroit se contenter, dans les cas dont il s'agit ici, de prendre la septième partie de l'équation du centre du Soleil, & l'on auroit, à une ou deux minutes près, la latitude dont il s'agit; en effet, les temps où l'on voit les deux phases du second satellite, sont toujours assez voisins des quadratures de Jupiter; la distance de Jupiter est alors à peu près la même, par rapport au Soleil ou à la Terre, c'est-à-dire cinq fois plus grande que la distance de la Terre au Soleil; il faut donc prendre la cinquième partie de la latitude héliocentrique, ou ce qui revient au même, supposer la plus grande latitude héliocentrique de $16'$, c'est la septième partie de la plus grande équation du Soleil, l'une & l'autre varie comme le sinus de la distance du Soleil à $3^{\text{f}} 8^{\text{d}}$; ainsi la latitude de la Terre par rapport au plan de l'orbite de Jupiter est à peu-près la septième partie de l'équation du Soleil, dans les temps où l'on peut voir les deux phases du second Satellite, & elle est boréale dans les six premiers signes d'anomalie du Soleil.

La quantité *RO*, dont le centre de l'ombre paroît plus ou moins haut que le centre de Jupiter, est égal à *IO sin. OIR*, c'est-à-dire $9,017$ multiplié par le sinus de la latitude de la Terre.

La cinquième considération & la plus importante de toutes celles qui influent dans le calcul dont il s'agit, est celle des parallaxes du grand orbe, ou de la parallaxe annuelle, qui est de 8 à 10 degrés. Si nous supposons que dans la *figure 2*, le plan *STI* de la figure représente le plan de l'orbite de Jupiter, *T* le lieu de la Terre, réduit au plan de l'orbe de Jupiter (nous négligerons cette réduction, qui ne peut jamais aller à 27 secondes); *TIS* la parallaxe du grand orbe dans le plan de l'orbe de Jupiter, égal à l'angle *OIR*; avant l'opposition de Jupiter au Soleil, la Terre étant en *T* à l'occident de Jupiter, & Jupiter passant au méridien le matin, comme cela arrive dans la première quadrature, le centre *I* de Jupiter paroît au point *R* de l'ombre qui est plus à l'orient que le centre *O* de l'ombre, & cela d'une quantité *OR* égale à $10 \sin. OIR$ ou 9,017 multipliés par le sinus de la parallaxe du grand orbe. Mais dans la seconde quadrature, Jupiter passant au méridien à six heures du soir, la Terre étant plus orientale que Jupiter, l'ombre paroîtra aussi à l'orient ou à la gauche du disque de Jupiter.

Fig. 3. Soit *DPQ* le disque de Jupiter, dont le centre est en *I*, & dont le rayon *IP* est pris pour unité; *IBO* une portion de l'orbite de Jupiter; *IB* un arc égal à 9 sin. par. c'est-à-dire l'effet de la parallaxe annuelle, le point *B* sera le point de l'orbite de Jupiter, auquel répond le centre apparent de la section de l'ombre, quant à la longitude, le point *B* sera à la droite ou à l'occident du point *I* dans la première quadrature, avant l'opposition.

Soit *BC* égal à 9 sin. lat. ou à la septième partie de l'équation du Soleil, le point *C* sera le centre apparent de l'ombre, & il sera au-dessous ou au midi de l'orbite *IBO* de Jupiter, depuis le 21 Décembre jusqu'au 21 Juin, le rayon *CP* de l'ombre sera 0,9466.

Soit *ASP* une portion de l'orbite apparente du second satellite, dont la latitude *BS*, par rapport à l'orbite de Jupiter, est égale à 9 sin. *I* sin. *D* (*Voy. mon Astron. art. 2342*), c'est-à-dire la distance du satellite multipliée par le sinus de l'inclinaison & par le sinus de la distance de Jupiter au nœud du Satellite

Satellite qui est à $10^{\text{f}} 12^{\text{d}} 45'$ de longitude; je suppose l'orbite ASP parallèle à l'orbite OBR , cela est sensiblement vrai sur un espace de quelques degrés & fort près des limites, comme cela se rencontre toujours, dans le temps des deux phases visibles; en effet, le petit angle dont il s'en faut que AP ne soit parallèle à OI , est à l'inclinaison du satellite, comme le cosinus de la distance au nœud, est au rayon; ainsi à 10 degrés de distance aux limites, l'inclinaison n'est pas d'un demi-degré. Si l'on vouloit user d'une exactitude plus rigoureuse, l'on pourroit calculer la latitude PR du satellite pour le moment de l'immersion ou de l'émerision, ce qui seroit aisé en augmentant la quantité D , ou la distance de Jupiter au nœud de 5 à 6 degrés, c'est-à-dire d'un nombre de degrés égal à l'arc SP de l'orbite de Jupiter, comme je le ferai ci-après. Quand la latitude BS ou RP du satellite, sera précisément égale à la perpendiculaire abaissée de l'intersection P , sur l'orbite de Jupiter IRO , le satellite sortant de l'ombre en P , pour entrer sous le disque de Jupiter ne fera que paroître, à peine pourra-t-on l'apercevoir; mais dans la révolution suivante, il passera ou plus haut si la latitude est croissante, ou plus bas si elle est décroissante: il faut donc savoir quel jour il passera au point P , pour prédire le temps où l'on verra les deux phases, c'est-à-dire l'immersion en A , & l'émerision en P .

Connoissant la parallaxe IB , & la latitude BC , il est aisé de calculer IC & l'angle BIC , dans le triangle PIC dont on connoît IC , $IP = 1$, & PC égal à $0,9466$; on trouvera l'angle PIC , on en ôtera l'angle PIB , si le point C est opposé au point S , & l'on aura l'angle PIB dont le sinus PR , est la hauteur de l'intersection P , au-dessus de l'orbite de Jupiter, si cette hauteur se trouve plus ou moins grande que la latitude du satellite $9 \sin. I \sin. D$; on fera le même calcul pour les révolutions suivantes, & l'on verra celle où le satellite passe à la hauteur de l'intersection P .

EXEMPLE. Le 6 Février 1769, à $18^{\text{h}} 11'$ de temps vrai, on demande si l'émerision du second Satellite sera visible; la longitude héliocentrique de Jupiter est de $7^{\text{f}} 11^{\text{d}} 13'$, la

longitude géocentrique $7^{\circ} 21^{\circ} 43'$, ainsi la parallaxe du grand orbe sera de $10^{\circ} 30'$, c'est la plus grande qu'il y ait vers cette quadrature de Jupiter, & si cette émerfion n'est pas vifible il n'y en aura aucune dans ce mois-là ni dans le mois précédent. Multipliant la distance 9,017 par le sinus de $10^{\circ} \frac{1}{2}$, on a 1,6528 pour la valeur de IB ; l'équation du Soleil étant alors de $1^{\circ} 13'$, la feptième partie $10'$ est à peu près la quantité de la latitude jovicentrique de la Terre, ou l'abaiffement de la Terre au midi du plan de l'orbite de Jupiter; le noeud afcendant du Satellite étant à $10^{\circ} 12^{\circ} 45'$, & fa longitude jovicentrique au moment de la conjonction, égale à la latitude héliocentrique de Jupiter $7^{\circ} 11^{\circ} 13'$, la latitude fera australe, ainsi le point C & le point S feront du même côté par rapport à l'orbite IB de Jupiter, la distance au noeud fera de $3^{\circ} 1^{\circ} 32'$; si l'on ajoute la valeur de SP à la longitude du Satellite, c'est-à-dire environ $5^{\circ} 17'$, l'on trouvera la distance du point P de l'émerfion au noeud afcendant, qui fera $2^{\circ} 26^{\circ} 15'$; l'inclinaifon pour le même temps est de $3^{\circ} 3'$; si l'on ajoute enfemble les logarithmes de 9,017, du sinus de $86^{\circ} 15'$ & du sinus de $3^{\circ} 3'$, on aura le logarithme de 0,4788, c'est la latitude du Satellite; il refte à favoir fi la hauteur PR de l'interfection des deux cercles est plus ou moins grande que cette latitude.

La valeur de IB étant à celle de BC comme le sinus de $10^{\circ} 30'$ est à celui de $10'$, on aura pour l'angle BIC $0^{\circ} 55'$, & l'hypothénufe $IC = 1,6430$ égale au sinus de $10^{\circ} \frac{1}{2}$ multiplié par la distance 9,017 & divisé par le cofinus de $0^{\circ} 55'$. Pour avoir l'angle PIC l'on dira, 1,6430 est à 1,9466 :: 0,0534 : 0,0632 qui est la demi-différence des fegmens formés par la perpendiculaire, on en ajoutera la moitié 0,0316 avec la moitié de la bafe, 0,8215, on aura le plus grand fegment 0,8531, qui est le cofinus de $31^{\circ} 27'$ valeur de l'angle PIC ; on y ajoutera l'angle $BIC = 0^{\circ} 55'$, & l'on aura l'angle $PIB = 32^{\circ} 22'$ dont le sinus PR est 0,5353.

Ainsi la hauteur PR du point de fection des deux cercles

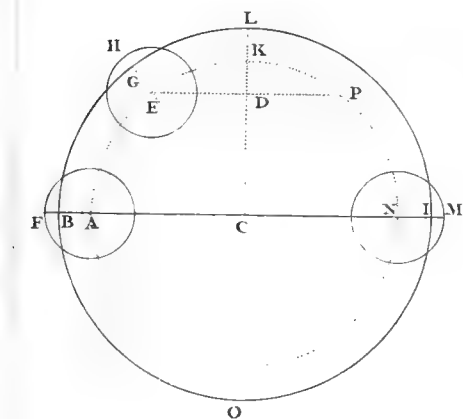


Fig. 3.

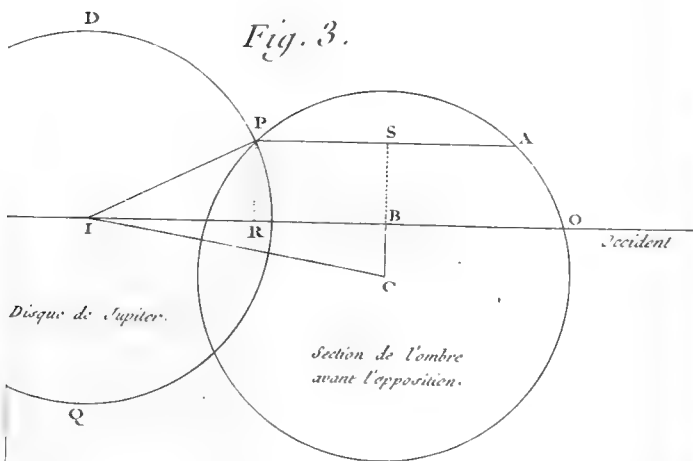


Fig. 1.

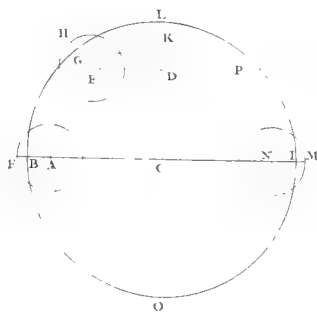


Fig. 2.

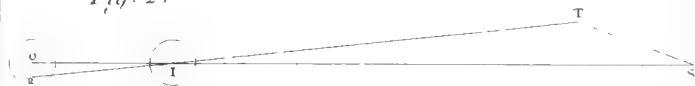
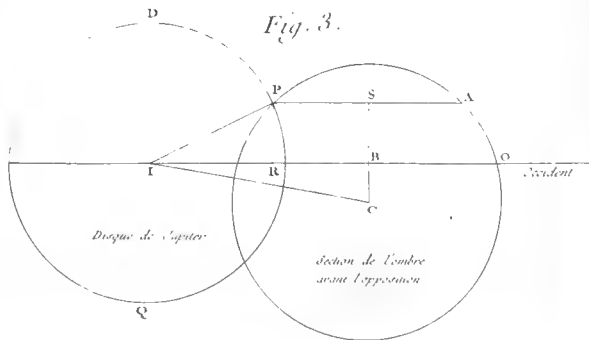


Fig. 3.



est plus grande que celle du Satellite $0,4788$; d'où il suit que l'émerſion n'est point viſible, non plus que celles qui précèdent & qui ſuivent, quoiqu'elles aient été annoncées comme viſibles dans les Éphémérides : la parallaxe annuelle ſera trop petite en 1769.

Le 11 Janvier 1668, M. Caſſini, à Bologne, obſerva le ſecond Satellite qui entra dans l'ombre à $8^h 8'$ du ſoir, $4'$ après être ſorti de deſſous le diſque de Jupiter : on trouve le lieu du Soleil pour ce moment-là $9^d 21' 32''$, la longitude héliocentrique de Jupiter $1^r 7^d 45'$, la parallaxe annuelle $11^d 21'$, la ſection de l'ombre étoit de $4'$ au-deſſous de la ligne IB , & le Satellite avoit auſſi une latitude méridionale; on trouve donc l'angle PIC $23^d 34'$, l'angle PIB $23^d 54'$, la hauteur $PR = 0,4051$; l'inclinaïſon du Satellite étoit alors $2^d 54'$ ſuivant les Tables de M. Wargentini, & la diſtance au nœud 85^d , ainſi la latitude du Satellite étoit $0,4545$, plus grande de 494 ; d'où il ſuit que le Satellite devoit être pendant $4\frac{1}{4}$ entre les deux cercles, mais ſi la parallaxe annuelle eût été ſeulement de 11^d on n'auroit pu obſerver l'immerſion : ce réſultat qui ſ'accorde très-bien avec l'obſervation de M. Caſſini, confirme la méthode que j'ai donnée dans ce Mémoire.

On voit donc que même dans les quadratures de Jupiter, & lorsſque Jupiter eſt à 90^d des nœuds du Satellite, on ne voit pas les deux phaſes, ſi Jupiter eſt près de ſon aphélie, c'eſt-à-dire aux environs de la limite auſtrale qui eſt à 33^d d'anomalie, la parallaxe annuelle étant alors trop petite.



OBSERVATION
DE L'ÉCLIPSE DE SOLEIL
DU 16 AOÛT 1765.
Observée à Colombes.

Par M. DE COURTANVAUX.

31 Août
1765.

J'AVOIS fait demander à M. Messier, qui est journellement occupé des observations qu'il fait à l'Observatoire de la Marine, de venir observer cette Éclipse dans l'Observatoire que j'ai fait bâtir à Colombes & qui est muni de très-bons instrumens; M. Messier ayant accepté ma proposition, vint à Colombes le 11 de ce mois, l'après-midi, pour prendre connoissance de mon Observatoire; l'ayant trouvé bien monté en instrumens, dès le lendemain 12, il prit des hauteurs correspondantes du Soleil avec un quart-de-cercle de 2 pieds de rayon, placé dans une tour ronde au midi, & qui ne sert que pour ces sortes d'observations: il observa aussi le midi à un instrument des passages dont la lunette a 5 pieds de foyer. Le 13, je l'observai moi-même à cet instrument, M. Messier étant parti le matin pour aller chercher à Paris un petit télescope grégorien excellent, de 12 pouces de foyer, le grand miroir ayant 3 pouces de diamètre & qui grossissoit environ quarante fois celui des objets; ce télescope étoit monté sur une machine parallactique très-commode, aisée à mouvoir & les mouvemens très-doux; à ce télescope étoit aussi adapté un micromètre à fil de soie qui s'inclinoit dans tous les sens, de sorte qu'il étoit aisé de le placer suivant le mouvement du Soleil; on pouvoit aussi adapter à cet instrument un micromètre-objectif de 24 pieds de foyer, mais M. Messier a mieux aimé faire usage du micromètre à fil, étant plus commode & plus aisé à mouvoir, en ayant déjà fait usage plusieurs fois; c'est pourquoi il l'a préféré pour observer les phases de l'Éclipse,

d'autant plus que l'instrument placé une fois dans le plan du méridien, il étoit aisé de suivre le Soleil : ce petit télescope appartient à M. le Président de S*.*.

Par les hauteurs correspondantes du Soleil prises le 14 au nombre de neuf, par onze prises le 15, par quatorze prises le 16, jour de l'Éclipse; par celles du 17, au nombre de six; & par les midis observés à mon instrument des passages, les 12, 13, 14, 15 & 17, nous avons parfaitement connu la marche de la pendule, qui est réglée sur le temps moyen; il ne nous est donc resté aucun doute sur sa marche, qui a été des plus régulières; elle est du sieur Ferdinand Berthout, célèbre horloger de Paris. Les hauteurs correspondantes du Soleil, prises le matin & le soir, les 14, 15, 16 & 17; nous ont fait connoître aussi la position de mon instrument des passages à la hauteur où passoit alors le Soleil: nous avons reconnu qu'il n'y avoit pas une demi-seconde de déviation, comme on le verra par les observations que je vais rapporter ici :

<i>Midi observé à l'instrument des passages.</i>					<i>Midi vrai observé par les hauteurs correspondantes.</i>				
	<i>H.</i>	<i>M.</i>	<i>S.</i>	<i>T.</i>		<i>H.</i>	<i>M.</i>	<i>S.</i>	<i>T.</i>
Le 12 Août	0.	4.	31.	45	Le 14 Août par 9 hauteurs	0.	4.	11.	55
13.....	0.	4.	21.	15	15..... 11.....	0.	4.	1.	42
14.....	0.	4.	11.	52 $\frac{1}{2}$	16..... 14.....	0.	3.	50.	24
15.....	0.	4.	1.	52 $\frac{1}{2}$	17..... 6.....	0.	3.	40.	18
17.....	0.	3.	39.	52 $\frac{1}{2}$					

Le 16, jour de l'Éclipse, 5 ou 6 minutes avant midi, M. Messier a mesuré plusieurs fois le diamètre du Soleil, & par un milieu, il l'a trouvé de 2484 parties du micromètre, qui répondent à 31' 41".

Vers 3 heures & demie, nous nous sommes préparés pour l'observation du commencement de l'Éclipse, le ciel étoit serein aux environs du Soleil: M. Messier avoit déterminé le point du limbe du Soleil, où l'attouchement des deux bords devoit se faire, & cela par le moyen du micromètre à fil adapté à son petit télescope qui s'inclinoit dans tous les sens, comme il a déjà été dit plus haut, de sorte qu'il a saisi le commencement de l'Éclipse à la seconde; pour moi je ne me suis aperçu du

478 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

commencement que 3 secondes & demie après lui, avec un télescope de Short, de 3 pieds de foyer, auquel j'avois adapté un micromètre-objectif de 18 pieds de foyer. Pendant 5 ou 6 secondes, le bord de la Lune, entrant sur le Soleil, a paru à M. Messier fort inégal, & paroissoit échancré; plus avancé sur le Soleil, il est devenu plus régulier, mais ondoyant: voici les observations que j'ai pu faire avec mon télescope garni de son micromètre-objectif. Diamètre du Soleil mesuré avant midi, je l'ai trouvé de 31' 40" 30'''.

TEMPS à la PENDULE.	TEMPS VRAI.	GRANDEUR de L'ÉCLIPSE.	
H. M. S.	H. M. S.	M. S. T.	
4. 2. 5	3. 58. 16 $\frac{1}{2}$	Commencement de l'Éclipse.
4. 5. 2	4. 1. 14	0. 21. 42	Grand. de l'Éclipse en partie du diam. du Soleil.
4. 9. 15	4. 5. 27	1. 13. 24	<i>Ibid.</i>
4. 11. 41	4. 7. 53	2. 12. 18	<i>Ibid.</i>
4. 16. 53	4. 13. 5	3. 24. 30	<i>Ibid.</i>
4. 23. 50	4. 20. 2	4. 22. 12	<i>Ibid.</i>

OBSERVATIONS DE M. MESSIER.

TEMPS VRAI.	Parties du MICR.	PARTIES du Grand - cercle.	Grandeur de l'Éclipse en doigts.	
H. M. S.		M. S. T.	Doigts M.	
0. 45. 0	2484	31. 41. 0	Diamètre apparent du Soleil suivant le parallèle.
3. 52. 12	2486	31. 42. 30	Diamètre du Soleil.
3. 58. 13	Commencement de l'Éclipse.
4. 7. 57	2316 $\frac{1}{2}$	29. 33 * 0	0. 29	Grandeur de l'Éclipse.
4. 9. 57	969	12. 21. 30	Distance des Cornes.
4. 13. 33	2200	28. 13 * 30	1. 23	Grandeur de l'Éclipse.
4. 15. 0	Le Soleil se couvre.
4. 20. 2	2144	27. 21 * 0	1. 39	Grand. de l'Écl. mesurée sans verre, nuages rares.
4. 22. 3	1275	16. 16. 0	Distance des Cornes mesurée sans verre.
4. 25. 27	2063	26. 19 * 0	2. 2	Grandeur de l'Éclipse mesurée sans verre.
4. 28. 0	Nuages qui couvrent entièrement le Soleil.
5. 20. 0	Le Soleil sort des nuages, mais l'Éclipse est finie.

Nota. Les quantités marquées d'une Étoile *, sont les parties éclairées restantes du diamètre du Soleil, perpendiculaire à la ligne des Cornes mesurée.

Position de mon Observatoire.

Sa distance à la perpendiculaire est de 4974 toises au nord, ce qui fait $5^{\circ} 13'',8$.

Donc la latitude est de..... $48^{\text{d}} 55' 28''$

Hauteur de l'Équateur..... $41. 4. 32$

La distance à la méridienne est de 3150 toises, ce qui fait $3^{\circ} 19''$ de grand cercle ou $20'' \frac{1}{2}$ de temps à l'occident.



O B S E R V A T I O N

SUR UN ANÉVRISME

QUI A PRODUIT DES EFFETS SINGULIERS.

Par M. P E T I T.

SI plus un fait est rare, & plus il paroît devoir mériter l'attention des Physiciens; j'ai lieu de présumer qu'ils recevront favorablement le récit de celui que je vais rapporter.

Il s'agit d'une oblitération parfaite du tronc de l'artère carotide droite, à la suite d'un anévrisme qui lui-même s'est effacé par le seul effort de la Nature, & cette oblitération, quoiqu'entière & parfaite, n'a pas empêché celui chez lequel elle s'est opérée, de vivre encore plusieurs années après la formation. Je ne connois aucun fait semblable à celui-là: les circonstances qui l'ont accompagné, mettront les personnes instruites à portée de juger de son importance.

Au commencement de l'année 1758, M. Vieillard Médecin de Paris, homme d'esprit & très-instruit dans son art, s'aperçut que M. son frère, Avocat du Roi au bailliage de S.^t-Lô, portoit sous le côté droit de la mâchoire inférieure une petite tumeur à laquelle personne n'avoit encore pris garde.

Ce mal étoit très-léger en apparence, & cependant M. Vieillard le Médecin s'en alarma, au point de dire à quelques personnes qu'il regardoit son frère comme un homme mort. Ses craintes qu'il ne chercha point à dissimuler, ne passèrent point dans l'esprit de son frère, celui-ci prétendoit que son mal n'étoit qu'une bagatelle, & il ne voulut pratiquer aucuns des remèdes qui pour lors lui furent conseillés.

Mais voyant, deux mois après cette première époque, que la tumeur s'étoit accrue de moitié, il consentit à appliquer dessus un bandage propre à la contenir; il n'en recueillit aucun fruit, la tumeur continua à s'augmenter; le malade se dégoûta
du

du bandage, & le quitta : il s'agissoit de trouver un autre moyen de s'opposer au progrès du mal. On assembla dans cette intention plusieurs Médecins & Chirurgiens ; M. Bourdelin, Membre de cette Académie , étoit du nombre des Consultants ; j'en étois aussi. Par l'examen que nous fîmes de la tumeur, nous reconnûmes qu'elle étoit située un peu plus bas que l'angle de la mâchoire inférieure, qu'elle étoit de la grosseur d'un œuf de pigeon, qu'on y sentoît une pulsation très-manifeste , & quand on la comprimoit, on la faisoit disparaître ; mais bien-tôt après elle se représentoit comme auparavant. Presque tous les consultants furent du même avis, sur la nature de la tumeur : on décida que c'étoit un anévrisme vrai ; les sentimens se partagèrent, quand il fut question de fixer précisément le siège de cet anévrisme ; en mon particulier je présûmois que c'étoit vers la bifurcation du tronc de la carotide, que la dilatation s'étoit faite : on convint généralement que le cas n'étoit pas sans danger, & que, pour le prévenir, les fréquentes saignées étoient nécessaires : on conseilla de plus au malade, d'observer le plus grand régime, & d'éviter avec soin tout exercice violent tant du corps que de l'esprit.

M. Vieillard exécuta pendant près de trois mois ce qui avoit été décidé dans la consultation : la tumeur diminua de moitié, & le malade se voyant en train de guérison quitta Paris, pour s'en retourner à Saint-Lô.

Ce fut lors de ce départ que M. Vieillard le Médecin ; dit à plusieurs personnes, qu'il croyoit que le reste de l'anévrisme achèveroit de disparaître ; qu'il pensoit de plus que la cavité de l'artère elle-même s'effaceroit entièrement ; & qu'alors il y auroit tout à craindre pour les jours de son frère ; qu'il ne seroit pas étonné de recevoir au premier moment la nouvelle de sa mort : l'évènement n'a que trop justifié la hardiesse de ce pronostic singulier.

De retour à Saint-Lô, M. Vieillard jouissant en apparence d'une bonne santé, oublia les conseils que nous lui avions donnés, il négligea de se faire saigner ; il abandonna le régime &

reprit sa manière de vivre ordinaire; la tumeur n'en continua pas moins à diminuer & disparut enfin tout-à-fait.

Au bout de deux ou trois ans, quelques affaires ayant appelé M. Vieillard à Paris, je le vis, je l'examinai, & je m'assurai par moi-même qu'il ne restoit de l'ancienne tumeur prétendue anévrismale qu'un petit nœud situé sous la mâchoire, à l'endroit où la tumeur avoit existé; ce nœud étoit fort dur, d'une forme oblongue & sans aucune pulsation; les artères temporales & maxillaires de ce côté battoient très-foiblement.

Ce changement, qui n'avoit été attendu que de M. Vieillard le Médecin, n'avoit apporté d'autre incommodité au malade que celle de prononcer avec une sorte de difficulté, de bégayer un peu & d'avoir la bouche habituellement remplie de salive, enfin de ne pouvoir tirer la langue hors de la bouche.

Sept ans se sont écoulés dans cet état, sans que pendant tout ce temps il soit arrivé le moindre accident : vers la Pentecôte de l'année dernière, M. Vieillard vint à Paris en assez bonne santé, mais il étoit aisé de s'apercevoir que sa bouche étoit inondée d'une plus grande quantité de salive & que la prononciation étoit plus difficile.

Enfin le Samedi 24 Novembre, il fut frappé d'une forte apoplexie, dont il est mort au bout de quelques jours. On avoit observé dans les trois ou quatre jours qui avoient précédé cette attaque, qu'il étoit comme une personne ivre, qu'il ne raisonnoit pas juste, & que d'un moment à l'autre il ne se souvenoit pas de ce qu'il venoit de dire ou faire.

J'ai fait la dissection de son cadavre en présence de plusieurs personnes & notamment de M. Maloët, très-habile Médecin, avec lequel j'avois vu le malade dans le temps de sa dernière maladie : voici les choses que nous y avons observées.

Le côté droit du cerveau étoit couvert d'une sérosité sanguinolente, sous cet épanchement le cerveau étoit sain, il n'y avoit aucun épanchement à l'extérieur du côté opposé, mais en ouvrant le ventricule supérieur il en sortit environ cinq à six onces de sang dissous, & il resta un caillot de sang coagulé,

de la grosseur d'un petit œuf de poule, il étoit placé en arrière sur les couches des nerfs optiques; cette concrétion de sang cachoit une ample & profonde crévasse qui s'étoit faite dans la substance même du cerveau à l'endroit désigné; il est évident que cette crévasse & l'épanchement qui s'en est suivi ont été les causes déterminantes de l'apoplexie dont M. Vieillard est mort.

Du côté gauche, c'est-à-dire du même côté où tout ce désordre s'étoit opéré, l'artère carotide & les branches qui en prennent naissance nous ont paru avoir un tiers plus de calibre que dans l'état naturel.

Ce que nous cherchions spécialement à connoître, c'étoit l'état de l'ancienne tumeur jugée anévrismale, & celui de l'artère carotide, à la dilatation de laquelle on avoit cru devoir l'attribuer, ainsi nous tournâmes notre attention de ce côté, & nous découvrîmes, avec un grand étonnement, au moins de ma part, que le pronostic tiré par M. Vieillard le Médecin, étoit pleinement justifié, c'est-à-dire que l'artère carotide droite étoit complètement oblitérée depuis sa séparation de l'artère sous-lavière droite, jusqu'à sa division en deux branches principales, ce qui répond à peu près à l'angle de la mâchoire inférieure: en se bouchant tout-à-fait, cette artère qui est ordinairement grosse comme le bout du petit doigt, s'étoit convertie en un cordon grêle, dans l'intérieur duquel on ne distinguoit aucune trace de conduit, & ce cordon pouvoit avoir environ 2 lignes de diamètre.

Il y avoit dans le bas de cette artère, précisément à l'endroit où elle naît de la sous-lavière droite, il y avoit dis-je, un petit sac anévrisimal, gros comme une noix muscade ordinaire, sa tunique étoit fort mince, & l'intérieur de sa cavité étoit rempli par une matière en partie grasseuse, en partie semblable à du sang desséché; on distinguoit encore l'ouverture par laquelle, avant l'oblitération de l'artère, ce sac communiquoit avec la cavité de l'artère elle-même, cette ouverture étoit fort petite.

Enfin à la place de la tumeur ci-dessus décrite, il se trouvoit

un nœud dur, oblong, gros comme le noyau d'une olive & qui n'avoit aucune cavité à l'intérieur, les artères laryngées, sub-linguales & maxillaires y aboutissoient & avoient un calibre plus petit que dans l'état naturel.

Ce récit présente plusieurs circonstances remarquables sur lesquelles il est bon de faire quelques réflexions.

D'abord on voit un homme vivre plus de six ans sans grande maladie, quoique chez lui le tronc d'une de ses carotides fût entièrement fermé. La circulation s'est entretenue du côté affecté, non-seulement par les anastomoses des branches de la carotide externe droite avec celle de la carotide externe du côté opposé, mais encore par la communication établie entre les deux carotides internes, au moyen de la grande & notable anastomose de leurs rameaux antérieurs, & celle enfin de la carotide droite avec le tronc bifurqué de l'artère basilaire; mais le sang en passant par les anastomoses susdites, a dû nécessairement être ralenti dans son cours; en traversant tous ces défilés, il a éprouvé un plus grand nombre de frottemens qu'il n'auroit fait, & la force qui l'y pouvoit est restée la même que si les frottemens ne s'étoient point multipliés; c'est à ce ralentissement du mouvement circulatoire qu'il me semble qu'on doit attribuer l'abondance de la salive dont la bouche de M. Vieillard étoit inondée; le sang traînoit, pour ainsi dire, dans les glandes salivales, il n'y arrivoit qu'avec lenteur, il y séjournoit long-temps, il n'en sortoit qu'avec difficulté, il étoit forcé par-là de laisser échapper sa sérosité; elle se mêloit à la salive, elle en augmentoit la quantité; les Médecins voient tous les jours la même chose arriver, quand le sang ne pouvant librement se distribuer aux parties qui sont au-dessous de la poitrine, est obligé de refluer vers la tête, qu'il surcharge, & à travers les vaisseaux de laquelle l'excès de sa masse l'empêche de passer avec aisance; alors il survient une salivation assez abondante, ce qu'on observe assez souvent dans les cas d'obstruction des viscères du bas-ventre, & spécialement dans la maladie hypocondriaque lorsqu'elle est accompagnée de ces sortes d'engorgemens.

C'est encore au ralentissement du mouvement circulaire du sang dans le côté affecté, qu'il faut à mon avis, rapporter la difficulté que le malade avoit à prononcer, le bégayement qu'il éprouvoit, & l'impossibilité dans laquelle il se trouvoit de tirer sa langue hors de sa bouche; pour que le mouvement musculaire s'opère d'une manière convenable, il faut que le sang artériel circule librement dans le muscle : quand son cours y est gêné, lui-même gêne à son tour la contraction de la fibre musculaire; or la même cause qui, dans le cas présent, s'opposoit à la libre transmission du sang à travers les glandes salivales, produisoit le même effet à l'égard de celui qui pénéroit les muscles de la langue; ces muscles se trouvoient donc incommodés de la trop grande quantité de sang qui s'y arrêtoit; les esprits lancés dans les muscles trouvoient les nerfs à la presse, ils éprouvoient de la difficulté à les remplir, il n'y arrivoient qu'après avoir vaincu cette difficulté, & pour ainsi dire par bonds & par saccades; je ne crois pas qu'il en faille davantage pour rendre en général le mouvement musculaire difficile & irrégulier; en particulier, ces causes agissant spécialement sur la langue doivent donner naissance au bégayement & à la difficulté de prononcer.

Il n'est pas plus difficile d'expliquer pourquoi il s'est fait une crévasse si énorme dans la substance du cerveau du côté opposé à celui qui étoit malade; car on sent bien que la masse totale du sang, qui avoit coutume avant l'oblitération de l'artère carotide droite de se partager entre cette artère & celle du côté gauche, a été forcée après l'oblitération formée de se porter par le seul conduit de cette dernière; il est clair que cette masse plus grande a forcé les tuniques de cette artère, laquelle a dû se dilater plus qu'auparavant, ainsi que tous les rameaux qui en prennent naissance, & c'est à cause de cela que dans l'ouverture du cadavre nous avons trouvé l'artère carotide gauche & toutes ses branches plus grosses que dans l'état naturel; or parmi ces branches les principales sont celles qui se distribuent aux lobes moyens & antérieurs du cerveau, chacun sait que les tuniques de ces branches sont d'une très-grande

ténuité; les Anatomistes ont coutume de dire qu'en pénétrant dans le crâne, les artères se dépouillent de leur membrane musculaire; en effet, ces vaisseaux n'ont pas à l'intérieur du crâne plus d'épaisseur que les veines n'en ont dans le reste du corps; cette délicatesse des artères du cerveau a toujours été regardée comme une des causes qui favorise le plus les congestions sanguines, qui ont coutume de faire naître les différentes espèces d'apoplexie; dans les circonstances où M. Vieillard se trouvoit, les vaisseaux avoient été forcés d'admettre presque le double du sang qu'ils recevoient avant que la carotide droite fût bouchée; ils ont résisté long-temps à leur extrême dilatation, enfin ils ont cédé, leurs membranes se sont distendues autant qu'elles pouvoient l'être, mais enfin incapables de prêter davantage elles se sont crévées, le sang s'est épanché, il a comprimé les parties voisines, l'apoplexie s'en est suivie & a terminé les jours du malade.

Peut-être eût-il vécu davantage si des affaires intéressantes ne l'eussent arraché au repos dont il jouissoit au sein de sa patrie, & ne l'eussent contraint de venir respirer l'air épais & mal-sain de cette capitale & de s'y livrer à un nouveau genre de vie; à un certain âge, on ne change point impunément de manière de vivre; c'étoit par une sorte de miracle que M. Vieillard jouissoit de la vie, elle ne tenoit, pour ainsi dire, à rien, le plus léger accident pouvoit la lui faire perdre; il a eu le malheur d'éprouver l'action d'une cause qui peut détruire la santé des personnes les plus robustes, est-il étonnant qu'il y ait succombé?

Il paroît que malgré l'influence de cette cause, s'il eut voulu suivre les conseils des Médecins, s'il se fût fait ouvrir la veine plus souvent, & sur-tout à son arrivée à Paris, il eût pu échapper au danger qui le menaçoit; la masse totale de ses humeurs diminuée par la saignée, il se seroit moins porté de sang au cerveau, les vaisseaux auroient continué à résister à son effort comme ils le faisoient depuis si long-temps, ils seroient restés entiers & la vie eût été conservée.

L'explication des phénomènes que nous venons d'examiner

se présente assez naturellement à l'esprit, & peut être saisie sans peine; essayons de développer comment & pourquoi il s'est pu faire que le phénomène principal, c'est-à-dire l'oblitération de la carotide ait eu lieu; je crois que c'est à l'anévrisme qui s'est formé au pied de cette artère, qu'on doit attribuer ces effets singuliers, & voici comment il me semble que la chose doit être conçue.

Les tuniques de nos artères jouissent d'une force contractile très-grande, & c'est en exerçant cette force, qu'elles reviennent sur le fluide qui pénètre leur cavité, le pressent & concourent par-là à hâter son mouvement progressif; ce fluide est le seul agent qui opère la dilatation de ces tuyaux & qui les entretienne ouverts à certain degré, en sorte que leur cavité est toujours proportionnée à l'effort que fait le fluide sur leurs parois pour les écarter, & cet effort à son tour est en raison de la masse & de la vitesse du fluide, en sorte que si l'on diminue considérablement la quantité du sang, comme il arrive par les hémorragies, le calibre de toutes les artères diminue proportionnellement à la diminution du fluide qu'elles contiennent: ce qui se fait par le resserrement de leurs membranes, lesquelles s'appliquent toujours immédiatement sur le fluide susdit; la même chose arrive quand la vitesse de ce fluide n'est plus la même; les tuniques n'éprouvant plus le même effort de la part de l'agent destiné à les dilater, prennent petit à petit le dessus sur cet agent affoibli, elles se resserrent insensiblement & se ferment enfin tout-à-fait, c'est-là ce qui arrive aux artères ombilicales & au canal artériel, faisons l'application de ces principes au cas présent.

Il s'étoit formé un sac anévrisimal précisément à la naissance de la carotide droite, ce sac caché derrière la clavicule, n'a point été aperçu ni même soupçonné pendant la vie de la personne qui fait le sujet de cette observation, mais il n'en produisoit pas moins le ralentissement de la marche du sang dans le tronc de la carotide droite; en effet ce fluide en partant de l'artère souclavière s'élançoit dans le sac anévrisimal, heurtoit contre les parois, employoit son effort à les

distendre, se réfléchissoit en frappant contre eux & perdoit évidemment par-là une grande partie de la vitesse qu'il avoit reçue; il ne s'avançoit dans le creux de l'artère qu'après avoir souffert cette perte; trop foible alors pour soulever suffisamment les membranes de ce conduit, il les laissoit revenir sur elles-mêmes: dans la proportion que de jour en jour son action diminueoit, dans la même proportion l'effet de la force contractile des membranes s'augmentoît; enfin cette force est parvenue au point de l'emporter sur l'action du fluide, il a été exprimé & chassé & il ne s'est plus trouvé en état de vaincre la résistance des tuniques épaissies par leur resserrement, & accoutumées à ne plus céder à son effort: il a cessé de pénétrer dans la cavité de cette artère, & les membranes de ce vaisseau rapprochées au point de se toucher immédiatement, demeurant constamment dans cet état, se sont collées entre elles de manière que la cavité de l'artère s'est entièrement effacée; le sang qui n'a pu passer par ce tuyau bouché, après quelques tentatives inutiles, s'est vu forcé de prendre son cours par l'artère sous-clavière, il s'y est si bien accoutumé qu'il a en quelque sorte oublié le chemin du sac anévrysmal; il est arrivé à ce sac ce que l'artère venoit d'éprouver; des grumeaux de sang s'y sont formés, ils en ont rempli la cavité, ils ont empêché le nouveau sang de s'y porter; pendant ce temps la sérosité des grumeaux s'est dissipée, les tuniques du sac les ont resserrées, l'ouverture s'est rétrécie, il n'est resté à l'intérieur que le *coagulum* rouge qui s'est à la fin desséché totalement, & que nous avons trouvé lors de l'ouverture du cadavre.

Mais cette tumeur que l'on sentoît sous l'angle de la mâchoire inférieure, & que l'on avoit regardée comme la maladie principale, comment s'est-elle formée? pourquoi s'est-elle effacée & convertie en un noyau dur & compact? Ce phénomène est celui dont il me semble le moins aisé de rendre raison, voici cependant comme je pense que la chose est arrivée.

Quand une fois le tronc de la carotide a été parfaitement bouché,

bouché, les parties droites de la tête n'ont pu se nourrir que par le sang qu'elles ont reçu au moyen des anastomoses dont nous avons déjà parlé; ce sang, apporté par le tronc de la carotide gauche, après s'être réparti dans les différentes branches de cette artère, a gagné les rameaux des artères correspondantes du côté droit, & par un nouveau mouvement opposé à celui qu'il suit dans l'ordre naturel, il s'est échappé des rameaux pour passer dans le tronc des artères laryngées, sublingales, maxillaires, tant internes qu'externes, temporales & même carotides internes du côté droit: or continuant toujours sa marche de cette manière par un mouvement en quelque sorte rétrograde, il est arrivé par ces différens canaux à un point commun, à un véritable confluent qui s'est trouvé au lieu de réunion de ces différens vaisseaux; arrivé de tous côtés à ce point de rencontre & ne pouvant passer outre, tant à cause de l'oblitération du tronc principal, que parce que tous les vaisseaux étoient également pleins & résistoient à peu-près tous également, il a fallu que le lieu où cette rencontre s'est faite se soit dilaté en tout sens: cette dilatation a formé la tumeur que nous avons sentie au-dessous de la mâchoire; elle étoit vraiment anévrismale, mais le sang poussé & pressé dans cette espèce de cul-de-sac, a dû laisser transuder la lymphe dans le tissu cellulaire environnant; elle s'y est épaissie & endurcie. Pendant ce temps, le sang lui-même a perdu son mouvement & n'a pu former qu'un tampon qui remplissoit la portion d'artère dilatée; les colonnes de sang, apportées lentement par les vaisseaux que nous venons de nommer, ont frappé faiblement contre le grumeau, sans ébranler sa masse qui est restée immobile & sans action sur les tuniques de l'artère dilatée: mais, par son séjour, il a été contraint de lâcher sa sérosité; il a par-là diminué de volume; le ressort des membranes de l'artère a aidé à cette diminution, & dans la proportion que cette masse perdoit de sa grosseur, le ressort lui-même augmentoit de force & d'action; enfin il s'est trouvé que le grumeau, entièrement fondu & repoussé, n'a pu empêcher les membranes de s'approcher assez pour se toucher & se coller; ces membranes

étoient encroûtées & épaissies par l'extravasation de la lymphe; en se rapprochant & se confondant, elles ont formé le noyau dur qui a succédé à la tumeur anévrismale.

Quel que soit le jugement qu'on portera sur la manière dont nous avons cru pouvoir expliquer les différens accidens survenus dans le cours de cette singulière maladie, nous avons pensé que le fait en lui-même étoit digne d'être observé, & qu'il pouvoit être de quelque utilité à ceux qui étudient la Physique du corps humain, où qui se destinent à l'exercice de la Médecine.



M É M O I R E

S U R

LA VARIATION DE L'INCLINAISON

DE L'ORBITE

DU SECOND SATELLITE DE JUPITER.

Par M. M A R A L D I.

ON fait depuis long-temps, que l'inclinaison de l'orbite du second Satellite de Jupiter est variable; M. Wargentin a établi la plus grande inclinaison de $3^d 47'$ & la plus petite de $2^d 29'$, par conséquent la variation est de $1^d 18'$; il a remarqué le premier que cette variation est périodique, & que la période est d'environ trente-un ans, de sorte que l'inclinaison croît pendant environ quinze ans & demi, moitié de la période, & décroît pendant l'autre moitié; c'est en ce sens qu'on doit entendre ce qu'on lit dans le Mémoire qui est à la tête des observations du second Satellite, publiées en 1749 dans les Mémoires de l'Académie d'Upsal, de l'année 1743. *Non obscure patuit inclinationem orbitæ secundi flatas, satisque regulares crescendi & decrescendi vices servare*; car on ne connoît pas encore les loix de cette variation; on ne fait pas suivant quel rapport l'inclinaison augmente & diminue, & je pense qu'il sera fort difficile de le déterminer par les observations, parce que celles qui y sont propres sont fort rares; il faudroit pouvoir observer la durée des éclipses de ce Satellite plus souvent que l'arrangement même de son système ne le permet. Les observations faites en 1750 & 1751, 1714 & 1715 m'ont fait apercevoir une différence dans l'inclinaison, qui ne peut pas être attribuée à la variation périodique; je ne crois pas qu'on puisse la rejeter entièrement sur l'incertitude des observations ou sur la difficulté de déter-

30 Avril
1765.

492 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
miner exactement l'inclinaison; on en jugera par le détail des
observations que nous allons rapporter.

Le 16 Août 1750, j'ai observé par un fort beau temps
l'immersion du second Satellite dans l'ombre de Jupiter
à $10^h 56' 25''$, avec une lunette de 18 pieds; le même
jour M. Stroëmer, avec une lunette de même foyer, a
observé à Upsal l'émerfion de ce Satellite à $14^h 17' 3''$.
La différence des méridiens entre Paris & Upsal est de 1^h
 $1' 10''$; donc l'émerfion est arrivée à $13^h 15' 53''$ au
méridien de Paris. L'observation de M. Stroëmer est qualifiée
bonne dans une copie de toutes les observations des satellites
de Jupiter qui ont été faites en Suède depuis 1748 jusqu'en
1762, que M. Wargentin a eu la bonté de m'envoyer
écrite de sa main.

J'ai trouvé dans le même Recueil les observations des
phases de deux éclipses que M. Wargentin a observées lui-
même à Stockolm avec un télescope de deux pieds, & que
je transcris ici mot à mot.

- | | | |
|----------------|--------------------------------|--|
| 1751, 9 Janv. | $5^h 57' 15''$ immer. Stockolm | } W. tel. 2 pieds, il fait très-beau. B. |
| | 8. 11. 57. émerf. Stockolm | |
| 1751, 11 Sept. | 11. 34. 2. immer. Stockolm | W. tél. 2 pieds, très-bien. |
| | 13. 57. 50. émerf. Stockolm | W. m. tél. à quelques sec. près. |

On ne lit pas cette circonstance, à *quelques secondes près*,
dans une copie des observations faites en Suède en 1751
& 1752, que j'ai trouvée dans les papiers de M. l'abbé de
la Caille, à qui elle a été envoyée vraisemblablement par
M. Wargentin, car elle est écrite de la même main que
ma copie.

Voilà trois éclipses du second Satellite, observées dans l'in-
tervalle de treize mois, dont la durée a été déterminée par
les observations immédiates de l'entrée du Satellite dans l'ombre
& de sa sortie; on peut donc calculer trois fois l'inclinaison,
& connoître la variation en treize mois.

La demi-durée des éclipses du second Satellite est la seule

des données du problème qu'il soit possible de déterminer immédiatement par observations; j'ai emprunté les autres des Tables de M. Wargentin, j'ai supposé par conséquent les nœuds au 12^{e} degré 15 minutes du Ω & du ω ; je proposerai dans ce Mémoire mes conjectures sur leur situation & leur mouvement. Quant au demi-diamètre de la section de l'ombre dans l'orbe du Satellite, ou ce qui revient au même, la plus grande demi-durée des éclipses, je l'ai trouvée par un milieu entre sept déterminations, de $1^{\text{h}} 25' 51''$; elle ne diffère que de 11 secondes de celles des Tables de M. Wargentin, qui est de $1^{\text{h}} 25' 40''$.

J'ai calculé l'inclinaison dans l'hypothèse de la section de l'ombre circulaire, parce que je me suis assuré que la demi-durée des éclipses du second Satellite depuis les nœuds jusqu'aux limites est exactement la même dans l'une & dans l'autre hypothèse, pourvu que dans chaque hypothèse on se serve de l'inclinaison déduite de la même hypothèse, c'est-à-dire que lorsqu'on calcule la demi-durée des éclipses dans l'hypothèse de la section de l'ombre circulaire, on se serve de l'inclinaison déduite de l'hypothèse circulaire, & dans l'hypothèse de la section de l'ombre elliptique, on se serve de l'inclinaison déduite de l'hypothèse elliptique; voici les élémens dont je me suis servi.

Le 16 Août 1750, la demi-durée de l'éclipse observée, $1^{\text{h}} 9' 44''$ qui répond à $4^{\text{d}} 54' 18''\frac{1}{2}$ de l'orbe du Satellite; la distance de Jupiter au nœud ascendant du Satellite $72^{\text{d}} 3'$, la longitude héliocentrique de Jupiter étant calculée suivant les Tables de M. Cassini.

Le 9 Janvier 1751, la demi-durée de l'éclipse, $1^{\text{h}} 7' 21'' = 4^{\text{d}} 44' 15''$, la distance de Jupiter au nœud ascendant $85^{\text{d}} 20'$.

Le 11 Septembre 1751, la demi-durée de l'éclipse, $1^{\text{h}} 11' 54'' = 5^{\text{d}} 3' 27''$, la distance de Jupiter au nœud ascendant $107^{\text{d}} 21'$ ou bien $72^{\text{d}} 39'$ au nœud descendant.

Le demi-diamètre de l'ombre est de $6^{\text{d}} 1' 33''\frac{1}{2}$, il est le

494 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
même pour le temps de ces trois éclipses. Avec ces élémens,
j'ai trouvé l'inclinaison:

Le 16 Août 1750, de.	3 ^d 41' 2"
Le 9 Janvier 1751.....	3. 44. 30
Le 11 Septembre	3. 26. 12

Ainsi la variation a été de 18' 18" en huit mois de temps, depuis le 9 Janvier 1751 jusqu'au 11 Septembre de la même année, ce qui fait presque le quart de toute la variation périodique (a).

Comme la circonstance, à quelques secondes près, ajoutée dans ma copie, vis-à-vis de l'émerision du 11 Septembre 1751, pourroit y faire soupçonner une erreur (b), qui auroit produit dans le calcul, la différence que j'attribue à la variation de l'inclinaison; je joins ici, sans entrer dans l'examen de cette circonstance, qui m'a paru peu importante, puisque M. Wargentin l'a omise dans la copie envoyée à M. de la Caille; je joins, dis-je, les immersions du Satellite, observées avant l'opposition de Jupiter au Soleil, des années 1750 & 1751, & les émerisions observées

(a) J'ai trouvé l'inclinaison de 3^d 28' 9" par la comparaison de l'immersion observée à Hernosand, par M. Schenmark avec une lunette de 20 pieds, le 17 Août 1751 à 14^h 22' 47", ou réduite au méridien de Paris 13^h 20' 35"; & l'émerision que j'ai observée à Paris à 15^h 43' 6"; mais mon observation est rapportée avec des circonstances qui la rendent si douteuse, que je n'ai pas voulu la joindre aux observations de M. Wargentin & en faire usage. Voici ce que je trouve dans le journal des observations.

1751. 17 Août 13^h 18' 22" le Satellite n'est pas entré dans l'ombre; Jupiter est couvert par les nuages.

13. 20. 52 Jupiter étant découvert, on ne voit plus le 2.^d Satellite.

15. 43. 6 il me semble voir le second Satellite qui sort de l'ombre tout près de Jupiter, lorsque je suis retourné à la lunette, Jupiter étoit couvert; il ne m'a pas été possible de le revoir & de m'en assurer.

En supposant l'émerision certaine, la demi-durée de cette Éclipse a été de 1^h 11' 15"
= 5^d 0' 45"; la distance de Jupiter au Nœud ascendant étoit de 105^d 9', ou de 74^d 51' au Nœud descendant; on trouveroit l'inclinaison de 3^d 28' 9".

(b) Cette erreur seroit de 5' 36", car ayant calculé la durée de l'Éclipse du 11 Septembre 1751, en supposant l'inclinaison constante de 3^d 44' 30", j'ai trouvé cette durée de 2^h 18' 12", au lieu qu'elle a été observée de 2^h 23' 48"; cette erreur tomberoit entièrement sur la seule observation de l'émerision, puisque l'immersion a été très-bien observée.

après l'opposition; par lesquelles on peut trouver la durée des Eclipses, calculer l'inclinaison & constater la variation; on verra quelle précision on peut attendre de cette méthode, à laquelle on est souvent obligé d'avoir recours, faute d'observations immédiates.

*Erreur
des Tables.*

1750. 1 Octobre.. 16 ^h 12' 51"	} Immersion à	{	Thury, Lunette de 14 pieds...	— 2' 33"
12..... 9. 16. 1.			Stockolm, Téléscope de 2 pieds..	— 2. 14
19..... 11. 55. 17.				— 2. 32
1750. 26 Octobre... 16 ^h 53' 15"	} Émerſion à..	{	Stockolm, Téléscope de 2 pieds..	— 0' 38"
30..... 6. 12. 50.				— 0. 23
6 Novembre 7. 47. 24.			Thury, Lunette de 14 pieds...	— 1. 21
13..... 11. 27. 17.			Stockolm, Téléscope de 2 pieds..	— 1. 44
1751. 6 Octobre.. 8 ^h 46' 22"	} Immersion à	{	Stockolm, Téléscope de 2 pieds..	— 1' 46"
13..... 10. 33. 17.			Marseille.....	— 1. 59
27..... 15. 36. 43.			Thury, Lunette de 14 pieds...	— 1. 55
* 7 Novembre 8. 33. 22.			Hernoland, Lunette de 20 pieds..	— 2. 43
1751. 9 Décembre 10 ^h 43' 12"	} Émerſion à Stockolm, Téléscope de 2 pieds...	{		+ 3' 58"
16..... 13. 17. 22.				+ 3. 8
27..... 5. 10. 0.				+ 3. 3"

On remarquera que parmi les observations de l'année 1750, il y a une immersion observée à Stockolm le 19 Octobre à 11^h 55' 17", & une émerſion observée dans la même ville le 26 Octobre à 16^h 53' 15"; que l'intervalle entre les observations de ces deux phases est de 7^h 4^h 57' 58", dont la moitié 3^h 14^h 28' 59" étant ajoutée à l'heure de l'immersion, donne l'heure du milieu d'une Éclipse arrivée le 23 Octobre à 2^h 24' 16" au méridien de Stockolm le jour même de l'opposition de Jupiter au Soleil.

Si on calcule par les Tables de M. Wargentin, de la seconde édition, le temps des conjonctions véritables du Satellite des 19 & 26 Octobre, on trouvera la conjonction véritable du 19.

* Je ne ſais où j'ai pris cette observation; je ne la trouve dans aucune des deux copies de M. Wargentin.

496 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

à $12^h 3' 20''$, & celle du 26 à $14^h 42' 35''$; l'intervalle entre ces deux conjonctions, qui est de $7^j 2^h 39' 5''$, étant ôté de $7^j 4^h 57' 58''$, intervalle entre les deux phases observées, on aura la durée de l'Éclipse arrivée le 23 Octobre de $2^h 18' 53''$. J'ai trouvé la durée de cette même Éclipse de $2^h 17' 47''$ par l'immersion observée à Thury le 1.^{er} Octobre & l'émerison observée à Stockholm le 13 Novembre; j'en supprime le détail parce qu'il ne serviroit qu'à allonger ce Mémoire: en prenant un milieu, on aura la durée de cette Éclipse de $2^h 18' 20''$.

Je ne fais s'il ne vaudroit pas mieux s'en tenir à la première détermination, parce que (indépendamment que les deux premières observations ont été faites par le même Astronome, dans le même lieu & avec les mêmes instrumens) si le mouvement du Satellite est sujet à quelque inégalité qui nous soit encore inconnue, il est à présumer qu'elle influera moins sur la durée conclue par la comparaison des observations moins éloignées entre elles; mais il faut avouer aussi que les observations, soit des immersions, soit des émerisons faites si proche de l'opposition, ne sont pas aussi exactes que celles qui en sont plus éloignées, parce que la lumière de Jupiter diminuant celle du Satellite, fait qu'on cesse de le voir plus tôt en entrant dans l'ombre, & qu'on l'aperçoit plus tard en sortant, & prolonge par conséquent la durée des éclipses; la théorie du Satellite & les Tables, pourront être perfectionnés par la suite; on pourra revenir sur les pas & recommencer les calculs, au lieu que je doute fort qu'on puisse jamais évaluer l'incertitude de la durée des éclipses causée par la lumière de Jupiter; ainsi tout bien considéré, je pense qu'il vaut mieux s'en tenir au milieu qui résulte des deux déterminations; j'y suis d'autant plus porté que le milieu entre toutes les combinaisons des trois immersions avec les quatre émerisons est précisément de même, c'est-à-dire $2^h 18' 20''$; on peut donc supposer la demi-durée de l'éclipse du 23 Octobre 1750, de $1^h 9' 10''$, la distance de Jupiter au noeud étoit de $78^d 13'$, on trouve l'inclinaison de $3^d 38' 25''$; mais par la comparaison des observations

observations de 1751, on trouve la durée des éclipses pour le 26 Novembre de $1^h 14' 11''$, la distance de Jupiter au nœud étoit de $65^d 54'$, ce qui donne l'inclinaison de $3^d 18' 23''$: donc la variation a été de 20 minutes en treize mois. Je ne m'arrêterai pas à faire des réflexions sur l'inclinaison déterminée par cette méthode; on sent bien qu'elle ne peut pas être aussi exacte que celle qu'on trouve par la durée des Eclipses, conclue des observations immédiates des phases de la même éclipse: il me suffit d'avoir prouvé la variation de 20 minutes en treize mois, qui est plus du quart de toute la variation périodique, ce qui doit mettre l'observation du 11 Septembre 1751 à l'abri de tout soupçon; je passe à une remarque plus importante.

J'ai trouvé par les observations que je rapporterai ci-dessous, que le 18 Octobre 1714, la demi-durée des éclipses a été de $1^h 13' 57''$, & j'en ai conclu l'inclinaison de $3^d 24' 19''$; mais le 17 Septembre 1715, l'inclinaison conclue de la durée de l'Eclipse déterminée ce jour-là par les observations immédiates de l'entrée du Satellite dans l'ombre, & sa sortie, a été de $3^d 44' 58''$; donc la variation a été de 20 minutes en onze mois de temps. Je remarque qu'en 1714, avant l'arrivée de Jupiter aux limites des Satellites, l'inclinaison a été moindre qu'en 1715 après le passage de Jupiter par les limites, & que le contraire est arrivé en 1751: c'est-à-dire qu'au mois de Janvier avant l'arrivée de Jupiter aux limites, l'inclinaison a été plus grande qu'au mois de Septembre après le passage de Jupiter par les limites, ce qui m'a fait conjecturer que cette variation de l'inclinaison pourroit venir de ce que le lieu des Nœuds que je suppose dans ces calculs n'est pas le vrai; en effet, ayant calculé le lieu des nœuds pour le 18 Octobre 1714, en supposant la demi-durée des éclipses de $1^h 13' 57''$, & la plus grande inclinaison constante de $3^d 44' 53''$, comme elle étoit le 17 Septembre 1715, on les trouve dans $21^d 21' 45''$ du Lion & du Verseau; mais par l'observation du 11 Septembre 1751, en supposant l'inclinaison constante de $3^d 44' 30''$ comme elle a été déterminée le 9 Janvier de

Mém. 1765.

. R r r

498 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE

la même année, on les trouve dans $0^d 54' 9''$ du Lion & du Verseau; donc la différence est $20^d 27' 36''$, ce qui dénoteroit une libration des nœuds de $10^d 13' 48''$ & placeroit le lieu moyen dans $11^d 8'$ du Lion & du Verseau. M. Wargentin les a placés dans $12^d 15'$ des mêmes; je ne fais s'il connoît cette libration, mais il n'en a encore rien publié.

Les observations du 17 Septembre 1715 sont rapportées dans les Mémoires de l'Académie de 1740; voici les observations de 1714, faites à Paris par mon oncle, avec une lunette de 17 pieds.

1714.	4	Aug.	14 ^h	59'	8"	immersion	—	2'	59"
	23	Sept.	9.	31.	16.	immersion	—	4.	9.
	18	Oct.	9.	21.	37.	Le Satellite venoit de sortir; on ne le voyoit pas une minute auparavant.			
	12	Nov.	6.	34.	25	émersion	+	2'	42"
	19	Nov.	9.	12.	37	émersion	+	3.	30.

J'ai fait part à l'Académie de mes recherches sur la variation de l'inclinaison, par deux lettres écrites d'Éclimont, où j'ai passé la plus grande partie de l'année 1765, pour rétablir ma santé. Dans la première lettre qui a été lue dans l'Assemblée du 21 Août, j'ai établi la période de la libration des Nœuds de trente ans, & j'y ai joint une Table du lieu du Nœud ascendant pour le 1.^{er} Janvier de chaque année de la période. Dans la seconde lettre qui a été lue dans l'Assemblée du 23 Novembre, j'ai déterminé la plus petite inclinaison de $2^d 43' 15''$ pour le commencement des années 1673, 1703, 1733 & 1763, & la plus grande inclinaison de $3^d 45' 30''$ pour le commencement des années 1688, 1718 & 1748; de sorte que l'inclinaison moyenne est de $3^d 14' 22''$, & la différence de cette inclinaison à la plus grande & à la plus petite, est de $31' 7''$, que j'ai distribuée suivant le rapport du sinus total au sinus de la distance au commencement de la période, pour construire la Table de l'inclinaison pour chaque année de la période, que j'ai jointe à cette lettre.



M É M O I R E

*Sur la cause de la variation de l'inclinaison de
l'orbite du second Satellite de Jupiter.*

Par M. B A I L L Y.

LE phénomène, le plus singulier de tout le système du monde, est peut-être la variation de l'inclinaison de l'orbite des satellites de Jupiter, que les Astronomes ont été forcés d'admettre sans en connoître la cause. 30 Avril
1765.

Il est constant que les demi-demeures du second Satellite, dans l'ombre de Jupiter, ont été observées en 1668 de $1^h 19'$, & en 1715 de $1^h 7' \frac{1}{2}$, à peu - près à la même distance des nœuds, c'est-à-dire vers 90 degrés. Voilà par conséquent une différence de près de 12' de temps, & c'est un fait d'où l'on peut partir.

La détermination du lieu du nœud & celle de l'inclinaison ne peuvent se déduire que de l'observation; mais l'observation ne donne directement qu'une quantité, qui est le produit du sinus de la distance au nœud par le sinus de l'inclinaison: il s'ensuit, que pour avoir l'inclinaison, il faut supposer le lieu du nœud, ou réciproquement.

Il reste donc toujours quelque incertitude sur les élémens qu'on en peut tirer: feu M. Maraldi* examine ces variations & trouve, avec raison, qu'il n'y a que trois manières de les expliquer; 1.^o en supposant une excentricité au satellite; 2.^o en supposant un mouvement dans les nœuds; 3.^o en supposant une variation dans l'inclinaison. M. Maraldi fait voir que les deux premières causes seroient insuffisantes, & il s'arrête à la dernière, c'est-à-dire à la variation de l'inclinaison; je ferai voir par la suite que chacune de ces trois causes concourt à produire l'effet que nous observons.

* Voy. *Mém. de
l'Acad.* 1729,
p. 393.

La variation de l'inclinaison a été adoptée par M. Wargentin & par M. Maraldi neveu; tous les deux ont vu qu'il n'y avoit que ce moyen, qui fût suffisant pour expliquer les inégalités des demi-durées des Éclipses; effectivement il auroit fallu supposer une excentricité prodigieuse, démentie par les observations, ou un mouvement du nœud, tantôt direct, tantôt rétrograde & passant de l'un à l'autre en très-peu de temps.

Mais cette variation de l'inclinaison paroît répugner aux loix connues de la Nature; loix auxquelles tous les corps célestes obéissent: si l'on en cherche l'explication dans l'attraction admise si universellement, & si j'ose le dire, démontrée par toutes les planètes; un corps ne peut être retiré du plan de son orbite, soit pour s'élever, soit pour s'abaisser, qu'il n'y ait au-dessus ou au-dessous, un autre corps qui agisse sur lui. Quel est-il ce corps qui élève & abaisse alternativement l'orbite du second Satellite dans une période de trente-deux ans? son inclinaison varie depuis $2^d\ 30'$ jusqu'à $3^d\ 48'$ à peu près.

L'inclinaison du premier est de $3^d\ 8'$, celle du troisième, qui est variable, n'a jamais été observée de plus de $3^d\ 27'$; celle du quatrième est de $2^d\ 36'$. Or si l'on peut concevoir que l'action de ces petites planètes puisse être assez sensible pour retirer le second du plan de son orbite, cette action doit cesser lorsque l'inclinaison du second a atteint la plus grande des trois autres, pourquoi croit-elle donc de 23 minutes au-delà?

De plus, si cette variation étoit due à l'attraction des Satellites; sa période seroit celle du retour des Satellites au même aspect & non pas un intervalle de trente-deux ans.

J'ai calculé l'effet de cette attraction, & je me suis convaincu qu'il est insensible; je réserve ces détails pour l'ouvrage dans lequel je rendrai compte à l'Académie de tous mes travaux à cet égard.

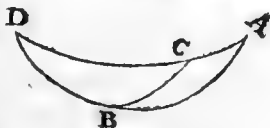
Il seroit d'ailleurs très-extraordinaire que l'attraction mutuelle des Satellites eût un si grand effet pour altérer leur inclinaison & n'en eût aucun pour mouvoir leurs nœuds que tous les Astronomes ont regardé jusqu'ici comme fixes, & ces Astronomes sont ce que l'Europe a produit de plus célèbre, M.^{rs}

Cassini, Maraldi l'oncle, Bradley, Wargentin & M. Maraldi lui-même jusqu'aujourd'hui.

Il faut donc que la théorie fasse voir en même temps que l'inclinaison est variable, & que les nœuds sont fixes ou à peu près. Les Géomètres savent qu'il y a une relation nécessaire entre les équations du mouvement du nœud, & celles de l'inclinaison, celles-ci étant toujours beaucoup plus petites : si le mouvement du nœud est insensible, l'inclinaison doit paroître invariable ; mais la théorie fait voir que le nœud des orbites des deux Satellites a un mouvement qui doit être assez considérable, tandis que l'inclinaison ne varie pas sensiblement : il faut donc examiner si l'on ne peut pas concilier la théorie avec les observations.

Maintenant, je crois pouvoir démontrer que l'inclinaison de l'orbite du Satellite troublé, sur l'orbite du Satellite perturbateur est constante ; la variation que nous observons dans l'inclinaison du Satellite troublé sur l'orbite de Jupiter, a pour unique cause le mouvement du nœud du Satellite troublé.

Soit AC l'orbite de Jupiter, AB l'orbite du Satellite perturbateur, BC celle du Satellite troublé.

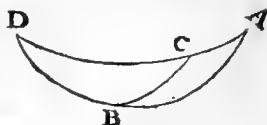


L'angle ABC qui mesure l'inclinaison mutuelle des deux orbites, est celui que la théorie nous a fait reconnoître pour constant, ou dont les variations sont insensibles. Le nœud B est celui qui se meut en rétrogradant de A en B ; l'inclinaison ACB est celle que nous observons, & AC le mouvement du nœud C sur l'orbite de Jupiter.

Pour trouver la relation que l'angle ACB & le côté AC ont avec le côté AB , qui représente le mouvement réel du Nœud, nous aurons recours à la Trigonométrie sphérique, & nous trouverons

$$\begin{aligned} \text{tang. } AC &= \frac{\sin. AB \text{ tang. } B}{\cos. AB \cos. A \text{ tang. } B + \sin. A} \\ \cos. C &= \cos. B (\cos. A - \sin. A \text{ tang. } B \cos. AB). \end{aligned}$$

La première de ces formules nous fait connoître 1.^o que le sinus AB étant multiplié par la tangente d'un fort petit angle, la tangente de AC ne sera jamais très-grande, & que la valeur de AC sera toujours fort au-dessous de celle de AB ;



2.^o que la tangente de AC , croissant jusqu'à ce que AB soit de 90 degrés, croîtra encore au-delà, parce que le cosinus de AB , devenu négatif, diminuera le dénominateur.

J'ai déterminé le *maximum* par les règles de *maximis*, & j'ai trouvé que l'arc AC étoit le plus grand lorsque

$$\sin. AB = \sqrt{1 - \frac{\text{tang.}^2 B}{\text{tang.}^2 A}}.$$

Le nœud C paroîtra donc avoir un mouvement de libration autour du point A , c'est-à-dire que tandis que le point B parcourra le premier quart de sa révolution & jusqu'à ce que

$\sin. AB$ soit égal à $\sqrt{1 - \frac{\text{tang.}^2 B}{\text{tang.}^2 A}}$, le nœud C s'éloi-

gnera du point A & aura un mouvement rétrograde; il deviendra direct & se rapprochera du point A , où il coïncidera lorsque B aura parcouru 180 degrés; ensuite B parcourant le 3.^e quart de sa révolution, il continuera d'être direct en s'éloignant du point A de l'autre côté, jusqu'à ce que

$$\sin. AB = \sqrt{1 - \frac{\text{tang.}^2 B}{\text{tang.}^2 A}}.$$

Enfin il reprendra le mouvement rétrograde pour se rapprocher du point A , où il se confondra, lorsque B ayant achevé sa révolution, s'y confondra lui-même.

L'époque où ce mouvement doit commencer est donc la conjonction des nœuds du Satellite troublé & du Satellite perturbateur au même point de l'orbite de Jupiter; ces nœuds se retrouvent encore en conjonction lorsque B a fait une demi-révolution.

En même temps, la seconde formule nous fait connoître

que l'angle C^* diminuera pendant la première demi-révolution du nœud B ; lorsque le point B sera parvenu en D , l'angle C sera plus petit que l'angle A & de la même quantité dont il le surpassoit au commencement du mouvement.

Supposant l'inclinaison la plus grande du second, $3^d 48'$, celle du troisième, $3^d 9'$.

L'inclinaison du second décroîtra depuis $3^d 48'$ jusqu'à $2^d 30'$, tandis que le point B parcourra les deux premiers quarts de sa révolution & croîtra ensuite pendant les deux autres quarts jusqu'à ce qu'elle soit revenue à $3^d 48'$.

Pour que toutes ces apparences aient lieu, il suffit que le nœud B fasse sa révolution sur l'orbite du Satellite perturbateur dans l'intervalle de trente ou trente-un ans, qui est la période des inégalités des demi-durées observées par M.^{rs} Maraldi & Wargentin, le mouvement annuel sera donc d'environ 12 degrés; quantité que je déduis très-facilement de la théorie, au moyen des masses calculées par la méthode expliquée dans l'Ouvrage que je publierai incessamment.

Nous venons de voir que la période de la variation de l'inclinaison, s'achève en même temps que celle de la révolution des nœuds, & que cette variation ne peut avoir d'autre cause que cette révolution; que les nœuds des Satellites sur l'orbite de Jupiter, n'ont qu'un mouvement d'oscillation autour d'un point fixe, & cela joint à ce que ces nœuds reviennent exactement à ce point, deux fois dans une révolution, satisfait très-bien aux observations qui, depuis plus d'un siècle, n'ont pas fait connoître de changement très-sensible dans les nœuds; d'abord toutes les observations, faites dans le temps de la plus grande & de la plus petite inclinaison ont dû donner ce même lieu du nœud; les autres paroissent donner ce lieu plus ou moins avancé: & leur mouvement, dans différens sens, devoit être attribué à l'erreur des observations, & à l'incertitude de l'inclinaison. D'ailleurs, on ne croyoit pas alors, que la théorie pût donner aux nœuds un mouvement direct: M. de la Lande est je crois le premier qui l'ait remarqué; on avoit donc placé

* C est supposé plus grand que A .

504 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
les nœuds des Satellites, au 15.^e degré du Verseau & du Lion;
parce qu'on les avoit observés souvent dans ce point-là.

M. Maraldi est le seul qui ait eu l'idée ingénieuse de concilier les observations, en donnant au nœud un mouvement de libration d'environ 10 degrés : il me fit l'honneur de me dire au mois de Mars dernier, qu'il trouvoit que l'on représentoit beaucoup mieux les observations, en admettant ce mouvement. Je fus fort satisfait de m'être rencontré avec lui, & je l'assurai que non-seulement la théorie m'avoit indiqué ce mouvement, mais que l'accord des observations m'en avoit aussi prouvé la réalité.



SUITE

SUITE DE L'HISTOIRE

DE

L'INOCULATION DE LA PETITE VÉROLE,

DEPUIS 1758 JUSQU'EN 1765.

Troisième Mémoire.

Par M. DE LA CONDAMINE.

JE reprens l'histoire de l'Inoculation où je l'ai laissée dans le second mémoire que j'eus l'honneur de lire en 1758, devant cette assemblée. Le temps prescrit à la lecture de celui-ci (a) suffiroit à peine, pour annoncer les titres de tous les écrits publiés en Europe depuis sept ans, pour & contre cette méthode : écrits dont le plus grand nombre est échappé à nos Journalistes. Je me bornerai donc à dire un mot des principaux, à rappeler les faits historiques les plus importants, & à répondre à deux objections nouvelles.

Peu de jours après la lecture de mon second mémoire, le bruit se répandit qu'un enfant inoculé à Paris depuis trois ans, par M. *Tronchin*, avoit une seconde petite vérole (b). Le rapport imprimé de quatre médecins (c), qui le visitèrent & constatèrent la nature de la maladie, celui de quatre docteurs consultés (d), sur une éruption à peu près de même espèce survenue à S. A. S. Mademoiselle, neuf ans après son

Lû les 17, 21
& 24 Nov.
1764, sauf
les additions
pour 1765.

(a) Ce mémoire, lû à la fin de 1764 dans les assemblées particulières de l'Académie, avoit été destiné pour l'assemblée publique du 14 Novembre précédent. Il fut remis à celle de l'année suivante, avec des augmentations. La lecture publique n'a pas eu lieu ; je lui en ai conservé la forme, il est ici censé lû en Nov. 1765.

Mém. 1765.

(b) *Mercur de France, Décembre, 1758, page 149.*

(c) *Mercur de France, Janvier, 1759, 1.^{er} volume, page 166. Journal des Savans, Février, 1759, page 319.*

(d) *Mercur de France, Février 1765, page 172. Journal de Médecine, Février 1765, p. 162. Gazette salulaire, 24 Janvier 1765.*

Sff

inoculation, l'histoire de la prétendue petite vérole du jeune Baron de Torck, publiée dans les journaux de Hollande (e), ont fait taire, dans le temps, ces bruits populaires; mais ne les empêcheront pas de se renouveler en pareille occasion, comme il est arrivé l'année dernière à Paris, au sujet d'un jeune homme inoculé à Lyon depuis deux ans (f). Qu'une garde-malade, qu'un chirurgien de village, qu'un frère apothicaire prennent pour petite vérole, une maladie dont les symptômes sont équivoques, rien n'est plus vraisemblable que cette méprise; mais par quel motif des médecins de profession (g), affectent-ils de confondre avec la petite vérole, proprement dite, une maladie légère, qui se termine en quatre jours, qui n'est jamais dangereuse, & dont la marche & le caractère distinctif, ont été décrits par des médecins de toutes les nations (h), un & deux siècles avant que la petite vérole artificielle fût connue dans nos climats? Je n'entreprends point de répondre à cette question.

J'eus en 1759 & 1760, à l'occasion du premier de ces évènements une longue contestation à soutenir, dont on peut voir les pièces dans les Mercuries de France de ces deux années. Je n'en fais ici mention, que parce qu'il est dit dans le rapport des six commissaires ant-inoculistes (i): *que-j'ai refusé d'accepter le défi qui m'avoit été proposé, de me faire inoculer, pour prouver démonstrativement que l'inoculation ne peut avoir d'effet, lorsqu'une fois on a eu la petite vérole bien complète.* Deux mille exemplaires du Mercure de France, font foi que j'acceptai la proposition (k). Il est vrai, que pour ôter tout prétexte de prolonger ou de renouveler la dispute, je mis pour condition que

(e) Bibliothèque des Sciences & Arts, La Haye, 1756, Juillet, Août, Septembre, page 221.

(f) Lettre à M. l'abbé Arnaud, Paris, 1765, par M. Mathon de la Cour.

(g) Rapport des six Commissaires, lu à la Faculté, &c. Paris, 1765, page 39, Note (Z***) N^o 11.

(h) Lettre de M. Hott, *Mercurio de France*, Janvier 1759, 1.^{er} volume, page 154. Traité de la Vérole (par M. Hatté D.^r de la Faculté) Paris, 1759, chez d'Houry.

(i) Rapport des six Commissaires, page 43, Note Z*** N^o 1.

(k) *Mercurio de France*, Sept. 1759, page 188 & suiv.

l'auteur du défi rétracteroit son assertion si l'opération proposée n'étoit suivie d'aucun effet, comme je rétracterois la mienne si j'avois une seconde petite vérole. On a trouvé cette condition juste : elle n'a point été acceptée. Je fais qu'il est difficile de réunir tous les suffrages; mais il l'étoit encore plus de prévoir que j'aurois tout-à-la fois des railleries à essuyer de la part du public pour avoir accepté un défi qu'on trouvoit aussi ridicule qu'indécent (1), & des reproches solennels de six docteurs de la Faculté, de m'être refusé à cette épreuve, qu'ils nomment *généreuse & patriotique*.

Je pourrois aussi demander à ces docteurs ce que cette expérience, faite sur moi, leur auroit prouvé *démonstrativement*, quand la même épreuve, faite par le docteur *Maty* *, dont ils m'invitent de suivre l'exemple, ne prouvoit rien selon eux, puisqu'elle ne les a pas fait changer d'avis?

* *Journal Britannique*, t. XV, pag. 424. Nov. & Déc. 1754.

Dans mon mémoire de 1758, j'avois répondu sommairement aux quatre questions de M. de *Haën*, célèbre professeur de Vienne en Autriche, auxquelles il prétendoit qu'on n'avoit jamais fait de réponse positive; mais M. *Tissot*, dans sa lettre imprimée à *Lausanne* en 1759, a satisfait si complètement aux questions de ce docteur qu'il sembloit n'avoir pas laissé de lieu à la réplique: aussi M. de *Haën* n'en fit-il point. Il se contenta de donner la même année un nouvel ouvrage; intitulé *Réfutation de l'Inoculation*, auquel le docteur *Taylor*, à *Londres*, & M. *Tissot* ont répondu (m). La seule chose qui m'ait paru prouvée dans cet écrit de M. de *Haën*, c'est que plusieurs médecins de nom se donnent pour témoins d'une seconde petite vérole dans un même sujet. En mon particulier, je n'ai jamais nié la possibilité physique de ce cas; je me suis borné, dans mon second mémoire, à prouver que

(1) D'autant plus que l'effet de l'inoculation sur moi, quel qu'il pût être, ne pouvoit éclaircir le point contesté, qui étoit de savoir si la maladie de trois jours de l'enfant étoit ou n'étoit pas la petite vérole,

Voyez *Mercur de France*, 1759, page 188.

(m) Voyez plusieurs Lettres de M. *Tissot* à M. de *Haën*, à M. *Zimmerman*, à M. *Hirzel*. *Lausanne*, 1761 & 1765.

le risque d'avoir une seconde fois cette maladie (n) n'est pas probablement d'un sur dix mille, que le risque d'en mourir est donc sept à huit fois moindre encore, & par conséquent d'un sur soixante-dix ou quatre-vingt mille, & qu'un tel risque doit être évidemment regardé comme nul, sur-tout à l'égard d'une opération qui, de l'aveu de ses apologistes, comporte le risque d'un sur trois cents.

Aussi depuis quarante-trois ans n'a-t-on allégué avec quelque vraisemblance, sur deux ou trois cents mille inoculations, qu'un exemple de rechute mortelle d'un sujet inoculé efficacement (o), & en remontant à la source de ce bruit, j'ai prouvé que la personne n'avoit pas eu la petite vérole artificielle. Enfin les douze mille francs, promis (p) à celui qui donneroit la preuve d'une récidive, même sans être mortelle après une inoculation efficace, sont encore chez le dépositaire, sans que personne ait pu les réclamer à juste titre, malgré les bruits faux & contradictoires qui ont couru (q).

Il a paru depuis 1758 un grand nombre d'autres écrits pour & contre la petite vérole artificielle, en Angleterre, en Hollande, en Danemarck, en Suède, en Allemagne & en Italie, sur lesquels le temps ne me permet pas de m'arrêter (r).

(n) Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, 1758, p. 481.

(o) *Ibid.* page 477; histoire de *Cocona Timoni*.

(p) Mercure de France, Janvier 1765, II vol. page 148. Année Littéraire, 1765, T. I, page 134.

(q) La Lettre de M. Gatti, médecin consultant du Roi, lecteur en l'Université de Pise, insérée dans la gazette littéraire de l'Europe, du 1.^{er} Sept. 1765, T. V, p. 377, suivie du certificat de Mad.^e la Duchesse de Boufflers, prouve que l'inoculation n'avoit produit dans cette dame, il y a deux ans & demi, ni fièvre, ni éruption, ni suppuration variolique; & pendant que cette lettre étoit publique, on faisoit courir le bruit que M. Gatti avoit

dénoncé lui-même la petite vérole dont cette dame a été attaquée récemment, comme une seconde petite vérole, & qu'en conséquence il avoit réclaté les douze mille francs par lui consignés chez M. Bataille, place de Vendôme, à Paris.

(r) La 4.^e de mes *Lettres sur l'état présent de l'inoculation en France* peut suppléer à cette omission, en attendant un catalogue raisonné de tous les ouvrages pour & contre l'inoculation, qui sont parvenus à ma connoissance. Les nouveaux & les plus célèbres en Allemagne sont ceux de M.^{rs} de Haën, Tiffot, Tralles & Strack; en Italie ceux de M.^{rs} Manetti, Pauli, Caluri; Lunadei, &c. j'aurai occasion d'en citer quelques autres.

Mais je ne puis passer sous silence le plus curieux de tous ; & ce seroit sans doute la dissertation épistolaire latine contre l'inoculation (*Brescia, 1759*), par M. *Roncalli*, ancien médecin de *Brescia*, si cette première production n'eût été suivie d'une seconde du même auteur & plus singulière encore. Elle a pour titre, *Action de grâces de l'Académie Royale des Sciences au noble Comte Roncalli Parolino, pour le présent qu'elle a reçu de lui de sa dissertation contre l'Inoculation. Brescia, 1760.*

L'action de grâces de l'Académie, consiste en une lettre de politesse du secrétaire de la Compagnie, chargé de remercier les auteurs de l'envoi de leurs ouvrages. Cette lettre, que M. *Roncalli* a fait imprimer suivant son usage (*s*), est suivie d'un supplément à sa première dissertation, dans lequel il traite de fable l'inoculation des jeunes princes de la maison d'Orléans, en 1756, par M. *Tronchin*. Il se flatte qu'il a porté les derniers coups à l'hydre imaginaire qu'il combat, & il défie de lui citer une seule insertion postérieure à son premier écrit. Il eût été mieux fondé à défier de lui dire jusqu'où les inoculations s'étoient multipliées depuis cette époque. Je m'arrête : la gravité de l'assemblée seroit interrompue si j'entrois dans un plus long détail à ce sujet (*t*), sur lequel plusieurs journalistes se sont égayés.

M. *Tralles*, célèbre médecin de *Prague*, dans un ouvrage

(*s*). M. le Comte RONCALLI nous apprend qu'il a dédié à M.st le Dauphin un recueil *in-folio*, relié en broderie, de lettres qu'il a reçues de ses correspondans, & il en promet deux autres volumes du même format. Ce recueil est intitulé : *Europa Medica* ; il le destinoit, dit-il, pour la bibliothèque des Enfans de France.

(*t*) Voyez Bibliothèque des Sciences & Arts, 1759, Avril, Mai & Juin, page 482. Journal Encyclopédique, 1759, Septembre, 1.^{re} partie, page 111 ; & 1761, Août, 1.^{re} partie, page 136. Journal Etranger, 1760, Janvier, pages 116 & 190 ; & Août, page 224.

Journal des Savans, Février 1760, page 342. Lettre de M. GANDINI sous le nom de DICEOPHILE. *Pise*, 1759. Oratio harveyana du docteur TAYLOR, 2.^{me} édition, Londres, 1760 ou 1761. Mémoire de M. le Comte de REDERN, Mémoires de l'Académie de Berlin, 1758, page 71. Lettres à M. BERNOULLI, *Mercur de France*, Mars 1760, page 151, & Lettres au docteur MATY sur l'état présent de l'inoculation en France, lettre 5.^e page 179. Année littéraire, 1760, tome V, page 340. Mémoires de Trévoux, 1761, Juillet, 2.^e vol. page 1878.

qu'il a publié en 1761 (u) sur la petite vérole naturelle, avoit conclu que l'inoculation étoit le plus sûr moyen de s'en préserver. La lettre que M. de Haën a écrite à M. Tralles, n'est point parvenue jusqu'à moi ; mais par la réplique de M. Tralles dans un nouvel ouvrage (x), je vois que M. de Haën fonde une partie de ses argumens sur des faits notoirement faux, que M. Tralles, mal informé de ce qui se passe en France & persuadé de la véracité de M. de Haën, que personne n'a révoquée en doute, reçoit pour vrais, sans faire attention que ce savant professeur peut avoir été abusé par de faux rapports.

On lut dans cette assemblée, au mois d'Avril 1760 ; des réflexions de M. Daniel Bernoulli sur les avantages de la petite vérole artificielle (y). Elles servoient de discours préliminaire à un mémoire très-profond sur la même matière, sous le titre modeste d'*Essai d'analyse de l'Inoculation*, qui a paru dans le recueil de l'Académie de 1760. Au mois de Novembre suivant, un géomètre du premier ordre lut dans cette même assemblée un *Mémoire sur l'application du calcul des probabilités à l'inoculation de la petite vérole*, qu'il a depuis fait imprimer (z). Dans ce mémoire, il combat quelques idées de M. Daniel Bernoulli. Il ne m'appartient point d'entrer dans cette discussion ; mais je ne dois pas laisser sans réponse une objection qui me regarde, *un argument qui n'avoit jamais été proposé d'une manière aussi frappante*, & dont les adversaires de l'inoculation pourroient tirer avantage.

On accuse ses défenseurs de n'avoir pas assez fait d'attention à la différente durée des deux risques que l'on court de mourir de la petite vérole naturelle ou de l'inoculée.

Qu'il me soit permis d'abord de faire remarquer que la plupart des apologistes de cette pratique n'ont comparé le risque de l'inoculé qu'au risque du malade actuel de la petite vérole

(u) *De methodo medendi variolis sæpe insufficiente magno pro inoculatione argumento.* Wratissl. 1761.

(x) *De insitione vel admittenda vel repudianda.* Wratisslaviæ, 1765.

(y) *Mercur de France, Avril 1760, page 173.*

(z) *Opuscules de M. d'ALEMBERT, tome II, XI. Mémoire, chez David, Paris, 1761, page 29.*

naturelle, sans tenir compte dans cette comparaison de la possibilité de n'être jamais atteint de cette maladie. Alors on pouvoit leur répondre : *Je me ferois inoculer sans hésiter si j'étois sûr d'avoir la petite vérole ; mais je ne l'aurai peut-être jamais.* Je suis, je crois, le premier qui, pour prévenir cette réplique, ai réduit tous les hommes qui n'ont pas encore eu la petite vérole à deux classes, qui n'en admettent point une troisième : savoir à celle des inoculés & à celle des expectans. Je ne compare donc point le danger de la petite vérole actuelle au risque de l'inoculation : on peut échapper à cette alternative & n'avoir jamais cette maladie ni naturellement, ni artificiellement. Je compare le risque d'attendre la petite vérole des mains de la nature, à celui de la prévenir par l'insertion : deux risques entre lesquels il faut nécessairement opter & dont l'un est inévitable ; & en mettant les choses sur le plus bas pied, j'ai conclu que le risque de l'inoculé étoit au moins vingt-cinq ou trente fois moindre que le risque de celui qui laisse agir la nature (a).

Mais voici la nouvelle objection : *Le risque de l'inoculation est prochain, puisque le sort de l'inoculé se décide ordinairement en quinze jours & même en moins, au lieu que le risque d'attendre la petite vérole se répand sur la vie.* D'où l'on conclut qu'il ne falloit pas, dans la comparaison des deux risques, négliger d'avoir égard à leur différente durée : voici ma réponse.

Nouvelle
OBJECTION.

J'ai bien senti que pour la justesse du parallèle, il falloit tenir compte de la différente durée des deux risques, dont l'un est présent & dont l'autre peut être éloigné : mais comme, de l'aveu de l'auteur de l'objection, cette différence ne peut

RÉPONSE.

(a). Voyez ma réponse à la quatrième question de M. de Hænn, à la fin de mon second Mémoire sur l'inoculation, éditions de Genève & d'Avignon, 1759. J'ai mis les choses sur le pied le plus bas, en supposant le risque de mourir par l'inoculation de un sur deux cents, une fois plus grande qu'il ne résulte des listes de l'Hôpital de LONDRES,

& le risque de mourir tôt ou tard de la petite vérole naturelle, pour celui qui l'attend, d'un sur huit, moindre par conséquent d'un huitième que le risque du malade actuel, que j'ai conclu d'un sur sept par un calcul modéré. Mémoires de l'Académie des Sciences, 1754, page 654.

s'évaluer exactement; que d'ailleurs le risque de l'inoculation cesse au bout de quinze jours, au lieu que celui de l'expectant reste le même & se renouvelle à chaque épidémie; qu'il va même en croissant, du moins jusqu'à un certain âge, & qu'il peut faire passer la vie dans des tranfes continuelles; j'ai cru l'inégalité de la durée des deux risques abondamment compensée par le poids de toutes ces considérations. Cependant me tenant en garde contre le soupçon d'avoir exagéré les avantages de l'insertion; après avoir d'abord estimé le risque de l'inoculé cinquante fois moindre que celui de l'expectant, puis trente fois seulement, je me suis borné ^a à conclure que le risque étoit dix fois moindre. J'ai de plus ajouté la restriction suivante : *Je ne saurois trop répéter qu'il importe peu qu'il y ait quelque petite erreur dans les nombres sur lesquels mes calculs sont fondés..... Quelque supposition que l'on fasse (en changeant les nombres dans les limites de la vraisemblance) les conclusions ne peuvent différer que du plus au moins, & il sera toujours évident, qu'il n'y a pas de proportion entre le risque auquel on s'expose dans l'expectative de la petite vérole naturelle, & celui que l'on court en la prévenant par l'inoculation.* J'ai souvent renouvelé dans mes écrits cette protestation (b). La différence de deux risques, dont l'un est très-prochain, & dont l'autre peut être très-éloigné, étant inappréciable, de l'aveu de l'auteur de l'objection, qu'ai-je pu faire de mieux, que de supposer l'un des deux risques beaucoup plus grand, & l'autre beaucoup plus petit qu'ils ne le sont en effet, & d'en tirer une conséquence d'autant plus évidente que la supposition est plus exagérée?

^a Voy. Mém. de l'Acad. 1754, page 665.

^b Voy. Mém. de l'Académie, page 663.

Dès 1754, j'avois voulu prévenir cette objection ^b, sans prévoir qu'elle seroit un jour exposée d'une manière si séduisante. L'objection n'auroit plus lieu si l'on prouvoit que

(b) Je me suis expliqué d'une façon équivalente dans les premières éditions de mon second mémoire, 1759, Genève, page 50. Avignon, page 51 : *Faites à ce calcul déjà réduit, telle autre déduction qu'il vous plaira, vous ne trouverez au-*

cune proportion, &c. Cet article de mon second mémoire, en 1758, a été transporté dans le 1.^{er} lorsque celui-ci fut réimprimé dans le recueil de l'Académie des sciences de 1754, qui n'a paru qu'en 1759, Voyez pages 654 & 655.

l'inoculation

l'inoculation prudemment administrée n'est jamais mortelle. Il est du moins très-vraisemblable qu'elle peut être perfectionnée au point de la rendre exempte de tout risque; & mon illustre adversaire paroît ne pas s'éloigner de ce sentiment. Il indique lui-même la réponse à son objection : c'est une victime qu'il a parée pour la sacrifier, puisqu'il termine son mémoire en protestant qu'il se regarderoit comme coupable envers la Société, s'il avoit eu pour but de dissuader d'une pratique qu'il croit utile.

Je suis obligé de passer légèrement sur les inoculations faites en France depuis sept à huit ans. Celles de *Paris* sont assez connues. On sait que les plus grands noms ont continué de parer la liste de nos inoculateurs. Celle de M. *Gatti* montoit à près de cent personnes en 1763 : elle approche aujourd'hui * de deux cents. Celles de M.^{rs} *Tenon*, *Geoffroi*, *Hosli*, * En 1765, *Tronchin*, *Petit* du Palais-royal, *Antoine Petit* l'académicien, *Coste*, *Bertrand*, *Querenet*, & autres que j'ignore, doubleroit au moins ce nombre. Mais toutes celles de *Paris* prises ensemble, n'égalent pas à beaucoup près celle du reste du royaume. C'est dans nos provinces méridionales que la petite vérole artificielle a fait les plus grands progrès. Si ceux qu'elle faisoit à *Lyon*, où l'on comptoit en 1763 près de cent cinquante inoculés, ont été suspendus par la fausse supposition de quelques accidens, de laquelle j'ai la preuve (c), par l'exagération des autres & par des calculs vicieux, mais bientôt réfutés (d); tandis qu'on disputoit à *Lyon*, on alloit de cette ville, de ses environs, & de *Paris* même, se faire inoculer à *Genève*. Cependant le nombre des inoculés de *Lyon* passe aujourd'hui deux cents : la liste de ceux de *Marseille* monte à cent trente-six, au rapport de M. *de Baux*, auteur du *Parallèle des deux petites véroles*. *Avignon*, 1761 : les listes des villes d'*Aix*, d'*Avignon*, d'*Arles* & de *Tarascon*, passoient cent quinze au printemps dernier & se sont accrues depuis. Du nombre des

(c) Par plusieurs lettres manuscrites des parens même des inoculés.

(d) Voyez *Nouveaux Eclaircissmens*, &c. par M. le Chevalier DE CHASTELLUX.

inoculés d'*Avignon* est la fille de M. le Marquis de *Cambis Velleron*, âgée de dix-sept ans, qui s'étant instruite en particulier par la lecture, des avantages de l'infection, a mis, de l'aveu de ses parens, sa vie & les charmes sous la sauvegarde de cet heureux préservatif. Dans la ville de *Nîmes* seule, on compte aujourd'hui plus de cent petites véroles artificielles. A *Montpellier*, M.^{lle} de *Montcalm*, fille d'un héros dont nous pleurons encore la perte, a donné l'exemple à la fleur de son âge; & M. *Vigaroux*, docteur en médecine, a fait inoculer les deux enfans. A *Toulouse*, deux fils d'un conseiller au parlement, ont subi cette épreuve. Ce n'est pas seulement dans le Lyonnais, le Languedoc & la Provence que la nouvelle méthode s'est étendue: on en a fait d'heureux essais dans les Cévennes, dans le Gévaudan, en Auvergne, en Anjou, en Lorraine, en Alsace, en Franche-Comté, en Normandie, & tout récemment en Picardie, à Saint-Quentin sur trois enfans avec un plein succès. Je ne parle que de ce qui m'est connu & dont j'ai la preuve entre les mains. Il est temps que ces faits ensevelis dans le silence soient connus du public.

Ce seroit ici le lieu de rappeler deux ou trois accidens de morts qu'on impute, avec quelque sorte d'apparence, à l'inoculation, sur plus de mille expériences, faites en France depuis dix ans; mais cette discussion me mèneroit trop loin. J'ai fait ailleurs mention du premier de ces accidens arrivé à *Paris* en 1755: l'inoculateur ne fut pas averti d'une circonstance, qui rendoit l'épreuve dangereuse & qui la fit juger telle (e) avant l'événement. La mort d'un enfant de quatre ans inoculé près de *Besançon*, a fait beaucoup de bruit à *Paris* l'hiver dernier. Le fait a été discuté contradictoirement dans quatre brochures (f).

(e) Voyez les Mémoires de l'Académie des sciences, 1758, page 454. Seconde Lettre de M. DE LA CONDAMINE à M. *** , conseiller au parlement de Dijon, *Mercur de France*, Octobre 1759, page 145.

(f) Lettres concernant l'inoculation; à *Besançon*, chez *Charnet*.

1765, in-8.^o Réponse, &c. sur l'inoculation; à *Besançon*, chez *Daclin*, in-8.^o Pièces justificatives des Lettres concernant l'inoculation; à *Lons-le-Saunier*, chez *Delhorme*, 1765, in-8.^o Réponse à la seconde Brochure de M. de *** , &c. à *Besançon*, chez *Daclin*. Année littéraire, 1765, tome V^e, page 224.

L'enfant est mort, de l'aveu des deux parties adverses, d'une fièvre milliaire scarlatine suivie d'engorgement aux glandes parotides. Cette fièvre milliaire pouvoit-elle être prévue? Étoit-elle épidémique? A-t-elle été occasionnée par le procédé extraordinaire qu'a suivi l'inoculateur? Autant de questions qu'il ne m'appartient pas de décider; mais de façon ou d'autre on ne peut s'en prendre à la méthode. J'aurois peine à trouver en France un troisième exemple de mort, qu'on puisse avec quelque apparence, mettre sur le compte de la petite vérole artificielle: car il ne s'agit point ici de morts causées par des accidens postérieurs & visiblement étrangers à l'effet de l'opération; ni de sujets inoculés infructueusement, & ensuite attaqués d'une petite vérole naturelle: ce qui ne peut surprendre que des gens peu instruits. Les docteurs *Jurin* & *Nettleton* ont écrit il y a plus de quarante ans (g) & *Pylarini* dès l'année 1715, que l'insertion qui ne produit point son effet, ne met pas à l'abri de la petite vérole. En remontant à la source des événemens funestes imputés à l'inoculation, j'ose dire qu'on n'en trouvera guère qui n'appartiennent évidemment à l'une de ces deux classes.

Il en est pourtant une troisième sur laquelle je n'ai pas assez insisté. Non-seulement il est probable, mais il est démontré par les loix de la probabilité, que sur un certain nombre d'inoculés, sur-tout dans un temps d'épidémie, quelques-uns doivent avoir déjà contracté l'infection du virus par la contagion naturelle avant de subir l'opération. On n'en peut douter quand les symptômes de la petite vérole se manifestent le jour même de l'application du virus, ou les premiers jours qui le suivent; mais parmi les petites véroles qui ne se déclarent que le septième jour de l'opération, & qu'on prend pour inoculées, il doit y en avoir, & certainement il y en a de naturelles, qui peuvent être confluentes, dangereuses, même mortelles, & qu'on impute injustement à l'insertion. On a vu plus d'une fois la petite vérole

(g) Recueil de pièces, 1756, pages 39, 85, 121. Tous ceux, disoit le Docteur NETTLETON, dès 1723, qui ont écrit sur l'inoculation, nous ont appris qu'elle

manque quelquefois, & que dans ces cas-là, on n'est pas plus à couvert de la petite vérole que si l'on n'avoit rien fait.

spontanée attaquer ceux qu'on préparoit pour l'artificielle : j'aurai lieu d'en citer un exemple frappant qui met cette vérité dans tout son jour. En faut-il davantage pour expliquer très-naturellement comment il est arrivé quelquefois que des inoculés ont eu la petite vérole confluyente ? pourquoi quelques-uns en ont été marqués ? pourquoi la petite vérole inoculée semble participer de la nature de l'épidémie courante, & avoir moins de succès quand celle-ci est fort meurtrière ? enfin pourquoi il est mort quelques inoculés sans qu'il parût y avoir une cause étrangère ?

Quant aux accidens légers dont l'insertion est quelquefois suivie, & qui sont beaucoup plus fréquens & plus dangereux après la petite vérole naturelle, il faut avouer que les anti-inoculistes sont bien injustes. Toujours prêts à regarder, sans aucune preuve, comme des effets de l'inoculation, les maladies qui surviennent aux inoculés, même un temps considérable après leur cure, ils se gardent bien de lui attribuer le changement de tempérament & l'affermissement de la santé de plusieurs personnes jusque-là fort délicates, & même infirmes ; quoiqu'ils ne puissent nier que la petite vérole naturelle, quand elle est heureuse, ne produise assez souvent cette amélioration : nous en avons des exemples sous les yeux dans plusieurs inoculés de l'un & de l'autre sexe.

Et plut à Dieu que nos adversaires ne fussent qu'injustes ! mais on feroit un volume des bruits faux, calomnieux, absurdes même, & souvent indestructibles, répandus avec art, pour arrêter le progrès d'une méthode qui pourroit conserver tous les ans trente mille sujets à l'État (*h*). Nous avons vu imprimer dans une gazette de médecine, qu'un médecin de *Clermont* en Auvergne venoit de mourir de douleur d'avoir perdu son fils unique (*i*) par l'inoculation. Cet enfant étoit mort depuis dix-sept ans de la petite vérole naturelle, & jamais on n'avoit inoculé à *Clermont*. Le désaveu de l'auteur même de cette gazette, d'abord séduit par le rapport d'un

(*h*) Réfl. de M. D. BERNOULLI sur l'inoc. *Merc. de Fr. Juin 1760.*

(*i*) Gazette d'Épidaure, 1.^{re} feuille, 1764. Le fait fut démenti

dans les feuilles suivantes. Voyez aussi la 3.^e lettre au d.^r MATY, sur l'état présent de l'inoc. en France, page 95.

docteur de la Faculté, n'a pas suffi pour effacer à *Milan* l'impression de la première nouvelle, & six ans se sont écoulés avant que l'inoculation reparût en cette ville. Le faux bruit de la proscription totale de cette pratique en France, empêche son établissement à *Naples*, sollicité par le célèbre docteur *Serrao*. Dans un hôpital de *Florence*, on inocule douze enfans par autorité du Gouvernement, & le bruit se répand qu'il en est mort dix-huit (*k*). Il est vrai que ce bruit ne s'est pas confirmé. Une gazette hollandoise publie que l'inoculation est abandonnée à *Paris* par le grand nombre de morts subites qu'elle y a causées, & cette supposition impossible & contradictoire de mort subite, puisque l'inoculation ne produit aucun symptôme avant le septième jour, passé dans la plupart des gazettes de l'Europe, & est accueillie, crue, citée sans examen par un célèbre professeur de *Vienne*. Devenue respectable par ce suffrage, elle acquiert une sorte d'autenticité; & la confiance qu'avoit eue jusqu'alors le docteur *Tralles* en l'inoculation en est fort ébranlée *. Un anonyme a l'impudence d'imprimer à *Paris* même, & sans le moindre prétexte, que M.^{gr} le duc de *Chartres* a eu la petite vérole naturelle depuis son inoculation: j'ai déjà démenti (*l*), pour obéir aux ordres de S. A. S. cette imposture, qui n'avoit besoin d'être réfutée que pour les p^{is} étrangers. J'ai accepté publiquement, peut-être à tort, je l'ai déjà dit, le défi qu'on m'avoit fait de me faire inoculer: de quel front six docteurs osent-ils nier, dans un écrit public, un fait dont j'ai autant de témoins à *Paris* qu'il y a de gens qui savent lire?

Après de tels exemples, il faut avouer qu'on doit lire avec précaution les assertions des anti-inoculistes & se défier des bruits les plus accrédités.

L'événement le plus mémorable dans l'histoire de l'inoculation, est sans doute l'arrêt du parlement de *Paris* du 8 Juin 1763, par lequel il est fait défenses provisoirement de la pratiquer dans l'enceinte des villes & des faubourgs. On avoit

(*k*) *Memoria intorno al vajuolo del dott. BACCARINI*, Faënza, 1765, pag. 20.

(*l*) Lettres au d.^r MATI sur l'état de l'inoculation en France, page 123.

* *De infectione variolarum, &c.*
TRALLES. Vriatflow, 1765.

répandu le bruit que cette pratique entretenoit l'épidémie. Si le danger eût été réel, le mal pouvoit faire des progrès pendant le temps nécessaire pour prendre les informations juridiques : il n'y avoit pas un moment à perdre. L'arrêt provisoire a calmé les fausses alarmes, sans ôter la liberté naturelle aux particuliers. J'ai traité ce point assez au long dans la première de mes *Lettres sur l'état présent de l'inoculation en France* * ; adressées au docteur *Maty*. On a reconnu depuis le peu de fondement de ces bruits. Le fils & l'épouse du magistrat qui préside à la police, & à la réquisition duquel étoit intervenu l'arrêt, viennent déprouver le succès de cette méthode (m). La cinquième des lettres que je viens de citer, contient le détail de ce qui s'est passé depuis l'arrêt, dans les assemblées de la Faculté de médecine ; mais ce n'est que depuis l'impression de ces lettres qu'a paru le rapport des six docteurs opposans à la petite vérole artificielle (n) : rapport qu'il faut bien se garder de confondre avec l'avis de la Faculté. Ce corps respectable laisse un libre cours aux opinions particulières & n'a point encore donné son avis, quoiqu'il l'ait laissé entrevoir (o). M. *Antoine Petit*, de cette Académie, chargé de rédiger le rapport des six autres commissaires, en a fait lecture à l'assemblée de la Faculté du 5 Septembre 1764. Les notes qu'il y doit joindre, en ont jusqu'ici retardé la publication (p). Ce n'est pas à moi de prévenir cette réponse, que toute l'Europe attend avec impatience. Je me renferme ici dans les fonctions d'historien, & c'est pour les remplir que je dois dire que les journaux, les écrits périodiques & plusieurs feuilles volantes sont remplis de réclamations (q) sur un grand nombre de faits avancés dans le

(m) Madame de Sartine & M. son fils, inoculés par M. *Hofly* en 1765.

(n) Rapport sur le fait de l'inoculation ; in-4.° Paris, 1765.

(o) Dans la délibération de la Faculté du 5 Septembre 1764, après la lecture des deux rapports pour & contre, cinquante-deux voix

contre vingt-six opinèrent en faveur de l'inoculation ; mais il faut trois assemblées de la Faculté pour confirmer un décret. Voyez *Lettres au docteur MATY*, sur l'état présent de l'inoculation, &c. page 160.

(p) Cet ouvrage a paru en 1766, & est digne de son auteur.

(q) Gazette littéraire de l'Eur-

* Paris, 1764.
p. 14 & suiv.

rapport des anti-inoculateurs; faits niés, défavoués, contredits formellement, par les témoignages les plus respectables, & en particulier par plusieurs médecins, qui se plaignent de l'abus qu'on a fait de leurs réponses aux questions qui leur ont été proposées de la part de la Faculté de *Paris*; en altérant, tronquant & défigurant leurs expressions, & en leur donnant un autre sens. Outre ces témoignages, rendus publics par la voie de l'impression, j'en ai vu grand nombre d'autres manuscrits de médecins françois & étrangers, entr'autres des docteurs *Pringle* & *Maty*. Le premier m'a envoyé sa réponse à la lettre qu'il a reçue d'un de nos docteurs, & m'a permis de l'opposer au commentaire infidèle qu'on a fait de son texte dans le rapport des six commissaires (r). Outre le fait qui me regarde & contre lequel je me suis inscrit en faux (s), j'ai relevé, dans le même rapport, les inconséquences & les vices d'un raisonnement qui ne mérite pas ce nom, & qu'il n'est pas possible de justifier (t). J'avois sommé, dans ma lettre au docteur *Maty* *, M.^{rs} les commissaires de publier * Page 170. les réponses qu'ils recevoient des différentes Universités: elles n'ont pas même été communiquées aux autres docteurs; & malgré la délibération prise à ce sujet, la Faculté de médecine de *Montpellier*, ni aucune autre du royaume, ni des Universités étrangères n'ont été consultées, non plus que le collège des

rope, 1765, tome V, n.^o 2, pages 24 & 27; n.^o 3, page 45; n.^o 6, page 140; n.^o 8, page 187. Année littéraire, 1765, tome II, page 109; tome III, pages 53 & 135. Journal de Médecine, 1765, Janvier, page 72; Avril, pages 292 & 315; Mai, page 461; Juillet, page 39. Mémoire de M. ROUX, docteur-régent, présenté à la Faculté, 1765. Journal Encyclopédique, 1765, Août, pages 60 & 70. Gazette salutaire de Bouillon, 1765, Avril, pages 18 & 25; Mai, page 2; Juin, pages 20, 28, &c. Lettre à M. l'abbé AUNAUD. Paris, 1765.

(r) Rapport sur le fait de l'inoculation. *Paris*, 1765, page 69, note (O o *) n.^o 1.

(s) Gazette littéraire d'Europe, 1765, page 45. Gazette salutaire de Bouillon, 1765. Supplément du 18 Avril.

(t) Journal Encyclopédique, 1765, 15 Août, page 70. Année littéraire, tome III, page 53. Gazette littéraire d'Europe, 1764, tome V, page 257. Une des conséquences de ce sophisme, est que *Plus l'inoculation sauveroit de vies, plus elle seroit dangereuse*.

médecins de *Londres*. On n'a écrit que des lettres particulières; & toutes les réponses dont on n'a rien pu tirer de défavorable à l'inoculation, ont été supprimées. Ce n'est que dans un petit ouvrage italien (u), récemment imprimé à *Faënza*, qu'on peut voir celle du docteur *Manetti* de *Florence* à *M. Geoffroi*, laquelle est de tout point favorable à l'insertion.

ANGLETERRE.

Passons à l'état de l'inoculation dans les différentes parties de l'Europe. On sait sur quel pied elle est aujourd'hui en Angleterre. Dès 1758, elle n'y avoit plus de contradicteurs. Elle s'est depuis étendue & s'étend de jour en jour dans les trois royaumes des États Britanniques & dans leurs colonies; on inocule des régimens entiers. Je vois par une lettre de *Derhan* qui m'est tombée entre les mains, qu'en 1762 dans un temps d'épidémie très-maligne qui le rendoit d'autant moins favorable à la pratique de l'insertion, quatre-vingt-seize soldats furent attaqués de la petite vérole, qu'on en inocula cent vingt-sept qui n'étoient pas encore atteints du mal, du moins visiblement, & qu'on n'en perdit qu'un; tandis qu'il en mourut vingt-quatre des quatre-vingt-seize qui l'avoient été naturellement; c'est-à-dire un de quatre, précisément dans la même proportion à l'égard de ceux-ci, que dans l'hôpital de la petite vérole de *Londres* depuis dix-sept ans.

Il y a quelques années que le fils d'un fermier assez pauvre, des environs de *Londres*, nommé *Sutton*, vint se faire inoculer à l'hôpital de la petite vérole de cette ville. De retour à la maison paternelle, il inocula lui-même son père, âgé de quarante-cinq à cinquante ans. Celui-ci se ressouvenant que dans sa jeunesse il avoit fait son apprentissage en chirurgie, entreprit de se faire inoculateur. Il loua deux maisons où il reçoit, loge, nourrit, prépare, inocule & traite pendant six semaines pour la somme de cinq guinées, ceux qui se présentent pour subir l'opération. Je n'ose rapporter le nombre des cures qu'on prétend qu'il a faites sans aucun accident. Il est aujourd'hui fort à son aise & il a des envieux. J'ai recueilli

(u) *Memoria intorno agli ultimi effetti del vajuolo innestato, in Toscana del dottore VINCENZO BACCARINI. Faënza, 1765.*

ce fait en 1763, de la bouche de plusieurs médecins du collège de *Londres*, assemblés chez le docteur *Pringle*, & j'en pris sur le champ une note. C'est probablement du même homme, quoiqu'il ne soit pas nommé, qu'il est dit dans la gazette de France du 20 Septembre dernier ^a, que depuis ^a 1765, cinq ans il n'a perdu qu'un inoculé sur quatre mille, & que son père & son frère ont fait la même opération sur trente-six mille personnes avec le même succès. Je ne doute pas qu'il n'y ait dans ce récit de l'exagération; mais quand ces trois inoculateurs auroient perdu cent personnes, même deux cents sur quarante mille inoculés, dont quatre mille & plus eussent été tôt ou tard victimes de la petite vérole naturelle, n'auroient-ils pas encore mérité quatre mille couronnes civiques (x)? Et c'est leur fortune que l'on envie! Un particulier de *Charles-Town*, capitale de la Caroline méridionale, après s'être enrichi par le débit de certaines pilules mercurielles, réputées spécifiques pour préparer à l'inoculation, & dont l'effet, dit-on, n'a jamais manqué, on ajoute qu'il fait présent de son secret au public. Je tire ce fait, dont je ne suis pas garant, d'une lettre de *Berlin* du 15 Octobre dernier ^b, de M. *Formey* qui a reçu ^b 1765, une boîte de ces pilules (y). Le docteur *Monro*, fameux Professeur de l'Université d'*Édimbourg*, vient de donner avec beaucoup d'impartialité, l'histoire de l'inoculation en Écosse, où cette opération a lutté pendant vingt ans contre le préjugé, depuis l'accident d'un inoculé mort d'une hydrocéphale, dont le célèbre *Mainland*, introducteur de l'insertion en Angleterre, n'avoit pas été averti. Le nouvel ouvrage du docteur *Monro*, est une réponse aux questions qui lui ont été faites de la part de la Faculté de *Paris*. Le résultat de ses recherches est que la petite vérole naturelle qui, suivant les listes mortuaires de *Londres*, depuis plus d'un siècle détruit la quatorzième partie du genre humain, lève en Écosse un tribut annuel d'un dixième sur l'humanité.

(x) Voyez un plus grand détail sur ces faits dans la gazette de France du 15 Janvier 1768, qui paroît tandis que cette feuille est sous presse.

(y) On m'a écrit de *Londres*, qu'une société de médecins prépare une réponse au mémoire des six commissaires anti-inoculistes

Mém. 1765.

: V u u

HOLLANDE. La petite vérole artificielle, recommandée en Hollande par les écrits de M. *Chais*, pasteur de l'église françoise de *la Haye*, par ceux de M. *Schwenke*, célèbre professeur d'anatomie, disciple de *Boërhaave*, & par l'ouvrage d'une société de médecins & de chirurgiens de *Rotterdam* en 1757, se soutient, sur-tout parmi la noblesse & les gens riches: on sent assez les obstacles qui s'opposent à sa propagation parmi le peuple. M. *Bernard*, docteur en médecine à *Amsterdam*, avoit inoculé plus de

* 1765. cinquante personnes au printemps dernier *. Il en étoit venu un si grand nombre à la *Haye* pour se faire inoculer eux ou leurs enfans, que le magistrat craignant que la contagion ne s'y glissât, a fait défense d'admettre les étrangers à cette opération dans la ville. Un médecin de la *Nouvelle York*, en Amérique (z), soutint à *Leyde* l'année dernière une thèse en faveur de cette méthode: on y voit une table de huit mille trois cents vingt-sept inoculés en Pensilvanie, & en d'autres provinces voisines dont il n'est mort que dix-neuf, c'est-à-dire un sur quatre cents soixante-sept.

DANEMARCK. Le roi de Danemarck a donné l'exemple le plus propre à persuader ses sujets des avantages de l'inoculation, en permettant que le prince royal son fils (a) se soumit à cette opération, conformément aux desirs de ce jeune prince alors âgé de onze ans & demi. Il fut inoculé le 10 Juin 1760, & (b) eut la petite vérole la plus douce & la plus bénigne.

Un mémoire du 19 Octobre 1764, dressé par M. *Berger*, premier médecin de Sa Majesté Danoise, & dont je suis redevable aux soins de M. le comte de *Bernstorff*, ministre & secrétaire d'État en Danemarck, m'apprend le succès de plusieurs inoculations alors récentes, pratiquées à *Copenhague* sur des sujets illustres (c). L'auteur du mémoire avoit déjà fait inoculer ses trois enfans, & M. *Fabricius*, médecin de l'hôpital royal de *Copenhague*, ses deux fils. C'est par ce

(z) *Jean Van Brugh Tenent*, de insitione variolarum.

(a) Ce Prince est monté sur le trône par la mort du roi son père, le 13 Janvier 1766.

(b) Voyez *Mercur de France*, Août 1760, page 140.

(c) Entr'autres, quatre neveux de M. le Comte de *Reventlau* & plusieurs parens de M. le Comte de *Bernstorff*.

docteur que l'inoculation a été introduite dans le duché de *Holstein*. L'expérience que j'ai proposée depuis plusieurs années vient d'être faite à *Copenhague*. Une jeune dame fut attaquée d'une fièvre avec éruption; son médecin douta si c'étoit la petite vérole, ou la vérolette, cette maladie à laquelle on donne tant de noms différens (*d*). Un autre docteur consulté, fit inoculer un enfant avec un fil imbu de la matière des boutons de la jeune dame. Sept jours après l'enfant eut une légère éruption aux bras & aux mains, qui ne dura que deux ou trois jours: il fut purgé, mis au régime pendant quelque temps; puis inoculé de nouveau avec de la matière d'une petite vérole non équivoque: il prit cette maladie qu'il eut très-bénigne, & jouit depuis d'une parfaite santé. Cette expérience mérite d'être répétée. Les inoculations faites dans la seule ville de *Copenhague*, montoient l'année dernière à près de deux cents. Le docteur *Robolt-Frys*, de l'académie des sciences de Danemarck devoit publier incessamment une nouvelle théorie de l'inoculation & la relation de ses progrès dans ce royaume. Il paroît à *Altena* un premier volume de *Lettres sur l'inoculation, dédiées au Parlement de Paris*, par le docteur *Hensler*.

La petite vérole a été moins maligne & moins fréquente depuis quelques années à *Copenhague*, & les opérations y ont été moins nombreuses depuis un an, mais toutes ont réussi. On inocule à *Bergen*, on continue à *Dronheim*; la méthode fait des progrès continuels en Norvège.

Quant à la Suède, je n'ai pu jusqu'à présent me procurer l'ouvrage de M. *Schultz* sur l'histoire de l'inoculation dans ce même royaume (*e*): M. le sénateur comte de *Scheffer* m'a mis en état d'y suppléer; ainsi que M. *Baër*, aumônier du roi de Suède, par un mémoire très-intéressant dressé par M. *Schultz* même, que M. *Baër* m'a remis de la part de l'académie de *Stockolm*, & qu'il a pris la peine de traduire du Suédois. Je ne puis en donner, en ce moment, qu'un

SUÈDE.

(*d*) Traité de la Vérolette déjà cité, page 506. Note (*h*).

(*e*) *Fata variolarum in Suecia*.

extrait succinct : je conserverai , autant qu'il me sera possible ; les expressions mêmes de l'auteur.

* 1765. « Je n'ai inoculé jusqu'ici * (c'est M. *Schultz* qui parle) que
 » cent quarante & une personnes , mais toutes sont vivantes &
 » jouissent d'une parfaite santé : j'en ai vu inoculer plus de quinze
 » cents , dont je puis assurer que pas une seule n'est morte ni
 » n'a contracté d'infirmité.

» M. *Haft*, médecin principal de la Bothnie orientale , en a
 » inoculé trois cents dix-huit , dans le seul été de 1763 : la
 » plupart étoient des enfans de péïsans Finnois. Il s'est rendu
 » chez eux , leur a fourni des médicamens , & s'est contenté
 » d'un honoraire qui prouve bien son désintéressement. Le nombre
 » des inoculations faites en Suède , montoit à onze ou douze
 » cents au mois d'Octobre 1764 , & l'on n'a pas connoissance
 » que personne en soit mort. A la dernière Diète des États ,
 » le corps des médecins a produit une liste nombreuse de ceux
 » qui avoient subi cette opération. Il n'y a , depuis les premières
 » expériences faites en Suède en 1754 , nul exemple de seconde
 » petite vérole parmi les inoculés.

» Peu s'en est fallu que l'inoculation n'ait perdu tout son
 » crédit à *Upsal* , par l'imprudence que l'on commit en laissant
 » deux enfans qu'on préparoit , communiquer avec d'autres qui
 » avoient la petite vérole naturelle. L'éruption parut en eux dès
 » le troisième jour , preuve évidente qu'ils avoient reçu le venin
 » variolique , par la simple contagion , avant que d'être inoculés :
 » aussi leur petite vérole fut-elle confluyente , & ils en moururent ».

Depuis ce temps , on a pris l'habitude en Suède d'isoler pendant quinze jours ceux qui vont être inoculés ; & malgré cette précaution , M. *Schultz* cite un exemple d'un enfant qu'on préparoit & dans lequel la petite vérole naturelle se déclara le quatorzième jour , à la veille de l'opération. Si elle eût été faite quelques jours plus tôt & que l'enfant fût mort , on n'auroit pas même soupçonné qu'il mouroit de la petite vérole naturelle , & la mort eût été mise aussi sûrement qu'injustement sur le compte de l'inoculation , comme il est si souvent arrivé.

« Aucun médecin ni aucun ecclésiastique , en Suède , ne

s'est déclaré contre cette pratique. » Quant à ces derniers, nous pouvons dire la même chose en France. Aucun de nos docteurs en théologie n'a écrit pour la combattre; l'auteur de l'*Inoculation déferée, &c.* est un laïc : neuf docteurs de *Sorbonne* approuvèrent (f) dès 1723 la proposition de faire l'expérience en France. La plupart des ecclésiastiques qui blâment cette méthode en conversation, n'en parlent que par oui-dire. Je pourrais en dire autant de plusieurs médecins qui s'y opposent, sans l'avoir jamais vu ni voulu voir pratiquer; ils semblent craindre d'être forcés à changer de sentiment.

« Depuis 1754, que l'inoculation est accréditée à *Stockolm*, on ne s'est pas aperçu de la moindre épidémie dans cette ville; il n'y a eu que quelques malades épars en divers quartiers, comme il arrive toujours dans une grande ville. »

Le reste du mémoire de M. *Schultz* est rempli d'observations aussi curieuses qu'utiles, & dont plusieurs sont entièrement neuves; je les réserve pour nos assemblées particulières.

Toutes ces nouvelles m'ont été confirmées par une lettre récente de M. le comte de *Scheffer*. Il n'y a point de pëis, après l'Angleterre, où l'insertion ait fait plus de progrès qu'en Suède : cette méthode n'y éprouve plus de contradiction. M. le docteur *Roze de Rozenstein* a eu beaucoup de part à ses progrès par son exemple sur ses enfans, ses écrits & ses conseils. Les enfans du peuple, en Suède, aujourd'hui sont inoculés en bien des endroits aux dépens du public : les seigneurs particuliers font inoculer à leurs frais ceux de leurs vassaux.

Je puis à peine indiquer une partie des expériences de la petite vérole artificielle, faites en différentes parties de l'Allemagne. Elle avoit pris faveur à *Berlin* même, où l'on s'est délabusé de croire que la petite vérole naturelle y est peu dangereuse. L'insertion a été administrée heureusement dans l'hôpital de la *Charité* : elle s'étendoit parmi la noblesse & la bourgeoisie aisée : plusieurs négocians l'avoient employée heureusement dans leur famille : M. *Meckel*, savant médecin &

(f) Lettre de M. de la Coste à M. *Dodart*, 1723. Voyez le *Recueil de pièces, &c.* page 152.

anatomiste de l'académie de Prusse, en avoit donné l'exemple sur les enfans. Ses succès ont été interrompus par un accident funeste : trois fils de M. le président de *Horst* ont été inoculés dans un temps d'épidémie : dans deux des trois, la petite vérole s'est manifestée deux jours après l'opération, ce qui ne permet pas de douter qu'ils ne l'eussent déjà contractée naturellement, & l'un & l'autre en sont morts : le troisième, en qui les symptômes n'ont paru que le huitième jour, eut une petite vérole très-bénigne^a. Ce double évènement, qui eût accrédité la méthode si l'opération eût été différée de trois jours, n'a servi qu'à la décrier. L'insertion s'est pratiquée à *Magdebourg* ; elle est très-commune en Westphalie & en Basse Saxe^b. Je ne parle point de *Hanover*, où elle est presque aussi ancienne qu'en Angleterre. M. *Soulizer*, médecin du duc régnant de *Saxe-Gotha*, m'écrivoit le 10 Sept. 1759, qu'il avoit fait depuis un an vingt-sept inoculations, à commencer par ses enfans ; que du nombre des vingt-sept, étoit le fils cadet de S. A. S. âgé de douze ans ; qu'un officier, âgé de vingt-huit ans, après une petite vérole inoculée très-bénigne, dont la matière avoit été prise du jeune prince, s'étoit fait inoculer une seconde fois, après sa convalescence, avec la matière d'une petite vérole naturelle ; mais que les plaies séchèrent sous le fil varioleux. Une lettre du 19 Juillet 1764, de M. le Baron *Van-Swieten*, premier médecin & bibliothécaire de leurs majestés impériales, m'apprend que l'inoculation n'a pas encore pris racine en Autriche, & que ses progrès seront naturellement retardés en *Bohème* par un accident arrivé à un médecin qui avoit fort bien réussi à *Dresde* : c'est le docteur *Timiani* ; & je juge qu'il s'est justifié de cet accident, puisqu'il est devenu premier médecin de la cour de Saxe, après avoir inoculé trois princes de la maison électorale. Je ne puis passer sous silence un trait que j'ai tiré de la même lettre de M. *Van-Swieten*, & qui caractérise autant l'intrépidité que l'humanité de l'Impératrice-reine. Cette princesse, qui n'a jamais eu la petite vérole (*g*), voyant ses gardes écarter de son carrosse

^a *Lettres particulières de Berlin.*

^b On y compte déjà (1765) plus de six cents inoculés.

(*g*) Elle l'a eue depuis, & s'en est heureusement tirée pour le bonheur de l'Europe.

une pauvre femme dont l'enfant en étoit tout couvert, ordonne qu'on la laisse approcher, prend l'enfant dans ses bras, lui donne un baiser & le rend à sa mère avec une aumône digne de la main d'où elle sortoit.

Le nombre des inoculateurs à Genève montoit à plus de quatre cents dès l'année dernière *; l'usage en devint commun dans les villes de Suisse (h), où il a passé de *Lauzanne*. Tout le monde connoît le zèle de M. *Tissot* pour cette méthode, ainsi que ses ouvrages répandus & accueillis dans toute l'Europe.

L'insertion aussi heureusement pratiquée en Italie qu'en France, a causé de part & d'autre à peu près les mêmes débats : cependant les écrits en faveur de cette méthode sont beaucoup plus nombreux que ceux qui l'ont combattue. M. *Gandini*, à Gènes; M. *Pauli*, professeur en médecine à Lucques, & M. *Manetti*, à Florence, M. *Lunadei* à Urbin, se sont distingués parmi ses protecteurs. J'ai des réponses récentes qui détruisent les faux bruits qu'on avoit répandus en France sur divers essais d'inoculation, faits dans plusieurs villes du nord de l'Italie. On a inoculé avec succès à Gènes, à Venise, à Padoue, à Vérone, à Brescia, à Mantoue, à Bologne, à Milan, à Plaisance, à Parme, & plut à Dieu qu'on y eût inoculé plus tôt ! à Pise, à Lucques, à Florence, à Sienne, à Rome même. Il n'y a guère parmi les grandes villes d'Italie que Naples où l'on n'ait pas encore tenté, par la raison que j'ai dite plus haut, l'inoculation moderne. Je dis moderne; car j'apprends qu'on y trouve parmi le peuple, des vestiges de l'inoculation du pays de Galles par friction, comme on en a trouvé en Danemarck, dans le comté de *Mœurs* en Westphalie, dans quelques provinces de France, en Barbarie, aux Indes & tout récemment en Suède : toujours avec quelque pratique superstitieuse, accompagnée d'une pièce de menue monnaie donnée en échange; & dans tous ces lieux, cet usage ancien & bizarre, qui vraisemblablement a passé d'Orient en Europe dans le temps des croisades, se nomme, acheter la petite vérole.

Je crois avoir répondu dans mes divers écrits à toutes les

(h) Mémoires de la Société physique de Zurich, tome III.

objections contre l'inoculation ; mais il en est une qui m'est nouvelle, & qui seroit la plus forte de toutes si elle étoit fondée. L'inoculation est inutile, dit-on, puisque la petite vérole n'est plus dangereuse, & que la méthode de la traiter s'est perfectionnée, sur-tout à *Vienne* en Autriche, au point qu'entre les mains d'un médecin habile, la vie du malade est en sûreté. Faut-il d'autre réponse à cette objection que la liste récente des morts de cette maladie dans un grand nombre de villes d'Europe ? Pourquoi la dernière épidémie à *Montpellier*, de l'aveu de M. de *Sauvages*, ancien professeur, a-t-elle enlevé sous les yeux d'une Faculté célèbre, la moitié des enfans attaqués (i), & les trois quarts à *Berlin* en 1759 (k) ? Pourquoi l'épidémie de l'année dernière à *Toulouse*, a-t-elle été funeste à tous les adultes, presque sans exception ? Mais je ne connois qu'un médecin dans le monde, qui, séduit par un grand nombre de cures heureuses dans des épidémies bénignes, ose avancer un pareil paradoxe. Le cri de tous ses confrères s'élève contre lui. Il y a bientôt deux ans qu'on auroit pu lui répondre, heureuse la terre qui vous possède ! heureuse la ville de *Vienne* où tous les malades sont à portée de jouir de votre secours ! vous qui vous flattez de dérober à la petite vérole naturelle plus de victimes que l'inoculation n'en préserve, voulez-vous confondre ceux qui refusent de vous croire, & les convaincre de votre supériorité dans la cure de cette maladie ? sauvez la tête auguste (l) actuellement en proie à ce monstre que vous savez dompter ; vous serez à nos yeux le dieu de la médecine ; mais, que vois-je ? vous pleurez avec nous l'insuffisance de votre art & la témérité de vos promesses.

* Ce mémoire
devoit être lu à
l'assemblée pu-
blique du 13
Nov. 1765.

JE m'étois flatté, Messieurs *, l'année dernière de pouvoir détourner vos yeux de ce triste tableau, en vous annonçant dans l'assemblée publique du 14 Nov. (1764), la nouvelle

(i) Lettre de M. de *Sauvages*
à M. *Raulin*, docteur régent à *Paris*.

(k) Mémoires de l'Académie
de *Berlin*, 1758, page 76.

(l) *Marie-Elisabeth*, Archi-

duchesse, princesse de *Parme*,
morte à *Vienne* de la petite vérole,
le 27 Novembre 1763, âgée de
vingt-deux ans.

qu'on

qu'on venoit de recevoir, le matin même, de l'heureux succès de l'inoculation du Prince *Ferdinand de Parme*; mais je ne puis aujourd'hui retracer cet heureux événement sans vous rappeler la perte que nous venons de faire de l'Infant son père Don *Philippe* par le même fléau dont il a su préserver son fils. Ce Prince s'en seroit garanti lui-même s'il n'avoit pas été défabulé trop tard, par la reine sa mère, de l'opinion (*m*) où on l'avoit laissé, qu'il avoit eu la petite vérole dans son enfance. Les larmes me viennent aux yeux quand je me rappelle qu'en 1756, ce prince me fit l'honneur de m'interroger sur plusieurs faits concernant la petite vérole artificielle; à *Parme* même, dans cette Cour, dont feue Madame Infante, & une jeune princesse comblée de tous les dons de la nature, faisoient l'ornement, & qu'en moins de six ans trois têtes si précieuses aient été moissonnées par la même faux, dont j'ai fait de vains efforts pour prévenir les coups. Laissons, puisqu'il le faut, à cette cruelle maladie, le soin de faire, par ses ravages continuels, l'apologie de l'inoculation, d'une manière plus frappante que les raisonnemens les plus convaincans.

Inoculation
du Prince
de Parme.

Mort
de l'Infant
Don Philippe.

CONCLUSION.

A D D I T I O N.

JE crois devoir me justifier ici sur deux imputations contradictoires. On m'a reproché d'avoir exagéré le danger de la petite vérole, & en même temps d'avoir représenté cette maladie comme plus générale qu'elle ne l'est en effet: j'ai fait voir ailleurs l'incompatibilité de ces deux suppositions^a. Bien loin d'avoir attribué à la petite vérole une trop grande généralité, j'ai donné dans un excès contraire, en supposant, pour la commodité du calcul^b, que la moitié des hommes mourait sans avoir eu cette maladie; ce que personne n'a osé soutenir. On a souvent employé les expressions suivantes: *être exempt de la petite vérole, n'être pas sujet à la petite vérole, échapper de la petite vérole*, dans deux sens différens, ce qui a causé plusieurs équivoques; on a tantôt entendu ceux

^a Voy. *Mém. de l'Acad.* 1758, page 475.

^b Voy. *Mém. de l'Acad.* 1754, page 653.

(*m*) Lettre de M. le comte de Rochecouart, Ministre plénipotentiaire de France à Parme, à l'auteur.

Mém. 1765.

. X x x

qui meurent sans avoir éprouvé cette maladie, & tantôt ceux que l'on jugeoit n'en être pas susceptibles. Je déclare que par cette expression, *être exempt de la petite vérole* ou autre équivalente, j'ai toujours entendu ceux qui passent leur vie sans payer ce fatal tribut, auquel je crois que tous les hommes naissent sujets, & dont ils sont susceptibles tant qu'ils n'y ont pas satisfait. J'ai exposé ailleurs les fondemens de mon opinion, que des gens de l'art pourroient rendre plus probable, & dont on ne peut démontrer la fausseté (*n*).

Quant au risque de mort que court le malade actuel de la petite vérole, je l'ai estimé d'un sur sept, en prenant à peu près le milieu entre le résultat des recherches des docteurs *Jurin*, *Nettleton Mather*, d'une part, qui est d'un mort sur cinq malades, d'un sur six ou de deux sur onze pour l'Angleterre, du docteur *Schultz* & du docteur *Monro*, d'un sur cinq pour la Suède & l'Écosse (*o*); & d'autre part sur l'estimation faite à Genève d'un sur dix (*p*). Mais pour prouver que je ne me suis pas écarté de la vérité, & pour fixer les idées sur ce point, qui ne peut être mis dans tout son jour que par des listes mortuaires, où l'âge des inhumés & le nom de la maladie dont ils sont morts, seroient déclarés, règlement que j'ai fait de vains efforts pour obtenir (*q*); voici une Table qui présente sous un même point de vue les différentes suppositions que l'on peut faire du nombre de ceux qui meurent sans avoir eu la petite vérole, & du nombre de ceux qui ont cette maladie; d'où il résulte évidemment que l'on ne

(*n*) Lettre V au docteur *Maty*.
Paris, 1764, p. 192 & 193.

(*o*) Let. à M. *Daniel Bernoulli*.
Merc. de Fr. Sept. 1759, p. 194.

(*p*) Voyez les Mémoires de l'Acad. 1758, p. 471. J'aurois pu ajouter des preuves d'un grand nombre d'exemples de personnes qui ont eu la petite vérole naturelle dans un âge très-avancé, telles que mesdames les maréchales de *Tallard*, de *Montesquiou* & de *Villars*, mad^e *Méliand* mère du Conseiller d'État,

& ayeule de madame la Marquise d'*Argenson*, dont plusieurs à 80 ans passés; & plus récemment encore, M. *Poncher*, Doyen des Doyens des Maîtres des Requêtes. On lit dans le *Recueil de pièces*, &c. p. 183, qu'un homme de 80 ans avoit reçu la petite vérole par inoculation. Quelle preuve a-t-on que celui qui meurt à 100 ans sans l'avoir eue, n'en étoit pas susceptible?

(*q*) Traité de l'inoculation par *Butini*, page 46.

peut sans choquer toutes les notions reçues, & sans contredire des faits notoires, supposer que la mortalité de la petite vérole naturelle soit moindre que d'un sur sept, ou tout au moins d'un mort sur huit malades qui en sont atteints.

Les listes mortuaires de *Londres*, publiées par autorité du Gouvernement, remontent au-delà d'un siècle (M. le Chevalier de *Chastellux* en a donné un extrait ^a), & elles prouvent que la petite vérole, tantôt bénigne & tantôt fort meurtrière, détruit annuellement plus de la quatorzième partie du genre humain. M. *Daniel Bernoulli*, dont le suffrage à titre de géomètre du premier ordre & de docteur en médecine, ne peut être refusé, a prouvé par diverses considérations sur les nécrologes de *Londres*, de *Vienne*, de *Berlin*, de *Breslau* ^b, qu'il faut compter un treizième du total des morts de *Londres*, au lieu d'un quatorzième, pour victimes de la petite vérole. C'est sur ce fondement que j'ai construit la Table suivante. Si l'on objecte que ce terrible fléau est moins redoutable en France qu'ailleurs, au lieu de répondre que j'aurois autant de droit de supposer le contraire; en attendant que des listes désirées par tous ceux qui ont à cœur l'intérêt de l'humanité, nous apprennent s'il y a quelque déduction à faire, je m'en tiendrai à des faits connus & constatés dans les endroits cités, & surtout à *Londres*, par un siècle & demi d'expérience.

^a *Nouveaux éclaircissements*,
p. 6.

^b *Voy. Mém. de l'Acad.* 1760, page 8.

Je divise le genre humain en treize portions, dont une doit être la proie de la petite vérole; ces treize portions composent deux classes, l'une de ceux qui payent le tribut à cette maladie, l'autre de ceux qui en sont exempts; l'une des deux ne peut croître sans que l'autre diminue: plus il y aura d'exempts, moins il y aura de varioleux, & réciproquement. Les deux classes prises ensemble comprennent les treize portions du total des hommes.

Je n'ai avancé aucun fait dans ce Mémoire ni dans les précédens, non plus que dans mes autres ouvrages sur l'incubation, sans citer mes garans. Il seroit à souhaiter que tous ceux qui ont écrit sur cette matière, pour ou contre, eussent pris la même précaution.

TABLE de la mortalité commune de la petite vérole, dans les différentes suppositions qu'on peut faire sur le nombre des exemts ; en partageant la totalité des hommes en treize parts , dont une est destinée à mourir de la petite vérole.

Si, de treize individus qui naissent, on en suppose	{	12	{	exempts de la petite vérole,	{	1	{	qui auront cette maladie, & de ce nombre il en mourra un.
		11				2		
		10				3		
		9				4		
		8				5		
		7				6		
		6				7		
		5				8		
		4				9		
		3				10		
		2				11		
		1				12		
		0				13		

On voit d'abord, en considérant le premier nombre des deux colonnes de cette table, que si de treize personnes qui naissent, il y en avoit douze exemptes de la petite vérole, le seul des treize qui l'auroit, en mourroit infailliblement, & qu'ainsi elle seroit toujours mortelle; ce qui est visiblement faux.

On voit pareillement, en comparant l'un à l'autre le dernier nombre de chaque colonne, que pour qu'il ne mourût qu'un varioleux sur treize, il faudroit qu'aucun des treize ne fût exempt de cette maladie & que tout le monde eût la petite vérole: ce qui est aussi faux que la première supposition, & en parcourant toutes les suppositions intermédiaires représentées par la table, on verra que comme sur treize personnes on ne peut en supposer plus de cinq ou six exemptes de la petite vérole, il s'ensuit que des sept ou huit autres, il en mourra une: favoir une de sept, comme je le suppose, en portant le nombre des exemts à six, & une de huit en bornant le nombre des exemts à cinq sur treize: ce qui est l'hypothèse de M. Bernoulli.



M É M O I R E

SUR LA RÉOLUTION GÉNÉRALE DES ÉQUATIONS DE TOUS LES DEGRÉS.

Par M. B É Z O U T.

QUOIQUE la méthode que je vais exposer ait été trouvée vers la fin de l'année 1762, j'avois résolu néanmoins de ne la donner que, lorsque libre d'occupations d'un autre genre, j'aurois pu donner aux calculs quelques degrés de perfection dont ils sont susceptibles, & en étendre davantage l'application; mais ayant remarqué que M. Euler, dans le IX.^e tome des nouveaux Commentaires de Pétersbourg, vient de donner une méthode sur la même matière, je crois ne devoir pas différer davantage de faire connoître la mienne.

Le Mémoire que j'ai donné en 1762 *, contient le germe de la méthode actuelle; aussi celle-ci a-t-elle suivi de près la première, ainsi que le prouve un précis de cette méthode présentée au Secrétariat de l'Académie au commencement de Janvier 1763; la publication du travail de M. Euler m'engage à faire cette observation, sans laquelle on pourroit peut-être penser que mon travail est postérieur au sien.

* Voy. *Mém. de l'Acad.* 1762, p. 14 & suiv.

On verra par la comparaison du Mémoire de M. Euler avec le mien, que quoique nos deux méthodes puissent conduire aux mêmes résultats, nous différons cependant beaucoup sur l'estimation du degré de l'équation dont doit dépendre la résolution de l'équation proposée. Ce savant Analyste pense qu'il sera toujours moindre que celui de la proposée, je pense au contraire, qu'il sera toujours beaucoup plus élevé, mais que l'équation ne renfermera que les difficultés de tous les degrés inférieurs à la proposée; la suite mettra le lecteur en état de juger lequel de ces deux sentimens est fondé.

L'équation dont la résolution de la proposée doit dépendre,

X x x iij

monte, ainsi que nous venons de le dire, à un degré beaucoup plus élevé que celle-ci; mais 1.^o l'exposant de ce degré est le produit de l'exposant du degré de la proposée par les exposans de tous les degrés inférieurs: 2.^o chacun des autres exposans de la même équation, est un multiple de l'exposant du degré de la proposée; ce qui ramène la difficulté à être tout au plus d'un degré marqué par le produit des exposans des degrés inférieurs à celui de la proposée: 3.^o mais la difficulté n'est pas même de ce degré; elle se réduit uniquement à cette question. . . . *Sachant qu'une équation ne doit avoir pour racines que des quantités radicales de degrés inférieurs au sien, déterminer toutes ces racines.* C'est de la résolution de cette question, que dépend la résolution finale des équations, & c'est dans la vue d'y parvenir, que nous donnons une seconde méthode pour la résolution générale des équations, dont l'exposant est un nombre composé; méthode qui renferme d'ailleurs la première & dont nous espérons donner, par la suite, l'application à la question que nous venons d'énoncer.

Pour mettre le Lecteur plus en état de juger si la méthode que nous allons exposer, avance l'art de résoudre les équations, nous croyons devoir lui remettre brièvement sous les yeux l'état de la question.

Résoudre généralement une équation, c'est assigner une expression algébrique de chacune des racines qui, étant substituée dans cette équation, y satisfasse indépendamment de toute valeur particulière que l'on pourroit donner aux coefficients de cette équation.

Cette expression algébrique doit être telle qu'elle renferme des radicaux de tous les ordres inférieurs à la proposée, & notamment ceux de cet ordre: la nécessité de cette condition est évidente, par cette considération que l'équation proposée pouvant devenir successivement chacune des équations des degrés inférieurs, par la supposition que les derniers termes soient zéro, l'expression de ses racines doit devenir en même temps celle des racines de ces degrés inférieurs; & d'ailleurs

il est évident que dans chaque degré, l'expression de la racine doit renfermer au moins un radical de ce même degré.

Cela posé, notre méthode conduisant, ainsi que nous l'avons dit & qu'on le verra, à une équation dont tous les exposans de l'inconnue sont des multiples du degré de la proposée, résout, à proprement parler, la difficulté de ce degré; ce qu'aucune méthode proposée jusqu'ici n'a encore donné le moyen de faire: elle met en évidence les radicaux du degré de l'équation. La *réduite* qu'elle donne ne doit donc plus renfermer que la difficulté d'avoir les radicaux des degrés inférieurs; & quoique, par cette raison, elle monte & doive monter à un degré supérieur à la proposée, elle n'en est pas moins d'une difficulté moindre.

Mais si pour résoudre une équation proposée, par exemple une équation du 5.^e degré, on suivoit la route que semblent indiquer les méthodes qu'on a eues jusqu'ici pour les degrés inférieurs; si, par exemple, on cherchoit à la décomposer en deux équations, l'une du 3.^e & l'autre du 2.^e on arriveroit à une réduite du 10.^e degré. Quoique ce degré soit bien inférieur au 120.^e qui est celui auquel la réduite montera par notre méthode, il s'en faut cependant de beaucoup que cette réduite du 10.^e degré soit aussi facile à résoudre que celle du 120.^e il s'en faut même du tout: en effet, la réduite du 10.^e degré que l'on a pour lors, renferme encore toutes les difficultés de la proposée, puisqu'elle ne met point en évidence les radicaux du degré de celle-ci.

Si, pour éviter cet inconvénient, on suppose arbitrairement la racine exprimée par une fonction de radicaux du degré de la proposée, on fait à la vérité une supposition plus uniforme, à ce qu'on peut raisonnablement conjecturer sur la forme de cette racine; mais outre que cette méthode est indirecte, il reste encore à savoir comment on en composera une équation comparable à la proposée, & s'il y a plusieurs manières d'y parvenir, quelle est celle qui conduira à la réduite qui peut donner la solution? doit-on faire disparaître les radicaux dans l'équation que l'on doit comparer à la proposée? peut-on en

laisser subsister? &c, dans ce dernier cas, à quelle règle peut-on reconnoître ceux qui peuvent rester? Telles étoient les difficultés dont étoit susceptible la méthode que M. Euler proposoit dans le VI.^e Tome des anciens Mémoires de Pétersbourg, difficultés que lève à la vérité celle qu'il donne aujourd'hui; mais celle-ci même suffit-elle si, comme nous le prétendons, la réduite doit être plus élevée que la proposée?

EXPOSÉ de la première Méthode pour la résolution des Équations.

Je considère une équation de quelque degré que ce soit, comme le résultat de deux équations à deux inconnues, dont l'une a été éliminée par les procédés connus dans l'Algèbre. Après diverses tentatives sur la forme la plus simple que doivent avoir ces deux équations, je me suis arrêté à celle-ci :

$$y^m - 1 = 0, \& \\ ay^{m-1} + by^{m-2} + cy^{m-3} + dy^{m-4} + \&c. \dots + x = 0;$$

m étant l'exposant de la proposée, que je suppose représentée par $x^m + px^{m-2} + qx^{m-3} + rx^{m-4} + \&c. \dots + T = 0$; c'est-à-dire que je suppose n'avoir pas de second terme : s'il y en avoit un, on le feroit disparoître par les méthodes connues, ou bien on prendroit les deux équations

$$y^m - 1 = 0, \& \\ ay^{m-1} + by^{m-2} + cy^{m-3} + dy^{m-4} + \&c. \dots + h + x = 0;$$

c'est-à-dire qu'on admettroit un terme sans y & sans x dans la seconde équation.

J'ai réduit à $y^m - 1 = 0$ la première de ces deux équations, que j'avois d'abord prise de cette forme plus générale $y^m + A = 0$; mais la supposition de $A = -1$, est celle qui, en donnant une forme plus régulière & plus symétrique aux différens termes des équations qui résultent de la comparaison avec la proposée, m'a paru la plus propre à faciliter l'élimination

l'élimination ou les éliminations que la méthode exige, & à conduire aux résultats les plus simples.

Dans la seconde équation, $ay^{m-1} + by^{m-2} + \&c.$ je n'ai point admis de puissances supérieures à y^{m-1} , parce que l'équation $y^m - 1 = 0$ donnant $y^m = 1$, feroit rentrer ces puissances supérieures dans la classe des inférieures; en sorte que cette équation a toute la généralité qu'on peut desirer.

Ces observations faites, on éliminera y , & on aura une équation en x qui sera du degré m , & on comparera la somme des termes qui multiplieront une même puissance de x au coefficient de la même puissance de x dans la proposée; cette comparaison fournira autant d'équations qu'il y a de coefficients indéterminés $a, b, c, \&c.$

Par les méthodes connues, on réduira toutes ces équations à une seule dont la résolution fera connoître $a, b, c, \&c.$ alors on aura toutes les valeurs de x , en substituant celles de $a, b, c, \&c.$ dans l'équation $ay^{m-1} + by^{m-2} + \&c... + x = 0$, & mettant successivement pour y les valeurs fournies par l'équation $y^m - 1 = 0$, qui est toujours facile à résoudre.

EXEMPLE sur le troisième degré.

Je reprends $y^3 - 1 = 0$,

$$\& ay^2 + by + x = 0.$$

Pour éliminer commodément, je multiplie cette seconde équation par y , & je substitue pour y^3 sa valeur 1, ce qui me donne

$$by^2 + xy + a = 0.$$

Je multiplie celle-ci par y , & substituant pour y^3 sa valeur 1, j'ai $xy^2 + ay + b = 0$.

J'ai donc les trois équations

$$ay^2 + by + x = 0,$$

$$by^2 + xy + a = 0,$$

$$xy^2 + ay + b = 0.$$

A l'aide de deux de ces trois équations quelconques, je prends la valeur de y^2 & celle de y ; je les substitue dans la troisième, & j'ai, toute réduction faite,

$$x^3 - 3abx + a^3 = 0, \\ + b^3$$

dont la comparaison, avec l'équation générale du 3.^e degré $x^3 + px + q = 0$, donne $-3ab = p$, $a^3 + b^3 = q$; d'où l'on tire $a^6 - qa^3 - \frac{1}{27}p^3 = 0$, équation du degré 3, 2, 1, dans laquelle les exposans sont multiples de l'exposant 3 de la proposée, & qui ne renferme plus que la difficulté du 2.^d degré.

Les trois valeurs de y que donne l'équation $y^3 - 1 = 0$, étant $y = 1$, $y = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}$, $y = \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2}$, les trois valeurs de x seront donc $x = -a - b$, $x = -a \times (\frac{-1 + \sqrt{-3}}{2})^2 - b \times (\frac{-1 + \sqrt{-3}}{2})$, & $x = -a \times (\frac{-1 - \sqrt{-3}}{2})^2 - b \times (\frac{-1 - \sqrt{-3}}{2})$.

EXEMPLE sur le quatrième degré.

Je prends $y^4 - 1 = 0$,

& $ay^3 + by^2 + cy + x = 0$.

Multipliant successivement par y , & substituant pour y^4 la valeur, j'aurai en y comprenant la seconde de ces deux équations, les quatre équations suivantes.

$$ay^3 + by^2 + cy + x = 0,$$

$$by^3 + cy^2 + xy + a = 0,$$

$$cy^3 + xy^2 + ay + b = 0,$$

$$xy^3 + ay^2 + by + c = 0.$$

De trois desquelles tirant les valeurs de y^3 , y^2 , y , pour

les substituer dans la quatrième, on aura

$$\begin{aligned} x^4 - 4acx^2 + 4a^2bx - a^4 &= 0 \\ &- 2b^2x^2 + 4bc^2x - c^4 \\ &+ b^4 \\ &+ 2a^2c^2 \\ &- 4ab^2c. \end{aligned}$$

Comparant cette équation à l'équation générale du 4.^e degré $x^4 + px^2 + qx + r = 0$, on aura

$$(A) \dots 4ac + 2b^2 = -p, (B) 4a^2b + 4bc^2 = q, (C) a^4 + c^4 - b^4 - 2a^2c^2 + 4ab^2c = -r.$$

Si on cherche à déterminer immédiatement a ou c , on arrivera à une équation du 24.^e degré ou du degré 4, 3, 2, 1, dont les exposans des différens termes seront des multiples de 4, laquelle n'aura par conséquent tout au plus que la difficulté du 6.^e degré; mais elle n'aura pas même cette difficulté, ainsi qu'on le verra ci-après.

Mais si, au lieu de chercher a ou c , on veut déterminer b , on trouvera une équation du 6.^e degré résoluble à la manière de celles du 3.^e, ainsi qu'il arrive par les méthodes connues jusqu'ici.

Pour avoir cette équation, de l'équation (B) , on tirera $a^2 + c^2 = \frac{q}{4b}$, qui donne $a^4 + c^4 = \frac{qq}{16b^2} - 2a^2c^2$; substituant dans l'équation (C) , il vient $\frac{q^2}{16b^2} - 4a^2c^2 - b^4 + 4ab^2c = -r$, ou, en mettant pour ac la valeur $\frac{-p - 2b^2}{4}$, tirée de l'équation (A) , on a, toute réduction faite,

$$\begin{aligned} 64b^6 + 32pb^4 + 4p^2b^2 - q^2 &= 0 \\ &- 16rb^2 \end{aligned}$$

b étant trouvé par cette équation, on aura aisément a & c par les deux équations $a^2 + c^2 = \frac{q}{4b}$, & $ac = \frac{-p - 2b^2}{4}$.

Enfin l'équation $y^4 - 1 = 0$ donnant ces 4 valeurs de y ,
 $y = +1$, $y = -1$, $y = +\sqrt{-1}$, $y = -\sqrt{-1}$,
 l'équation $ay^3 + by^2 + cy + x = 0$, donnera ces
 quatre valeurs de x ,

$$x = -a - b - c$$

$$x = +a - b + c$$

$$x = +a\sqrt{-1} + b - c\sqrt{-1}$$

$$x = -a\sqrt{-1} + b + c\sqrt{-1}$$

RÉFLEXIONS sur la Méthode.

En réfléchissant sur les réduites du 3.^e & du 4.^e degré;
 & faisant attention que la première se résout à la manière des
 équations du second degré, & la seconde à la manière de
 celles du troisième, on pourroit être tenté de penser avec
 quelques Analystes, que le 5.^e degré aura une réduite qui se
 résoudra à la manière du 4.^e degré; c'est-à-dire qui ne seroit
 que du 20.^e degré avec des exposans tous multiples de 5:
 il est bon d'examiner ici jusqu'à quel point cette induction
 seroit fondée.

Il est bien vrai que la réduite que nous venons de trouver
 pour le 4.^e degré, se résout à la manière des équations du
 3.^e degré; mais si au lieu de chercher b , nous eussions cherché
 a ou c , la réduite, au lieu d'être du 6.^e degré seulement, auroit
 été du 24.^e avec des exposans multiplés de 4, ainsi que nous
 l'avons dit ci-dessus & que nous allons le prouver.

En effet, si de l'équation (B) , on tire la valeur de b pour
 la substituer dans (A) , on aura

$$(D) \dots 8(4ac + p) \times (a^4 + c^4 + 2a^2c^2) + q = 0.$$

Et si, dans l'équation (C) , on substitue la valeur de b ,
 tirée de l'équation (A) , on aura

$$(E) \dots 4(a^4 + c^4) - 56a^2c^2 - 16pac + 4r - pp = 0;$$

substituant dans (D) , au lieu de $a^4 + c^4$, la valeur tirée

de (*E*), on aura

$$\begin{aligned} 512 a^3 c^3 + 256 p a^2 c^2 + 40 p p a c + 2 p^3 &= 0 \\ &= 32 r a c - 8 p r \\ &+ 99 \end{aligned}$$

équation qui donnera trois valeurs pour *ac*.

Soit *B* l'une de ces valeurs, en sorte que $B = ac$ ou $c = \frac{B}{a}$,

& concevons qu'on substitue pour *c* cette valeur dans (*E*); on aura une équation de cette forme $a^8 - Aa^4 + B^4 = 0$: donc puisque *ac* a trois valeurs, on aura trois équations différentes, & chacune de la forme $a^8 - Aa^4 + B^4 = 0$; donc puisque chacune donne huit valeurs pour *a*, cette quantité *a* aura en effet vingt-quatre valeurs. De plus, il est clair, par les principes de la composition des équations, que l'équation qui donneroit ces vingt-quatre valeurs (& qui n'est autre que celle qui résulteroit de l'élimination de *b* & *c*) doit être le produit des trois équations de la forme $a^8 - Aa^4 + B^4 = 0$; donc dans cette réduite, *a* n'aura en effet d'autres exposans que des multiples de 4.

Cela posé, il me semble qu'il y a bien lieu de douter dès-à-présent, que la réduite du 5.^e degré ne puisse être que du 20.^e, résoluble à la manière du 4.^e: en effet, si l'équation du 3.^e degré, a une réduite du 6.^e, c'est-à-dire du degré 1. 2. 3; si celle du 4.^e a une réduite du 24.^e, c'est-à-dire du degré 1. 2. 3. 4, & qu'on fasse attention que celle du second seroit du 2.^e ou du degré 1. 2; on verra que les degrés des réduites formeront cette suite 1. 2, 1. 2. 3, 1. 2. 3. 4, &c. en sorte qu'il y a déjà une très-grande probabilité que la réduite du 5.^e degré sera du degré 1. 2. 3. 4. 5 ou du 120.^e degré. Mais, dira-t-on, il y a aussi pour le 4.^e degré une réduite qui n'est que du 6.^e? cela est vrai: mais c'est une simplification accidentelle, & dont voici l'origine.

Des trois quantités *a*, *b*, *c* qui entrent dans l'équation $ay^3 + by^2 + cy + x = 0$, la quantité *b*, qui tient une espèce de milieu entre les deux quantités *a* & *c*, se trouve

Y y y iij

dans les équations de comparaison $4ac + 2b^2 = -p$, $4a^2b + 4bc^2 = q$, &c. disposée de la même manière à l'égard de a & à l'égard de c ; mais a n'est point disposé à l'égard de b comme à l'égard de c , non plus que c n'est semblablement disposé à l'égard de b & de a ; d'où il est facile de voir que b doit en effet être donné par une équation plus simple que celle qui donnera a ou c . Et si l'on fait attention à la formule générale $ay^{m-1} + by^{m-2} + cy^{m-3} + \&c... + x = 0$, on verra que dans tous les degrés pairs, il y aura ainsi un terme moyen qui aura, dans les équations de comparaison, une disposition semblable à l'égard de deux extrêmes quelconques, & qui donnera lieu à une pareille simplification: mais dans les degrés impairs, rien ne donne cet espoir; car, ainsi qu'on le verra ci-après pour le 5.^e degré, les quantités a, b, c, d entrent toutes de la même manière dans les équations de comparaison, en sorte qu'il n'y a de préférence pour aucune.

D'ailleurs, comment concevoir que la quantité a qui, dans le 3.^e degré, a six valeurs, qui en a vingt-quatre dans le 4.^e, retomât tout de suite à n'en avoir que vingt dans le 5.^e? quelle seroit la loi qui régleroit une marche aussi bizarre? car il ne faut pas croire que ce soit la méthode que nous proposons qui élève ainsi la réduite: cette méthode donne, ainsi qu'on le voit, les résultats les plus simples que les autres ont pu donner pour ce que l'on a connu jusqu'ici; mais comme elle est uniforme, elle découvre l'analogie que peuvent avoir les exposans des réduites, & les cas où ces exposans peuvent être simplifiés. Le Lecteur peut juger maintenant si l'on est fondé à attendre pour réduite du 5.^e degré une équation résoluble à la manière du 4.^e.

Quoique la réduite qu'on auroit pour le 4.^e degré en cherchant a ou c , doive monter au 24.^e degré, il s'en faut de beaucoup cependant qu'elle ait la difficulté de ce degré, 1.^o tous ses exposans devant, ainsi que nous venons de le voir, être des multiples de 4, la difficulté retombe au 6.^e; 2.^o cette équation du 6.^e ne peut renfermer que des radicaux quarrés & des radicaux cubes;

en effet, la valeur de a^4 qu'elle donnera doit être la même que celle que l'on tireroit de l'équation $a^3 - Aa^4 + B^4 = 0$, laquelle ne peut donner pour a^4 qu'une quantité dans laquelle il entrera des radicaux quarrés & des radicaux cubes seulement; ainsi il y a donc bien lieu de croire, 1.^o que dans les degrés ultérieurs, la réduite aura aussi pour exposans de ses termes des multiples de l'exposant du degré de l'équation proposée; 2.^o que la résolution complète ne dépendra que des degrés inférieurs, mais en renfermera toutes les difficultés réunies; passons au 5.^e degré.

EXEMPLE sur le cinquième degré.

Je prends $y^5 - 1 = 0$,

&..... $ay^4 + by^3 + cy^2 + dy + x = 0$.

Après avoir multiplié comme ci-dessus par y , & substitué pour y^5 sa valeur 1, j'aurai les cinq équations suivantes,

$$ay^4 + by^3 + cy^2 + dy + x = 0,$$

$$by^4 + cy^3 + dy^2 + xy + a = 0,$$

$$cy^4 + dy^3 + xy^2 + ay + b = 0,$$

$$dy^4 + xy^3 + ay^2 + by + c = 0,$$

$$xy^4 + ay^3 + by^2 + cy + d = 0.$$

Prenant, à l'aide de quatre de ces équations, les valeurs de y^4, y^3, y^2, y , & les substituant dans la cinquième, on aura

$$\left. \begin{aligned} x^5 - 5adx^3 + 5bd^2x^2 - 5cd^3x + a^5 \\ - 5bcx^3 + 5a^2cx^2 - 5a^3bx + b^5 \\ + 5c^2dx^2 - 5b^3dx + c^5 \\ + 5ab^2x^2 - 5ac^3x + d^5 \\ + 5a^2d^2x - 5a^3cd \\ + 5b^2c^2x - 5ab^3c \\ - 5abc dx - 5b^2c^2d \\ - 5ab^2d^2 \\ + 5a^2bd^2 \\ + 5a^2b^2d \\ + 5b^2cd^2 \\ + 5ac^2d^2 \end{aligned} \right\} = 0$$

Qui étant comparé à l'équation du 5.^e degré

$$x^5 + 5px^3 + 5qx^2 + 5rx + s = 0, \text{ donne}$$

$$ad + bc = -p. \dots (A)$$

$$bd^2 + a^2c + c^2d + ab^2 = q. \dots (B)$$

$$cd^3 + a^3b + b^3d + ac^3 - a^2d^2 - b^2c^2 + abcd = -r. \dots (C)$$

$$e^5 + b^5 + c^5 + d^5 - 5a^3cd - 5abd^3 - 5ab^3c - 5bc^3d + 5a^2bc^2 + 5a^2b^2d + 5ac^2d^2 = s.$$

Quoique j'aie déjà retourné ces dernières équations de bien des manières, & que j'aie trouvé divers moyens d'abréger considérablement le travail de l'élimination, je ne puis néanmoins en donner encore les derniers résultats ; c'est un travail que je reprendrai par la suite.

Je ferai cependant remarquer que l'équation finale aura ; ainsi que je l'ai déjà dit, des multiples de 5 pour exposans de ses différens termes.

En effet, si l'on fait $b = ka^2, c = la^3, d = ma^4$, on aura

$$ma^5 + kla^5 = -p,$$

$$km^2a^{10} + la^5 + l^2ma^{10} + k^2a^5 = q,$$

$$lm^3a^{15} + ka^5 + k^3ma^{10} + l^3a^{10} - m^2a^{10} - k^2l^2a^{10} + klma^{10} = -r,$$

$$a^5 + k^5a^{10} + l^5a^{15} + m^5a^{20} - 5lma^{10} - 5km^3a^{15} - 5k^3la^{10} - 5kl^3ma^{15} + 5kl^2a^{10} + 5k^2ma^{10} + 5k^2lm^2a^{15} + 5l^2m^3a^{15} = s.$$

Où il est facile de voir que l'équation qu'on aura après avoir éliminé m, k, l , ne renfermera que des puissances de a^5 .

Il est facile de trouver un grand nombre d'équations résolubles, & qui, sans avoir toute la généralité de la proposée, sont néanmoins très-étendues ; nous ne nous y arrêterons pas : nous observerons seulement que si dans les équations (A), (B), (C), (D), on fait, 1.^o $ad = bc$, & $b^2 = ac$; 2.^o si on fait $a = 0$ & $d = 0$, ou $b = 0$ & $c = 0$; 3.^o si on fait $a = 0$ & $c = 0$, ou $b = 0$ & $d = 0$, on trouvera dans chaque cas une équation résoluble & dont deux coëfficiens seulement seront assujettis & dépendans des autres, ces équations seront celles que nous avons données dans les Mémoires de l'Académie, année 1762, mais il est facile d'en trouver plusieurs autres.

EXEMPLE

EXEMPLE sur le sixième degré.

On prendra $y^6 - 1 = 0$

Et $ay^5 + by^4 + cy^3 + dy^2 + ey + x = 0$.

Et procédant comme dans les degrés précédens, on aura les six équations suivantes.

$$ay^5 + by^4 + cy^3 + dy^2 + ey + x = 0,$$

$$by^5 + cy^4 + dy^3 + ey^2 + xy + a = 0,$$

$$cy^5 + dy^4 + ey^3 + xy^2 + ay + b = 0,$$

$$dy^5 + ey^4 + xy^3 + ay^2 + by + c = 0,$$

$$ey^5 + xy^4 + ay^3 + by^2 + cy + d = 0,$$

$$xy^5 + ay^4 + by^3 + cy^2 + dy + e = 0.$$

Cinq de ces équations donneront les valeurs de y^5, y^4, y^3, y^2 , & y , lesquelles substituées dans la sixième, donneront toute réduction faite, l'équation suivante,

$$\begin{aligned}
 x^6 + x^4 x \left\{ \begin{array}{l} -6ae \\ -6bd \\ -3cc \end{array} \right. + x^3 x \left\{ \begin{array}{l} +6a^2d \\ +6be^2 \\ +12abc \\ +12cde \\ +2b^3 \\ +2d^3 \end{array} \right. + x^2 x \left\{ \begin{array}{l} -6a^3c \\ -6ce^3 \\ +3c^4 \\ +9a^2e^2 \\ +9b^2d^2 \\ -9a^2b^2 \\ -9d^2e^2 \\ -18acd^2 \\ -18b^2ce \end{array} \right. + x x \left\{ \begin{array}{l} +6a^4b \\ +6de^4 \\ -6bd^4 \\ -6b^3c^2 \\ +6c^3d^3 \\ -12a^3de \\ -12abe^3 \\ -12abc^3 \\ -12c^3de \\ +12ab^3e \\ +12ad^3e \\ +18bc^2e^2 \\ +18a^2c^2d \end{array} \right. + 1 x \left\{ \begin{array}{l} -a^6 \\ +b^6 \\ -c^6 \\ +d^6 \\ -e^6 \\ -2a^3e^3 \\ -2a^2c^3 \\ -2c^1e^3 \\ -2b^3d^3 \\ +3a^4d^2 \\ +3b^2e^4 \\ -3a^2d^4 \\ -3b^4e^2 \\ -6a^3b^2e \\ -6ad^2e^3 \\ +6a^2b^3d \\ +6bd^3e^2 \\ +6a^4ce \\ +6ace^4 \\ -6abb^4c \\ -6acd^4e \\ +6ac^4e \\ +6bce^4d \\ -6ac^3d^2 \\ -6b^2c^3e \\ +9a^2b^2c^2 \\ +9c^2d^2e^2 \\ -9b^2c^2d^2 \\ -12a^3bcd \\ -12bcde^3 \\ +12abcde^3 \\ +12b^3cde \\ +18a^2bde^2 \\ -18ab^2d^2e \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

C'est-là l'équation que l'on doit comparer avec l'équation générale du sixième degré, que nous supposons représentée par $x^6 + 3px^4 + 2qx^3 + 3rx^2 + 6sx + t = 0$.

Si on suppose $ae = bd = cc$ & $b^2 = ac$, on aura le premier cas des équations résolubles de ce degré, que nous avons données en 1762.

Si on suppose trois quelconques des lettres a, b, c, d, e , égales à zéro, on aura toujours une équation résoluble.

Si on suppose $a = 0$, & $e = 0$, on aura une équation résoluble, dans laquelle il y aura trois coefficients arbitraires, & les deux qui seront assujétis feront des fonctions rationnelles de ces trois-là. Il est facile de trouver un grand nombre d'autres cas.

EXPOSÉ de la seconde Méthode.

Cette méthode comprend la précédente, mais elle facilite beaucoup le calcul, lorsque l'exposant du degré de l'équation proposée est un nombre composé.

Soient k & l les deux facteurs de cet exposant; on fera :

$$y^k - 1 = 0$$

$$\begin{aligned} \text{Et } y^{k-1} & (ax^{l-1} + bx^{l-2} + cx^{l-3} + \dots h) \\ + y^{k-2} & (a'x^{l-1} + b'x^{l-2} + c'x^{l-3} + \dots h') \\ + y^{k-3} & (a''x^{l-1} + \dots h'') \\ + \dots & + x^l + Ax^{l-1} + Bx^{l-2} + \dots P = 0. \end{aligned}$$

Et pour éliminer y , on s'y prendra de la même manière que ci-dessus. On parviendra à une équation en x qui sera du degré kl , & dont on comparera les termes avec l'équation proposée, ce qui donnera autant d'équations qu'on aura de coefficients indéterminés. Si, pour plus de simplicité, on veut que l'équation n'ait pas de second terme, on fera $A = 0$.

EXEMPLE sur le quatrième degré.

Ici $kl = 4$ qui a ces deux couples de facteurs, $4 \cdot 1$ & $2 \cdot 2$.

Si l'on suppose $k = 4$ & $l = 1$, on aura

$$y^4 - 1 = 0,$$

$$\& ay^3 + a'y^2 + a''y + x = 0.$$

Ce qui n'est autre chose que ce que prescrit la première méthode.

Mais si l'on suppose $k = 2$ & $l = 2$; on aura

$$y^2 - 1 = 0$$

$$\& y(ax + b) + x^2 + B = 0.$$

Donc pour éliminer, on aura ces deux équations

$$y(ax + b) + x^2 + B = 0,$$

$$\& y(x^2 + B) + ax + b = 0.$$

Lesquelles donneront

$$x^4 + 2Bx^2 - 2abx + B^2 = 0$$

$$- a^2x^2 \quad - b^2$$

comparant à l'équation $x^4 + px^2 + qx + r = 0$;
on a $2B - a^2 = p$, $-2ab = q$, $B^2 - b^2 = r$;

d'où par un calcul facile on tire,

$$a^6 + 2pa^4 + p^2a^2 - \frac{q^2}{4} = 0.$$

$$- ra^2$$

Cette équation étant résolue, il sera facile d'avoir b & B ,
& par conséquent les quatre valeurs de x , en résolvant l'équation
 $x^2 + B + y(ax + b) = 0$, & mettant pour y ses
deux valeurs 1 & -1 , que donne l'équation $y^2 - 1 = 0$.

EXEMPLE sur le fixième degré.

On a $kl = 6$, ce qui donne $k = 6$, $l = 1$;
ou $k = 2$, $l = 3$, ou $k = 3$, $l = 2$.
Soit 1.° $k = 6$, $l = 1$, on aura,

$$y^6 - 1 = 0,$$

$$\& ay^5 + a'y^4 + a''y^3 + a'''y^2 + a''''y + x = 0.$$

C'est-à-dire la même chose que par la première méthode.

Soit 2.^o $k = 2$, $l = 3$ on aura,

$$y^2 - 1 = 0,$$

$$\& y(ax^2 + bx + c) + x^3 + Bx + C = 0.$$

Éliminant y , on aura

$$\begin{aligned} x^6 + 2Bx^4 + 2Cx^3 + BBx^2 + 2BCx + CC &= 0 \\ - a^2x^4 - 2abx^3 - b^2x^2 - 2bcx - c^2 \\ - 2acx^2. \end{aligned}$$

Dont la comparaison avec l'équation générale $x^6 + px^4 + qx^3 + rx^2 + sx + t = 0$, donne $2B = aa = p$,
 $2C = 2ab = q$, $BB = bb = 2ac = r$,
 $2BC = 2bc = s$, $CC = cc = t$.

Si à l'aide de ces équations, on détermine l'équation en a , on la trouvera du 20.^e degré, toutes les puissances de a étant paires. Je soupçonne fort qu'elle peut être décomposée en deux équations du dixième degré ayant chacune des puissances paires de a , & dont les coefficients seront seulement affectés de radicaux du second degré; mais je n'en ai point achevé le calcul; la méthode actuelle en fournit les moyens.

Au reste, rien n'est plus facile que de trouver ici des cas de solution qui, quoique particuliers à l'égard de l'équation générale, sont néanmoins très-étendus.

Par exemple, si on suppose $c = 0$; on aura $C = \sqrt{t}$;

$$B = \frac{s}{2\sqrt{t}}; b = \sqrt{\left(\frac{ss}{4t} - r\right)}; a = \frac{2\sqrt{t} - q}{2\sqrt{\left(\frac{ss}{4t} - r\right)}}$$

$$\& \text{l'équation de condition } \frac{-4t + 4q\sqrt{t} - q^2}{\frac{4s^2}{t} - 4r} + \frac{s}{\sqrt{t}} = p,$$

en sorte que l'équation $x^6 + px^4 + qx^3 + rx^2 + sx + t = 0$, est résoluble quels que soient q , r , s & t , pourvu que p remplisse cette condition.

Si on suppose $a = 0$, on aura $B = \frac{p}{2}$, $C = \frac{q}{2}$;

$$b = \sqrt{\left(\frac{pp}{4} - r\right)}, c = \frac{pq - 2s}{4 \sqrt{\left(\frac{pp}{4} - r\right)}}, \text{ \& l'équation}$$

de condition $\frac{4pqs - ss - 4rq^2}{4pp - 16r} = t$; donc toute équation du fixième degré $x^6 + px^4 + qx^3 + rx^2 + sx + t = 0$, est résoluble quels que soient p, q, r & s , pourvu que t remplisse cette condition.

Enfin, si on suppose $b = 0$, on aura $C = \frac{q}{2}$, $B = \frac{s}{q}$;

$$a = \sqrt{\left(\frac{2s}{q} - p\right)}, c = \frac{\frac{ss}{q} - r}{2 \sqrt{\left(\frac{2s}{q} - p\right)}} \text{ \& l'équation}$$

de condition $t = \frac{2sq^3 - pq^4 - s^4 + 2rq^2s - r^2q^2}{(8s - 4qp)q}$. Donc toute équation du fixième degré $x^6 + px^4 + qx^3 + rx^2 + sx + t = 0$, est résoluble quels que soient p, q, r & s , pourvu que t remplisse cette condition; il est aisé d'en trouver une infinité d'autres.

3.° Soit $k = 3$, $l = 2$, on aura

$$y^3 - 1 = 0,$$

$$\text{\& } y^2(ax + b) + y(a'x + b') + x^2 + B = 0.$$

En sorte que les trois équations pour éliminer y , seront:

$$y^2(ax + b) + y(a'x + b') + x^2 + B = 0;$$

$$y^2(a'x + b') + y(x^2 + B) + ax + b = 0,$$

$$y^3(x^2 + B) + y(ax + b) + a'x + b' = 0.$$

De ces trois équations, on tirera

$$\begin{aligned} x^6 + 3Bx^4 + a^3x^3 + 3B^2x^2 + 3ab^2x + B^3 &= 0. \\ - 3aa'x^4 + a'^3x^3 + 3a^2bx^2 + 3a'b'^2x + b^3 \\ - 3a'bx^3 + 3a'^2b'x^2 - 3a'Bbx + b'^3 \\ - 3ab'x^3 - 3bb'x^2 - 3ab'Bx - 3bb'B \\ - 3aa'Bx^2 \end{aligned}$$

Que l'on comparera à l'équation générale $x^6 + 3px^4 + qx^3 + 3rx^2 + sx + t = 0$. L'équation en a , n'aura d'autres exposans que des multiples de 3; il en fera de même de celle en b , de celle en a' , de celle en b' .

Si on suppose $a = a' = 0$, cette équation se réduira à

$$\begin{aligned} x^6 + 3Bx^4 + 3B^2x^2 + B^3 &= 0. \\ &= 3bb'x^2 + b^3 \\ &+ b^3 \\ &= 3bb'B \end{aligned}$$

Qui donne

$B = p, bb' = p^2 - r, \& b^3 + b'^3 - 2p^3 + 3pr = t$; en sorte que la résolution sera absolument la même que pour le 3.^e degré, ce qui doit être en effet, puisque l'équation n'est véritablement que du 3.^e degré.

Si on suppose $b = b' = 0$, on aura $B = p + aa'$, $a^3 + a'^3 = q, pp + paa' = r, s = 0, (p + aa')^3 = t$, ou $\frac{r^3}{p^3} = t$. De la comparaison des deux équations $a^3 + a'^3 = q \& pp + paa' = r$, on déduira facilement la valeur de a' & celle de a . Donc l'équation $x^6 + 3px^4 + qx^3 + 3rx^2 + \frac{r^3}{p^3} = 0$, est résoluble quels que soient p, q, r .

Soient, par exemple, $p = 2, q = -5, r = -6$. on aura $x^6 + 6x^4 - 5x^3 - 18x^2 - 27 = 0$
 $a^3 + a'^3 = -5$
 $aa' = -5$.

Et par conséquent, $a^6 + 5a^3 = 125$. Donc

$$a = \sqrt[3]{- \frac{5}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(525)}}$$

$\& a' = - \sqrt[3]{\frac{5}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(525)}}. B = - 3$.

Cela posé, l'équation

$y^2 (ax + b) + y (a'x + b') + x^2 + B = 0;$
qui alors se réduit à

donne $ay^3x + a'yx + x^3 - 3 = 0;$

$$x = -\frac{1}{2}(ay^3 + a'y) \pm \frac{1}{2}\sqrt{(aay + a'a'y^3 + 2aa' + 12)};$$

C'est-à-dire,

$$x = -\frac{1}{2} \left[y^3 \sqrt{\left[-\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(525)} \right]} - y^3 \sqrt{\left[\frac{5}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(525)} \right]} \right. \\ \left. \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left[y^3 \sqrt{\left[\frac{275}{2} - \frac{5}{2}\sqrt{(525)} \right]} + y^3 \sqrt{\left[\frac{275}{2} + \frac{5}{2}\sqrt{(525)} \right]} + 2 \right]} \right]$$

qui donnera les six racines, en mettant pour y les trois valeurs

$$y = 1, \quad y = \frac{-1 + \sqrt{(-3)}}{2}, \quad y = \frac{-1 - \sqrt{(-3)}}{2}.$$

Il est aisé de trouver beaucoup d'autres équations résolubles dans ce degré & dans les degrés supérieurs; nous ne nous y arrêterons pas.



*OBSERVATIONS
DE L'ÉCLIPSE DU SOLEIL
DU 16 AOÛT 1765.*

Par M. LE MONNIER.

J'AVOIS préparé, pour observer le commencement de cette Éclipse, une lunette achromatique de 10 pieds $\frac{1}{2}$, que M. Short m'avoit envoyée de Londres; mais les nuages m'ont fait manquer le commencement de l'Éclipse.

A 4^h 17' 42", la corne inférieure a paru atteindre le *nadir* du disque du Soleil; & avec le micromètre, j'ai trouvé entre les verticaux des deux cornes 13' 07" $\frac{1}{2}$.

A 5^h 11' 50", la fin de l'Éclipse à distance du nadir de 15 degrés, autant qu'il a été possible de la distinguer entre les nuages.

L'Almanach de Beauvais est le seul qui ait annoncé cette Éclipse partielle, qui, sans cela, nous eût échappé.

A CALAIS, M. le Prince de Croy y a fait observer de 2 doigts $\frac{5}{6}$ la grandeur de cette Éclipse, dont le commencement à 3^h 50' 46", & la durée 1^h 17' 31" $\frac{1}{2}$, la fin y ayant paru à 5^h 08' 17" $\frac{1}{2}$.

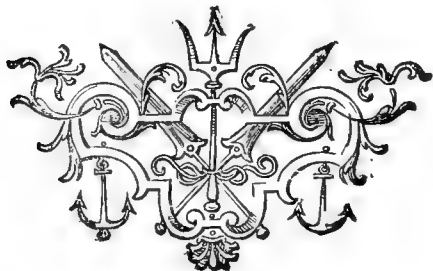
A BREST, M. le Chevalier de Goimpy s'est servi de la lunette du quart-de-cercle de 3 pieds, qui ne lui avoit pas procuré d'ailleurs la correction de la pendule, mais il l'avoit réglé sur la ligne méridienne; & quant à la durée de l'Éclipse, avec cette lunette de 3 pieds, il la donne comme très-précise & hors d'incertitude, le ciel ayant été à Brest fort serein.

A 3^h 38' 16" $\frac{1}{2}$, commencement apparent, le disque du
Mém. 1765. . Aaaa

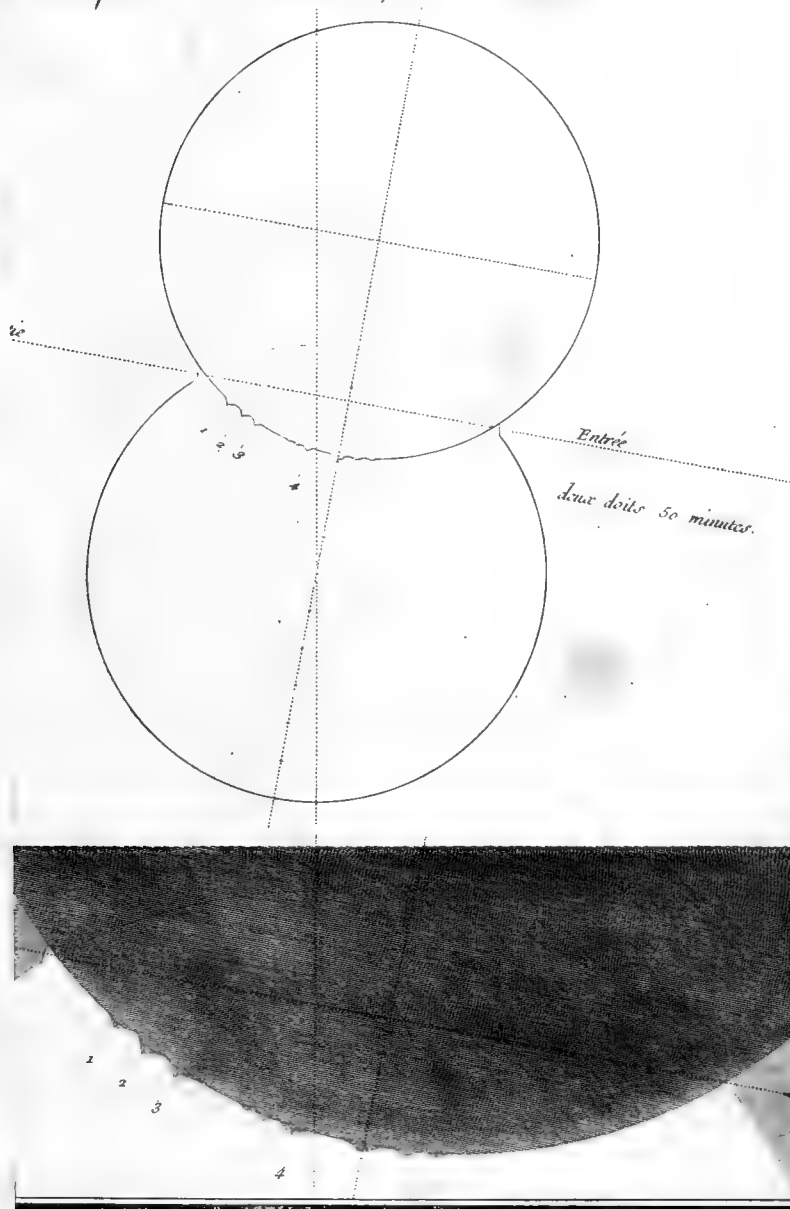
Soleil ayant successivement paru plus enfoncé par le disque opaque de la Lune.

A $4^h 38' 50''$, fin de l'Éclipse, & le point du disque où cette fin a paru se faire a précédé au fil vertical du quart-de-cercle le passage du 2.^d bord du Soleil de 9 secondes à la pendule.

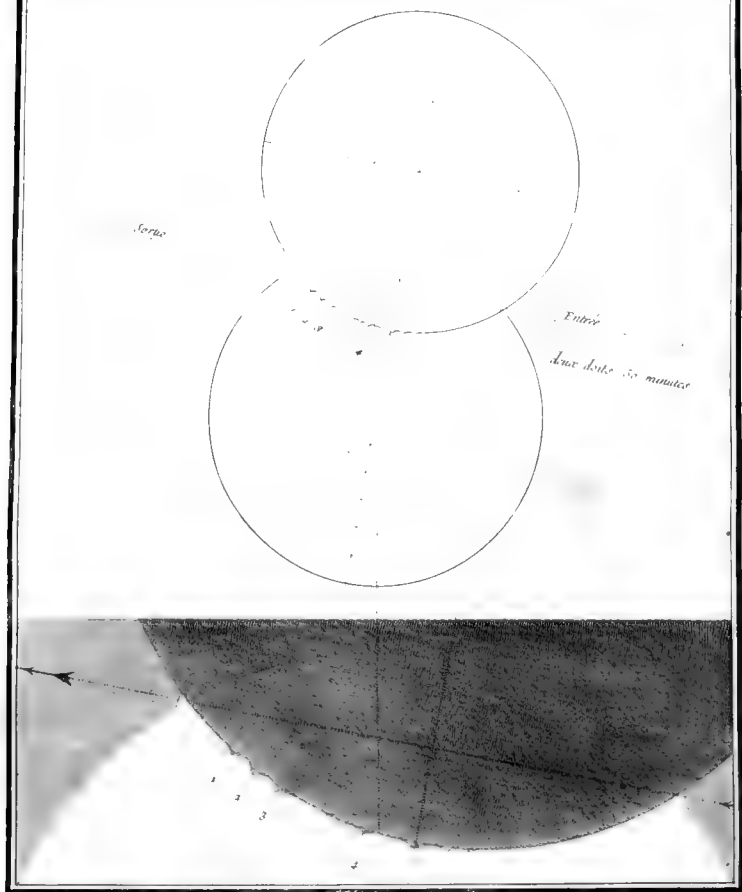
Une observation fort exacte dans les pays méridionaux de la France, & sur-tout si elle eût pu se faire à Madrid, nous auroit fait connoître incontestablement que les causes physiques en auroient accourci la durée de plus d'une minute à la pendule. Voyez les *Savans étrangers*, Tome VI, les Tables donnent à $4^h 22'$ de temps moyen, le Soleil $\Omega 23^d 53' 17''$, la longitude de la Lune $\Omega 24^d 11' 24''$, la latitude boréale $1^d 16' 41''\frac{1}{2}$: il faudra avancer le lieu du Soleil de 45 secondes pour connoître l'erreur des Tables de la Lune.



Eclipse du 16 Aoust 1765. à Calais.



Eclipse du 16 Aoust 1765 à Calais.



P R É C I S

D'UNE THÉORIE GÉNÉRALE DE LA DIOPTRIQUE.

Par M. E U L E R.

1. **U**N nombre quelconque de surfaces réfringentes sphériques étant proposé $PAP, QBQ, RCR, \&c.$ Fig. 1. dont les centres se trouvent sur le même axe EI , je conçois leurs convexités tournées en même sens vers l'objet Ee , & je nomme les rayons de leur courbure

de $PAP = p$, de $QBQ = q$, de $RCR = r$, de $SDS = s$, &c.

2. Je considère d'abord les rayons de lumière moyens, & je pose la raison du sinus d'incidence au sinus de réfraction pour ces surfaces

$PAP = n : 1$, $QBQ = n' : 1$, $RCR = n'' : 1$, $SDS = n''' : 1$, &c.

ou pour les rayons d'une autre espèce quelconque, j'augmente ou diminue ces nombres n, n', n'', n''' , &c. de leurs différentielles dn, dn', dn'', dn''' , &c. dont les valeurs doivent être tirées de la nature de chaque milieu réfringent, terminé par les surfaces proposées.

3. Que devant ces surfaces soit exposé un objet rayonnant Ee dont les rayons moyens, infiniment proches de l'axe, représentent par chaque réfraction les images en $F\zeta, G\eta, H\theta, I\iota, \&c.$ & nommant les distances

$EA = a$, $FB = b$, $GC = c$, $HD = d$,
& $AF = \alpha$, $BG = \beta$, $CH = \gamma$, $DI = \delta$,

les principes de la Dioptrique fournissent ces égalités

$$\frac{n-1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{n}{\alpha}, \quad \frac{n'-1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{n'}{\beta}, \quad \frac{n''-1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{n''}{\gamma}, \quad \&c.$$

A a a a. ij.

Rayons
des surfaces
 $p, q, r, s, \&c.$

Raisons
de réfraction
 $n, n', n'', n''', \&c.$

1.^{re}
CONSIDÉRATION.

Explication des
distances $a, b, c, d, \&c.$ &
 $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \&c.$

Demi-diamètre
de
l'objet $E\varepsilon = z$.

4. Ensuite posant le demi-diamètre de l'objet $E\varepsilon = z$, celui de chaque image se trouve déterminé de cette sorte :

Images
principales
 $F\zeta, G\eta, H\theta, I\iota$,
&c.

$$F\zeta = \frac{\alpha z}{n a}, G\eta = \frac{\alpha \varepsilon z}{n n' a b}, H\theta = \frac{\alpha \varepsilon \gamma z}{n n' n'' a b c}, I\iota = \frac{\alpha \varepsilon \gamma \delta z}{n n' n'' n''' a b c d}, \&c.$$

Explication des
lettres $A, B,$
 $C, D,$ &c.

ou bien si nous posons pour abrégér,

$$\alpha = \frac{a}{A}, \varepsilon = \frac{b}{B}, \gamma = \frac{c}{C}, \delta = \frac{d}{D}, \&c.$$

nous aurons premièrement

$$p = \frac{(n-1)a}{n A + 1}, q = \frac{(n'-1)b}{n' B + 1}, r = \frac{(n''-1)c}{n'' C + 1}, s = \frac{(n'''-1)d}{n''' D + 1}, \&c.$$

& ensuite

$$F\zeta = \frac{z}{n A}, G\eta = \frac{z}{n n' A B}, A\theta = \frac{z}{n n' n'' A B C}, I\iota = \frac{z}{n n' n'' n''' A B C D}.$$

5. Ces images sont alternativement renversées & debout, selon que le nombre des surfaces est impair ou pair. Soit Z le demi-diamètre de la dernière image qu'un oeil regarde à la distance $= k$, & il le verra sous un angle $= \frac{Z}{k}$; mais si l'oeil voyoit directement le même objet à la distance $= h$, il le verroit sous un angle $= \frac{z}{h}$, d'où l'on pourra juger du grossissement produit par les surfaces réfringentes.

Grossissement
 m .

6. Pour nous former une juste idée de ce jugement, je suppose que k soit la distance à laquelle l'oeil voit le plus distinctement les objets; mais h est une distance arbitraire à laquelle on rapporte le grossissement que je nommerai la distance d'estime, qu'on prendra ensuite pour les télescopes égale à la distance même de l'objet $EA = a$, mais pour les microscopes égale à 8 pouces : ainsi le grossissement sera

Distance
d'estime h .

$$= \frac{h Z}{k z}.$$

7. J'indiquerai ce grossissement par le nombre m , qui marque combien de fois le diamètre de l'objet est vu plus

grand par les surfaces réfringentes, qu'à la vue simple étant vu à la distance $= h$. Je remarque de plus que ce nombre m étant positif, indique que l'objet est vu debout, mais s'il est négatif, renversé; ainsi en supposant la dernière image debout,

$$\text{nous aurons } m = \frac{hZ}{kz}.$$

8. Pour mieux développer le demi-diamètre Z de la dernière image, je remarque que posant le produit $n n' n'' n'''$, &c. $= N$, la raison $N : 1$ définit la réfraction des rayons moyens, qui passeroient du milieu où se trouve l'objet immédiatement dans

Explication
du nombre N .

$$\text{celui où est placé l'œil; \& partant ayant } Z = \frac{z}{NABCD, \&c.},$$

$$\text{nous aurons pour le grossissement } m = \pm \frac{h}{Nk.ABCD, \&c.},$$

où le signe $+$ a lieu quand le nombre des surfaces est pair: quand il est impair, il faut prendre le signe $-$.

9. Or pour apercevoir ce grossissement, il faut que l'œil soit placé derrière la dernière image à la distance $= k$, comme je viens de le supposer; cette distance k étant presque appropriée à la nature de l'œil. On juge aussi aisément que la distance de l'œil derrière la dernière surface doit nécessairement être positive.

Distance
juste de l'œil k .

10. Maintenant, je vais considérer la route d'un rayon moyen EP , venant du centre de l'objet E qui entre par l'extrémité de l'ouverture de la première surface, & après les réfractions traverse les autres surfaces en ϵ, γ, δ , &c. & coupe l'axe aux points f, g, h, i , &c. Je pose le demi-diamètre de l'ouverture de la première surface $AP = \chi$, en supposant l'arc AP si petit qu'on le puisse confondre avec son sinus sans erreur sensible.

II.
CONSIDÉRATION.
Fig. 2.

Demi-diamètre
de l'ouverture
de la première
surface
 $AP = \chi$

11. Je remarque d'abord que les points sur l'axe f, g, h, i , &c. seront différens des lieux des images principales F, G, H, I , &c. mais que les intervalles Ff, Gg, Hh , &c. seront fort petits. De-là je tire les déterminations suivantes, assez exactes pour notre dessein.

Première
condition pour
l'ouverture des
autres surfaces.

$$B\epsilon = \frac{b}{a} \chi, C\gamma = \frac{bc}{a\epsilon} \chi, D\delta = \frac{bcd}{a\epsilon\gamma} \chi, E\epsilon = \frac{bcde}{a\epsilon\gamma\delta} \chi, \&c.$$

$$\text{ou } B\epsilon = Ab \cdot \frac{\chi}{a}, C\gamma = ABc \cdot \frac{\chi}{a}, D\delta = ABCd \cdot \frac{\chi}{a}, \&c.$$

Il est clair que les ouvertures des autres surfaces ne fauroient être plus petites.

Inclinaison
des
rayons
extrêmes.

12. En second lieu, cette considération me fournit les angles que le rayon fait avec l'axe aux points f, g, h, i , &c. que je nomme l'inclinaison des rayons extrêmes,

$$Afp = \frac{\chi}{a}, Bg\epsilon = \frac{b\chi}{a\epsilon}, Ch\gamma = \frac{bc\chi}{a\epsilon\gamma}, Di\delta = \frac{bcd\chi}{a\epsilon\gamma\delta}, \&c.$$

$$\text{ou } Afp = A \cdot \frac{\chi}{a}, Bg\epsilon = AB \cdot \frac{\chi}{a}, Ch\gamma = ABC \cdot \frac{\chi}{a}, Di\delta = ABCD \cdot \frac{\chi}{a}, \&c.$$

13. Ces angles servent à connoître le cône lumineux, qui est transmis du point E de l'objet par les surfaces réfringentes, dont les sommets se trouvent aux points f, g, h , &c. De-là on pourra déterminer à chaque lieu l'épaisseur de ce cône lumineux, ce qui est un élément essentiel pour déterminer le degré de clarté.

14. La dernière image étant l'objet immédiat de la vision, cet angle du cône lumineux y sera $= ABCD, \&c. \frac{\chi}{a}$; donc posant la distance de l'œil derrière cette image $= k$, le demi-diamètre de la largeur du cône à l'entrée dans l'œil sera $= \frac{k\chi}{a} \cdot ABCD, \&c.$ qui étant comparé avec l'ouverture de la prunelle, montrera le degré de clarté dont l'objet sera vu.

15. Si cette largeur du cône lumineux égaloit ou surpassoit la prunelle, la clarté seroit complète ou la même dont l'objet seroit vu à la vue simple; mais dans les instrumens de Dioptrique cette largeur est ordinairement plus petite, ce qui fournit donc une juste mesure du degré de clarté, que j'indiquerai par la lettre v .

Degré de clarté
 v .

16. Ayant donc $v = \frac{h\chi}{a} \cdot ABCD$, &c. comparons cette formule avec celle qui a été trouvée pour le grossissement $m = \pm \frac{h}{Nk \cdot ABCD, \&c.}$, & leur produit donne $mv = \frac{h\chi}{Na}$; d'où, si l'on considère le degré de clarté v comme donné, on en tire d'abord l'ouverture de la première surface, dont le demi-diamètre doit être $\chi = N \cdot \frac{mav}{h}$.

Beau rapport entre le degré de clarté, le grossissement & l'ouverture de la première surface.

17. Comme le demi-diamètre de la prunelle est estimé environ de $\frac{1}{12}$ pouce, pourvu que v ne soit plus petit que de $\frac{1}{12}$ pouce, on jouira d'une pleine clarté: or je remarque qu'en ne donnant à v que $\frac{1}{50}$ pouce, la clarté est encore très-suffisante, quoiqu'elle diminue en effet en raison du carré de la quantité v .

18. A présent, je vais considérer les petits écarts des points f, g, h, i , &c. des images principales F, G, H, I , &c. qui contiennent la source de la confusion attribuée à la figure sphérique des surfaces, mais qui dépend principalement de l'ouverture des surfaces; ces écarts Ff, Gg, Hh, Ii , &c. seront nommés les espaces de confusion de chaque image, & je poserai

Recherches sur la confusion causée par l'ouverture des surfaces.

Espaces de confusion $y, y', y'', \&c.$

$$Ff = y, Gg = y', Hh = y'', Ii = y''', \&c.$$

19. Or, par les principes de la Dioptrique, on trouve

$$Ff = y = \frac{(a+\alpha)^2 \chi \chi}{2(n-1)^2 aa} \left(\frac{n}{a} + \frac{1}{\alpha} \right) = \frac{(n+A)(A+1)^2}{2(n-1)^2 AA} \cdot \frac{\chi \chi}{a},$$

& de-là, pour les autres réfractions, les suivans:

$$Gg = y' = \frac{y}{n' BB} + \frac{AA(n'+B)(B+1)^2}{2(n'-1)^2 BB} \cdot \frac{b\chi\chi}{aa}$$

$$Hh = y'' = \frac{y'}{n'' CC} + \frac{AABB(n''+C)(C+1)^2}{2(n''-1)^2 CC} \cdot \frac{c\chi\chi}{aa}$$

$$Ii = y''' = \frac{y''}{n''' DD} + \frac{AABBCC(n''' + D)(D+1)^2}{2(n'''-1)^2 DD} \cdot \frac{d\chi\chi}{aa},$$

&c.

Espace
de confusion
de la dernière
image.

20. Soit à présent Y l'espace de confusion de la dernière image; & posant, comme ci-dessus, $n n' n'' n'''$, &c. $= N$, on trouvera

$$\begin{aligned} \&c. Y = \frac{n(n+A)(A+1)}{(n-1)^2} \cdot \frac{\chi\chi}{a} + \frac{n n' A^2 (n' + B)(B+1)^2}{(n' - 1)^2} + \frac{b\chi\chi}{aa} \\ &+ \frac{n n' n'' A^2 B^2 (n'' + C)(C+1)^2}{(n'' - 1)^2} + \frac{c\chi\chi}{aa} \\ &+ \frac{n n' n'' n''' A^2 B^2 C^2 (n''' + D)(D+1)^2}{(n''' - 1)^2} + \frac{d\chi\chi}{aa}, \\ &\&c. \end{aligned}$$

Donc s'il étoit possible de réduire à zéro cette valeur de Y , la confusion causée par l'ouverture seroit entièrement détruite, au moins pour le milieu de l'objet qui est dans l'axe.

Confusion
qui en résulte
dans la vision.

21. On voit bien que cet espace de confusion est proportionnel au carré $\chi\chi$, mais la confusion qui en résulte dans la vision même, est en raison du cube χ^3 ; car soit Hv la dernière image principale, & $Hn = Y$ son espace de confusion, derrière laquelle l'œil se trouve dans la juste distance $= k$, de sorte que l'image principale y soit distinctement dépeinte, & il s'agit d'examiner quel effet y produiront les rayons qui viennent de l'extrémité n .

22. Pour cet effet, considérons les rayons qui sortent du point n , lesquels étant inclinés à l'axe d'un angle $= ABCD$, &c. $\frac{\chi}{a}$; posons cet angle $Nno = ABCD$, &c. $\frac{\chi}{a} = O$; de sorte que $No = OY$, & l'œil verra le point n sur l'image principale Nv comme un cercle dont le rayon $= No$, ou bien le centre de l'objet E auquel répondent les points H & n dans l'image, sera vu comme une tache ronde, dont le demi-diamètre est $= No = OY$.

Confusion
sentie
ou l'angle θ .

23. Soit θ l'angle sous lequel le demi-diamètre de cette tache paroîtra à l'œil, & cet angle nous fournira la juste mesure de la confusion sentie, & nous aurons $\theta = \frac{OY}{k}$,
puisque

puisque la distance de l'œil est supposée $= k$. Donc, puisque l'angle O est proportionnel au demi-diamètre de l'ouverture $AP = \chi$ & l'espace de confusion Y à son carré $\chi\chi$, la confusion sentie sera comme son cube χ^3 .

24. Mais cette confusion est diminuée quand on place l'œil en sorte qu'une image mitoyenne $P\pi$ en soit éloignée de la juste distance k ; car puisque l'inclinaison des rayons en n est comme la racine carrée de l'espace Nn , & que cette raison a lieu pour tous les points entre n & N ; on trouve que la confusion sentie sera la plus petite en prenant l'intervalle $nP = \frac{1}{4} Nn$; alors donc la confusion sentie sera $\theta = \frac{OY}{4k}$.

Explication
de la quantité ω .

25. Posons maintenant, pour abrégér,

$$= \frac{(n+A)(A+1)^2}{(n-1)^2} a + \frac{nA^2(n+B)(B+1)^2}{(n-1)^2} b + \frac{n\pi n''A^4B^4(n'+C)(C+1)^2}{(n''-1)^2} c + \frac{n\pi n''n'''(A^4B^4C^4(n'''+D)(D+1)^2)}{(n'''-1)^2} d, \&c.$$

& puisque nous avons trouvé

$$Y = \frac{\omega}{2N.AABCCDD, \&c.} \cdot \frac{\chi\chi}{aa}, \& O = ABCD, \&c. \frac{\chi}{a},$$

$$\text{nous en tirerons } \theta = \frac{\omega}{8Nk.ABCD, \&c.} \cdot \frac{\chi^3}{a^2}.$$

$$26. \text{ Introduisons-y le grossissement } m = \pm \frac{h}{Nk.ABCD, \&c.}, \text{ Juste mesure de la confusion sentie } \theta.$$

& puisque le signe $+$ ou $-$ n'entre pas ici en considération, nous aurons pour la confusion sentie, cette expression assez simple $\theta = \frac{m\omega}{8h} \cdot \frac{\chi^3}{a^2} = \frac{1}{8} \cdot \frac{m\omega}{a} \cdot \frac{\chi^3}{aah}$.

Où il faut remarquer, que pourvu que l'angle θ ne surpasse pas deux secondes, la confusion est encore très-supportable. Il

faut donc faire en sorte que la quantité $\frac{1}{8} \cdot \frac{m\omega}{a} \cdot \frac{\chi}{aah}$ ne surpasse pas cette fraction $\frac{1}{100000}$.

Mém. 1765.

B b b b

III.
CONSIDÉRATION.

27. Ces déterminations du degré de clarté & de la confusion sentie, ayant été tirées de la seconde considération, je passe à la troisième considération où il s'agit de la route d'un

Fig. 5. rayon moyen qui venant de l'extrémité de l'objet ϵ , passe par le milieu A de la première surface, & en traversant les autres surfaces en b, c, d , &c. coupe l'axe aux points q, r, s , &c. la première intersection devant être conçue au point même A .

Demi-diamètre
du champ
apparent = ϕ .

28. En considérant le point ϵ comme le dernier ou le plus éloigné de l'axe dont les rayons soient encore transmis par les surfaces réfringentes, l'angle $EA\epsilon$ nous exprime ce qu'on nomme le demi-diamètre du champ apparent, & je poserai cet angle $EA\epsilon = \phi$.

Seconde
condition pour
l'ouverture des
surfaces.

29. Il faut donc bien que l'ouverture des surfaces suivantes s'étende au moins jusqu'aux points b, c, d , &c. pour transmettre les rayons de l'extrémité ϵ qui passent par le milieu A de la première surface, mais puisque ceux qui passent par toute l'ouverture PAP doivent aussi être transmis en y ajoutant la condition du §. 2, nous aurons les demi-diamètres de l'ouverture entière de chaque face,

Juste mesure
de
l'ouverture
de
chaque surface.

$$AP = \chi, EQ = Ab \frac{\chi}{a} + Bb \quad CR = Abc \frac{\chi}{a} + Cc, DS = ABCd \frac{\chi}{a} + Dd, \&c.$$

en prenant toutes ces parties positivement, quand même elles seroient négatives.

30. Sans m'embarrasser encore comment ces élémens sont déterminés par les précédens; puisque les espaces Bb, Cc, Dd , &c. constituent ordinairement la plus grande partie de chaque ouverture, il est très-essentiel d'avertir que le demi-diamètre de chaque ouverture ne sauroit surpasser la quatrième partie de son rayon de courbure afin que chaque ouverture n'embrasse point un cercle au-delà de 30 degrés.

Explication
des
quantités
 $\pi', \pi'', \pi''', \&c.$

31. Par cette raison, je rapporterai d'abord les espaces Bb, Cc, Dd , &c. chacun à son rayon de courbure, en introduisant les nouveaux élémens suivans :

$$Bb = \pi' q, Cc = \pi'' r, Dd = \pi''' s, \&c.$$

Ces lettres π' , π'' , π''' , &c. signifient donc des fractions plus petites que $\frac{1}{4}$ ou même $\frac{1}{5}$, qui peuvent être prises tant négatives que positives; on les pourroit nommer les exposans des ouvertures.

32. Ensuite par rapport aux intersections avec l'axe q, r, s , &c. puisque tous les rayons de l'objet entier y concourent, ce n'est que dans ces points qu'un œil placé peut découvrir le champ apparent tout entier; c'est donc une condition très-essentielle, qu'on doit placer l'œil dans celui de ces points qui répond à la dernière surface réfringente; & il est évident que ce point doit tomber derrière la surface.

Condition
nécessaire pour
le lieu de l'œil,

33. Il est aussi très-important de bien connoître les angles que le rayon ϵA fait après chaque réfraction avec l'axe, ce qui me fournit encore de nouveaux élémens pour introduire dans le calcul, sans le secours desquels nous tomberions en des calculs extrêmement embrouillés; je nommerai donc ces angles :

Explication
des angles
 $\psi, \psi', \psi'', \&c.$

$$BAb = \psi, Bqb = Cqc = \psi', Crc = Drd = \psi'', Dsd = ssg = \psi''', \&c.$$

34. De-là nous tirons d'abord les déterminations suivantes.

$$\pi'q = AB, \psi = Bq, \psi', \pi''r = Cq, \psi' = Cr, \psi'', \pi'''s = Dr, \psi'' = Ds, \psi''', \&c.$$

Or pour le premier de ces angles $BAb = \psi$, puisqu'il est celui de réfraction, l'angle d'incidence étant $EAc = \phi$ pour la première surface, nous avons d'abord $\phi : \psi = n : 1$ & partant $\phi = n \psi$.

35. Pour les autres, j'observe qu'en concevant en A un point rayonnant, ses images, par les réfractions suivantes, tomberoient précisément dans les points q, r, s , &c. d'où la nature de la réfraction nous fournit ces équations.

$$\frac{n-1}{q} = \frac{1}{BA} + \frac{n}{Bq}, \frac{n'-1}{r} = \frac{1}{qC} + \frac{n'}{Cr}, \frac{n''-1}{s} = \frac{1}{rD} + \frac{n''}{Ds}, \&c.$$

Relation
entre

& en y substituant les valeurs données ci-dessus, nous aurons :

les quantités
 $\pi', \pi'', \pi''', \&c.$
&

$$(n-1)\pi' = \psi + n\psi', (n'-1)\pi'' = \psi' + n'\psi'', (n''-1)\pi''' = \psi'' + n''\psi''', \&c.$$

36. Maintenant il faut chercher les rapports par lesquels ces

B b b b ij

nouveaux élémens tiennent à ceux que les considérations précédentes nous ont fourni, & d'abord le champ apparent nous donne $z = a\phi$; ensuite considérant que la route du rayon $A\epsilon$ passe les extrémités de toutes les images principales, on en conclut ces déterminations :

$$\begin{aligned} b &= \frac{a\phi(n'B + 1)}{n'A(\psi' - B\psi)}; \\ c &= \frac{a\phi(n''C + 1)}{nn'n''AB(\psi'' - C\psi')} ; \\ d &= \frac{a\phi(n'''D + 1)}{nn'n''n'''ABC(\psi''' - D\psi'')}, \text{ \&c.} \end{aligned}$$

D'où l'on déduit ensuite aussi les distances ζ, δ, γ , &c. avec les rayons q, r, s , &c.

Formules
pour le lieu
de l'œil.

37. Ayant vu que l'œil doit être placé au dernier des points q, r, s , &c. il faut se souvenir que l'œil doit se trouver à la distance $= k$ derrière la dernière image; d'où nous tirons pour chaque nombre de surfaces les équations suivantes :

Nombre des surfaces.	Distance de l'œil.	
1	$Ap = 0 = a + k$	d'où il s'ensuit
2	$Bq = \frac{\pi'q}{\psi'} = \zeta + k$	$B(n' - 1)\psi'k + (\psi' - B\psi)q = 0$
3	$Cr = \frac{\pi''r}{\psi''} = \gamma + k$	$C(n'' - 1)\psi''k + (\psi'' - C\psi')r = 0$
4	$Ds = \frac{\pi'''s}{\psi'''} = \delta + k$	$D(n''' - 1)\psi'''k + (\psi''' - D\psi'')s = 0$
	&c.	&c.

38. Ces mêmes relations doivent revenir en considérant le dernier des angles $\psi, \psi', \psi'',$ &c. qui étant celui même sous lequel le demi-diamètre de l'objet sera vu, doit produire le même grossissement m rapporté à la distance d'estime h ; d'où il est clair que le dernier de ces angles doit être $= \pm \frac{ma\phi}{h}$.

le signe $+$ ayant lieu pour les nombres impairs des surfaces,
& le signe $-$ pour les pairs.

39. Développons donc ces angles par les exposans π' , π'' , &c.

& à cause de $\psi = \frac{\phi}{n}$, nous obtiendrons

$$\begin{aligned}\psi' &= \frac{(n'-1)\pi'}{n'} - \frac{\phi}{nn'} \text{ à éгалer à } -\frac{ma\phi}{h} \\ \psi'' &= \frac{(n''-1)\pi''}{n''} - \frac{(n'-1)\pi'}{n'n''} + \frac{\phi}{nn'n''} \text{ à } +\frac{ma\phi}{h} \\ \psi''' &= \frac{(n'''-1)\pi'''}{n'''} - \frac{(n''-1)\pi''}{n''n'''} + \frac{(n'-1)\pi'}{n'n''n'''} - \frac{\phi}{nn'n''n'''} \text{ à } -\frac{ma\phi}{h} \\ &\quad \&c.\end{aligned}$$

& partant le dernier nous fournit cette équation

$$N. \frac{ma}{h} - 1) \phi = -n(n'-1)\pi' + nn'(n''-1)\pi'' - nn'n''(n'''-1)\pi''' + \&c.$$

Formule
pour
déterminer
le
champ
apparent.

40. Voilà une formule assez simple qui sert à déterminer le champ apparent par les seuls exposans d'ouverture π' , π'' , π''' , &c. le grossissement m étant donné; d'où l'on déduit aisément les conditions sous lesquelles on peut amplifier le champ apparent. Je remarque seulement que la valeur de ϕ doit être positive; à quoi il est aisé de satisfaire, puisque les fractions π' , π'' , π''' , &c. peuvent être prises tant négatives que positives: on voit aussi de-là que plus on veut amplifier le champ, & plus on doit employer de surfaces.

41. Les éclaircissements que la troisième considération vient de nous fournir, sont sans doute de la plus grande importance, en nous ayant mis en état de mieux fixer le lieu de l'œil & d'assigner à chaque surface sa juste ouverture; mais principalement la dernière formule pour le champ apparent est un article très-essentiel pour perfectionner les instrumens de Dioptrique.

42. Jusq'ici je n'ai considéré que les phénomènes qui sont produits par les rayons moyens; il ne reste donc plus

B b b b iij

I V.^e
CONSIDÉRATION
sur
la différente
réfraction
des rayons.

que d'appliquer nos recherches aux rayons de toute autre espèce : comme les variations qui en résultent sont fort petites, on les pourra représenter par les différentielles des nombres $n, n', n'',$ &c. qui expriment la réfraction des rayons moyens sans s'astreindre à aucune hypothèse sur la différente réfrangibilité des rayons.

Fig. 6. 43. Soient donc $f\zeta', g\eta', h\theta', ii',$ &c. les images représentées par les rayons d'une autre espèce quelconque, & à cause de la variation des points $F, G, H, I,$ &c. les distances

Quantités
variables
& constantes
par rapport
à la différente
nature
des rayons,

$AF = a, BF = b, BG = c, GC = c, CH = \gamma, HD = d,$ &c. doivent être traitées comme variables pendant que les rayons de courbure $p, q, r,$ &c. demeurent constans; mais puisque les intervalles entre les surfaces $AB = a + b, BC = c + c, CD = \gamma + d,$ &c. demeurent aussi invariables; nous aurons d'abord ces rapports différentiels

$$\partial b = -\partial a, \partial c = -\partial c, \partial d = \partial \gamma, \partial e = \partial \delta, \text{ \&c.}$$

Déterminations
des espaces
de
diffusion
 $Ff, Gg, Hh,$
&c.

44. Nous n'avons donc qu'à différentier, selon ces principes, les équations rapportées au §. 3, pour en tirer les déterminations suivantes :

$$\begin{aligned} Ff &= \partial a = \frac{a \partial n}{n} \left(1 - \frac{a}{p}\right) = -\partial b \\ Gg &= \partial c = \frac{c \partial n}{n' b b} + \frac{c \partial n'}{n'} \left(1 - \frac{c}{q}\right) = -\partial c \\ Hh &= \partial \gamma = \frac{\gamma \partial n}{n'' c c} + \frac{\gamma \partial n''}{n''} \left(1 - \frac{\gamma}{r}\right) = -\partial d \\ Ii &= \partial \delta = \frac{\delta \partial n}{n''' d d} + \frac{\delta \partial n'''}{n'''} \left(1 - \frac{\delta}{s}\right) = -\partial e \\ &\text{\&c.} \end{aligned}$$

N. B. Les images formées par les rayons de différente nature étant répandus par les intervalles $Ff, Gg, Hh,$ &c. je nommerai ces intervalles les espaces de diffusion.

45. Introduisons les relations rapportées au §. 4, & à cause de $1 = \frac{a}{p} = \frac{A-1}{(n-1)A}$, nous aurons

$$Ff = \partial a = - \frac{a(A+1)\partial n}{n(n-1)AA} = - \partial b$$

$$Gg = \partial c = \frac{\partial a}{n'BB} - \frac{b(B+1)\partial n'}{n'(n'-1)BB} = - \partial c$$

$$Hh = \partial \gamma = \frac{\partial c}{n''CC} - \frac{c(C+1)\partial n''}{n''(n''-1)CC} = - \partial d$$

&c.

46. Posant donc le dernier espace de diffusion $= \partial \omega$, Dernier espace en substituant les valeurs précédentes dans les suivantes, à cause de diffusion $\partial \omega$. de $N = n n' n'' n'''$, &c. nous aurons

$$N.AABBCCDD, \&c. \partial \omega = - \frac{a(A+1)\partial n}{n-1} - \frac{n'AB(B+1)\partial n'}{n'-1} - \frac{n n' AAB Bc(C+1)\partial n''}{n''-1} - \frac{n n' n'' AAB BCCd(D+1)\partial n'''}{n'''-1} \&c.$$

& partant, si on pouvoit réduire à zéro cette expression, la confusion qui en rejaillit sur la vision, seroit anéantie.

47. Mais il faut aussi avoir égard au changement qui en résulte dans la grandeur des images qui doit produire une confusion plus sensible, que je nommerai la confusion en latitude, car il seroit inutile d'anéantir l'espace de diffusion, si les images de différentes couleurs différoient en grandeur.

48. Il faut donc aussi différentier les formules qui ont été assignées ci-dessus, §. 4, pour les demi-diamètres des images $F\zeta$, $G\eta$, $H\theta$, &c. ce qui se fait plus commodément en différentiant leurs logarithmes d'où nous tirons à cause de $\frac{z}{a} = \phi = \text{constante}$,

$$\partial .IF\zeta = - \frac{\alpha \partial n}{np},$$

$$\partial .IG\eta = \partial .IF\zeta + \frac{(\eta' - 1)\epsilon \partial \alpha}{\eta' b q} - \frac{\epsilon \partial \eta'}{\eta' q},$$

$$\partial .IH\theta = \partial .IG\eta + \frac{(\eta'' - 1)\gamma \partial \epsilon}{\eta'' c r} - \frac{\gamma \partial \eta''}{\eta'' r},$$

$$\partial .II\iota = \partial .IH\theta + \frac{(\eta''' - 1)\delta \partial \gamma}{\eta''' d s} - \frac{\delta \partial \eta'''}{\eta''' s}.$$

49. Pour rendre l'application de ces formules plus facile, introduisons-y les lettres A, B, C, D , &c. pour avoir

$$\partial .IF\zeta = - \frac{(nA + 1) \partial n}{n(n - 1)A},$$

$$\partial .IG\eta = \partial .IF\zeta + \frac{(\eta'B + 1) \partial \alpha}{\eta' B b} - \frac{(\eta'B + 1) \partial \eta'}{\eta' (\eta' - 1) B},$$

$$\partial .IH\theta = \partial .IG\eta + \frac{(\eta''C + 1) \partial \epsilon}{\eta'' C c} - \frac{(\eta''C + 1) \partial \eta''}{\eta'' (\eta'' - 1) C},$$

$$\partial .II\iota = \partial .IH\theta + \frac{(\eta'''D + 1) \partial \gamma}{\eta''' D d} - \frac{(\eta'''D + 1) \partial \eta'''}{\eta''' (\eta''' - 1) D}.$$

dont le développement nous précipiteroit en des calculs fort embrouillés.

Nouvelle
condition pour
le lieu de l'œil.

50. Une réflexion de la dernière importance nous servira à lever cette grande difficulté, sans qu'on ait besoin de réunir toutes les images formées par les rayons des différentes couleurs, il est toujours possible de rendre insensible la confusion en latitude, il ne s'agit que de placer l'œil dans un certain endroit, pour que la confusion causée par les différentes couleurs disparoisse entièrement.

Fig. 7. 51. En effet, soit Nv la dernière image principale représentée par les surfaces réfringentes, Nn son espace de diffusion, & nv' l'image d'une autre couleur quelconque. Qu'on tire par les extrémités v' & v , la droite $v'vO$ coupant l'axe en O , il est évident que plaçant l'œil en O , chaque point de l'objet sera dépeint sur le même point de la rétine par tous

tous les rayons différens, & partant la vision ne sera plus troublée par l'apparence des bords colorés.

52. On n'a donc qu'à chercher ce point O , & l'identifier avec le lieu de l'œil qui lui a déjà été assigné; or la distance NO étant $= \frac{Nn}{nv' - Nv} Nv = \frac{Nn \cdot Nv}{d \cdot Nv} = \frac{Nn}{d \cdot lNv}$, Fig. 6.

cherchons ces semblables points pour chacune des images $F\zeta$, $G\eta$, $H\theta$, &c. dont nous venons de considérer les variations, & supposant ces points en p , q , r , s , &c. nous aurons les déterminations suivantes:

$$Fp = \frac{d\alpha}{d.lF\zeta}, Gq = \frac{d\epsilon}{d.lG\eta}, Hr = \frac{d\gamma}{d.lH\theta}, Is = \frac{d\gamma}{d.lI\iota}, \&c.$$

53. Si nous voulions substituer ici les valeurs trouvées ci-dessus, nous tomberions en des formules plus compliquées, dont on ne sauroit espérer aucun secours; mais il arrive par un hasard aussi heureux qu'imprévu, qu'en identifiant ces points p , q , r , s , &c. avec ceux des mêmes dénominations de la figure 5, on parvient à des formules assez simples & même très-élégantes.

54. Ayant donc trouvé ci-dessus pour le cas de la figure 5

$$Ap = 0, Bq = \frac{\pi'q}{\psi'}, Cr = \frac{\pi''r}{\psi''}, Ds = \frac{\pi'''s}{\psi'''}, \&c.$$

mais en regardant successivement chaque image comme la dernière, la juste distance de l'œil $= k$ donne aussi ces valeurs, $Ap = \alpha + k$, $Bq = \epsilon + k$, $Cr = \gamma + k$, $Ds = \delta + k$, &c. ensuite en considérant les images mêmes de la figure 5, avec les angles ψ , ψ' , ψ'' , &c. nous aurons

$$Fp = \frac{F\zeta}{\psi}, Gq = \frac{G\eta}{\psi'}, Hr = \frac{H\theta}{\psi''}, Is = \frac{I\iota}{\psi'''}, \&c.$$

& en substituant les valeurs du §. 4 à cause de $z = a\phi$,

$$Fp = \frac{a\phi}{nA\psi}, Gq = \frac{a\phi}{n'A B\psi'}, Hv = \frac{a\phi}{n''A'BC\psi''}, \&c.$$

Autres
formules
pour les points
 p, q, r, s , &c.
de la fig. 5.

55. Égalons ces dernières formules à celles qui ont été
Mém. 1765.

2 C c c c

570 MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE
trouvées au §. 52, pour chaque nombre de surfaces, & nous
aurons à résoudre les équations suivantes :

Nombre des surfaces,	Équations
1	$\frac{a\phi}{nA\psi} = \frac{\partial a}{\partial .lF\zeta} = -k,$
2	$\frac{a\phi}{nn'AB\psi'} = \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial .lG\eta} = -k,$
3	$\frac{a\phi}{nn'u''ABC\psi''} = \frac{\partial \gamma}{\partial .lH\theta} = -k,$
	&c.

56. Mais afin que nous puissions passer successivement à
la dernière, posons

$$\begin{aligned} a\phi \partial .lF\zeta - nA\psi \partial a & \dots\dots\dots = P \\ a\phi \partial .lG\eta - nn'AB\psi' \partial \mathcal{C} & \dots\dots\dots = Q \\ a\phi \partial .lH\theta - nn'u''ABC\psi'' \partial \gamma & \dots\dots\dots = R \\ a\phi \partial .lI\iota - nn'u''u'''ABCD\psi''' \partial \delta & \dots\dots = S, \&c. \end{aligned}$$

de sorte que pour une surface on aura $P = 0$, pour deux
 $Q = 0$ pour trois, $R = 0$, &c.

57. Pour la première formule, à cause

$$\text{de } dlF\zeta = -\frac{(nA+1)dn}{n(n-1)A} \& d\alpha = -\frac{a(A+1)dn}{n(n-1)AA},$$

on a $P = -\frac{a\phi dn}{n} = -a\psi dn$; pour les autres
cherchons leurs différences, & d'abord,

$$Q - P = \frac{a\phi(n'B+1)d\alpha}{n'Bb} - \frac{a\phi(n'B+1)dn'}{n'(n'-1)B} - nA(n'B\psi'd\mathcal{C} - \psi d\alpha);$$

Or par le §. 36, nous aurons $a\phi(n'B+1) = nn'Ab(\psi' - B\psi)$;

$$\& \text{ par le §. 45 } \dots n'B\psi'd\mathcal{C} = \frac{\psi'd\alpha}{B} - \frac{b(B+1)\psi'dn'}{(n'-1)B};$$

$$\text{d'où l'on parvient à cette expression } Q - P = \frac{nAb(\psi' + \psi)dn'}{B} = 1.$$

laquelle à cause de $\frac{\psi' + \psi}{n' - 1} = \pi' - \psi$ se réduit à celle-ci :

$$Q - P = -nAb(\psi' - \pi') dn' \text{ ou } Q = P - nAb(\psi' - \pi') dn'.$$

58. Par une semblable réduction, on trouve,

$$R = Q - nn' Abc (\psi'' - \pi'') dn'',$$

$$S = R - nn'n'' ABC d(\psi''' - \pi''') dn''', \&c.$$

de sorte qu'à présent toutes les difficultés qui nous menaçoient d'abord, sont heureusement surmontées.

59. Maintenant, nous n'avons qu'à égarer à zéro la dernière de ces formules, pour procurer à la vision l'avantage, que les bords des objets soient vus bien terminés sans couleurs, pour cet effet on n'a qu'à satisfaire à cette équation,

Destruction
des
couleurs d'iris
sur
les bords
des objets vus.

$$\begin{aligned} 0 = a\psi dn + nAb(\psi' - \pi') dn' + nn' Abc (\psi'' - \pi'') dn'' \\ + nn'n'' ABC d(\psi''' - \pi''') dn''', \end{aligned}$$

&c.

60. On conviendra aisément, que par ce moyen on délivrera déjà les instrumens de Dioptrique du plus grand inconvénient, de la part de la différente réfrangibilité des rayons, & ce moyen pourra toujours être mis en usage, quand même il ne seroit pas possible de réunir toutes les images des différentes couleurs; ainsi en ne se servant que de lentilles d'une seule espèce de verre, ce moyen procurera toujours de très-grands avantages.

61. Cependant, à moins qu'on ne puisse réussir à faire évanouir aussi le dernier espace de diffusion, il restera encore une espèce de confusion, mais d'une nature tout-à-fait différente, & qui n'est pas si nuisible à la distinction de la vision, mais on délivrera les instrumens aussi de celle-ci, en satisfaisant à cette équation.

Destruction
entière
des
inconvéniens
de la différente
réfrangibilité
des rayons.

$$\begin{aligned} 0 = \frac{a(A+1)dn}{n-1} + \frac{nA^2b(B+1)dn}{n'-1} + \frac{nnA^2B^2c(C+1)dn''}{n''-1} \\ + \frac{nn'n''A^2B^2Cd(D+1)dn'''}{n'''-1}, \&c. \end{aligned}$$

Formule
nommée = Ω ;

C c c c ij

Appréciation
du degré
de confusion
de cette espèce.

62. Posons cette formule $= \Omega$, & pour les cas où il est impossible de la faire évanouir, il convient d'en apprécier le degré de confusion dont la vision sera troublée, ce qui se fera d'une manière semblable à celle dont je me suis servi pour la confusion de l'ouverture.

Fig. 4. 63. Pour ce cas, nous aurons donc l'espace de diffusion

des images $Nu = d\Omega = \frac{\Omega}{N \cdot A^2 B^2 C^2 D^2, \&c.}$, & l'angle O

dont les rayons sont inclinés à l'axe, sera ici pour tous les points $O = ABCD, \&c. \frac{\chi}{a}$. Or ici la confusion sentie

Juste mesure
de la confusion
sentie
par l'angle η .

deviendra la plus petite en plaçant le milieu de l'espace Nu à la juste distance de l'œil k , & alors le demi-diamètre apparent de la confusion sentie, ou des taches dont les points de l'objet seront représentés, sera $= \frac{O d \omega}{2 k}$, que je nommerai $= \eta$.

64. On aura donc pour la juste mesure de cette confusion,

$$\eta = \frac{\Omega \chi}{2 N a k \cdot A B C D, \&c.}$$

Or par la condition du grossissement ayant $Nk \cdot A B C D, \&c.$

$= \frac{h}{m}$, cette mesure sera $\eta = \frac{m \Omega \chi}{2 a h}$, ou bien

$$\eta = \frac{m \chi}{2 a h} \left(\frac{a(A+1)\partial n}{n-1} + \frac{n A^2 b(B+1)\partial n'}{n'-1} + \frac{n n' A^2 B^2 c(C+1)\partial n''}{n''-1} + \&c. \right)$$

Comparaison
de l'une
& de l'autre
confusion.

65. De-là on voit que cette confusion est proportionnelle au diamètre même de l'ouverture de la première surface, pendant que la première confusion étoit proportionnelle au cube de ce diamètre; on tire de-là aussi une juste comparaison entre ces deux espèces de confusion, puisqu'on n'aura qu'à comparer entre eux les deux angles θ & η ; or on aura

$$\theta : \eta = \frac{\omega \chi \chi}{4 a a} : \Omega.$$

66. Afin donc que cette confusion devienne impercep-

tible, il faudra faire en sorte que l'angle η ne surpasse point 2 secondes, ou que la valeur de η se trouve plus petite que $\frac{1}{1000000}$. Il n'y a aucun doute que ce moyen ne puisse être employé avec succès, même dans les cas où il n'est pas possible de réduire cette confusion à zéro.

67. Considérons maintenant plus soigneusement le lieu de l'œil qui doit nécessairement se trouver derrière la dernière surface, ou bien posant la distance de là $= O$, il est nécessaire que cette quantité O devienne positive, sans cette condition il seroit impossible que l'œil découvrit le champ apparent tout entier.

Juste mesure
du lieu de l'œil,

Distance
de l'œil
derrière
la dernière
surface $= O$.

68. En rassemblant tout ce qui vient d'être rapporté sur le lieu de l'œil, nous aurons pour chaque nombre de surfaces,

Nombre des surfaces.	Lieu de l'œil.
1	$O = 0 = \frac{\alpha}{A} + k,$
2	$O = \frac{\pi' q}{\psi'} = \frac{-h \pi' q}{m a \phi} = \frac{-h (\pi' - 1) \pi'}{N m A (\psi' - B \psi)} = \frac{-B}{k} \cdot \frac{(\pi' - 1) \pi'}{\psi' - B \psi} = \frac{b}{B} + k,$
3	$O = \frac{\pi'' r}{\psi''} = \frac{+h \pi'' r}{m a \phi} = \frac{+h (\pi'' - 1) \pi''}{N m A B (\psi'' - C \psi')} = \frac{-C}{k} \cdot \frac{(\pi'' - 1) \pi''}{\psi'' - C \psi'} = \frac{c}{C} + k,$
4	$O = \frac{\pi''' s}{\psi'''} = \frac{-h \pi''' s}{m a \phi} = \frac{-h (\pi''' - 1) \pi'''}{N m A B C (\psi''' - D \psi'')} = \frac{-D}{k} \cdot \frac{(\pi''' - 1) \pi'''}{\psi''' - D \psi''} = \frac{d}{D} + k,$
	&c.

où j'ai mis plusieurs formules équivalentes, afin qu'en chaque cas proposé on puisse se servir de celle qu'on jugera la plus commode.

69. Comme c'est une condition absolument nécessaire que la distance O soit positive, il est également nécessaire que les intervalles entre les surfaces AB, BC, CD , &c. deviennent positives; c'est pourquoi dans la détermination des élémens pour un cas quelconque, il faut bien prendre garde qu'aucune de ces formules ne devienne négative.

Conditions
nécessaires
à
observer.

$$AB = a + b, BC = b + c, CD = \gamma + d, D\epsilon = \delta + e, \&c.$$

$$\text{ou } AB = \frac{\pi'q}{\psi}, BC = \frac{\pi'q + \pi''r}{\psi'}, CD = \frac{\pi''r + \pi'''s}{\psi''}, D\epsilon = \frac{\pi'''s + \pi''''t}{\psi'''}$$

70. Il me semble que les articles que je viens de développer, renferment tout ce à quoi il faut avoir égard dans la Dioptrique ; les formules que j'ai données ici, sont en effet suffisantes pour procurer aux instrumens de Dioptrique toutes les bonnes qualités qu'on peut souhaiter, & même pour les porter au plus haut degré de perfection dont ils sont susceptibles.

71. Peut-être trouvera-t-on quelque difficulté pour appliquer ces formules à des cas particuliers, mais je puis assurer qu'après quelques essais on surmontera aisément toutes les difficultés, de sorte qu'on ne sauroit plus rien désirer dans cette science.

Avertissement
sur
l'application
de ces
formules.

72. Ordinairement dans la construction des instrumens de Dioptrique, on se règle sur les yeux, dont la juste distance k est infinie, & alors nos formules deviennent non-seulement plus simples, mais leur application aussi se fait beaucoup plus aisément, cependant sans s'astreindre à cette condition, où $k = \infty$, on réussira presque aussi bien en introduisant dans le calcul d'abord la distance de l'œil derrière la dernière surface qui est égale à O , & alors il sera bon de commencer les recherches par les formules suivantes.

Deux
surfaces.

Pour le cas des deux surfaces, on a d'abord

$$B = \frac{b}{O - k} \& N m A b k = h(O - k),$$

$$\text{d'où puisque } m a \phi = -\psi' h, O = \frac{\pi' q}{\psi'}, \& q = \frac{(n' - 1)b}{\pi' B + 1},$$

à cause de $(n' - 1)\pi' = n'\psi' + \psi$, on aura

$$b = \frac{h(O - k)}{N m A k} \& \frac{\psi}{\psi'} = \frac{\pi' h k + O \cdot N m A k}{h(O - k)}.$$

Trois
surfaces,

Pour le cas des trois surfaces, on a d'abord

$$C = \frac{c}{O - k}, \& N m A B c k = -h(O - k);$$

d'où puisque $ma\phi = \psi'' h$, $O = \frac{\pi'' r}{\psi''}$ & $r = \frac{(n'' - 1)c}{\pi'' C + 1}$,

à cause de $(n'' - 1) \pi'' = n'' \psi'' + \psi'$, on aura

$$c = \frac{-h(O - k)}{NmABk} \text{ \& } \frac{\psi'}{\psi''} = \frac{\pi'' h k - ONmABk}{h(O - k)}.$$

Pour le cas de quatre surfaces, on a d'abord

$$D = \frac{d}{O - k}, \text{ \& } NmABCdk = h(O - k),$$

Quatre
surfaces,

d'où puisque $ma\phi = -\psi''' h$, $O = \frac{\pi''' s}{\psi'''}$ & $s = \frac{(n''' - 1)d}{\pi''' D - 1}$,

à cause de $(n''' - 1) \pi''' = n''' \psi''' + \psi''$, on aura

$$d = \frac{h(O - k)}{NmABCk} \text{ \& } \frac{\psi''}{\psi'''} = \frac{\pi''' h k + O.NmABCk}{h(O - k)}.$$

& ainsi de suite lorsqu'il est question de plusieurs surfaces,



O B S E R V A T I O N S
BOTANICO-MÉTÉOROLOGIQUES,
*Faites au château de Denainvilliers, proche Pithiviers
en Gâtinois, pendant l'année 1764.*

Par M. DU HAMEL.

A V E R T I S S E M E N T.

LES Observations météorologiques sont divisées en sept colonnes, de même que les années précédentes. On s'est toujours servi du thermomètre de M. de Reaumur, & on part du point zéro, où du terme de la glace : la barre à côté du chiffre indique que le degré du thermomètre étoit au-dessous de zéro ; quand les degrés sont au-dessus, il n'y a point de barre ; o désigne que la température de l'air étoit précisément au terme de la congélation.

Il est bon d'être prévenu que dans l'Automne, quand il a fait chaud plusieurs jours de suite, il gèle, quoique le thermomètre, placé en dehors & à l'air libre, marque 3 & quelquefois 4 degrés au-dessus de zéro ; ce qui vient de ce que le mur & la boîte du thermomètre ont conservé une certaine chaleur ; c'est pourquoi on a mis dans la septième colonne, *Gelée*.

Les Observations ont été faites à huit heures du matin, à deux heures après midi, & à onze heures du soir.

JANVIER



Fig. 1.

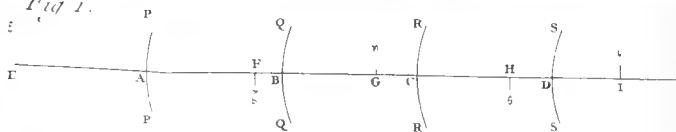


Fig. 2.

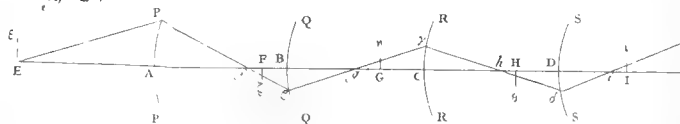


Fig. 3.

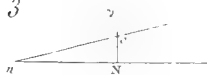


Fig. 4.

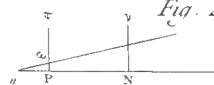


Fig. 5.

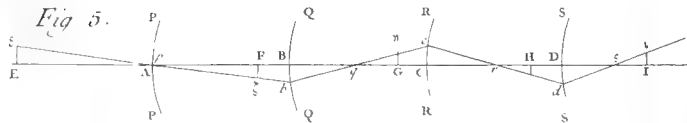


Fig. 6.

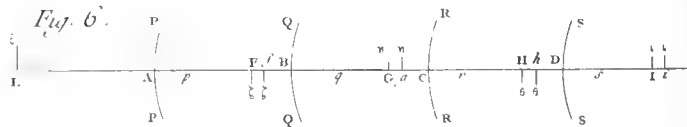
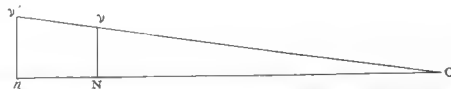


Fig. 7.



JANVIER 1764.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	O.	5	6 $\frac{1}{2}$	5	27.	7	couvert & pluvieux.
2	S. O.	4	9	8	27.	3	variable sans pluie.
3	O.	4	3 $\frac{1}{2}$	1	27.	10	variable & venteux.
4	N. O.	-2	2 $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	27.	9	beau temps, gelée blanche.
5	S. E.	2	5	7	27.	6	variable sans pluie.
6	S.	5	9	8	27.	6	idem.
7	S.	5	8	6 $\frac{1}{2}$	27.	5 $\frac{1}{2}$	variable avec bruine.
8	S.	5	8	6	27.	8	variable & couvert.
9	S. O.	5	7	7	27.	8	couvert avec bruine.
10	S. O.	8	7 $\frac{1}{2}$	5	27.	6	grande pluie & grand vent.
11	N.	2	4	1	27.	11 $\frac{1}{2}$	beau temps.
12	E.	-2	2	$\frac{1}{2}$	27.	7 $\frac{1}{2}$	beau temps, gelée blanche.
13	S.	1	4	4 $\frac{1}{2}$	27.	5 $\frac{1}{2}$	couvert & bruine.
14	S. O.	6 $\frac{1}{2}$	8	6	27.	3	grand vent.
15	S.	4	6 $\frac{1}{2}$	4	27.	3	variable sans pluie.
16	S. O.	2	4 $\frac{1}{2}$	4	27.	3	variable avec bruine.
17	S.	4	4 $\frac{1}{2}$	2	26.	11	grand vent & pluvieux.
18	S. O.	3	6	4	26.	10	variable & venteux.
19	S. O.	3	5	2	26.	9 $\frac{1}{2}$	variable avec bruine & vent.
20	S. O.	2	5	1 $\frac{1}{2}$	27.	^a $\frac{1}{2}$	variable sans pluie. ^a Matin, 26. 10
21	O.	2	4	1	27.	6 $\frac{1}{2}$	variable & vent froid.
22	S.	-1	4	2	27.	5 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
23	S. O.	4	5	5	27.	4 $\frac{1}{2}$	variable & couvert sans pluie.
24	S. O.	4	5	4	27.	9	couvert.
25	S. O.	2	6	4	27.	9	beau temps.
26	S. O.	3	4 $\frac{1}{2}$	3	27.	7 $\frac{1}{2}$	idem.
27	S.	4	7 $\frac{1}{2}$	4	27.	7 $\frac{1}{2}$	variable avec vent & bruine.
28	S. O.	8	7 $\frac{1}{2}$	7	27.	^b 1	grande pluie & vent. ^b Soir, 26. 10
29	S. O.	3	4	2	27.	5	variable avec vent.
30	S. O.	1	5	3 $\frac{1}{2}$	27.	4 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
31	S. O.	5	6	2	26.	10	pluie, vent & grêle.

Ce mois a été fort humide avec de grands vents; le baromètre a toujours été assez bas.

Le 2, la plupart des fleurs du cornouiller étoient épanouies.

Le 25, les ellébores à feuille de renoncule étoient en fleur.

Le même jour, les perdrix commençoient à s'appareiller, & on tuoit les mâles à la chanterelle.

Les blés étoient bien verts, mais il y avoit beaucoup de mauvaises herbes de levées; les blés les derniers faits étoient beaucoup plus épais que les premiers qui avoient plus poussé en herbe: il y avoit quantité de mares d'eau dans les pièces de terre.

On a peu vu passer de ces oies sauvages qui, les hivers, sont obligées de quitter le nord pour aller chercher un pays plus tempéré; on n'a aussi vu sur les rivières que très-peu de canards sauvages & d'autres oiseaux aquatiques. La maladie des chiens continuoit à en faire périr tous les jours dans la Beauce, où plusieurs Fermiers ont perdu tous les leurs.

FÉVRIER.

Jours du mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouce.	lign.	
1	S. O.	4	5	2	27.	"	variable avec pluie.
2	S. O.	5	4	4	27.	2	variable avec pluie & vent.
3	S. O.	5	6	1 $\frac{1}{2}$	27.	2	grande pluie.
4	O.	2 $\frac{1}{2}$	6	7	27.	5	variable avec pluie & vent.
5	S. O.	5	8	7	27.	7	couvert & venteux.
6	S.	6	10	7	27.	5 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
7	S. O.	6	9	4	27.	6	variable avec pluie.
8	S.	$\frac{1}{2}$	6	1	27.	7	beau temps, petite gelée.
9	E.	0	5	3	27.	3	<i>idem.</i>
10	S.	4	9 $\frac{1}{2}$	4	27.	6	beau temps.
11	S.	5	6 $\frac{1}{2}$	3	27.	7	variable avec grand vent & pluie.
12	S. O.	$\frac{1}{2}$	8	6	27.	9	beau temps, petite gelée blanche.
13	S. O.	6	10	7	27.	10	couvert & grand vent.
14	S.	5	10	7	27.	8	beau avec nuages.
15	S.	5	8 $\frac{1}{2}$	5	27.	10 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
16	E.	5	9	4	27.	11	beau & couvert.
17	E.	— 1	9	3 $\frac{1}{2}$	27.	10	beau temps, petite gelée blanche.
18	S.	— $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$	27.	8	<i>idem.</i>
19	S.	3	9 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$	27.	10	beau avec brouillard.
20	N. E.	4 $\frac{1}{2}$	9	4 $\frac{1}{2}$	28.	"	beau avec nuages.
21	N. E.	3	5	3 $\frac{1}{2}$	27.	11 $\frac{1}{2}$	variable avec bruine.
22	N. E.	— $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	27.	10 $\frac{1}{2}$	brouillard & givre.
23	N. E.	2	3	2	27.	8 $\frac{1}{2}$	variable avec bruine.
24	N. E.	2 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	27.	6 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
25	N. E.	— 1	$\frac{1}{2}$	— $\frac{1}{2}$	27.	4	variable & nébuleux.
26	E.	— 2	$\frac{1}{2}$	— 1 $\frac{1}{2}$	27.	3 $\frac{1}{2}$	couvert.
27	O.	— 1	1 $\frac{1}{2}$	— 2	27.	3 $\frac{1}{2}$	variable avec neige & grêle.
28	N. O.	— 3	3 $\frac{1}{2}$	— 2	27.	2 $\frac{1}{2}$	beau temps.
29	N.	— 2 $\frac{1}{2}$	2	— 1	27.	1 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.

A quelques fraîcheurs piès qui sont venues vers la fin du mois, il peut passer pour fort doux; il est tombé beaucoup d'eau pendant quelques jours, & comme il n'a point gelé, les ornières étoient si profondes & les chemins tellement rompus, qu'ils étoient impraticables.

Le 1.^{er} les perce-neiges étoient en fleur; le 6, il y avoit des violettes fleuries dans les jardins; le 20, les amandiers étoient en pleine fleur; les abricotiers prêts à fleurir, & les boutons à fruit des poiriers étoient ouverts.

On a beaucoup avancé la taille de la vigne pendant ce mois: les blés étoient bien verts, mais il y avoit beaucoup d'herbes.

Il y a eu une grande mortalité sur les dindons; un seul Fermier en a perdu dix-huit douzaines en très-peu de temps; elle a aussi régné sur les poules & sur les chapons, & plusieurs basse-cours ont été dépeuplées en trois jours.

M A R S.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre	ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pou. lign.	
1	N. E.	— 1	— $\frac{1}{2}$	— $\frac{1}{2}$	27. 1	grande neige.
2	N. E.	— 2	0	— 3	27. 2	couvert.
3	N. E.	— 3	— 1	— 2	27. 3	variable & nébuleux.
4	N. E.	— 2 $\frac{1}{2}$	— 2	— 1	27. 5	couvert.
5	N. O.	— 2	1	— 1	27. 6 $\frac{1}{2}$	variable & nébuleux.
6	O.	0	3	1	27. 4	couvert & nébuleux.
7	O.	0	2 $\frac{1}{2}$	0	27. 6	beau avec nuages.
8	N.	— 1	1	0	27. 5	<i>idem.</i>
9	N.	— 1	1	— 1	27. 5	beau & froid avec nuages.
10	N. E.	— 1	3	1	27. 5 $\frac{1}{2}$	beau avec vent.
11	N. E.	$\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	27. 8	beau avec nuages.
12	N. E.	1 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	27. 10	<i>idem.</i>
13	S.	0	6 $\frac{1}{2}$	5	27. 8 $\frac{1}{2}$	variable avec gelée à glace & bruine.
14	N. O.	4	7	1	28. "	beau & froid avec nuages.
15	N.	1	9 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	28. "	beau temps, petite gelée blanche.
16	S. E.	$\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	5	27. 9	beau temps & forte gelée.
17	S. O.	5	13	5	27. 8 $\frac{1}{2}$	beau fixe.
18	N.	5	9	4	27. 10	beau avec nuages & rosée.
19	S. O.	4 $\frac{1}{2}$	7	4 $\frac{1}{2}$	27. 6 $\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
20	N. E.	5	6	3	27. 7	pluvieux.
21	N. E.	$\frac{1}{2}$	5	$\frac{1}{2}$	27. 8 $\frac{1}{2}$	beau temps, gelée blanche.
22	N. E.	0	5	2	27. 9	beau avec nuages.
23	N.	2	4 $\frac{1}{2}$	1	27. 10	nébuleux.
24	N.	0	7	3	27. 10	beau avec nuages & gelée.
25	S. O.	1 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{2}$	27. 7 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
26	N.	7	9 $\frac{1}{2}$	5	27. 7	couvert & bruine.
27	N. O.	3	8 $\frac{1}{2}$	3	27. 6	beau avec nuages.
28	S. O.	3	7 $\frac{1}{2}$	4	27. 5 $\frac{1}{2}$	couvert & brouillard.
29	S. O.	4	10	5	27. 7 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
30	S. O.	4	13	8	27. 7	beau avec nuages & gelée.
31	S.	7	14	10	27. 7 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.

Ce mois peut passer pour sec, le commencement a été un peu froid & le reste assez doux. Le 6, il est tombé quelques flocons de neige dans les plaines ; cependant dans les fonds, il s'en est accumulé une assez grande quantité, & dans certains endroits, il y en avoit jusqu'à deux pieds de hauteur.

Le 26, les narcisses jaunes doubles & les jacinthes étoient en fleur : les abricotiers étoient en pleine fleur. Le 31, les cyprès étoient en fleur, & leurs étamines répandoient leur poussière.

On a fort avancé les semences des avoines pendant ce mois ; à la fin du mois on desiroit de la pluie pour faire lever les dernières semées.

On a aussi taillé la vigne pendant le courant du mois, & il en restoit peu à tailler à la fin.

AVRIL.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre	ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.		
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc. lign.	
1	S.	8	10	8 $\frac{1}{2}$	27. 8	pluvieux.
2	S.	7	14	8 $\frac{1}{2}$	27. 10	variable avec brouillard & nuages.
3	S.	9	13	8	27. 10	lourd & orageux ; il tonne à l'est.
4	S. E.	9	13 $\frac{1}{2}$	9	27. 10	variable avec nuages.
5	N.	8	13	7 $\frac{1}{2}$	27. 7 $\frac{1}{2}$	variable sans pluie.
6	N.	7	10	8	27. 5	couvert.
7	N.	7	7	6 $\frac{1}{2}$	27. 5 $\frac{1}{2}$	variable avec grande pluie.
8	S.	7	9 $\frac{1}{2}$	6	27. "	variable avec nuages.
9	S.	5	8	6	26. 8	grand vent & averse de pluie.
10	S.	6	9 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{2}$	26. 9	grand vent & pluie.
11	S.	6	8	5	27. 1	variable avec pluie & vent.
12	S. O.	7	11	7	27. 4	variable avec vent.
13	S. O.	8	10	5	27. 1 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & vent.
14	O.	5	7	3 $\frac{1}{2}$	27. 6 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
15	S. O.	2 $\frac{1}{2}$	8	9 $\frac{1}{2}$	27. 5	variable & petite gelée blanche.
16	N.	5	9	4 $\frac{1}{2}$	27. 2	pluie continuelle.
17	O.	4	9	4	27. * 1	grande pluie & vent. * Soir, 27. 3
18	O.	3 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	"	27. "	variable avec gelée blanche.
19	N.	3 $\frac{1}{2}$	8	4	27. 9	variable avec grande pluie.
20	N.	4 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{2}$	3	27. 9 $\frac{1}{2}$	variable avec nuages & pluie.
21	N.	3 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	27. 8 $\frac{1}{2}$	beau temps, gelée à glace.
22	N. E.	3 $\frac{1}{2}$	15	5	27. 7	beau temps, gelée blanche.
23	E.	4	10	1	27. "	<i>idem.</i>
24	E.	7 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	8	27. 7	beau temps.
25	N. O.	8	16	10	27. 5 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>
26	N. O.	7 $\frac{1}{2}$	7	12 $\frac{1}{2}$	27. 3	variable avec pluie & vent.
27	N. O.	2 $\frac{1}{2}$	8	4	27. 3 $\frac{1}{2}$	vent, pluie & gelée.
28	S. O.	6 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	8	27. 2 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
29	S. O.	10	12 $\frac{1}{2}$	9	27. 3	variable avec bruine.
30	S.	10	14	8 $\frac{1}{2}$	27. 2 $\frac{1}{2}$	<i>idem.</i>

Ce mois a été variable, tantôt chaud, tantôt froid, & le vent a été très-inconstant.

Le 1.^{er} il a plu pendant la nuit par un vent du sud ; le matin, le temps couvert n'a pas permis de voir l'éclipse. A 9 heures $\frac{3}{4}$, on a commencé à apercevoir le Soleil éclipsé au travers des nuages, par intervalles, jusqu'à 10^h 39'. L'on n'a pu juger du moment où l'anneau a commencé à paroître; mais on a très-bien vu au travers des nuages qui étoient légers dans le moment du milieu de l'éclipse, qu'elle étoit annulaire; les nuages ont empêché de juger de la fin de l'anneau, & le Soleil n'a plus été visible jusqu'à la fin de l'éclipse: il a commencé à pleuvoir à midi & demi.

Le 10, on a vu les premières hirondelles, mais on en avoit vu quinze jours auparavant dans d'autres endroits. Ordinairement à leur arrivée, elles viennent visiter leur résidence, & on ne les voit plus pendant plusieurs jours, parce qu'elles vont chercher leur vie le long des vallées, jusqu'à ce que le beau temps soit revenu, & qu'elles soient assurées de trouver à vivre en plaine.

Le 10, les pruniers étoient en fleur. Le 18 à 8 heures du matin, on a entendu chanter le rossignol.

Le 21, il a gelé à glace; les asperges ont été gelées, & plusieurs boutons du raisin nommé *gros noir*, qui étoient en bourre, ont aussi été gelés; cette espèce de raisin est plus hâtif que les autres.

Le 24, on a entendu chanter le coucou, & le soir on voyoit voler les petits hannetons jaunes qui précèdent les autres. Le 25 au soir, les grenouilles ont coassé. Les vents froids qui ont régné à la fin du mois, ont beaucoup fait jaunir les blés,

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	8	13	6	27.	7 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & grêle.
2	S. O.	6	14	8 $\frac{1}{2}$	27.	9 $\frac{1}{2}$	beau avec gelée.
3	S. O.	10	16	8 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	} beau temps.
4	E.	10	18	13	27.	7	
5	S. O.	11	18 $\frac{1}{2}$	14	27.	9 $\frac{1}{2}$	
6	S. O.	12	20 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$	27.	9	
7	S.	14	21 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	
8	S.	15	21	15	27.	8	} beau ; il tonne au loin dans le sud.
9	N. E.	11	18	13 $\frac{1}{2}$	27.	7 $\frac{1}{2}$	
10	S.	12 $\frac{1}{2}$	16	8 $\frac{1}{2}$	27.	5 $\frac{1}{2}$	
11	S.	9	14	8 $\frac{1}{2}$	27.	4 $\frac{1}{2}$	
12	S. O.	10	11 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	27.	4	
13	S. O.	7	14	10	27.	6	couvert & pluvieux.
14	S. O.	9 $\frac{1}{2}$	11	8 $\frac{1}{2}$	27.	4 $\frac{1}{2}$	beau temps.
15	S.	10	14	8	27.	5	variable avec bruine & vent.
16	O.	9 $\frac{1}{2}$	11	8	27.	6	variable & bruine.
17	N.	8 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$	9	27.	6 $\frac{1}{2}$	} variable & pluvieux.
18	N.	8	14	9 $\frac{1}{2}$	27.	7	
19	N.	8	14	9	27.	7	
20	E.	9 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$	10	27.	7 $\frac{1}{2}$	
21	N. E.	12	18	13	27.	8 $\frac{1}{2}$	
22	E.	12	19	14	27.	9	beau temps.
23	N. E.	14 $\frac{1}{2}$	22	15	27.	10	idem.
24	N. E.	14 $\frac{1}{2}$	21 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$	27.	10	variable sans pluie.
25	N. E.	14	21 $\frac{1}{2}$	16	27.	10	beau temps.
26	N. E.	14 $\frac{1}{2}$	21 $\frac{1}{2}$	16	27.	9	beau avec nuages.
27	N. E.	14	21	14 $\frac{1}{2}$	27.	8	beau temps.
28	N.	11	15 $\frac{1}{2}$	8	27.	9	beau avec bruine.
29	N. E.	9	14	9	27.	8 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
30	N.	8	15	10	27.	9	beau temps.
31	N.	8	13	8 $\frac{1}{2}$	27.	10	beau temps, petite gelée.

Il y a eu pendant ce mois plusieurs jours de chaleur, & d'autres ont été très-froids; mais il peut passer pour fort sec: à la fin du mois on ne pouvoit plus labourer que dans les terres légères.

Le 1.^{er} on a sorti les orangers. Le 2 au soir il a paru beaucoup de hannetons. Les vents & les pluies froides des derniers jours d'Avril ont broui tous les pêcheurs, ce qui a beaucoup diminué la quantité du fruit. Les brouillards de ce mois ont rouillé les blés, & à la fin du mois ils ne commençoient pas encore à épier.

Il paroissoit peu de raisin, les jeunes vignes pouvoient avoir environ demi-année, les vieilles beaucoup moins. Il est venu dans les dernières semaines de ce mois, de petites gelées qui n'ont rien gâté, parce que la terre étoit extrêmement sèche, & qu'il n'avoit point fait de rosée.

J U I N.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés	Degrés	poue.	lign.	
1	N. O.	9	16	11	27.	6 $\frac{1}{2}$	beau & venteux.
2	N. O.	10	12 $\frac{1}{2}$	8	27.	7	couvert.
3	N. O.	8	13	7	27.	6 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
4	N. O.	8	12	7 $\frac{1}{2}$	27.	7	beau temps, petite gelée.
5	N.	8	12	9	27.	8 $\frac{1}{2}$	variable, petite gelée.
6	N.	8	13	9 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	beau temps, petite gelée.
7	N. E.	8 $\frac{1}{2}$	15	8 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
8	S.	10	18	12	27.	6	variable avec pluie.
9	S.	10	16 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	27.	5 $\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
10	S. O.	13	14	13	27.	4	<i>idem.</i>
11	N. O.	13	17	11 $\frac{1}{2}$	27.	7 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
12	N. O.	11	20	15 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	
13	N. O.	15	22	16 $\frac{1}{2}$	27.	9 $\frac{1}{2}$	
14	N. E.	16	24	18 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	beau temps.
15	N.	17	26	17	27.	8 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
16	N. E.	15	21 $\frac{1}{2}$	16	27.	8 $\frac{1}{2}$	beau temps.
17	N. E.	15	25 $\frac{1}{2}$	17 $\frac{1}{2}$	27.	7 $\frac{1}{2}$	<i>idem</i> , le soir il éclaire à l'horizon.
18	N.	18	26 $\frac{1}{2}$	20	27.	7	beau avec nuages.
19	N. E.	19	27	19	27.	8	beau & chaud avec de l'air.
20	N. E.	16	25	17 $\frac{1}{2}$	27.	8	beau temps.
21	E.	17	26	19 $\frac{1}{2}$	27.	8	<i>idem.</i>
22	S. O.	20	20	19	27.	7 $\frac{1}{2}$	variable sans pluie avec tonnerre.
23	S. O.	19	24 $\frac{1}{2}$	19	27.	7	couvert avec nuages.
24	S. O.	15	17 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$	27.	6 $\frac{1}{2}$	pluie & tonne re.
25	S. O.	14 $\frac{1}{2}$	19	14	27.	5 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & vent.
26	S. O.	15	19 $\frac{1}{2}$	15	27.	5 $\frac{1}{2}$	variable avec petites ondées.
27	S. E.	15 $\frac{1}{2}$	21	16	27.	3 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & tonnerre.
28	S. O.	15	18 $\frac{1}{2}$	14	27.	4 $\frac{1}{2}$	variable avec tonnerre.
29	S. O.	13	17	12 $\frac{1}{2}$	27.	6	couvert & venteux.
30	S. O.	12 $\frac{1}{2}$	17	14	27.	7	beau avec nuages.

Ce mois peut passer pour chaud & sec; la terre étoit si sèche qu'elle étoit ou en poudre ou fendue, ce qui a empêché de labourer pendant une partie du mois; les petites pluies qui sont survenues le 8, le 9 & le 10, ont resserré les gerbes de la terre, & quoique l'eau n'eût pas pénétré plus de deux pouces; on a recommencé à labourer.

Il a gelé le 4, le 5 & le 6 au matin, mais comme la terre étoit sèche, & qu'il n'y avoit pas de rosées, cette gelée n'a rien gâté; il n'y a eu que les vignes situées dans des endroits bas où quelques bourgeons ont été gelés.

Au commencement du mois, les rossignols qui avoient des petits, ne chantoient plus, & le 20 on n'en entendoit plus aucun. On a servi des fraises & des petits pois dès les premiers jours du mois.

Le 19, la vigne étoit en pleine fleur ainsi que les blés, auxquels les petites pluies ont fait grand bien pour les faire épier: les orangers étoient aussi en fleur.

Le 20, les avoines étoient à quatre doigts hors de terre, il n'y avoit qu'un tuyau avec trois ou quatre grains pour former la grappe; il y en avoit beaucoup, sur-tout en Beauce, dont la racine avoit été mangée par les vers. Les chevreuilles étoient en pleine fleur: on ne voyoit point encore de cantharides.

Le 22, au lever du soleil, il y avoit au ciel une nuée qui avoit le pied au midi, le vent étoit alors à l'est; le thermomètre à 20 degrés au-dessus de zéro; à 11 heures il s'éleva un nuage au sud qui s'étendoit à l'ouest; à midi ce même nuage étoit monté à la hauteur du soleil qui paroissoit par-dessus & qui étoit brûlant; le thermomètre exposé au nord, étoit alors à 30, il s'est élevé un tourbillon de vent, & le soleil s'est caché; à midi 5 minutes, le thermomètre étoit à 28, le grand tourbillon de vent n'a duré qu'un quart-d'heure; à midi 15 minutes le thermomètre étoit à 22; à midi 45 minutes il étoit tombé à 20 degrés: les ouvriers souffroient beaucoup de la grande ardeur du soleil: à 2 heures le thermomètre étoit à 18: il a tonné assez fort au sud-ouest & au sud-est.

JUILLET.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés	pouc.	lign.	
1	S. O.	14	17	15	27.	7	beau avec nuages.
2	N. E.	14 $\frac{1}{2}$	21	16	27.	8	beau temps.
3	N.	14	20	16	27.	8 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
4	N.	15	18	15	27.	6 $\frac{1}{2}$	beau temps.
5	N.	14 $\frac{1}{2}$	18	14	27.	7	
6	N. E.	15	20	15	27.	7	beau avec nuages.
7	N.	15	16 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$	27.	7 $\frac{1}{2}$	couvert & tonnerre au loin.
8	N.	12 $\frac{1}{2}$	17	14	27.	7 $\frac{1}{2}$	variable avec brouillard.
9	N.	15	23	16 $\frac{1}{2}$	27.	6 $\frac{1}{2}$	
10	E.	15	19 $\frac{1}{2}$	17 $\frac{1}{2}$	27.	6	variable avec pluie.
11	O.	16	17 $\frac{1}{2}$	13	27.	5	
12	O.	12 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	12	27.	6	variable avec pluie & tonnerre.
13	S.	13 $\frac{1}{2}$	19	12 $\frac{1}{2}$	27.	6	<i>idem.</i>
14	S.	13	15 $\frac{1}{2}$	10	27.	4	variable avec pluie.
15	S. O.	12 $\frac{1}{2}$	14	9	27.	6	tonnerre, pluie & grêle.
16	S. O.	12	15 $\frac{1}{2}$	13	27.	8	beau avec nuages
17	S. O.	15	19	15	27.	4	beau temps.
18	S. E.	16 $\frac{1}{2}$	24 $\frac{1}{2}$	20	27.	7	beau avec nuages & tonnerre.
19	S. O.	14	17	12 $\frac{1}{2}$	27.	9	grande grêle pendant la nuit.
20	S. O.	14	17	14 $\frac{1}{2}$	27.	7	couvert.
21	S. O.	14	19	16	27.	8	beau temps.
22	S. O.	15 $\frac{1}{2}$	23	16	27.	7 $\frac{1}{2}$	couvert.
23	N. O.	14	20	13	27.	11	beau temps.
24	E.	13 $\frac{1}{2}$	21	15	27.	9	
25	S. E.	15	23	18 $\frac{1}{2}$	27.	5	beau avec nuages.
26	S. O.	16	19 $\frac{1}{2}$	14	27.	7	variable avec vent.
27	S. O.	12 $\frac{1}{2}$	19	14	27.	8 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
28	N. O.	14	19 $\frac{1}{2}$	17	27.	8	<i>idem.</i>
29	S. O.	16	24	20	27.	8	beau temps.
30	S.	18 $\frac{1}{2}$	26	19	27.	6 $\frac{1}{2}$	tonnerre.
31	S. O.	16	18 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$	27.	5	variable avec pluie & tonnerre.

Le commencement de ce mois a été humide & la fin fort sèche; depuis le 2 jusqu'au 9, le vent a toujours été au nord; les matins il faisoit du brouillard, & pendant le jour le ciel étoit comme enfumé.

On a commencé la moisson des seigles les 9, 10 & 11 de ce mois; les grandes pluies qui sont tombées & la grêle ont fait un dégât prodigieux dans une infinité de provinces; dans la seule élection de Pithiviers, qui est composée de quatre-vingt-dix paroisses, il y en a eu plus de quarante de plus ou moins grêlées; plus de la moitié du vignoble de la paroisse de Dadonville a été entièrement grêlé; les avoines, ainsi que les blés l'ont été, les uns à 8 mines de perte par arpent, les autres davantage. Le blé d'élite au dernier marché de ce mois, a valu 12 à 12 livres 10 sous; l'avoine 8 à 8 livres 5 sous le sac.

Le 30 à 5 heures $\frac{1}{2}$ du matin, par un beau soleil, il a passé un petit rocher isolé; de ce nuage il est sorti un éclair & un coup de tonnerre qui est tombé sur un orme, très-près du château; il a enlevé une lanière d'écorce de 20 pieds de hauteur jusqu'à la racine, sur 2, 3 & 4 pouces de largeur, & a fait sur le bois une rainure d'un travers de doigt de largeur & de profondeur, & dans le fond de cette rainure, on voyoit une ligne comme un fil noir, où le bois paroissoit être fendu; dans le moment on a senti dans une ferme voisine, une odeur de soufre qui a fort effrayé, & qui a engagé à visiter par-tout s'il n'y avoit point de feu; le thermomètre a monté à 2 heures à 26 degrés: il a tonné toute la journée au loin, dans la partie de l'est à l'ouest, mais il n'a point plu.

A O U S T.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	15	18 $\frac{1}{2}$	14	27.	4	variable avec pluie & vent.
2	S. O.	13	16	11 $\frac{1}{2}$	27.	6	
3	S. O.	11 $\frac{1}{2}$	15	10	27.	9	variable avec bruine & vent.
4	S. O.	11	18 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
5	N. E.	12	21	16	27.	6	beau temps.
6	S. O.	15	20	15	27.	6	beau avec nuages ; il tonne au loin.
7	S. O.	15	17	14	27.	4	couvert & pluvieux.
8	O.	14	14	11 $\frac{1}{2}$	27.	2	pluie toute la journée.
9	S. O.	11	16 $\frac{1}{2}$	13	27.	5	variable sans pluie.
10	S. O.	13	15	14	27.	3 $\frac{1}{2}$	variable avec nuages & brouillard.
11	N.	11	11	10	27.	6	pluvieux.
12	N. O.	11 $\frac{1}{2}$	16	12 $\frac{1}{2}$	27.	6	beau avec nuages.
13	S. O.	13	16	13	27.	6	variable avec tonnerre.
14	S. O.	13 $\frac{1}{2}$	16 $\frac{1}{2}$	13	27.	6	variable avec pluie & vent.
15	S. O.	13 $\frac{1}{2}$	16 $\frac{1}{2}$	13	27.	7	beau avec vent & nuages.
16	S. O.	13	14	10 $\frac{1}{2}$	27.	8	variable avec pluie, vent & tonnerre.
17	O.	11	16	11 $\frac{1}{2}$	27.	10	beau avec nuages.
18	O.	12	16 $\frac{1}{2}$	12	27.	6	beau avec vent & nuages.
19	O.	10	11	18 $\frac{1}{2}$	27.	5 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & tonnerre.
20	S. O.	9	13 $\frac{1}{2}$	10 $\frac{1}{2}$	27.	7	variable sans pluie.
21	S. O.	11	16 $\frac{1}{2}$	12	27.	9	beau avec nuages.
22	N.	12	17	13 $\frac{1}{2}$	27.	9	couvert.
23	N. E.	13	17	13	27.	9	variable avec bruine.
24	N. E.	12 $\frac{1}{2}$	19	13	27.	8 $\frac{1}{2}$	beau temps.
25	N. E.	12	20	14 $\frac{1}{2}$	27.	7 $\frac{1}{2}$	
26							
27	E.	12	24 $\frac{1}{2}$	14	27.	8	brouillard & beau temps.
28	N. E.	14	24	17	27.	7	beau temps.
29	N.	15	24	18	27.	7 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
30	N.	14	21 $\frac{1}{2}$	15	27.	9 $\frac{1}{2}$	beau temps.
31	N.	13	20 $\frac{1}{2}$	15 $\frac{1}{2}$	27.	9 $\frac{1}{2}$	idem.

Le commencement de ce mois a été fort orageux, il est encore tombé de la grêle en plusieurs endroits, la fin a été fort sèche.

La moisson des blés a fini entre le 12 & le 15, ceux qui ont été ferrés pendant le mois de Juillet étoient très-secs, au lieu que ceux qui ne l'ont été que dans le mois d'Août étoient mouillés : on a travaillé à force pendant ce mois, à avancer les labours qui étoient retardés par la sécheresse du commencement de l'été : le blé de semence a valu, au dernier marché de ce mois, 14 & 14 livres 10 sous le sac.

Les avoines ont été entièrement perdues par la grêle, & on en a ramassé une grande partie, plutôt pour le fourrage que pour le grain ; en général, elles n'ont pas valu le fauchage ; & dans la plupart il n'est pas même resté la semence.

Les raisins, dans les vignes qui n'avoient pas été grêlées, faisoient très-bien ; & ils ont commencé à tourner vers le 15 de ce mois.

On a commencé dans ce mois, à servir des pêches, elles étoient fort bonnes, mais il y en avoit très-peu : il n'y a point eu de prunes.

DES SCIENCES: 593
SEPTEMBRE.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N. E.	14	18	13	27.	9 $\frac{1}{2}$	beau temps.
2	N. E.	13	18	14	27.	8	
3	S. O.	14	21	16	27.	6	variable avec tonnerre & bruine.
4	N. O.	14	19	13	27.	7	variable avec petite pluie.
5	N.	11	16	19	27.	10	beau temps.
6	N.	18	15 $\frac{1}{2}$	12	27.	11 $\frac{1}{2}$	
7	N. E.	14	16	19	27.	10 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
8	N. E.	12	17 $\frac{1}{2}$	12	27.	9	beau temps.
9	N. E.	11	20	15	27.	7	beau & couvert.
10	N.	12 $\frac{1}{2}$	17	12	27.	9	beau temps.
11	E.	10	16 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	27.	7	
12	S.	12	19	19	27.	6	beau & lourd.
13	S. E.	14	17 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{2}$	27.	6	variable avec ondées.
14	O.	12 $\frac{1}{2}$	14	8 $\frac{1}{2}$	27.	6 $\frac{1}{2}$	couvert, pluie & vent.
15	S. O.	17	14	9	27.	8	beau temps.
16	S. O.	9	15	11	27.	5 $\frac{1}{2}$	pluvieux.
17	S. O.	7 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	27.	9	beau avec vent froid.
18	S. O.	7	12	8	27.	10	beau temps.
19	N.	7	12	7	27.	1 $\frac{1}{2}$	variable sans pluie.
20	S. O.	5 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	9	27.	9	beau temps, gelée blanche.
21	O.	14	16	11 $\frac{1}{2}$	27.	10	beau avec nuages.
22	S. O.	10	16	13	27.	8 $\frac{1}{2}$	
23	S. O.	10	15	9	27.	8 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
24	N.	6	11	5	27.	11 $\frac{1}{2}$	beau temps, gelée blanche.
25	N. E.	4	12	6	28.	1	
26	N. E.	4 $\frac{1}{2}$	14	7	28.	"	beau temps.
27	N.	4 $\frac{1}{2}$	14	11	27.	8	
28	N.	1 $\frac{1}{2}$	8	4	27.	7	beau temps, gelée blanche.
29	N.	6 $\frac{1}{2}$	9	3	27.	9	beau avec nuages.
30	S. O.	1 $\frac{1}{2}$	9	7	27.	6 $\frac{1}{2}$	couvert.

Le commencement de ce mois a été chaud ; la fin très-froide avec du vent & des gelées blanches ; en général, il peut passer pour sec.

Vers la fin du mois d'Août & au commencement de celui-ci, il s'est formé sur toutes les haies, sur les pommiers & les arbres fruitiers, une grande quantité de la chenille commune ; les choux dont les feuilles se sont trouvées tendres, ont été fort endommagés par la chenille verte qui attaque ce légume.

On a commencé la vendange le 21, le fruit étoit beau & très-mûr dans les endroits qui n'avoient point été grêlés.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	O.	9	7 $\frac{1}{2}$	5	27.	7	variable avec pluie.
2	O.	4	9 $\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{2}$	27.	7	pluie & vent.
3	S. O.	10	13	11	27.	8	couvert & bruine.
4	S. O.	10	14	11	27.	8 $\frac{1}{2}$	
5	N. E.	9 $\frac{1}{2}$	13	8	27.	9	beau temps.
6	N. O.	17	13 $\frac{1}{2}$	11	27.	8	beau avec nuages.
7	S. O.	12 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	9	27.	7 $\frac{1}{2}$	variable avec bruine.
8	N. O.	9	14	8	27.	8	beau temps.
9	S. O.	10 $\frac{1}{2}$	12 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{2}$	27.	6 $\frac{1}{2}$	variable avec vent & bruine.
10	S. O.	9	12	9	27.	6 $\frac{1}{2}$	couvert & bruine.
11	S. O.	8	12	9 $\frac{1}{2}$	27.	7 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
12	S. O.	9	12	13 $\frac{1}{2}$	27.	5 $\frac{1}{2}$	variable.
13	S.	10	11	13	26.	11	grande pluie & grand vent.
14	N.	6	9	4 $\frac{1}{2}$	27.	9	beau temps, gelée blanche.
15	N.	2	9	4 $\frac{1}{2}$	27.	10	
16	N.	2 $\frac{1}{2}$	9	6	27.	7 $\frac{1}{2}$	
17	S. O.	$\frac{1}{2}$	10	6	27.	4 $\frac{1}{2}$	variable avec grand brouillard.
18	S. O.	6	10 $\frac{1}{2}$	5 $\frac{1}{2}$	27.	8 $\frac{1}{2}$	
19	S.	4	10	5	27.	8	grand brouillard.
20	N. E.	4	14	9 $\frac{1}{2}$	27.	8	beau temps.
21	S. E.	4 $\frac{1}{2}$	13	8 $\frac{1}{2}$	27.	10	
22	S. O.	6	11	7	27.	7 $\frac{1}{2}$	variable avec grand brouillard.
23	N.	4 $\frac{1}{2}$	6 $\frac{1}{2}$	13 $\frac{1}{2}$	27.	8	variable avec vent froid.
24	N. E.	1 $\frac{1}{2}$	7	2	27.	9	beau & venteux.
25	S. O.	2 $\frac{1}{2}$	7	4	27.	6	variable sans pluie.
26	S. O.	$\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	3	27.	3 $\frac{1}{2}$	variable avec pluie & grêle.
27	N.	0	5	2 $\frac{1}{2}$	27.	5	variable avec gelée à glace & grêle.
28	N.	0	5	$\frac{1}{2}$	27.	7	beau temps, gelée à glace.
29	S. O.	$\frac{1}{2}$	5	5	27.	7	variable avec pluie.
30	S. O.	5 $\frac{1}{2}$	7	7 $\frac{1}{2}$	27.	5	pluvieux.
31	S. O.	6	5	$\frac{1}{2}$	27.	6	

Ce mois a été variable, il y a eu de beaux jours, d'autres fort pluvieux & d'autres froids; mais le temps a été favorable pour les semailles & pour la levée des blés, ainsi que pour la fleuraison du safran qu'on a commencé à cueillir dans les premiers jours du mois, & dont la récolte a été assez avantageuse.

Le 1.^{er} de ce mois, on a commencé à semer les fromens qui étoient tous semés le 29; les premiers faits ont bien levé.

Le 3 & le 4, on tira les cuves qui avoient été emplies le 21 du mois dernier, le vin pouffoit une écume rouge qui n'a point duré; il avoit de la couleur, mais on ne pouvoit pas encore juger de sa qualité: toutes les vendanges ont été achevées dans le courant de ce mois.

Le 25, on a commencé à voir les petits roitelets; la maladie sur les chiens continuoit toujours; celle sur les volailles a tellement dépeuplé les basse-cours, que plusieurs Fermiers de Beauce sont venus à la foire de Saint-Matthieu à Pithiviers, en acheter pour remonter leurs basse-cours.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	N. E.	$\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	27.	$9\frac{1}{2}$	beau & froid.
2	S. O.	0	5	$5\frac{1}{2}$	27.	8	beau temps, gelée blanche.
3	S. O.	6	$9\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$	27.	8	couvert & bruine.
4	N. O.	7	9	4	27.	8	
5	S. O.	4	8	6	27.	9	
6	S.	5	8	9	27.	$2\frac{1}{2}$	couvert & bruine avec grand vent.
7	S. O.	3	4	$2\frac{1}{2}$	27.	5	vent de tempête avec grêle.
8	O.	4	9	10	27.	3	pluie tout le jour.
9	S. O.	9	12	10	27.	6	pluvieux.
10	S. O.	9	12	11	27.	7	variable avec nuages & bruine.
11	S. O.	10	12	10	27.	$8\frac{1}{2}$	variable sans pluie.
12	S. O.	$10\frac{1}{2}$	12	11	27.	$5\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
13	N. O.	$7\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{2}$	27.	$6\frac{1}{2}$	variable avec pluie.
14	N. O.	$-\frac{1}{2}$	3	1	27.	6	beau temps, gelée blanche.
15	N. E.	1	3	0	27.	$7\frac{1}{2}$	couvert & giboulée de grêle.
16	N. E.	1	4	$1\frac{1}{2}$	27.	$5\frac{1}{2}$	couvert & neige.
17	S.	0	2	$\frac{1}{2}$	27.	$5\frac{1}{2}$	beau avec nuages.
18	N. E.	$1\frac{1}{2}$	3	3	27.	$4\frac{1}{2}$	variable avec nuages.
19	S. E.	$2\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	27.	7	couvert.
20	N. O.	3	5	4	27.	$4\frac{1}{2}$	couvert & pluvieux.
21	N. E.	2	3	$2\frac{1}{2}$	27.	$2\frac{1}{2}$	couvert.
22	E.	$2\frac{1}{2}$	3	$2\frac{1}{2}$	27.	$2\frac{1}{2}$	couvert & grand brouillard.
23	N. E.	$2\frac{1}{2}$	4	$2\frac{1}{2}$	27.	$2\frac{1}{2}$	couvert.
24	N. E.	$2\frac{1}{2}$	3	$\frac{1}{2}$	27.	$2\frac{1}{2}$	idem.
25	N. E.	0	0	$-\frac{1}{2}$	27.	$3\frac{1}{2}$	couvert & brouillard.
26	N. E.	0	3	1	27.	$3\frac{1}{2}$	brouillard & gelée blanche.
27	N. O.	1	3	$\frac{1}{2}$	27.	4	couvert & neige.
28	N. E.	$\frac{1}{2}$	4	1	27.	6	beau avec nuages.
29	N. E.	1	$3\frac{1}{2}$	1	27.	8	
30	S.	1	4	$\frac{1}{2}$	27.	$6\frac{1}{2}$	

Le temps a presque toujours été couvert pendant tout ce mois ; il est tombé beaucoup de petites pluies , & il y a eu de fréquentes bruines , ce qui a considérablement gâté les chemins.

On a achevé de semer les blés tardifs , & on a commencé à labourer les champs pour faire de l'orge & des avoines à deux façons.

On a tiré les échalas & donné aux vignes la façon d'hiver , qu'on nomme *parer*.

Les sources étoient toujours fort basses.

D É C E M B R E.

Jours du Mois.	VENT.	THERMOMÈTRE.			Baromètre		ÉTAT DU CIEL.
		Matin	Midi.	Soir.			
		Degrés.	Degrés.	Degrés.	pouc.	lign.	
1	S. O.	0	3 $\frac{1}{2}$	3 $\frac{1}{2}$	27.	3 $\frac{1}{2}$	beau avec nuages & brume.
2	N. E.	2 $\frac{1}{2}$	2	1	27.	6	beau & couvert.
3	N. E.	$\frac{1}{2}$	2	1 $\frac{1}{2}$	27.	7 $\frac{1}{2}$	idem.
4	N. E.	2	3 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	27.	9	couvert.
5	S.	1 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$	4	27.	6	pluvieux.
6	S.	2 $\frac{1}{2}$	5	6	26.	10	pluvieux avec ouragan.
7	O.	2 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	1	27.	"	variable avec pluie, vent & grêle.
8	O.	1 $\frac{1}{2}$	4 $\frac{1}{2}$	2	27.	5 $\frac{1}{2}$	variable avec petites ondées.
9	S.	6	8	5 $\frac{1}{2}$	27.	4	couvert & brume.
10	S. O.	6	6	2	27.	$\frac{1}{2}$	grande pluie continue & grand vent.
11	O.	1	3 $\frac{1}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	27.	5	variable avec grande pluie & grêle.
12	S.	4	8 $\frac{1}{2}$	8 $\frac{1}{2}$	27.	3 $\frac{1}{2}$	pluie & vent.
13	S. E.	8	8 $\frac{1}{2}$	7 $\frac{1}{2}$	27.	6	couvert & brume.
14	S.	8	8 $\frac{1}{2}$	7	27.	3.	idem.
15	S.	6	8 $\frac{1}{2}$	6	26.	11	beau avec grand vent.
16	N.	6	4 $\frac{1}{2}$	2	26.	1 $\frac{1}{2}$	couvert & brume.
17	N.	1	1	$\frac{1}{2}$	26.	4 $\frac{1}{2}$	couvert.
18	E.	-1	2	0	26.	4	variable avec neige.
19	E.	0	1	$\frac{1}{2}$	26.	5	beau temps, gelée blanche.
20	E.	0	2	1	26.	4	beau avec nuages.
21	S. E.	1	6 $\frac{1}{2}$	4	26.	4 $\frac{1}{2}$	idem.
22	E.	0	4	1 $\frac{1}{2}$	26.	2 $\frac{1}{2}$	gelée blanche.
23	N. E.	1	4 $\frac{1}{2}$	2 $\frac{1}{2}$	26.	2	beau avec nuages.
24	N. E.	0	3 $\frac{1}{2}$	-1	26.	2 $\frac{1}{2}$	beau temps.
25	N. E.	-2	$\frac{1}{2}$	-1 $\frac{1}{2}$	26.	1 $\frac{1}{2}$	couvert.
26	N. E.	-1 $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	27.	"	pluie & verglas.
27	N. E.	-4 $\frac{1}{2}$	-2 $\frac{1}{2}$	-2 $\frac{1}{2}$	27.	3	grand verglas & vent.
28	N. E.	-2	-1	-2	27.	4	pluie & verglas.
29	E.	-5	-1	$\frac{1}{2}$	27.	2	couvert & verglas.
30	E.	0	-1 $\frac{1}{2}$	-2	27.	2	grand brouillard puant.
31	N. E.	1	3	1 $\frac{1}{2}$	27.	2	brouillard.

Ce mois peut passer pour fort humide, le commencement & la fin ayant été fort pluvieux; il a aussi été très-froid, & le ciel a presque toujours été couvert: le 26, le 27, le 28 & le 29 il est tombé une petite pluie qui a fait un verglas prodigieux, ce qui ne permettoit pas même aux hommes de pied d'aller un peu loin.

R É C A P I T U L A T I O N.

Il n'y a point eu de grands froids pendant l'hiver; mais comme l'été de l'année précédente n'avoit pas été chaud, le bois des arbres n'étant pas bien mûr, les gelées de l'automne de 1763 & celles du mois de Mars 1764, ont fait beaucoup de dommage aux arbres sensibles à la gelée, comme les figuiers & autres, &c. Les chaleurs de l'été n'ont pas non plus été considérables, parce qu'au moindre rayon de soleil, il survenoit des nuages de grêle qui rafraîchissoit beaucoup le temps: la grêle a fait cette année des dommages infinis dans toute la France, & dans l'élection de Pithiviers qui est composée de quatre-vingt-dix paroisses, il y en a eu plus de quarante-deux de grêlées.

F R O M E N S.

Généralement parlant, les blés ont été rouillés cette année à Denainvilliers & en quantité d'autres endroits; mais quelques averfes d'eau qui sont venues à propos, les ont fait épier, & la récolte auroit été passable sans l'accident de la grêle: dans la Beauce où les blés n'ont point eu d'eau, ils ont épié à un demi-pied de terre, & la récolte y a été fort mauvaise: dans les pays où les blés n'ont été ni rouillés ni grêlés, ils ont été assez bons; cependant, même dans les meilleurs cantons, la récolte n'a pas excédé les deux tiers de l'année dernière.

Le plus beau blé d'élite, n'a pas passé au marché de Pithiviers 14 livres le sac, pesant 240 livres: il y en a eu de fort bon à 9 livres & 9 livres 10 sous le sac.

A l'égard des blés qui ont été grêlés dans ce pays-ci, les moins grêlés qu'on a mis à part pour les semences, n'ont rendu qu'une

qu'une mine pour deux nombres & demi, ou deux douzaines & demie de gerbes, les autres beaucoup moins : on a battu deux nombres d'une pièce de vingt-cinq arpens, qui a rendu vingt nombres de gerbes à l'arpent, & ces deux nombres n'ont rendu qu'un minot & une mesure, ce qui revient à environ cinq mines l'arpent, au lieu de vingt mines que l'arpent avoit produit la récolte précédente; & sans la grêle, elle auroit rendu cette année quinze mines, parce que la grenaison n'a pas été si abondante que l'année dernière: cependant sur ces cinq mines, il en faut prélever deux mines & demie pour semer; ainsi il ne reste au Fermier que deux mines & demie pour payer la Taille & pour vivre, lui & ses domestiques, qui sont privilégiées au Maître de la ferme pour les fermages.

AVOINES.

Les avoines n'ont pas bien réussi cette année, elles ont été fort claires, ont épié fort bas & ont été très-endommagées par les vers; elles auroient été meilleures dans nos environs que dans la Beauce, sans la grêle qui les a battues totalement sur pied la veille de la moisson: elles ont valu au marché, depuis cent dix sous jusqu'à huit francs le sac.

ORGES.

Les orges ayant été brûlées avant que d'épier, ont mal réussi; leur prix a suivi celui de l'avoine.

GROS LÉGUMES.

Les pois, les vesces, les lentilles qui n'ont pas été grêlés, ont assez bien réussi.

PLANTES POTAGÈRES.

Les potagers ont été assez beaux, l'oignon a été menu: les melons ont été hachés par la grêle, & dans les potagers qui ont été préservés de la grêle il n'y a eu que les tardifs qui aient été bons.

F O I N S E T S A I N F O I N S.

Les foins ont été bas, mais de bonne qualité; les sainfoins de même, quoiqu'on ait eu bien de la peine à les faner.

C H A N V R E S.

Dans plusieurs endroits où on cultive le chanvre, il a été fort endommagé par la grêle.

V I N S.

Les vignes ont été grêlées à Denainvilliers, & n'ont pas rapporté une pièce par arpent; mais dans les endroits où la grêle n'a pas passé, la récolte a été assez abondante, & peut être évaluée à une bonne demi-année.

Les vins de cette année sont assez bons, sans être de la première qualité; ils ont de la couleur, mais ils n'ont pas beaucoup de force; néanmoins ils valent dans le pays, 50 à 55 livres le tonneau, & les vieux de 1761 & de 1762 valent 90 & 100 livres: dans l'Orléanois, tous les vins vieux de Rebrechien ont été vendus sur le pied de 100 & de 130 livres: les nouveaux ont valu 55 livres, & ceux de l'année dernière qui ne valoient rien, 33 livres.

E A U - D E - V I E.

La quantité de vins gâtés, & de petits vins de l'année dernière qu'on a été obligé de convertir en eau-de-vie, l'ont fait beaucoup baisser; elle a valu 75 livres le poinçon payé comptant, & 80 livres à terme d'un an ou neuf mois.

F R U I T S.

Il y a eu beaucoup de cerises qui ont été excellentes & qui ont duré long-temps; il n'y a point eu du tout de prunes, ni ici ni ailleurs, ni même en Provence.

Les figuiers ayant été gelés d'automne en 1763, parce que le bois n'étoit pas mûr, ils ont peu donné de figues.

Les pêchers ont été brouis par-tout, & il y a eu si peu de pêches, qu'elles se vendoient 5 sous la pièce; mais le peu qu'il y en avoit étoit excellent.

Les poires & les pommes ont été en petite quantité; mais les poires avoient un goût excellent.

SAFRAN S.

Comme l'oignon de safran a été gelé il y a deux ans; il y a eu peu de terres plantées en safran, mais la récolte en a été assez bonne, ainsi que la qualité; il a valu depuis 27 jusqu'à 30 livres.

PLANTATIONS.

La reprise des arbres a été assez bonne.

GIBIER.

Il y a eu très-peu de perdrix, de caisses, de grives, d'alouettes, mais beaucoup de lièvres.

VOLAILLES.

La maladie sur les poules a continué cette année, au point que des basse-cours ont été entièrement dépeuplées, & que les Fermiers ont été obligé d'en acheter pour remonter leurs cours.

GROS BÉTAIL.

Il n'y a point eu de maladie sur les bêtes à laine ni sur les bêtes à cornes, non plus que sur les chevaux; cependant plusieurs sont morts au printemps de la fourbure chez les Fermiers qui, pour rétablir leurs chevaux des fatigues des mars, & attendu le bas prix du grain, leur avoient donné pour leur ordinaire, du petit froment au lieu d'avoine, qui, par proportion, a été toute l'année plus chère que le blé.

La maladie sur les chiens a continué à en faire mourir beaucoup.

I N S E C T E S.

Il y a eu des hannetons au printemps, mais ils n'ont pas beaucoup endommagé la verdure; on n'a point vu de cantharides.

On a échenillé avec grand soin pendant l'hiver, par Ordonnance de Police, toutes les haies dans cette province; mais comme il n'a pas été possible d'écheniller les grands arbres, ils sont cet hiver couverts, ainsi que les haies, d'une prodigieuse quantité de fourreaux de la chenille commune.

M A L A D I E S.

Il a régné dans plusieurs villages une prodigieuse quantité de maladies épidémiques, qui ont emporté beaucoup de monde. A Toury, sur la route de Paris à Orléans, il y a eu une si grande quantité de fièvres malignes, que les voyageurs ont été obligés de se détourner pour prendre ailleurs leur gîte. A Yevre, à Puiseaux & ailleurs, il a régné des dissenteries très-fâcheuses, dont beaucoup sont morts; mais M. Mulcaille, médecin de Pithiviers, ayant employé pour guérir ces malades, du *Vitrum antimonii ceratum*, de quatre cents qui ont été traités avec, il n'en est mort que deux qui étoient déjà épuisés par la maladie.

N I V E A U D E S E A U X.

Les eaux ont été très-basses pendant toute l'année, parce qu'il n'est point tombé de neige pendant l'hiver; les sources même les plus basses, n'ont presque pas coulé.



M É M O I R E
S U R L E
CHANGEMENT DE L'INCLINAISON
D U
TROISIÈME SATELLITE DE JUPITER.

Par M. DE LA LANDE.

LORSQUE j'ai démontré pour la première fois en 1762, 8 Mai 1764. que le nœud du troisième Satellite de Jupiter, devoit avoir un mouvement direct, par une suite de l'attraction des autres Satellites, j'ai énoncé formellement qu'il devoit en résulter une variation dans l'inclinaison, que j'espérois discuter dans une autre occasion, en parlant de celles des planètes qui éprouvent de semblables inégalités. (*Mémoires de l'Académie pour 1762, page 233.*)

Je remarquai aussi dans mon *Astronomie* (*page 1131*), que le progrès inégal des demi-durées de ses éclipses & de son inclinaison, pourroit bien tenir au mouvement des nœuds.

J'ai parlé même assez au long dans le même ouvrage (*pages 519 & 520*), de ces changemens que j'avois découverts dans les inclinaisons des orbites planétaires; on y voit que l'inclinaison de l'orbite de Mars diminue de 31 secondes par siècle, à cause du mouvement de son nœud, & que les inclinaisons qui diminuent actuellement, doivent augmenter ensuite quand les nœuds changeront de situation; enfin on y trouve les formules par lesquelles, connoissant le mouvement du nœud, on calcule le changement d'inclinaison.

Le mouvement que j'avois démontré devoir être dans les nœuds du troisième Satellite, s'est trouvé justifié par les observations que M. Maraldi a discutées; il m'apprit le 1.^{er} Avril 1764, qu'il croyoit devoir admettre un mouvement pro-

gressif d'environ 3 minutes par année dans le nœud du troisième Satellite sur l'orbite de Jupiter, & cela d'après ses observations comparées avec les anciennes. (*Voy. Astronomie, page 1135.*)

Ce mouvement direct du nœud du troisième Satellite que la théorie & les observations concourent à démontrer, doit produire une augmentation dans son inclinaison, effet que l'on observe réellement.

Soit INP l'orbite de Jupiter, NO l'orbite du second Satellite, OP celle du troisième; soit l'angle ONI égal à l'inclinaison moyenne du second Satellite, qui est d'environ 2^d



$56'$; il est nécessaire d'employer ici la figure elliptique de Jupiter & de son ombre, suivant la méthode que j'ai donnée le premier en 1763 (*voyez mon Astronomie, page 1125 & les Mém. de l'Acad. pour 1763, page 413*). Sans cela, on trouveroit par les durées des éclipses, une inclinaison trop grande de 15 à 16 minutes, & il en résulteroit sur le mouvement des nœuds des différences considérables.

Soit P l'angle d'inclinaison du troisième Satellite, qui étoit de $2^d 48'$ dans le dernier siècle, & qui est actuellement de $3^d 12'$; soit O l'inclinaison des deux orbites, dont la quantité est difficile à déterminer; on ne sauroit la supposer de plus de 35 minutes qui est la moitié de la différence entre la plus grande & la plus petite inclinaison du second Satellite, en supposant même que toute cette différence soit dûe à l'action du troisième, mais cet angle O est peut-être beaucoup plus petit, supposons-le de 12 minutes, puisque l'inclinaison du troisième a augmenté de 24 minutes depuis la fin du dernier siècle.

Quand le nœud P du troisième sur l'orbe de Jupiter, concouroit avec le nœud N du second, l'inclinaison du troisième étoit la plus petite, en supposant au point N le nœud ascendant du troisième sur le second, & l'inclinaison du second étoit la plus grande (on ne considère ici que l'attraction

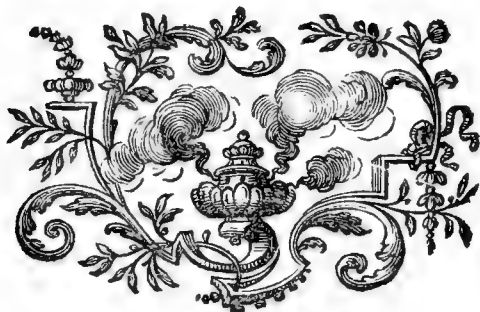
mutuelle de ces deux Satellites); mais il paroît que vers la fin du dernier siècle, l'inclinaison du troisième fut observée assez long-temps à son *minimum* d'environ $2^d\ 48'$, & elle est aujourd'hui d'environ $3^d\ 12'$, ce seroit le *maximum*, du moins en tant que le second Satellite contribue à l'augmenter, si le nœud descendant du troisième sur le second étoit supposé parvenu actuellement en *N* au lieu du nœud ascendant qui y étoit il y a soixante ans.

Cette augmentation de l'inclinaison du troisième est une suite nécessaire de ce mouvement *NP* du nœud qui a été observé. Soit *RN* l'orbite du troisième à la fin du siècle, où son nœud ascendant sur l'orbite du second Satellite, concouroit avec le nœud descendant du second sur l'orbite de Jupiter, l'angle *RNI*, d'après l'observation, étant supposé de $2^d\ 48'$ tel qu'il étoit vers 1697, & l'angle *ONR* inclinaison mutuelle des deux orbites égal à $12'$, cela donne l'angle *ONI* de $3^d\ 0'$, inclinaison moyenne qu'il faut supposer commune à tous les deux Satellites. Supposons ensuite que le nœud du troisième sur le second ait rétrogradé de *N* en *O* sur l'orbite du second, & avancé de *N* en *P* sur l'orbite de Jupiter, c'est-à-dire que l'orbite du troisième Satellite ait pris la situation *OP*, l'arc *NO* étant de 90 degrés, c'est la distance des nœuds *N* & *P* après un quart de révolution du nœud *O*; on trouvera l'inclinaison *P* du troisième sur l'orbite de Jupiter, de 3 degrés, c'est-à-dire plus grande de 12 minutes qu'elle n'étoit en 1697, & l'arc *NP* de $3^d\ 49'$, c'est-à-dire que dans l'espace de soixante-six ans l'inclinaison a dû augmenter de 12 minutes, & le nœud avancer de 3 minutes $\frac{1}{2}$ chaque année.

Suivant les observations, il faut une augmentation plus grande sur l'inclinaison, & un mouvement plus petit dans le nœud; mais ce double effet peut être produit par l'action du premier Satellite, puisqu'il est un des plus gros de tous les Satellites suivant M. Whiston: si j'avois augmenté l'inclinaison mutuelle *O* des deux Satellites, j'aurois trouvé le mouvement

du nœud encore plus fort, ce qui paroît prouver que l'action du premier Satellite influe dans les quantités dont il s'agit.

Quoi qu'il en soit, il résulte des remarques précédentes, que le mouvement du nœud du troisième Satellite dont j'avois démontré la nécessité, & dont M. Maraldi a déterminé la valeur, produit nécessairement une augmentation considérable dans son inclinaison, ou que l'augmentation observée est une suite naturelle de l'attraction réciproque des Satellites, en tant qu'elle produit un mouvement dans leurs nœuds : c'est ce que j'avois annoncé en 1762.



OBSERVATIONS

*OBSERVATION
DE L'ÉCLIPSE DE SOLEIL
DU 16 AOÛT 1765.*

Faite à l'Observatoire Royal.

Par M. CASSINI DE THURY.

LE Soleil s'étant découvert à $3^h 58' 0''$, l'Éclipse n'étoit pas commencée, il disparut ensuite; & ayant paru à $3^h 59' 55''$, l'Éclipse étoit commencée, on ne le voyoit qu'au travers des nuages; à $4^h 17'$ j'ai mesuré assez exactement la grandeur de l'Éclipse de $5' 10''$ qui répond à plus de deux doigts; à $4^h 19'$ j'ai trouvé la différence entre le bord du Soleil & la première corne, de 54 secondes, & la seconde corne de $1' 56''$ de temps, le bord inférieur du Soleil suivoit le fil horizontal de la Lunette, montée sur une machine parallactique, le Soleil n'a plus reparu qu'à $5^h 35'$, que l'Éclipse étoit entièrement finie.



OBSERVATIONS DE L'ÉCLIPSE DE SOLEIL DU 16 AOÛT 1765.

Par M. l'abbé CHAPPE D'AUTEROCHE.

LE Ciel ayant été couvert presque tout le temps de l'observation, je n'ai pu observer que les phases suivantes avec une lunette de 10 pieds, qui portoit un micromètre dont 5270 parties étoient égales au diamètre du Soleil que j'ai trouvé de $31' 36''$.

A $4^h 3' 32''$ temps vrai, partie éclairée du Soleil 5131, partie éclipcée 139 ou 50 secondes, dont le diamètre du Soleil est $31' 36''$: cette observation ayant été faite à travers des nuages épais, je la crois médiocre.

4. 14. 34. partie éclairée 4702, partie éclipcée 568 ou $3' 24''$.

4. 21. 21. partie éclairée 4467, partie éclipcée 803 ou $4' 49''$: ces deux dernières phases ont été observées au travers des nuages, mais ils étoient si légers que je les crois bonnes.

Il résulte de ces observations, qu'à $4^h 21' 21''$, le Soleil étoit éclipcé de deux doigts moins $27''$, puisque deux doigts font égaux à $5' 16''$, & que j'ai observé la partie éclipcée de $4' 49''$.



OCCULTATION
DES DEUX ÉTOILES
DE LA QUEUE DU CAPRICORNE
PAR LA LUNE
LE 1.^{er} AOÛT 1765.

Par M. PINGRÉ.

CES occultations n'étoient point annoncées; m'étant aperçu qu'elles pourroient avoir lieu, je m'en suis assuré par une projection graphique du disque de la Lune sur celui de la Terre; l'opération n'a été faite que le 1.^{er} jour d'Août, c'est ce qui m'a empêché d'en prévenir d'autres Astronomes que M. Messier, & celui-ci a eu l'occasion de prévenir M. le Président de Saron, de l'occultation de la première Étoile.

3 Août
1765.

Le Ciel a été fort serein durant tout le jour du 1.^{er} Août; la nuit n'a pas été aussi belle, la Lune approchoit de γ du β , lorsque des nuages, d'abord assez légers & ensuite plus épais, ont couvert la Lune & l'Étoile; j'ai perdu l'étoile de vue à 9^h 40' 3" temps vrai; j'ai jugé qu'il n'y avoit point alors une seconde entière de temps de différence entre l'ascension droite du bord de la Lune le plus voisin, & l'Étoile; ainsi l'Étoile n'étoit distante du bord oriental de la Lune que de 10" de degré au plus.

A 10^h 42' 06" temps vrai, j'ai revu l'Étoile à 15 ou 20" de la ligne de séparation de la lumière & de l'ombre; je doutois si elle étoit sortie plus tôt, j'étois attentif à chercher l'Étoile dans cette partie qui étoit alors assez sereine; cependant M. Messier a vu très-distinctement l'émerfion à 10^h 42' 01", c'est-à-dire, en défalquant une seconde pour la différence des Méridiens, 4" plus tôt que moi; l'émerfion m'a paru se faire vers le milieu de la mer des Crises, plutôt au-dessus qu'au-dessous

H h h h ij

de ce milieu ; l'Étoile a passé au nord du centre de la Lune.

Le temps s'étant ensuite fort éclairci, pour éviter le sommeil, je me suis occupé à contempler diverses parties de la Lune jusqu'à l'approche de l'éclipse de δ du γ , alors il est survenu de nouveaux nuages ; l'Étoile cependant a reparu, mais son éclat étoit très-temperé par deux espèces de nuages ; les uns répandus dans l'air, ternissoient réellement la lumière de la Lune & de l'étoile ; les autres n'étoient que dans mon œil, fatigué de trois heures d'observations inutiles, un nuage mobile paroissoit se promener devant lui & se fixer sur l'Étoile toutes les fois que mon rayon visuel se dirigeoit vers elle ; c'est dans ces circonstances que j'ai cessé de voir l'Étoile à $13^h 43' 08''$; M. Messier, après l'avoir vu durant $7''$ comme collée au disque éclairé de la Lune, l'a vu disparaître absolument à $13^h 43' 29''$, c'est-à-dire $22''$ plus tard que moi.

La première éclipse avoit duré plus que je ne l'avois conclu de mon opération graphique ; de cette circonstance & de la position respective des deux Étoiles à l'égard du centre, j'ai conjecturé que la seconde éclipse dureroit beaucoup moins que je ne l'avois annoncé ; en conséquence ayant accordé à mon œil quelques minutes de repos, & le Ciel étant devenu très-serein autour de la Lune, je me suis remis au télescope, mais l'ayant quitté durant 8 ou $10''$, j'ai trouvé l'émerfion faite à $14^h 04' 45''$; M. Messier sur mon annonce ne l'attendoit pas si-tôt, il a repris l'observation trop tard ; l'émerfion s'est faite à 13 degrés environ, à gauche ou à l'est du nadir de la Lune.

J'ai fait ces observations avec un télescope grégorien de 6 pieds ; avant l'émerfion de δ du γ j'étois tenté de croire que cette Étoile étoit double, je n'en ai point douté après l'émerfion ; elle sera encore éclipsée par la Lune le 25 du mois prochain, les phases de cette occultation sont annoncées dans la *Connoissance des temps*.



REMARQUES

SUR LES

BLÉS APPELÉS BLÉS DE MIRACLE;

ET

DÉCOUVERTE D'UN ORGE DE MIRACLE.

Par M. ADANSON.

DEPUIS que l'on cultive le Blé, les observateurs n'ont encore aperçu cette singularité d'avoir les épis rameux & multipliés, pour ainsi dire, les uns dans les autres, que dans le froment de Smirne qui, pour cette raison, a été nommé *blé de miracle*. Nous ne savons pas trop bien la date de cette première découverte, & je ne vois qu'un endroit dans Plinie où il en soit fait mention. Voici tout ce que cet Historien en dit au chapitre X du XVIII.^e livre de son Histoire naturelle, où il parle de la fertilité des blés : *fertilissima tritici genera, ramosum, aut quod centigranum vocant.* 9 Août 1765.

Toutes les connoissances sur les blés de miracle se sont bornées jusqu'ici à cette seule espèce qui, par les épis simples qu'elle produit quelquefois, sur-tout quand elle est semée tard & dans des terrains maigres, paroît très-sensiblement devoir son origine à l'espèce de blé de Barbarie qui se trouve aussi dans diverses provinces de la France, comme à Toulouse où il se nomme *grossâne* ou *kruset*, à Lyon où il est appelé *grosset* ou *gro-blé*; comme dans la Lorraine, la Flandre & l'Artois, où on le connoît sous le nom de *blé-fourri*, &c.

Mais en faisant des observations journalières sur les blés qui se cultivent à dix lieues à la ronde de Paris, le hasard m'a fait rencontrer dans l'orge mars commun, semé en Avril 1764. dans les plaines d'Ivry & du Port-à-l'anglois, qui avoient été inondées pendant le mois de Février précédent, la même

H h h h iij,

monstruosité qui a fait nommer le blé de miracle. L'Académie peut se rappeler que je lui montrai un épi cueilli le 10 Août de l'année dernière, de cette orge que je crus dès-lors devoir appeler *orge de miracle*.

Pour m'assurer si cette espèce de monstruosité inconnue jusqu'ici dans l'orge, devoit disparaître dès la première génération, & par conséquent si elle ne devoit être mise qu'au rang des monstruosités pures & simples, & de ce qu'on appelle *variétés dans les plantes*, ou si au contraire elle se perpétuoit assez constamment comme le blé de Smirne ou blé de miracle; j'ai choisi dans le rameau le plus long de cet épi deux grains que j'ai semés en Avril dernier, dans une terre de jardin très-épuisée, où je fais mes expériences sur vingt-cinq espèces de blés les plus différens de ceux qu'on cultive depuis la Zone torride jusqu'aux climats les plus septentrionaux. Ces deux grains m'ont produit deux plantes, dont l'une approchant de sa fleuraison & ayant alors onze tiges, périt par les ravages des courtillères, des perce-oreilles, des cloportes & des fourmis; l'autre réussit parfaitement, & c'est celle que j'expose aujourd'hui aux yeux de l'Académie, avec l'épi que je trouvai il y a un an, dans les plaines d'Ivry. Cette plante a, comme l'on voit, seize tiges ou seize tiges portant chacune un épi dont le plus grand nombre est parvenu à parfaite maturité, comme il lui seroit arrivé dans la campagne: elle est d'une taille médiocre, de deux pieds de hauteur, comme étoit sa mère, ayant été semée un mois trop tard, & dans un terrain, comme je l'ai dit, très-épuisé & dans le cas de ce que les Jardiniers appellent *de la cendre*, sur-tout dans un été aussi sec que l'est celui-ci; aussi les épis n'ont-ils que douze grains sur chaque côté, ce qui fait vingt-quatre dans tout l'épi, au lieu de trente-quatre que me fournissent les épis de mes autres expériences sur l'orge mars de la plus grande espèce, semé dans le même mois. De ces seize épis, trois seulement sont devenus rameux ou miraculeux; il y en a un entr'autres dont les cinq rameaux sur-ajoutés à l'épi ordinaire, portent chacun trois à quatre grains, de sorte que tout l'épi au lieu de vingt-quatre grains

qu'ont les autres épis simples, en porte trente-deux, c'est-à-dire, un quart de plus. Les Commissaires que l'Académie me nomma l'année dernière, M.^{rs} de Jussieu, de Montigni & Tillet, & plusieurs autres Académiciens, particulièrement M.^{rs} d'Aubenton, le Monnier & Malouin ont vu ces plantes sur pied, & ont été témoins oculaires de leurs variations dans leurs différens âges.

Cet orge de miracle n'est pas la seule espèce de blé qui, dans mes expériences, m'ait fourni un exemple de transformation. L'espèce d'orge appelé *sukrion* ou orge nu, dont le caractère distinctif d'avec l'orge mars commun, est d'avoir la paille plus menue & plus foible, le calice plus long que la corole, & cette corole détachée de son ovaire, d'où lui est venu son nom d'orge menu, *gumnokriton* des Grecs, semée de même en Avril, m'a offert quatre monstruosités d'un autre genre, & qui sont d'autant plus remarquables qu'elles semblent nous montrer par leurs diverses gradations, comment certaines parties des plantes peuvent changer & devenir semblables à quelques parties d'autres plantes différentes. Ces monstruosités regardent l'épi de cette plante qui, comme l'on fait, porte deux rangs de grains opposés, aplatis par leur dos, enveloppés chacun d'un calice composé de deux soies & d'une corole à deux balles, dont l'extérieure porte à son extrémité une arête très-longue; de sorte qu'il n'y a qu'une seule fleur hermaphrodite fertile dans ce calice, qui est accompagnée de deux fleurs stériles collatérales, composées aussi d'un calice & d'une corole, mais sans arête. La première de ces monstruosités consiste en ce que l'arête de la balle extérieure de la corole de quelques fleurs commence à se fourcher en deux, pour ensuite diviser de même cette balle & en faire deux completees au lieu d'une. La deuxième fait voir cette balle entièrement divisée, de sorte que la corole au lieu de deux balles en a trois, dont deux collatérales qui ont chacune une arête. La troisième variation ne diffère de la deuxième qu'en ce que la même corole dans d'autres fleurs a quatre balles, dont trois ont chacune une arête, savoir l'extérieure & les collatérales : la quatrième n'en a point. La quatrième monstruosité enfin, consiste en ce que chaque calice contient

deux fleurs, au lieu d'une, pourvues chacune de leur ovaire, qui sont appliquées par leurs côtés contre l'épi, comme dans le scorjon ou orge à six quarts, & non pas par leur ventre comme dans les autres fleurs du sukron.

Voilà l'exposé pur & simple des nouvelles découvertes que m'ont fourni jusqu'ici mes expériences sur les diverses espèces de blés dont la culture est la plus générale dans les pays à grains. Examinons actuellement si elles ne sont que de simple curiosité, ou si au contraire elles ne pourroient pas être de quelque utilité dans la pratique.

Et pour commencer par l'orge de miracle, ne nous laissons pas éblouir d'abord par la quantité prodigieuse de cinq cents grains fournis par seize épis provenus d'un seul grain; réduisons cette fécondité apparente à celle qui est la plus ordinaire à la campagne, où chaque grain n'en produit réellement que quatre à cinq, quoique le calcul donne pour terme moyen trois à quatre épis chacun de dix grains, qui font trente à quarante pour un. En conséquence, regardons notre orge de miracle comme l'orge commun, puisqu'il lui doit son origine; il ne doit rendre que quatre à cinq pour un. Mais supposons ensuite, comme il est de fait par l'expérience rapportée ci-dessus, que cet orge amélioré ou devenu orge de miracle, est d'un quart plus fertile que l'orge commun, il produira cinq ou six pour un. C'est donc un avantage que d'avoir découvert cette nouvelle espèce d'orge plus fertile que les autres orges mars. L'avantage réel qu'a cet orge de miracle sur le blé de miracle, c'est que le miracle est tombé sur un froment, dont le grain ne fait pas de bon pain, & n'est même guère employé qu'en bouillie dans le pays où on le recueille, & dont la paille outre cela, est pleine, extrêmement grosse, & si dure que les bestiaux ne peuvent la manger, ou qu'ils l'abandonnent pour toute autre paille; au lieu que le miracle de l'orge est arrivé heureusement sur l'espèce la plus estimée par-tout, tant pour la finesse & la bonté du grain que pour la délicatesse de la paille.

Ce que je viens de dire à l'égard de l'orge de miracle, peut s'appliquer également au sukron. Les quatre gradations de
variation

variation ou de métamorphoses que j'y ai observées ont, ce me semble, deux avantages réels; le premier est tout physique, & paroît, sinon démontrer pleinement, au moins indiquer, que cette variation qui n'est arrivée que dans quelques fleurs de divers épis, peut arriver également dans toutes, & par conséquent transformer le sukriou en une nouvelle race de plante qu'on pourroit appeler *sukriou quarré*, comme l'on appelle *orge quarré* l'orge d'hiver qui, s'il n'avoit pas le calice plus long que la corole, ne paroîtroit différer que par ses six rangs de grains, du commun qui n'en a que deux, & dont il pourroit n'être qu'une amélioration dûe ainsi au hasard, & peut-être ensuite aidée par la culture. Je vais essayer, en semant les grains choisis de ces épis, d'occasionner cette transformation, me proposant d'informer l'Académie du succès bon ou mauvais de mes expériences. Si elles réussissent, la société pourra retirer un avantage réel de la fécondité de cet orge, dont il est d'autant plus étonnant que la culture ne soit pas plus répandue, qu'il est de cinq à six jours plus hâtif que l'orge mars commun, que sa paille est plus délicate, que son grain quitte la balle au point qu'il suffit de battre très-légèrement ses épis pour l'en séparer, qu'il est plus facile à vanner; qu'enfin il est cultivé par préférence dans quelques provinces, sur-tout dans la Lorraine, pour faire la bière, comme il l'étoit en Grèce, en Italie, en Andalousie & en Afrique, du temps de Théophraste & de Pline *, qui assurent qu'on en faisoit la meilleure bière.

* Plin. l. XV. III, chap. 7.

Ce sont ces réflexions sur l'utilité qui pourroit résulter de la culture de ces deux nouvelles espèces de productions qui m'ont déterminé à ne pas différer davantage à les faire connoître, & je vais continuer mes expériences, non-seulement pour les conserver & les améliorer s'il est possible, mais encore pour les multiplier & les rendre assez communes pour en communiquer aux cultivateurs qui pourroient en tirer un plus grand avantage, sur-tout de l'orge de miracle, que de l'orge commun, dans les temps où ils ont coutume de semer celui-ci, & cela sans rien changer à la culture ordinaire, & sans faire aucuns frais de plus.

Après avoir parlé des blés devenus blés de miracle, je ne dois pas laisser ignorer d'autres expériences dont les résultats m'ont donné précisément le contraire. Ces expériences regardent une espèce de blé fin ou polar sans barbe, dont l'épi étoit double sur une même tige. Le grain tiré de cet épi double ne m'a point encore donné la même singularité, quoique je l'aie semé de mois en mois, depuis deux ans que je le trouvais dans un voyage en Normandie; ce qui désigne assez que ce n'étoit qu'une monstruosité pure & simple d'un genre bien différent de celles qui tendent à se perpétuer & faire de nouvelles races comme il est arrivé dans les deux espèces d'orge rapportées ci-dessus. Néanmoins, en ressemant les grains de ces épis devenus simples, peut-être s'en montrera-t-il de doubles, & cela doit paroître tout aussi naturel que de voir des enfans qui ne ressemblant aucunement à leurs père & mère, portent l'empreinte de la figure de leurs aïeux ou bifaïeux. L'expérience m'apprendra encore si ma conjecture est bien fondée, & si l'analogie subsiste en cette partie comme dans les autres entre les animaux & les plantes.

A D D I T I O N.

1768. J'AI promis à l'Académie de suivre & varier mes expériences sur l'*orge de miracle* que j'avois trouvé en Août 1764 dans les plaines d'Yvri, & sur le *sucrion* ou orge nu, dont la culture m'avoit procurée des épis carrés, pour m'assurer si ces deux plantes perpétueroient leurs monstruosités par excès, ou si elles en augmenteroient le nombre, ou au contraire, si elles les perdroient. Voici les résultats fournis par mes observations, en semant ces plantes dans chaque mois de l'année.

L'orge commun ou baillarge de miracle, semé en planches, a repris son premier état, ne montrant guère qu'un épi rameux sur cent.

Le *sucrion*, au contraire, semé de même, a acquis deux monstruosités de plus, qu'il faut ajouter aux quatre que j'ai décrites dans le Mémoire ci-dessus; la première de ces monstruosités qui fait la cinquième, consiste en ce que chaque

fleur contient souvent deux ovaires contigus, mais distincts; la sixième consiste en ce que chaque fleur a de même deux ovaires, mais réunis en un seul qui a deux germes collatéraux pour une seule masse farineuse qui doit les nourrir, je ne sache pas que cette monstruosité ait encore été remarquée dans la famille des plantes graminées.

Au reste il est évident, 1.^o que ces deux espèces d'orge n'étant pas régulières dans leurs variations, ne peuvent prendre que le nom de monstruosités & non celui d'espèces; 2.^o que ces monstruosités ne se perpétuant pas constamment, ne peuvent prendre que le nom de *variétés* & non celui de *racés*: il n'est pas moins constant que ces deux monstruosités pèchent par excès dans le nombre des grains sur chaque épi, & étant d'ailleurs aussi bien conformées dans leurs autres parties que les plantes dont elles ont tiré leur origine, elles pourroient leur être préférées pour la culture, comme étant plus fertiles d'environ une quatrième partie.

J'ai remarqué que les semailles faites dans les mois les plus chauds, ou au moins dans les mois de Mai & Juin, étoient les plus favorables pour procurer ces monstruosités par excès dans le sucricion, & le mois d'Avril dans l'orge commun.

Le froment polar à épi double, ne s'est point encore remontré.





*MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ
Royale des Sciences établie à Montpellier, ont
envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui suit, pour
entretenir l'union intime qui doit être entre
elles, comme ne faisant qu'un seul Corps, aux
termes des Statuts accordés par le Roi au mois
de Février 1706.*

*RECHERCHES SUR LA CAUSE
DE LA
PULSATION DES ARTÈRES.*

Par M. DE LAMURE.

LE coup dont on sent que le doigt est frappé lorsqu'on l'applique sur quelque artère d'un animal vivant, s'appelle *pulsation* ou *battement* de cette artère.

On donne le nom de *pouls* à la suite de ces pulsations ou battemens qui se succèdent en plus ou moins grand nombre dans un temps donné.

Ces notions, très-simples, de la pulsation & du pouls des artères, doivent être admises de tous les Physiologistes; elles ne dépendent d'aucune hypothèse sur la cause de ce phénomène;

elles ne sont point susceptibles d'équivoque & ne peuvent par conséquent devenir l'objet d'une contestation (a).

Galien avoit très-bien senti & même démontré par plusieurs expériences, que le pouls des artères étoit un phénomène dont l'existence n'influoit point sur le principe de la vie des animaux, quoiqu'il connût la liaison de ce phénomène avec l'action du cœur, si nécessaire à la conservation du principe vital dans les mêmes animaux (b). Cependant le pouls des artères paroît avoir de tout temps excité l'attention des plus célèbres Médecins (c); Hypocrate ne l'a pas entièrement

(a) Galien appeloit pouls (*pulsus*) le mouvement alternatif de dilatation & de contraction de l'artère. *Quando arterie corpus est cavum, longum & teres, inquit, habetque perpetuum geminum motum ex contrariis constitutum partibus; aut enim in seipsam undique confidet, aut in omnem partem distenditur: qui duplex motus pulsus appellatur. Galenus, de pulsuum differentiis, lib II, cap. 3.* Cette idée du pouls donnée par Galien paroît avoir été adoptée de presque tous les Médecins tant anciens que modernes, de manière qu'ils se sont accoutumés à regarder comme synonymes les mots de pouls, pulsation, dilatation de l'artère; c'est vraisemblablement la raison pour laquelle on s'est avisé si tard de douter de la dilatation sensible des artères; cette dilatation n'étoit pourtant regardée par les anciens, & ne l'est même encore aujourd'hui par les modernes, que comme la cause du battement que sent le doigt appliqué sur l'artère; mais il est facile de concevoir comment en identifiant la cause avec le phénomène, on est demeuré persuadé que l'une étoit aussi certaine que l'autre est évident. Cependant Galien prétendoit que l'on pouvoit sentir & distinguer par le tact, le mouvement de contraction de l'artère; il a tâché de prouver

ce paradoxe dans un chapitre exprès; mais après avoir employé beaucoup de circonlocutions, & essayé d'expliquer sa pensée par plusieurs comparaisons, il est obligé de conclure que l'on sent que l'artère se contracte parce qu'on ne la touche plus après l'avoir touchée; *id quod non sensus etiam animadvertit, sed mens ibi ex eo quod affectus abiit ipsius sensus, colligit quod tunc recederet, nunc recessisse.* Galen. de dignoscend. puls. lib. I, cap. 4.

(b) *Respirationem si cui adinas, illico mortem afferes, at pulsus si per multas particulas privas, non magno perere lates: quippe si vel arterias quæ per inguina descendunt ad crura, vel quæ per alas feruntur ad manus, laqueo complexi velis, universas quidem quæ in his artubus arteriæ habentur, pulsui privabis: non tamen artubus ipsis aut voluntarium motum adinas aut etiam sensum; quod si spatio temporis non torpent modo, frigentque ac pallida redduntur, sed etiam ali desinant, per continuitatem consensumque, magis hæc quam ex pulsuum impedimento fortasse contingant; at si nervos funiculo religes, innotas prorsus, insensibileque particulas extimpho reddas.* Galen. de usu puls. cap. I.

(c) *Ac princeps quidem viscus est cor, ex quo nascuntur, proceduntque*

^a *Galenus de dignoscend. pulsibus.* négligé, & Galien cite ^a un très-grand nombre d'auteurs qui avoient composé des ouvrages entiers sur ce sujet. Galien semble avoir saisi dans presque toute son étendue, l'utilité que la Médecine-pratique pouvoit retirer de l'observation de ce phénomène ; il ne se contente pas d'en tirer des signes pronostics dans les différentes maladies, il s'en sert encore pour connoître les affections des différens viscères ; il s'attache à décrire fort au long les diverses modifications du pouls qui peuvent aider le Praticien à s'assurer du dérangement, & même de l'espèce de dérangement de ces parties intérieures que la Nature a mises hors de la portée de nos sens ^b.

^b *Galen. loc. mox citat.*

Les sectateurs de Galien n'ont pas manqué de le suivre en ce point important : tous les Médecins savent combien l'on s'est appliqué dans ces derniers temps à perfectionner les observations de ce grand maître, en leur donnant plus de justesse, de précision & de vérité. Les travaux & les succès des Solano, des Nihell, des Bordeu, &c. ne sont ou ne doivent être ignorés d'aucun de ceux qui, pleins d'un zèle éclairé & dépouillés de prévention, s'attachent à augmenter les progrès de l'art de guérir.

La cause d'un phénomène dont l'observation peut être d'une si grande utilité, est sans doute un objet digne des recherches de ceux qui s'occupent de la physique de l'économie animale. L'influence que l'on a donnée malheureusement jusqu'ici sur les indications, dans le traitement des maladies, aux causes prétendues de ce phénomène, impose à ceux qui sont chargés d'enseigner l'art, la nécessité de les examiner, d'en estimer les degrés de vraisemblance, de rechercher les fondemens sur lesquels se sont appuyés ceux qui nous les ont données ; en un mot, s'il est possible de découvrir les erreurs qui se sont glissées dans cette partie intéressante de la théorie rationnelle (*d*),

arteriæ, atque etiam eundem cum illo motum custodiunt ; itaque incommoda motus eadem sentiunt, atque ita non exigua rei indices esse possunt : at verò monstratum est non idem esse rem magnam indicare &

rem magnam posse. Galen. de usu puls. cap. I.

(*d*) Le mot de théorie peut également s'employer pour signifier la contemplation des causes des phénomènes, & celle des phénomènes,

& de leur substituer des vérités que le témoignage des sens puisse rendre incontestables.

C'est dans ces vues que j'ai entrepris de méditer sur toutes les causes du pouls, qui ont été proposées jusqu'à nos jours : l'examen que j'en ai fait m'en a découvert la fausseté ou le peu de vraisemblance, & j'ai été engagé à rechercher la vraie solution d'un problème que j'avois cru donnée depuis long-temps ; on ne s'avise que rarement de soupçonner de l'erreur dans les opinions dont le principe est admis sans aucune contradiction.

Je suivrai dans ce Mémoire l'ordre même que j'ai suivi dans mes méditations. Je donnerai d'abord une idée précise, succinte & aussi juste qu'il me sera possible, des différentes opinions des Médecins sur la cause du pouls ; j'examinerai ensuite ces différentes opinions, & je tâcherai de montrer en quoi elles m'ont paru s'écarter du vrai ou même de la vraisemblance ; enfin je proposerai ce qui me paroît être la véritable cause de la pulsation & du pouls, & je terminerai ce petit ouvrage par des corollaires qui pourront renfermer quelque utilité.

OPINIONS des différens Auteurs sur le pouls.

Galien donnoit le nom de pouls au double mouvement des parois de l'artère *, par lequel elles s'écartent & se rapprochent alternativement les unes des autres ; la pulsation se faisant sentir par le mouvement qui écarte les parois ; il regardoit ce double mouvement comme l'effet d'une faculté particulière, qu'il appelloit *faculté physique*. Suivant son opinion, cette faculté physique n'étoit point inhérente au tissu des artères, mais elle se répandoit du cœur dans ce tissu ; il prétendoit prouver cette

* *Voy. l'annee (a).*

tant en eux-mêmes que considérés par rapport les uns aux autres ; ce seroit donc sans raison que l'on voudroit restreindre la signification de ce mot à la méditation, la recherche, la connoissance des causes des phénomènes ; d'où il suit que l'on peut distinguer deux sortes de théorie en médecine ; celle qui s'oc-

cupe de la recherche des causes, & celle qui s'attache à observer les phénomènes, & à les confronter sans s'embarrasser d'en deviner ou d'en connoître même les causes ; c'est la première espèce de théorie que j'appelle *théorie rationnelle* ; on peut donner à la seconde le nom de *théorie empirique*.

communication de la faculté pulsifique du cœur aux tuniques des artères par l'expérience même (e). Il mettoit à nu une artère, & après l'avoir séparée des parties auxquelles elle est adhérente, il l'entouroit d'un fil; après quoi il y faisoit une incision & introduisoit par cette ouverture un tuyau qui remplissoit exactement la cavité. Tant que les choses restoient en cet état, il observoit le battement de l'artère dans toute son étendue, mais après avoir lié l'artère sur le tuyau, il n'observoit de battement que dans la partie supérieure à la ligature, & point du tout au-dessous, quoique la partie inférieure continuât de recevoir le sang & les esprits qui y étoient poussés au travers du tuyau introduit dans l'artère; d'où Galien conclusoit que le battement de l'artère ne dépendoit point de l'abord du sang & des esprits dans ce vaisseau; que la cause de ce phénomène étoit communiquée par le cœur au système artériel; ce qu'il croyoit prouver, parce qu'en interceptant la continuité des tuniques par le moyen de la ligature qu'il faisoit sur le tuyau, l'artère n'avoit aucun mouvement au-dessous de cette ligature.

Tous les Médecins, jusqu'au temps d'Harvée, & plusieurs même après la publication des Ouvrages de ce grand homme, ont eu recours à cette faculté pulsifique; la plupart entièrement dans l'opinion de Galien; quelques-uns en y ajoutant quelque modification. Fernel croyoit que la dilatation des artères dépendoit principalement de la contraction du ventricule gauche, qui pouffoit avec impétuosité dans leur cavité l'esprit vital & le sang réduit, pour ainsi dire, en vapeur; mais il croyoit ne pouvoir expliquer la simultanéité du battement de toutes les

(e) *Arteriam unam à magnis & conspicuis quampiam, si voles, nudabis, primoque pelle remotâ, ipsam ab adjacenti, suppositoque corpore, tandiû separare non graveris, quoad filum circum inmittere valeas: deindè secundum longitudinem arteriam incide, calamumque & concavum & pervium in foramen intrude, vel aeneam aliquam fistulam, quo & vulnus obturetur, & sanguis exilire non possit; quoad usquè sic se arte-*

riam habere conspicias, ipsam totam pulsare videbis; cum primum verò obductum filum in laqueum contrahes; arteriæ tunicas calamo obstrinxeris, non amplius arteriam, ultra laqueum pulsare videbis; etiamsi spiritus & sanguis ad arteriam quæ est ultra filum, sicuti prius faciebat, per concavitatem calami feratur. Galen. lib. an sanguis in arteriis naturâ contineatur, cap. 8.

artères

artères, qu'en admettant la faculté pulsifique, qu'il considère comme inhérente au tissu des artères, quoiqu'elle puisse venir primitivement de celle du cœur, ou qu'elle ait besoin de celle-ci pour sa conservation.

Bartholin & Mœbius pensoient, comme Fernel, par rapport à la principale cause de la dilatation des artères, mais ils croyoient ne pouvoir se dispenser de recourir à la faculté pulsifique, pour expliquer l'ordre & la régularité des pulsations ou battemens de ces vaisseaux.

Harvée, sans avoir égard à la faculté pulsifique, pensoit que l'on ne devoit attribuer la dilatation des artères, qu'à l'impétuosité du sang, lancé dans la cavité de ces tuyaux, par la contraction des ventricules du cœur: ce sang agissoit, selon lui, non-seulement par sa quantité réelle, mais encore par sa force expansive qu'il devoit au principe vital qui l'animoit; les expériences qui prouvent que les artères ne battent point au-dessous des ligatures qui leur ont été faites, & qu'elles recouvrent leur battement lorsque l'on a enlevé leurs ligatures, servoient de fondement à cette opinion, qui a été celle de tous les Physiologistes jusqu'à nos jours: on a cru seulement y ajouter quelque degré de perfection en expliquant plus particulièrement & plus nettement la manière dont se fait cette dilatation, ou le battement de l'artère, qui en est une suite, par le moyen du sang lancé dans les canaux artériels.

Weitbrecht, célèbre Médecin de Pétersbourg, après avoir cru démontrer dans un Ouvrage qu'il a fait sur le même sujet que nous traitons, que la quantité de sang qui est poussée dans les artères, par la contraction du ventricule gauche du cœur, ne peut tout au plus dilater le système artériel que d'un cinquième de ligne, & que la pulsation observée par le tact dans les artères des poignets & des tempes, apprenoit que cette dilatation devoit être au moins d'une ligne, pour produire le battement, tel qu'il est observé, conclut que l'on ne peut point attribuer la pulsation des artères, à la dilatation de leur cavité, par la quantité de sang qui leur est surajoutée par la contraction des ventricules du cœur. Il conclut de ses

prétendues démonstrations, que les artères ne battent pas toutes au même moment, mais successivement; ou que le battement est produit par le choc de toute l'artère déplacée, & non pas seulement par l'écartement de ses parois; ou bien enfin que ces deux dernières propositions sont également vraies. Il vient ensuite à l'exposition de son sentiment sur la cause de ce phénomène; il croit qu'il dépend du déplacement de tout le corps de l'artère qui résulte nécessairement du changement de leur figure, changement qui doit arriver dans des vaisseaux tortueux & repliés différemment, lorsqu'un fluide est lancé dans leur cavité; de manière que la pulsation que l'on éprouve, n'est pas produite immédiatement par la dilatation de l'artère, mais par le mouvement de toute l'artère, qu'occasionne cette dilatation en changeant la figure de ce vaisseau. Il pense aussi que le battement des artères est successif d'après les propres expériences; ainsi il démontre tout-à-la fois que l'opinion commune est fautive sous ces deux points de vue, 1.^o en ce qu'elle admet la simultanéité du battement de toutes les artères, 2.^o en ce qu'elle attribue ce battement à la seule dilatation de leur cavité par le sang qui y est surajouté dans le temps de la systole du cœur (*f*).

Le sentiment de Weichtbrecht n'a été soutenu par aucun Physiologiste, dont les Ouvrages soient venus à notre connoissance, on a continué d'attribuer à la dilatation du canal artériel la pulsation des artères; il paroît seulement que quelques grands-hommes ont fait attention à ce qu'il dit sur l'impossibilité du battement simultanée de toutes les artères, & ont eu devoir établir que ce battement ne se faisoit point en même temps à la rigueur, quoique les différences des temps devinssent insensibles à l'Observateur, par leur extrême petitesse.

Suivant les Physiologistes modernes, la pulsation de l'artère est l'effet de l'écartement prompt & subit de leurs parois, comme on l'avoit pensé de tout temps; cet écartement prompt & subit des parois de l'artère est l'effet de la pression latérale du sang sur les parois de l'artère, lorsqu'il est lancé dans leur cavité par la contraction du cœur; cette pression latérale est une

(*f*) *Commentarii Academ. scient. Imperial. Petropolitanæ, tom. VII.*]

suite naturelle de la loi universellement reconnue que suivent les fluides, lorsqu'ils sont poussés dans des canaux où ils trouvent des obstacles plus ou moins grands à leur écoulement : ils démontrent par des expériences que la pression latérale sur les parois de l'artère n'est pas toujours la même, qu'elle est plus grande lorsque le cœur se contracte, moindre lorsque les artères se contractent presque à l'instant où le cœur cesse d'agir ; la différence des jets du sang dans ces deux circonstances prouve cette vérité, qui est démontrée par l'ascension du sang dans des tuyaux introduits dans les artères d'un animal vivant. L'expérience fait voir que le sang monte plus haut dans ces tubes lorsque le cœur se contracte, & qu'il se soutient à une moindre hauteur lorsque les seules artères agissent ; cette différence des hauteurs à laquelle le sang se soutient, est regardée comme la mesure des différences de l'intensité de la pression latérale sur les parois de l'artère ; de même que la plus grande hauteur à laquelle le sang se soutient dans le tube, est considérée comme la mesure de la plus forte pression latérale que souffrent les parois : d'après ces expériences, ils concluent, avec la dernière évidence, que la pression latérale est plus forte sur les parois de l'artère, que par conséquent ces parois doivent plus s'écarter les unes des autres & s'étendre au-delà de la circonférence ordinaire, précisément lorsque l'on sent le battement de l'artère, c'est-à-dire pendant que le cœur se contracte ; d'où il suit que le doigt est frappé par les parois qui s'écartent de l'axe de l'artère dilatée, par le sang qu'elle reçoit des ventricules du cœur. La plénitude du système artériel universellement avouée, de même que la continuité non interrompue des rameaux artériels avec leur tronc, leur donnent une explication facile de la simultanéité, ou presque simultanéité du battement de toutes les artères du corps de l'animal ; la diminution de la pression latérale, à mesure que le fluide poussé dans les canaux y rencontre moins d'obstacles, & la continuité du système artériel avec le veineux, servent de base à l'explication qu'ils donnent, de la diminution de la force des pulsations dans les artères, dont le diamètre décroît

en s'éloignant du cœur, & du défaut de pulsation du système veineux. Ils ont tâché d'évaluer, d'après les expériences, l'excès de la pression latérale dans le temps de la contraction du cœur, sur celle qu'éprouvent les parois des artères dans le temps de leur resserrement; l'excès de la plus grande sur la plus petite est à peine sensible & ne va pas au-delà d'un quatre-vingtième (g).

Felles sont les principales explications qui ont été données jusqu'ici de la pulsation & du pouls des artères; j'ai tâché de les rendre avec le plus de précision, de netteté & de fidélité qu'il m'a été possible. Je vais entrer dans l'examen de ces opinions, avec toute l'impartialité nécessaire lorsque l'on examine les sentimens d'autrui, dans l'unique vue de rechercher la vérité.

EXAMEN des opinions sur la cause de la pulsation des artères.

La faculté pulsifique, imaginée par Galien, n'a plus de défenseurs depuis long-temps: Vésale & après lui le célèbre Vieussens, ont démontré la fausseté de l'expérience qu'avoit faite Galien, & qu'il citoit comme une preuve de la nécessité d'une vertu pulsifique qui se répandit du cœur dans le tissu des artères, & qui les agitât d'un mouvement alternatif de dilatation & de contraction. Nous avons détaillé cette expérience en rapportant le sentiment de Galien; il assuroit qu'après la ligature faite à une artère sur le tuyau introduit précédemment dans la cavité, la portion d'artère située au-dessous de la ligature, n'avoit plus aucun battement; quoique cependant elle reçût le sang & les esprits qui y étoient portés avec facilité au travers du tuyau introduit dans l'artère. Vieussens répéta la même expérience avec beaucoup d'exactitude dans l'amphithéâtre de l'Université de Montpellier; le succès n'en fut pas tel qu'il devoit être suivant l'opinion de Galien: l'artère battoit

(g) *Differentia altitudinum (ad quas ascendit sanguis tempore dilatationis & contractionis arteriarum) tantum est sensibilis, & major non una octuagesimâ parte minorem excedit.* Sauvages, pulsus & circulationis theoria, pag. 18.

presque également au-dessous & au-dessus de la ligature faite sur le tuyau introduit selon la méthode proposée par Galien. Vieussens ajouta de nouvelles circonstances à l'expérience, qui paroissent démontrer avec la dernière évidence que le battement est l'effet de l'action du sang poussé dans l'artère; il bouchoit le tuyau introduit dans l'artère sans y faire aucune ligature; le canal bouché ne pouvant transmettre de fluide à la portion d'artère qui lui étoit continue, le battement cessoit constamment dans cette portion qui ne pouvoit plus recevoir du sang, quoique d'ailleurs ses parois fussent absolument libres; & tant que le tuyau introduit dans l'artère étoit ouvert & pouvoit par conséquent transmettre le sang à la partie de l'artère la plus éloignée du cœur, cette partie battoit d'une manière sensible.

L'on ne peut imaginer rien de plus convaincant contre l'opinion de Galien, ni de plus propre à faire penser que le battement des artères étoit l'effet de la quantité de sang qui étoit sur-ajoutée par l'action du cœur (*h*); aussi personne aujourd'hui n'admet l'opinion de Galien, & tous les Physiologistes paroissent s'être réunis à penser comme Harvée & Vieussens.

Le seul Weitbrecht a trouvé dans cette opinion des difficultés assez grandes pour l'obliger à s'en écarter, au moins par

(*h*) On peut conjecturer que dans l'expérience que faisoit Galien, il interceptoit le cours des fluides au travers du tuyau qu'il avoit introduit dans l'artère; cette conjecture est fondée sur ce qu'il recommande des tuyaux fort minces, (*præparatur itaque calamus prætenus ex eorum numero quibus, scribimus, aut æreum aliquod ejusmodi de industria factum; deinde lino tenui arteriam simul cum calamo orbiculatim comprehendit. De administrationibus anatom. lib. VII, cap. 16*) & que probablement il faisoit des ligatures très-fermées pour être plus sûr d'empêcher la communication des tunique d'une partie de l'artère avec

celles de l'autre; il est moins injurieux à ce grand homme de supposer qu'il a été capable de quelque inexactitude que de croire qu'il a rapporté de mauvaise foi le succès de ses entreprises; il paroît d'ailleurs les avoir faites avec le plus grand soin; il en fait le détail avec toute la netteté & la précision possibles, & certainement on sent en lisant les descriptions de ses manœuvres, qu'elles partent d'un homme fort exercé dans ces sortes d'opérations; il est étonnant que Harvée ait pu avancer que Galien n'avoit fait qu'indiquer, sans avoir jamais fait l'expérience que nous avons rapportée & qui fait le sujet de cette note.

rapport à la manière dont la dilatation de l'artère produit sa pulsation ou son battement : nous supposons ici, pour éviter les répétitions, tout ce que nous avons déjà dit sur l'opinion de ce savant auteur ; nous examinerons seulement les preuves qu'il en donne.

L'illustre Schreiber fait plusieurs objections contre la nouvelle opinion de Weitbrecht ; il rejette son calcul comme absolument fondé sur des hypothèses arbitraires, & comme renfermant plusieurs erreurs ; il soutient que le déplacement de toute l'artère que Weitbrecht dit être sensible à la vue, ne l'est cependant que dans les petites artères, & que les plus considérables, telles que l'aorte, sont fixées dans leur place, au moyen des tissus cellulaires, de façon qu'elles ne peuvent en changer.

Enfin le même auteur remarque fort vaguement que l'hypothèse de Weitbrecht ne résout point le doute qu'il propose lui-même au sujet de l'impossibilité prétendue de la dilatation des artères (i) par la quantité de sang qui leur est sur-ajoutée par la contraction du cœur, puisqu'il est obligé d'accorder que cette dilatation a lieu, pour expliquer le déplacement de l'artère suivant son opinion. Le savant Haller ajoute à ces objections de Schreiber une nouvelle difficulté ; il observe que plusieurs artères, telles que les carotides, &c. battent très-sensiblement, quoiqu'elles s'étendent vers les parties sans former aucun pli ni repli. Presque toutes ces objections paroissent fondées ; il est sûr, comme le dit Schreiber, que tout est arbitraire dans les fondemens du calcul de Weitbrecht ; il transforme tout le système artériel en un seul canal, dont il fixe la longueur suivant son imagination ; il est certain encore que tout ressent la supposition gratuite dans ce que dit Weitbrecht au sujet de la mesure de la quantité de la dilatation, ou de l'espace que devroient parcourir les parois des artères du carpe & des tempes dans leur battement expliqué suivant l'opinion commune ;

(i) *Atque si concedatur pulsus perficiri ab arteriâ sanguine impulsâ de sed sua deturbatâ, idem nondum solvitur dubium quod protulit de impossibilitate dilatationis interim*

concessæ arterium sanguinearum ab intrusis uncis duabus, uncia una, vel dimidiâ sanguinis. Scriber, almagestum medicum, pars I, lib. IV, cap. 2.

il suppose que cet espace doit être d'une ligne au moins; il assure que l'observation le fait voir, mais il ne dit pas la manière dont il a fait cette observation; & quand on réfléchit sur l'extrême promptitude avec laquelle l'artère frappe le doigt & s'en écarte, il paroît extrêmement difficile, pour ne pas dire impossible, de prendre aucune mesure, même par approximation, de la quantité de l'espace que l'artère doit avoir parcouru dans son battement.

On ne peut nier que l'explication de Weitbrecht ne suppose la flexuosité ou courbure des artères, & que par conséquent elle ne peut être appliquée aux artères, qui battent sans avoir cependant ni flexuosité ni courbure; enfin il est clair qu'en accordant à Weitbrecht toutes ses suppositions, l'on ne peut s'empêcher de convenir que son opinion ne peut subsister qu'avec la dilatation sensible des artères par le sang qui y est poussé, dilatation qu'il prétend démontrer être insensible; car le changement de figure de l'artère auquel il attribue son déplacement, est, suivant lui, l'effet du gonflement de l'artère (*k*), ce changement ne peut donc être sensible, qu'autant que cette artère sera dilatée sensiblement; ainsi il retombe, sans paroître s'en apercevoir, dans toutes les difficultés qu'il oppose au sentiment de ceux qui expliquent la pulsation par la dilatation du canal artériel, & l'on peut se servir de ses démonstrations contre son hypothèse.

Toutes ces objections suffisent pour renverser les idées de Weitbrecht sur la cause du pouls des artères: il seroit inutile de dire en sa faveur qu'il pense que les artères ne battent pas toutes ensemble, & que parant, il doit arriver que la quantité de sang qui aborde successivement dans les différentes parties d'une artère, est suffisante pour dilater sensiblement chacune de ces parties; car il est évident que cette réponse seroit également favorable aux partisans de l'opinion commune qu'il rejette, & que le résultat de ses calculs ne seroit pas plus contre eux que contre lui-même; seulement les partisans de

(*k*) Quando igitur sanguis in arteriam intruditur, canalis turgescit & figuram aliam induit. Weitbrecht, loc. suprà citat.

cette opinion commune ne pourroient admettre la simultanéité du battement des artères que Weitbrecht prétend avoir démontré fausse; mais en admettant la succession de ces battemens, ils n'auroient nul besoin de recourir au changement de figure ou au déplacement de l'artère, & c'est le parti que paroît avoir suivi le célèbre Haller, qui admet cette succession des battemens des artères, quoiqu'il convienne que les intervalles de cette succession sont si petits que nos sens ne peuvent l'apercevoir (1).

Les raisons que nous venons de rapporter, ont sans doute déterminé les Physiologistes qui ont écrit après Weitbrecht, à ne faire nulle attention aux idées qu'il a proposées; ils s'en sont donc tenus à l'ancienne opinion qui attribue la pulsation des artères à la dilatation de leur cavité, qui dépend suivant eux de l'augmentation de la pression latérale du sang sur leurs parois, dans le temps de la contraction du cœur.

Il me paroît que les partisans de cette dernière opinion n'ont fait aucune attention aux circonstances du phénomène qu'ils entreprennent d'expliquer; elles méritent cependant d'être considérées, puisque toute hypothèse qui ne rend pas raison de toutes les circonstances qui accompagnent constamment un phénomène, doit être censée insuffisante pour expliquer ce phénomène. Il est certain, d'après l'observation avouée de tous les Physiologistes, que l'œil aperçoit le mouvement de l'artère qui frappe le doigt, qui lui est appliqué: c'est par une suite de cette vérité reconnue que les Auteurs emploient assez indifféremment, quoiqu'avec peu d'exactitude, les termes de voir & de sentir (*m*) le battement des artères; l'explication du

(1) Des différences que l'on avoue ne pouvoir être aperçues par les sens, à cause de leur extrême petitesse, doivent-elles être considérées par des Physiciens & sur-tout par des Médecins qui sont appelés communément *sensuales artifices*.

(*m*) Il est certain que l'on peut voir le gonflement d'un vaisseau &

même le sentir par le tact, sans pour cela qu'il frappe le doigt ou qu'il batte; dans l'expiration la veine-cave du bas-ventre & les jugulaires se gonflent d'une manière bien évidente à la vue & au tact, & n'ont cependant aucun battement; ce fait suffit pour prouver que l'on s'exprime avec peu d'exactitude en disant indifféremment

du battement des artères doit donc être propre en même temps à rendre raison du mouvement sensible à l'œil, des artères qui battent. Il ne suffit donc pas d'avoir établi vaguement que le canal artériel doit être tantôt plus, & tantôt moins dilaté, pour expliquer le battement de l'artère tel qu'il est observé; il faut encore établir & prouver que cet excès de dilatation est tel qu'il puisse être aperçu à la vue: il est donc évident que ceux qui soutiennent, que le battement des artères dépend de l'excès de la pression latérale, sont nécessairement engagés à prouver que cet excès peut donner aux parois de l'artère un mouvement que l'œil puisse distinguer. Cependant aucun des partisans de ce sentiment ne paroît avoir rempli cet engagement, ne paroît pas même y avoir pensé; ce qui est d'autant plus étonnant que ceux qui ont écrit après Weitbrecht, avoient été avertis de cette difficulté, par ce savant Auteur, qui en avoit fait la base de ses nouvelles idées sur la cause du pouls. D'où il suit que si l'on peut prouver que l'excès de la pression latérale, estimé même d'après les expériences de ses plus fameux partisans, ne peut produire un mouvement sensible à l'œil dans toutes les artères qui battent avec la dernière évidence & dont le mouvement est sensible à l'œil; il sera prouvé en même temps qu'il faut chercher une autre cause, que l'excès de la pression latérale, pour expliquer la pulsation des artères; or il me paroît aisé de fournir cette preuve.

Les partisans de la pression latérale estiment, d'après leurs expériences, que la plus forte pression latérale n'excède pas la moindre, de plus d'un quatre-vingtième*; d'où il suit, les effets étant proportionnels aux causes, que le diamètre intérieur de l'artère ne s'augmente tout au plus que d'un quatre-vingtième. Supposons donc que le diamètre de l'aorte soit de 10 lignes, son augmentation, dans le temps de la plus forte pression latérale qu'éprouvent ses parois, ne sera que d'un huitième de ligne; donnons aux artérioles du premier ordre qui rampent indifféremment voir & toucher les battemens des vaisseaux; nous remarquerons encore que les ventricules du cœur ne battent point dans leur dilatation, quoiqu'elle se fasse aussi promptement que celle des artères.

sur les intestins, un diamètre intérieur d'un dixième de ligne (*n*), l'augmentation du diamètre de ces artères dans le temps de la plus forte pression latérale, ne sera tout au plus que de la quatre-vingtième partie d'un dixième de ligne, c'est-à-dire, un huit-centième de ligne (*o*); ce huitième de ligne dans l'aorte, ce huit-centième de ligne dans l'artériole de l'intestin, est parcouru dans le temps d'une demi-seconde, en donnant à la dilatation des artères autant de temps qu'à leur contraction (*p*): or cette

(*n*) Ces mesures ont été prises par M. de Sauvages. *Morborum classés, tom. I, class. 3, pag. 310.*

(*o*) Ces augmentations de diamètre, telles que nous les avons supposées dans le texte, sont encore beaucoup au-dessous de ce qu'elles doivent être estimées réellement; car nous les avons admises proportionnelles aux forces qui pressent les parois des artères dans le temps de contraction & de dilatation de ces vaisseaux; cependant elles ne sont proportionnelles qu'aux racines carrées de ces forces. En partant de ce principe, j'ai prié M. de Ratte, Secrétaire perpétuel de la Société royale des Sciences, de vouloir bien calculer les augmentations des diamètres de l'artère aorte, de la radiale & d'une des artérioles intestinales, en supposant que dans le temps de la contraction de ces artères, leur diamètre soit de 10 lignes pour l'aorte, de 3 lignes pour l'artère radiale, & de $\frac{1}{10}$ de ligne pour l'artériole intestinale, & en supposant que les forces qui pressent les parois de ces artères dans le temps de leur contraction & de leur dilatation, sont entre elles dans le rapport de 80 à 81; voici le résultat de ses calculs:

L'augmentation du diamètre de l'aorte est de $\frac{1}{100}$ de ligne.

Celle du diamètre de la radiale est de $\frac{1}{100}$ de ligne.

Celle de l'artériole intestinale est de $\frac{1}{1000}$ de ligne.

J'ai donc eu raison de dire que cette augmentation étoit tout-au-plus de $\frac{1}{10}$ de ligne dans l'aorte, & de $\frac{1}{1000}$ de ligne dans l'artériole des intestins.

Je donne encore un autre avantage aux partisans de la pression latérale, car je suppose la différence de ces pressions toujours la même, tandis qu'ils sont obligés d'admettre qu'elle diminue dans les rameaux & les ramifications, & qu'elle se réduit enfin à zéro dans les capillaires artériels & veineux, pour expliquer dans leur hypothèse la diminution de la force du battement dans les petites artères, & le défaut de battement dans les veines; cependant on voit que quelque favorables que soient les suppositions que j'ai faites dans le texte à l'hypothèse que je combats, elles suffisent néanmoins pour en démontrer la fausseté.

(*p*) On pourroit me reprocher d'avoir supposé, pour favoriser mon opinion, le temps que les artères emploient à se dilater plus long qu'il ne l'est effectivement, car j'ai négligé le temps intermédiaire entre la dilatation & la contraction, connu sous le nom de *péryssole*, & j'ai donné une seconde pour le temps de la dilatation & de la contraction, ce qui ne donneroit que soixante battements par minute, & par conséquent un nombre de pulsations moindre que n'est celui que l'on observe ordinairement dans les adultes: je ne dois point laisser ce scrupule au lecteur, c'est pourquoi je supposerais

vitesse peut-elle être sensible à l'œil, c'est ce que l'analogie seule peut décider. L'aiguille des minutes d'une montre ordinaire, parcourt un quatre-vingtième de ligne dans le temps d'une seconde, son mouvement n'est point aperçu par les mêmes yeux qui distinguent très-bien le mouvement d'une artériole de l'intestin; la vitesse des parois de cette artère qui s'écartent lorsqu'elle bat, est cinq fois moindre que la vitesse de l'aiguille des minutes, & la grosseur de cette artère n'est pas plus considérable que celle de cette aiguille; l'œil qui n'aperçoit pas le mouvement de l'aiguille, ne devoit donc pas apercevoir le mouvement de l'artériole, ce qui est contraire à l'expérience; je dis plus, les parois de l'artériole ne devoient exciter aucune pulsation, car le doigt appliqué à l'aiguille des minutes suivant la direction opposée à celle de son mouvement, ne sent aucune pulsation, quoique l'aiguille soit un corps plus dur que cette artériole; dira-t-on que l'excès de vitesse de l'aiguille peut être une raison qui empêche d'en distinguer le mouvement? mais on distingue aisément le mouvement de l'aiguille des secondes, qui cependant est mûe avec soixante fois plus de vitesse que l'aiguille des minutes; ce n'est donc pas l'excès de la vitesse qui empêche d'apercevoir le mouvement de l'aiguille des minutes, c'est plutôt sa lenteur; & par conséquent un corps mû plus lentement que cette aiguille, & tout au plus de même grosseur qu'elle, ne peut avoir un mouvement sensible à l'œil, ni même frapper le doigt d'une manière sensible, comme nous avons observé que l'aiguille des minutes ne le faisoit pas; il paroît donc clair que

avec Schreiber (*de motu cordis*, cap. 2), d'après la remarque de M. de Sauvages sur l'expérience 8 de l'Hæmostatique de Hales, je proposerai, dis-je, que les trois parties dans lesquelles on peut diviser le temps qui se rencontre entre deux contractions de l'artère qui se suivent immédiatement, sont égales entre elles, & je détermine à $\frac{1}{3}$ de seconde chacune de ces parties, ce qui donnera quatre-vingts pulsations par

minute, & par conséquent un pouls plus fréquent qu'il ne l'est ordinairement dans l'adulte. Dans ces suppositions on peut démontrer que la vitesse des parois de l'artériole intestinale dans sa dilatation, est encore deux fois moindre que celle de l'aiguille des minutes des montres, admettant l'espace qu'elles ont à parcourir égal à $\frac{1}{800}$ de ligne; cette moindre vitesse donne la même conséquence que nous avons tirée.

l'hypothèse de la pression latérale est insuffisante pour expliquer la pulsation de toutes les artères qui battent avec la dernière évidence; & pour prouver cette insuffisance, nous n'avons eu besoin que des principes avoués même par les défenseurs de cette opinion, & qui lui servent de base.

On peut encore objecter aux partisans de la pression latérale, qu'ils ont avancé sans preuves que les parois de l'artère devoient s'écarter par l'effort plus grand de cette pression qu'elles éprouvent pendant la contraction du cœur; car ne seroit-il pas possible que cette pression fût augmentée, comme elle l'est effectivement, & que la résistance des parois pût encore équilibrer cet excès de pression (*q*)? Il falloit démontrer que ce qui est possible n'a pas lieu effectivement, & c'est ce que n'ont pas fait ceux dont nous examinons l'opinion; diront-ils que ce mouvement de l'artère aperçu à l'œil est la dilatation de ce canal? nous avons déjà démontré, d'après leurs principes, que cela ne peut avoir lieu dans les petites artères

(*q*) J'ai adapté une aorte tirée d'un cadavre humain, au bas d'un tuyau de quatre pieds six pouces de hauteur, que l'on entretenoit toujours plein; j'ai mesuré successivement la circonférence de cette aorte, lorsque l'eau couloit librement par les deux iliaques qui lui étoient continues, ou par une seule de ces iliaques, ou enfin les deux iliaques étant bouchées. Voici les différences qu'il y a eu à la circonférence de l'aorte, dans ces différens cas.

Circonférence de l'aorte pressée par une colonne d'eau de quatre pieds six pouces.

Les deux iliaques ouvertes. 25^{lignes} $\frac{1}{2}$

Une iliaque bouchée. 26 $\frac{1}{3}$

Le deux iliaques bouchées. 31

Ce qui donne pour les diamètres :

Dans le premier cas. 8^{lignes} $\frac{1}{2}$

Dans le second. 8 $\frac{4}{3}$

Dans le dernier. 9 $\frac{9}{16}$

Dans ces expériences, on voit que l'augmentation de près du double de la pression latérale dans le second cas, n'a produit que $\frac{3}{10}$ de ligne d'augmentation dans le diamètre, & que le diamètre d'une aorte beaucoup plus molasse & plus flasque qu'elle ne l'est certainement dans le corps vivant, n'a pas été augmenté de deux lignes par la pression d'une colonne d'eau de quatre pieds; ne peut-on pas conclure de ces faits, que l'augmentation du diamètre d'une aorte aussi ferme qu'elle l'est dans le corps vivant, doit être insensible lorsque l'excès de la pression latérale sur ses parois n'est que de $\frac{1}{16}$.

Nous n'avons pas besoin d'avertir que nous avons eu l'attention de lier exactement les artères que donne l'aorte au-dessus des iliaques.

qui battent, & dont on aperçoit le mouvement avec la dernière évidence; je doute même qu'aucun Observateur dépouillé de prévention puisse assurer qu'il ait vu la dilatation même des plus grosses artères, telles que l'aorte (*r*); ainsi loin que l'on ait prouvé que l'excès de la pression latérale suffit pour expliquer le battement des artères avec ces circonstances, on n'a pas seulement prouvé que cet excès de pression produisît nécessairement une augmentation quelconque du diamètre des artères.

Si l'on adapte une seringue à un canal flexible, à une portion, par exemple, d'aorte de quelque animal tué récemment, que l'on pousse de l'eau dans ce canal en frappant le piston de la seringue, le doigt appliqué sur les parois du canal sentira bien évidemment une pulsation toutes les fois que le piston sera frappé; cette expérience ne peut-elle pas servir à prouver que le sang poussé dans les artères par l'action du cœur, doit écarter leurs parois d'une manière à produire une pulsation sur le doigt qui leur est appliqué? c'est ce qui mérite d'être examiné.

L'expérience réussit de la manière dont elle vient d'être proposée, je l'ai faite moi-même avec beaucoup d'attention; mais j'ai observé que lorsque l'on pouffoit la liqueur dans le canal en pressant simplement le piston, le doigt appliqué sur les parois du canal sentoit l'écartement de ces parois sans sentir aucun battement; la question se réduiroit donc à savoir si le sang est poussé du cœur dans les artères par une force analogue à celle de la percussion, ou bien par une force analogue à

(*r*) L'expérience d'Harvée, que l'on cite ordinairement comme ayant vu la dilatation des artères, ne fait rien contre notre assertion; il coupoit une artère mise à nu, en pressoit l'extrémité avec les doigts, & la rétrécissoit par une suite nécessaire dans une certaine étendue; il dit qu'alors l'on sent l'impétuosité du sang qui aborde à cette extrémité d'artère, & qu'on en voit dilater les parois à chaque pulsation; nous

n'avons point nié que le sang ne fût poussé dans les artères pendant la contraction du cœur, & que l'on ne pût voir les parois affaissées d'un canal artériel s'écarter par l'abord du sang, auquel on oppose un obstacle invincible; il n'est question dans l'endroit qui donne lieu à cette note que de la dilatation des artères qui conservent leur diamètre naturel.

Voy. Harvée, exercitatio anatom. 3.

celle de la pression. Il ne paroît pas, pour peu que l'on réfléchisse sur l'action du cœur, telle qu'elle est décrite & avouée par tous les Physiologistes modernes sans exception, qu'on puisse long-temps demeurer en suspens sur la manière dont on doit résoudre cette question; la percussion produit son effet en un instant, les parois du cœur se contractent dans un temps donné, que les Physiologistes modernes estiment être le tiers de tout le temps que le cœur emploie à se dilater & à se

*Voy. la note (p). contracter *, son action ne peut donc être comparée à la percussion; de plus la percussion ne peut avoir lieu entre deux corps qui sont contigus; il faut nécessairement un intervalle quelconque qui sépare le corps frappant de celui qui doit être frappé: or les parois du cœur sont contiguës aux molécules de sang qui remplissent ses cavités, donc ces parois ne peuvent frapper les molécules du sang; nouvelle raison qui exclut toute idée de percussion, de l'action par laquelle le cœur chasse le sang hors de ses cavités. La même raison de contiguité, au moins médiate, du sang contenu dans le cœur avec celui qui est contenu dans le système artériel, empêche que l'on ne puisse croire que le sang chassé par la contraction du cœur, agisse en frappant celui qui est contenu dans le système artériel; cette contiguité médiate est avouée de tout le monde. Le cœur avant de se contracter, est plein, par conséquent le sang qu'il renferme, touche tous les points de sa surface intérieure, & par conséquent la surface des valvules sémi-lunaires, qui répond aux cavités du cœur; dans ce même instant où l'on suppose le cœur plein, les artères sont contractées & pleines, par conséquent les molécules du sang sont contiguës entre elles, aux parois des artères & à la surface des valvules artérielles qui est tournée vers le canal artériel; donc on ne peut s'empêcher de reconnoître une contiguité réelle immédiate entre le sang contenu dans le cœur, & celui que renferme la cavité des artères; on ne peut donc établir aucune comparaison entre les phénomènes qui suivent la percussion, & ceux qui doivent suivre l'action du cœur sur le sang qu'il contient, & celle même du sang chassé du cœur, sur la portion de ce fluide

qui est renfermé dans les artères; ainsi quoique l'expérience soit vraie, on n'en doit rien conclure en faveur de ceux qui soutiennent que la dilatation des artères, produite par le sang qu'elles reçoivent du cœur, est la cause de leur battement.

Jusqu'ici nous n'avons combattu les partisans de la pression latérale que par des raisonnemens appuyés sur des principes d'expérience qu'ils admettent eux-mêmes, & sur des vérités avouées de tous les Physiciens; il paroît que ces raisonnemens ont une force qui approche de bien près de celle de la démonstration, mais enfin ce sont des raisonnemens, & l'on sait combien il est aisé de se tromper en raisonnant, avec quelque attention & quelque sévérité qu'on veuille le faire; souvent la plus légère circonstance négligée nous induit dans des erreurs que l'expérience seule peut corriger, parce qu'elle seule nous fait apercevoir de cette négligence; c'est pourquoi malgré toute l'évidence que me paroissent avoir les raisons que j'ai proposées, je n'ai pas cru devoir regarder comme fausse l'opinion de ceux qui attribuent la pulsation des artères au sang poussé dans leur cavité par l'action du cœur, jusqu'à ce qu'elle fût démontrée telle par l'expérience faite sur les artères qui battent dans l'animal vivant. J'ai supposé une certaine étendue d'artère comprise entre deux ligatures, & conservée pleine de sang autant qu'il est possible, & par conséquent avec son diamètre ordinaire; j'ai supposé la ligature supérieure assez exactement faite pour intercepter entièrement le cours du sang dans la portion comprise entre les ligatures; dans les circonstances de cette supposition, il est clair que si le battement de l'artère est causé immédiatement par le sang qui y aborde, la portion comprise entre les ligatures ne doit avoir aucun battement, & si elle en a, il paroît évidemment démontré qu'il ne peut être attribué à cet abord du sang: j'ai réalisé cet supposition. Le 10 Novembre 1764, je priai M. Lafosse, Docteur en Médecine, de vouloir bien faire l'expérience telle que je l'avois imaginée, & d'en observer le succès; il la fit le même jour sur un grand chien très-vigoureux; il mit à nu l'artère crurale, y fit deux ligatures distantes d'un grand pouce

l'une de l'autre; il observa d'abord que le diamètre de l'artère étoit parfaitement le même entre les ligatures & par-dessus les ligatures; il se convainquit & par la vue & par le tact que l'artère comprise entre les ligatures battoit aussi fortement que par-dessus les ligatures; après s'en être convaincu, lui & deux Docteurs en Médecine présens, il coupa l'artère entre les ligatures, & fit voir par cette section que la ligature supérieure avoit été assez serrée pour ne donner aucun passage au sang dans la partie de l'artère renfermée entre les ligatures; cette expérience est attestée par M.^{rs} Lafosse, Portal & Dupefféau, Docteurs en Médecine.

Le 28 Septembre de cette année 1765, la même expérience a été répétée sur un chien d'une taille moyenne, mais vigoureux, le battement de l'artère comprise entre les ligatures étoit très-sensible, quoique cependant un peu moins fort que dans la portion du canal placé au-dessus de la ligature supérieure; on avoit eu soin en préparant l'artère pour l'expérience, de lier quelques artérioles collatérales qui avoient été coupées; ces deux expériences me paroissent décisives; trois ou quatre autres que nous avons tentées n'ont pas eu le même succès; ce n'étoit que par intervalles que le battement se faisoit sentir dans la portion comprise entre les ligatures, & même dans une de ces expériences, il fut impossible de distinguer de battement marqué, mais seulement une espèce de frémissement, nous remarquerons que toutes les fois que l'expérience n'a pas bien réussi, le diamètre de l'artère comprise entre les ligatures étoit évidemment moindre que celui de la même artère au-dessus des ligatures, & que cette portion d'artère étoit sensiblement plus flasque au jugement du tact que la supérieure (f). L'expérience m'ayant donc convaincu que

(f) En répétant ces expériences, il faut mettre à nu l'artère crurale, & disséquer patiemment les artérioles collatérales qui partent en plus ou moins grand nombre dans la longueur d'un pouce de l'artère que

l'on comprend entre les ligatures; il faut lier les artères crurales, après quoi on liera l'artère au-dessous & au-dessus de ces artérioles, assez fortement pour que les ligatures interceptent le cours des fluides; il

que le sang poussé dans le système artériel par l'action du cœur, n'étoit point la cause des battemens ou pulsations de l'artère, je crus devoir m'occuper de la recherche de la véritable cause de ce phénomène.

Quelle est la véritable cause du battement des artères ?

J'ai déjà remarqué que l'on ne s'avise que rarement de soupçonner de l'erreur dans les opinions, dont le principe est reçu sans aucune contradiction; sans les doutes que Weitbrecht a répandus sur la cause du battement des artères, admise par tous les Physiologistes de nos jours, je n'aurois vraisemblablement jamais pensé qu'elle pût n'être qu'une hypothèse dont la fausseté pourroit être aisément démontrée. Je l'avoue avec franchise & avec reconnaissance pour ce savant Auteur, ses réflexions contiennent l'énoncé de la vérité qu'il cherche, & qu'il n'aperçoit cependant pas au travers des nuages dont un reste de préjugé l'enveloppe à ses yeux. « C'est toute l'artère qui bat, dit-il, ou seulement une de ses parties; dans l'une & l'autre supposition le phénomène peut être le même, mais la dernière ne peut avoir lieu puisqu'il est démontré que l'écartement des parois de l'artère, tel du moins qu'il se fait, ne sauroit produire une augmentation sensible de son diamètre (1), donc ce qui frappe le doigt est toute l'artère déplacée & mue vers le doigt qui lui est appliqué ». Si Weitbrecht eut terminé sa dissertation par cette conséquence, il n'auroit laissé à ceux qui devoient écrire après lui, que le soin d'appuyer & de démontrer son explication par des expériences, qu'on auroit pu même supposer ne lui avoir pas été inconnues; mais nous avons vu combien peu il s'étoit attaché à cette conséquence, dans sa nouvelle hypothèse que nous avons examinée dans

il sera bon de faire la ligature inférieure un peu plus tôt que la supérieure; les chiens vigoureux paroissent plus propres à la réussite de l'expérience, sur-tout lorsqu'on les a fait manger quelques heures avant de leur faire subir cette opération.

(1) *Non igitur solum latus arte-*

riæ esse potest cujus impetum digitur tangens sustinet, sed in ipsâ arteriâ totâ quæri effectus & phenomeni ratio debet; id igitur quod pulsare sentimus non est nisi arteria tota loco suo mota & digito exploranti propius applicita. Weitbrecht loc. citat.

Mém. 1765.

. M m m m

la première partie de ce Mémoire : il a dit le vrai sans le sentir & sans le savoir. Il est sûr que la véritable cause de la pulsation des artères est leur déplacement, au moyen duquel elles sont portées avec plus ou moins de force vers le doigt qui leur est appliqué ; l'analogie qui se trouve entre la pulsation du cœur & celle des artères eût pu faire soupçonner l'analogie des causes de ces phénomènes ; l'on est convaincu aujourd'hui que la dilatation des ventricules du cœur ne produit point la pulsation de cet organe contre les parois de la poitrine, & qu'il les frappe dans le temps de sa contraction ou systole. Harvée fut assez heureux pour observer le mouvement du cœur, même dans l'homme vivant. Un jeune homme qui avoit eu un abcès très-considérable à la partie gauche de la poitrine, à la suite d'une fracture des côtes du même côté, lui fournit cette occasion unique ; il décrit lui-même tout ce qu'il observa & fit observer au roi d'Angleterre ; le cœur dans sa diastole se déroboit au tact en rentrant au dedans de la poitrine, dans sa systole il étoit poussé en avant & sortoit de la cavité de la poitrine, & c'est par ce mouvement qu'il eut frappé les côtes. L'illustre M. Ferrein a le premier développé & démontré le mécanisme de ce déplacement du cœur dans sa systole ; il a fait voir que cet organe étoit alors porté vers les côtes, par un mouvement qu'il appelle de conversion, au moyen duquel sa pointe décrit un arc de cercle de gauche à droite ; les idées de ce célèbre Anatomiste sont adoptées aujourd'hui par tous les Physiologistes, & comme nous l'avons déjà remarqué, tout le monde reconnoît que le cœur frappe la poitrine dans le temps de sa systole par le mouvement qui le déplace, & qui le porte vers les parois de cette cavité.

Si le battement du cœur n'est produit que par son déplacement, n'étoit-il pas vraisemblable de soupçonner au moins que le battement des artères pouvoit bien dépendre aussi du déplacement de ces vaisseaux ? soupçon qui auroit dû naturellement nous conduire à des expériences, qui auroient enseigné cette vérité depuis long-temps. J'ai fait plusieurs fois, avec l'attention la plus scrupuleuse, ces expériences, qui devoient me convaincre

du déplacement réel de toutes les artères, sensible dans le temps de leur battement. On avoit reproché à Weitbrecht que les seules petites artères paroissent se mouvoir dans le temps de leur battement, mais que les grosses artères, l'aorte, par exemple, ne pouvoient pas avoir le même mouvement, parce qu'elles étoient retenues & fixées dans leur place au moyen des tissus cellulaires; l'expérience que je fis le 4 de Septembre 1764, m'apprit combien cette objection étoit peu fondée. Je fis ouvrir par une incision cruciale le bas-ventre d'un chien d'une taille médiocre; on renversa simplement les intestins du côté droit, & l'on mit à découvert l'aorte & la veine-cave à l'origine des iliaques, ayant attention de ne rien déranger dans la position de ces parties; nous vîmes l'aorte se soulever par secousses & par intervalles le long de la colonne vertébrale, & ces secousses étoient synchrones avec les battemens de cette artère; nous vîmes les iliaques se soulever dans le même moment que l'aorte & par une suite du mouvement de cette artère. Le 9 Septembre 1765, ayant ouvert le bas-ventre d'un chien maigre & assez petit, nous avons vu l'aorte & les iliaques se soulever très-sensiblement, comme dans la précédente expérience; ayant étendu le mésentère, nous avons joui d'un spectacle fort satisfaisant; l'animal vivoit encore, & toutes les différentes artères qui se répandent sur la surface du mésentère battoient très-sensiblement & paroissent se soulever toutes à la fois dans toute l'étendue de cette duplicature du péritoine; nous avons vu aussi quelques artérioles se soulever sur les intestins même, l'aorte se soulevoit encore sensiblement à sa sortie du diaphragme; ayant ensuite ouvert la poitrine de ce même chien, nous avons aperçu le soulèvement de l'aorte & des intercostales, & tous ces mouvemens étoient simultanés avec la contraction du cœur.

Ces expériences & plusieurs autres semblables, que nous ne rapportons pas en détail, pour éviter les longueurs, démontrent invinciblement que toutes les artères du corps de l'animal se soulèvent au même instant qu'elles frappent le doigt qui leur est appliqué; les yeux les moins attentifs & les moins perçans

voient ce mouvement de tout le corps des artères, & leur témoignage réclame contre l'assertion de ceux qui prétendent prouver, en raisonnant, que les grandes artères, l'aorte au sortir du diaphragme sur-tout, sont fixées dans leur place de manière à ne pouvoir s'en écarter. Nous ne pouvons les réfuter plus solidement qu'en leur disant, mais sans doute avec plus de fondement, ce que le célèbre Ruifch disoit toujours à ceux qui frondoient les conséquences qu'il tiroit de ses préparations anatomiques, *venez & voyez.*

Ayant une fois établi, par des expériences incontestables & très-faciles à répéter, que toutes les artères qui battent, se soulèvent à l'instant même de leur battement, il est clair que l'on a mis sous les yeux la cause de ce battement; car il est évident que l'artère, en se soulevant, doit frapper le doigt appliqué suivant la direction contraire à ce mouvement. Il est donc vrai, comme le dit Weitbrecht, que c'est toute l'artère déplacée qui frappe le doigt qui lui est appliqué; & quand même l'on imagineroit encore, après tout ce que nous avons dit, que l'écartement des parois auroit quelque part à la pulsation des artères, le témoignage des sens nous forceroit à reconnoître que le déplacement de toute l'artère en est la principale cause. Mais, dira-t-on, le doigt appliqué sur les parties latérales de l'artère sent le battement, de même que celui qui est appliqué sur la partie supérieure de cette artère; cela pourroit-il arriver si le battement de l'artère n'étoit dû qu'à son déplacement? J'avoue que je n'ai jamais senti la force de cette objection. Si toute l'artère se soulève, tous les points doivent être conçus s'élever au même instant, & par conséquent être portés vers le doigt en quelque endroit palpable de la circonférence qu'il puisse être placé: il n'y a qu'un cas où la pulsation ne devoit point avoir lieu, ce seroit en supposant que l'on plaçât le doigt immédiatement au-dessous de l'artère; alors on conçoit qu'elle ne devoit point frapper le doigt placé inférieurement au même instant qu'elle frapperoit le doigt placé à la partie supérieure. Je ne sache pas que personne ait fait cette expérience, je la crois très-délicate & très-difficile.

à faire, à cause de la prestesse de l'élévation & de l'abaissement de l'artère, qui donneroit à peine un intervalle sensible entre le temps du battement que sentiroit le doigt placé à la partie supérieure au moment de l'élévation de l'artère, & celui que devoit sentir le doigt placé à la partie inférieure au moment de son abaissement; pour peu que l'esprit fût prévenu, il est presque impossible que les sens ne lui fissent illusion dans des mesures si délicates.

J'ai tenté tout récemment cette expérience, dont je viens d'exposer les difficultés telles que je les avois conçues; j'ai été étonné de les voir toutes disparaître dans l'essai que j'ai fait. J'ai ouvert le bas-ventre d'un chien fort gras; ayant renversé les intestins du côté droit, j'ai passé le doigt index sous l'aorte, que je touchois supérieurement avec le pouce; le battement, très-sensible à la partie supérieure, ne s'est point du tout fait sentir au doigt placé inférieurement; M.^{rs} Brun & Lafosse, Docteurs en Médecine, ont réitéré plusieurs fois ces tentatives, & constamment avec le même succès; M. Martin, Étudiant en Médecine, a éprouvé absolument la même chose; la crainte que j'avois eue que les intervalles de temps entre les battemens que l'on sentiroit à la partie supérieure, & ceux que l'on devoit sentir à la partie inférieure, ne pussent être distingués aisément, étoit sans fondement, puisque l'on ne sent aucun battement au doigt placé directement au-dessous de l'aorte (u).

Il nous paroît donc démontré que la cause immédiate du

(u) J'avoue que j'ai été surpris de ne point sentir de battement au doigt placé directement sous l'aorte; c'est un fait pourtant dont je me suis très-assuré par plusieurs tentatives que j'ai réitérées, aussi-bien que ceux qui assistoient à l'expérience; il est également sûr que l'artère bat à sa partie supérieure & ne bat point à sa partie inférieure; ne pourroit-on pas croire que lorsque l'artère est déplacée par le mouvement du cœur, elle se tend & se roidit davantage? qu'elle se relâche & devient plus flasque en reprenant sa situation?

ceci n'est qu'une conjecture pour expliquer un nouveau phénomène, qui ne dérange point l'explication que nous avons donnée du battement des artères, puisqu'il demeure toujours certain que l'artère en s'éloignant du doigt placé inférieurement, frappe d'une manière très-sensible, le doigt appliqué à sa partie supérieure; mais ce phénomène avec lequel notre explication subsiste, détruit absolument celle qui suppose que l'artère bat par sa dilatation; s'il est vrai, comme je l'ai conjecturé, que le défaut du battment de l'ar-

battement d'une artère quelconque est le déplacement, la *locomotion* de toute cette artère : mais quelle est la cause de ce déplacement de l'artère ? question que la curiosité fait naître & qu'il n'est pas aisé de résoudre d'une manière aussi sensible & aussi démonstrative que la précédente. Les difficultés qu'elle présente, & qui se développeront d'elles-mêmes dans la suite de ce Mémoire, nous empêchent de croire que nous puissions répondre définitivement à la question proposée ; ce que nous avancerons à ce sujet ne nous paroît devoir être encore regardé que comme l'opinion la plus probable, quelque appuyée qu'elle soit sur toutes les expériences connues jusqu'ici, & non pas comme une vérité absolument démontrée.

Pour peu que l'on médite sur la cause du déplacement des artères qui produit leur pulsation, on sent d'abord combien il est important dans cette recherche, de s'assurer, 1.^o si toutes les artères battent ensemble invariablement ou non ; 2.^o si leur pulsation simultanée correspond exactement à la systole du cœur ; la simultanéité de toutes les pulsations constamment observée suppose qu'elles dépendent d'une cause qui est commune à toutes, & leur correspondance exacte à la systole du cœur peut du moins faire soupçonner que la systole de cet organe est la cause commune qui agite toutes les artères : il est donc à propos d'examiner préliminairement ces deux questions.

*Le battement de toutes les artères est-il simultané ?
correspond-il exactement à la systole du cœur ?*

L'expérience est le seul guide que l'on doit suivre dans l'examen de ces questions ; mais les temps que l'on doit distinguer

tère à sa partie inférieure, dans l'expérience que j'ai tentée, dépend de ce qu'elle devient plus flasque ou moins tendue en reprenant sa première situation, on conçoit qu'il est possible dans d'autres essais que l'artère batte supérieurement & inférieurement, parce qu'elle peut

conserver plus ou moins longtemps le même degré de tension ou de rigidité ; dans ce cas toutes les difficultés que j'ai proposées dans le texte, se trouveroient encore, & ne pourroient se résoudre que par l'attention la plus délicate & la plus impartiale.

les uns des autres sont si petits & si rapprochés, la faculté d'apprécier des mesures aussi délicates, à l'aide de nos sens, est si bornée, l'esprit est si prompt à falsifier le rapport des sens pour le rendre favorable à ses préjugés, que les expériences même, sans lesquelles on ne peut rien décider, deviennent extrêmement difficiles & presque impraticables; ces difficultés rendent incertaines les assertions des Observateurs, & sur-tout à l'égard de ceux à l'opinion desquels elles seroient contraires: rien de plus aisé dans ce cas que de rendre suspectes la bonne foi, l'attention, la sagacité de celui dont l'observation renverse les idées que nous nous sommes accoutumés depuis long-temps à regarder comme incontestables.

Weitbrecht a très-bien senti & très-bien expliqué tous ces inconvéniens, aussi ne décide-t-il point affirmativement, & le sentiment qu'il propose d'après les épreuves qu'il a faites sur lui-même, n'est pas une vérité qu'il assure, mais une opinion pour laquelle il a le plus de penchant. Ces réflexions mettent en évidence toute la difficulté qui doit se trouver dans la question que nous examinons; elles doivent même nous convaincre de l'impossibilité de la résoudre démonstrativement, c'est-à-dire, par la voie de l'expérience. Tous les Médecins, jusqu'à Weitbrecht, ont regardé comme un fait certain la simultanéité du battement des artères; nous avons vu que Fernel n'admettoit la faculté pulsifique de Galien, que forcé par la nécessité d'expliquer ce phénomène, & que Bartholin & Moebius ont admis cette faculté à peu près par la même raison. Depuis Weitbrecht, quelques auteurs ont pensé différemment, mais ils sont en très petit nombre. Si dans les matières de Physique on ne devoit consulter que le nombre & le poids des autorités, il seroit absolument décidé que toutes les artères battent au même moment, mais on ne doit consulter que l'expérience dans la recherche de ces sortes de vérités, & si elle ne peut les décider, nous ne pouvons plus espérer que d'atteindre à des probabilités plus ou moins grandes. Nous avons déjà remarqué que dans la question dont il s'agit, le témoignage de l'observation la plus exacte & la plus fidèle, seroit toujours

ſuſceptible de quelques contradictions; toutes ces difficultés ne nous ont pas rebutés, nous avons obſervé ſouvent & avec la plus ſcrupuleuſe attention; & nous pouvons aſſurer que toutes les artères que nous avons miſes à nu dans les animaux vivans, dans pluſieurs tentatives que nous avons faites, nous ont toujours paru, & à ceux qui y aſſiſtoient, ſe ſoulever & battre dans le même temps. Dans l'homme vivant, non ſeulement les artères congénères, telles que les artères des carpes & les artères temporales, mais encore celles qui ne le ſont pas, l'artère du carpe & celle des tempes, l'artère du carpe & la poplitée, m'ont toujours ſemblé avoir des mouvemens ſimultanés. J'ai fait tenter ces expériences par de jeunes gens qui ne ſavoient point quelle étoit ma façon de penſer, ni même ſ'il y avoit des conteſtations ſur le fait que je leur diſois d'obſerver; tous m'ont aſſuré qu'ils ſentoient battre au même moment toutes les artères qu'ils touchoient en même temps; j'ai fait répéter avec la même précaution l'expérience par laquelle on ſ'aſſure ordinairement de la corréſpondance du mouvement de l'artère poplitée avec celui de l'artère du carpe; ces mouvemens ont toujours été trouvés ſimultanés: M. de Sauvages, dont l'exaſtitude en fait d'expériences eſt ſi connue, prétend avoir reconnu la même vérité par lui-même (x). Ces obſervations paroiſſent donc toutes favorables à l'opinion qui ſoutient la ſimultanéité du battement des artères; mais on ne peut point toucher à la fois toutes les artères du corps, on ne peut pas non plus les mettre toutes à nu dans un animal vivant, encore moins embraffer d'un coup d'œil aſſez ſûr, toutes ces différentes artères pour ſ'aſſurer du temps de leur mouvement; il eſt donc impoſſible de conclure pour la ſimultanéité, autrement que par analogie; j'avouerai même que l'autorité des expériences de Galien ſeroit ſeule capable, dans le cas dont il ſ'agit, de ſuſpendre toute aſſertion poſitive ſur ce ſujet. Ce

(x) *Tiliis decuſſabam, poplite dextro ſupra genu ſiniſtrum poſito, unde pulſante arteriâ popliteâ, per ſuperpoſitus toties aſſurgebat & dein deprimébat, eodem prorsus rythmo*

quo arteria: interea verò pulſum meum in arteria carpi explorabam, & amboſ motus ſynchronos omnino obſervabam. Sauvages, pulſ. & circulat. theoria.

grand

grand homme ayant mis à nu les artères d'un animal vivant, assure qu'on les voyoit tantôt s'élever & s'abaisser ensemble, tantôt dans des temps différens (y). L'observation de Zimmerman faite sur l'homme (z), nous apprend que si les battemens de toutes les artères ont un principe commun, l'une peut cependant n'avoir aucun mouvement, tandis que l'autre en a un bien sensible, ce qui fait une espèce d'hétérochronéité, qui doit fixer l'attention de ceux qui recherchent la cause du soulèvement des artères; l'observation de M. Fouquet est analogue à celle de Zimmerman; il observe sur le même sujet le battement régulier de l'artère des tempes & le battement très-irrégulier de l'artère du carpe (a).

Il n'est pas plus aisé de décider par la seule expérience la synchronéité des battemens du cœur & de ceux des artères; quelques-uns en portant en même temps la main sur l'endroit de la poitrine que frappe le cœur, & sur l'artère du carpe, sentent le mouvement de l'artère & celui du cœur au même instant; d'autres remarquent quelque différence de temps entre ces battemens; quoi qu'il en soit de cette diversité de temps entre le battement du cœur & celui des artères, il paroît décidé, par des observations faites sur des animaux vivans, & sur

(y) *Cæterum ex abundanti evidentiùs adhuc quam antea videbis arterias aut vicissim, aut eodem tempore & numero per totum animal elevari, submittere.* Galen. de administr. anatom. lib. VII, cap. 15.

(z) Extrait du livre de M. J. G. Zimmerman, de l'expérience en Médecine, tome I.^{er}, pages 356 & 357 : enfin j'ai observé très-souvent l'inégalité du pouls, eu égard à sa vitesse & à sa force dans différentes parties du corps : une veuve âgée de trente-neuf ans, assez vive d'ailleurs, & sensible à l'ennui du célibat, souffroit depuis nombre d'années de fortes douleurs de rhumatisme & éprouvoit particulièrement depuis le haut de la cuisse droite jusqu'au pied un sentiment

de froid que les eaux chaudes de Bade n'avoient pu dissiper, & que je guéris ensuite par le moyen des vésicatoires; chez cette malade je comptai durant plusieurs semaines à l'artère du poignet du côté droit, communément cinquante-cinq pulsations par minute, & à l'artère correspondante du bras gauche, quatre-vingt-dix à quatre-vingt-douze pulsations dans le même temps; le pouls étoit singulièrement foible du côté droit, & toujours fort du côté gauche; quand la malade avoit chaud, la chaleur étoit toujours beaucoup moindre du côté droit que de l'autre, elle ne suoit aussi que du côté gauche.

(a) Observation communiquée par M. Fouquet, extraite de son essai sur les pouls.

l'homme même, que le mouvement des artères est synchrone avec celui de la contraction ou systole du cœur. Dans toutes les expériences que j'ai faites à ce sujet, j'ai toujours vu que l'artère aorte & toutes les ramifications, dont l'ensemble pouvoit être suisi par la vue, se soulevoient au même moment que le cœur en se contractant, se portoit en devant & en haut vers les parois de la poitrine. Nous avons déjà cité l'observation fameuse d'Harvée, c'étoit au moment qu'il sentoit le cœur se durcir, se dresser, se porter en dehors, qu'il sentoit le battement de l'artère du carpe dans le même sujet dont il touchoit le cœur; je ne connois d'ailleurs aucun auteur ni aucune expérience qui contredise ce fait; ainsi on peut regarder comme vrai & même comme démontré par les expériences, que le battement des artères & la systole du cœur se font dans le même temps, quoique d'ailleurs il puisse arriver, comme l'ont observé quelques-uns (b), qu'on ne sente pas au même instant la pulsation de l'artère & celle du cœur contre les côtes, quoiqu'il arrive quelquefois, suivant l'observation de Zimmerman & l'expérience de Galien, que toutes les artères ne battent pas à chaque contraction du cœur.

L'on voit aisément, par tout ce que nous venons de dire, que des deux questions que l'on peut proposer sur la simultanéité du battement des artères comparés entre eux, & sur la simultanéité de ces battemens comparés avec la systole du cœur, l'une peut être regardée comme indécise, ou du moins comme ne pouvant être décidée démonstrativement & sans réplique, par l'expérience, & l'autre peut être regardée comme décidée par l'observation. Il n'est pas démontré rigoureusement que toutes les artères battent ensemble, mais il est démontré que les artères ne battent qu'au moment que le cœur se contracte & qu'il se déplace en se portant avec vitesse en devant & en enhaut vers les côtes, de gauche à droite, par le mouvement que l'illustre M. Ferrein appelle *mouvement de conversion*, & dont il a développé les causes mécaniques.

(b) *Certum est quidem momentum illud temporis, quo apex cordis latera pectoris ferit, non coincidere cum apulsu arteriæ carpi aut carotidis. Weibrecht, loc. citat.*

*Quelle est la cause la plus probable du déplacement
ou locomotion des artères ?*

En admettant la simultanéité du battement des artères avec la contraction du cœur, conformément à toutes les expériences connues jusqu'ici, on peut établir que le mouvement qui déplace le cœur dans la systole est la cause qui soulève tout le système artériel : ce mécanisme se présente aux yeux de l'observateur, & l'anatomiste qui connoît la continuité de tout le système artériel avec les deux troncs qui le fournissent, & la continuité de ceux-ci avec le cœur lui-même, en doit sentir la nécessité. Dans presque toutes les expériences que j'ai faites au sujet de ce Mémoire, j'ai fait ouvrir la poitrine, mettre à nu l'artère aorte & ses principales ramifications & j'ai toujours vu, de même que ceux qui étoient témoins de ces tentatives, que toutes les fois que le cœur se contractoit & se déplaçoit, l'aorte étoit redressée & soulevée de même que ses ramifications dans toute l'étendue qu'on pouvoit saisir d'un coup d'œil. On ne peut proposer qu'une difficulté contre la conséquence que nous tirons de ces observations, c'est qu'elles ne prouvent pas plus que le mouvement du cœur est la cause du redressement & du soulèvement de l'aorte & de ses branches, qu'elles ne prouvent que le déplacement du cœur est l'effet du soulèvement & du redressement des artères. Cette difficulté ne porte point à faux, puisque l'observation ne démontre autre chose que la simultanéité de deux phénomènes, c'est-à-dire du déplacement du cœur & de celui des artères, & que de cette simultanéité des deux phénomènes, on ne peut en conclure immédiatement que l'un soit la cause de l'autre; pour constater l'affertion que nous avons faite, il nous faut donc d'autres expériences & d'autres raisonnemens.

Si chacun des deux phénomènes que l'on observe ensemble, existe quelquefois séparément, il est clair qu'aucun des deux ne peut être regardé comme la cause de l'autre; mais si de ces deux phénomènes coexistens, un seul peut exister ou existe quel-

quelquefois indépendamment de l'autre, celui-là doit être regardé comme la cause du phénomène dont l'existence suppose constamment la sienne.

Appliquons ces principes au cas dont il s'agit; l'on n'a point encore vu d'artère se soulever & battre lorsque le cœur avoit cessé son action ou lorsqu'elle en étoit séparée, & l'on voit tous les jours des cœurs isolés, séparés de leurs artères, se soulever, se déplacer & frapper les corps que l'on présente dans une direction opposée à celle de leur mouvement; donc le déplacement du cœur est la cause & non l'effet (c) du déplacement & du soulèvement des artères. On peut donc faire revivre en quelque façon l'opinion de Galien, puisque c'est de la faculté pulsifque du cœur que dépend le battement des artères, suivant ce que nous venons d'énoncer, je dis la faculté pulsifque occulte du cœur; parce qu'elle dépend sans doute de l'arrangement merveilleux des fibres qui entrent dans la composition de cet organe, & de la manière dont agit la cause de ce mouvement, & que cet arrangement, cette manière dont agit la cause de ce mouvement, nous sont absolument cachés, & par conséquent ne doivent être regardés par rapport à nous qui les ignorons, que comme des facultés ou puissances occultes; il est vrai que l'effet de ces facultés est sensible & peut s'expliquer

(c) Dans la carpe, l'artère qui sort du cœur se dilate de telle manière qu'elle en couvre toute la base, ensuite se rétrécissant peu à peu elle forme une espèce de cône; cette artère montant par l'intervalle que les ossements laissent entr'elles, jette vis-à-vis de chaque paire de côtes, de chaque côté, une grosse branche qui est couchée dans la gouttière creusée sur la surface extérieure de chaque côté; & qui s'étend sur cette gouttière d'une extrémité à l'autre du feuillet; voilà tout le cours de l'aorte dans ce genre d'animaux
.....
Cette branche fournit autant de rameaux qu'il y a de lames sur l'un

& sur l'autre bord de la côte, la grosse branche se termine à l'extrémité de la côte, ainsi qu'il a été dit, & les rameaux finissent à l'extrémité des lames auxquelles chacun d'eux se distribue.
.....
Là, chaque rameau de l'extrémité de l'artère trouve l'embouchure d'une veine, & ces deux embouchures appliquées l'une à l'autre immédiatement, ne faisant qu'un même canal, malgré la différente consistance de ces vaisseaux; la veine s'abat sur le tranchant extérieur de chaque lame, & parvenue au bas de la lame, elle verse son sang dans un gros vaisseau veineux.
.....
Ces troncs de veine pleins de sang

par les principes mécaniques, mais jamais Galien n'a prétendu dire que les effets fussent occultes, mais seulement les causes. Les effets sensibles d'une faculté occulte, peuvent devenir eux-mêmes des causes très-évidentes & très-mécaniques de plusieurs phénomènes; la Physique fournit mille exemples de cette vérité, mais pour ne point sortir du sujet que nous traitons, le déplacement du cœur, qui est l'effet sensible d'une faculté occulte, devient la cause très-évidente & très-mécanique du déplacement des artères.

Pour peu que l'on fasse attention à l'observation de Zimmerman & à l'expérience de Galien, dont nous avons parlé ci-dessus, on s'apercevra aisément que le cœur ne déplace pas toujours toutes les artères au même moment, & puisqu'on ne peut supposer que cette variété dépende de l'action du cœur, qui paroît constamment la même, il faut en chercher nécessairement le principe dans les dispositions de l'artère qui peuvent varier. Il est évident que les artères ne peuvent se soulever ni par conséquent battre, qu'autant, 1.^o qu'elles sont continues à leur tronc; 2.^o qu'elles ont un degré de roideur qui résiste assez à l'action du cœur qui les soulève pour en recevoir elles-mêmes l'impression & le mouvement; d'où il suit que des rameaux flasques & mollaſſes ne pourroient être

artériel, sortent de chaque côté par l'extrémité qui regarde la base du crâne, prennent la consistance & l'épaisseur d'artère, & viennent se réunir deux à deux de chaque côté. Celle de la première côte fournit avant sa réunion, des branches qui distribuent le sang aux organes des sens, au cerveau & aux parties voisines, & fait par ce moyen les fonctions qui appartiennent à l'aorte ascendante; dans les animaux à quatre pieds; ensuite elle se rejoint à celle de la seconde côte, & les deux ensemble ne font plus qu'un tronc; après cela ce tronc dont toutes les racines étoient veines dans le poumon, devenant artère par sa tunique & par son office, continue son

cours le long des vertèbres, & distribuant le sang artériel à toutes les autres parties, fait la fonction d'aorte descendante.

Il ne faut pas oublier que l'artère qui sort du cœur a un battement, au lieu que les vaisseaux qui font la fonction d'aorte n'en ont point, au moins qui soit sensible. *Duverney l'aîné, Mémoires de l'Académie, année 1701, pages 229, 232, 238, 239.*

Cette observation de M. Duverney paroît bien propre à confirmer par l'analogie ce que nous avons avancé sur la cause du déplacement des artères; nous en tirerons encore d'autres conséquences dans la suite de ce Mémoire.

déplacés & battre dans toute leur étendue, quoiqu'il se tronque dont ils partent soit sensiblement déplacé; on doit donc regarder comme des conditions absolument requises pour le battement des artères, la continuité avec leur tronc & un certain degré de rigidité, de manière que les restes étant égaux, la branche artérielle battra d'autant plus fortement qu'elle sera plus tendue & plus ferme; la plénitude de l'artère, la pression latérale, peuvent sans doute contribuer & contribuent effectivement beaucoup à cette tension ou rigidité de l'artère, mais la force du ton propre aux parties de l'animal vivant qui constitue leur vie est la cause la plus essentielle de cette rigidité; sans cette force tonique, admise par tous les Physiologistes, les parties sont flasques & mollasses, quoique d'ailleurs pleines de sang & d'humeur (*d*); ce sont les différens degrés de ce ton qui constituent les différens degrés de la vie des animaux & de leurs parties. Il est reconnu que ce ton dépend de l'action des nerfs & qu'il peut subsister encore plus ou moins long-temps, plus ou moins évidemment dans les parties qui n'ont plus de continuité avec les nerfs (*e*); le ton augmenté jusqu'à un certain point dans le tissu d'un muscle, est la cause de tous les phénomènes de l'action musculaire; la diminution du ton dans ces mêmes fibres est la cause de cette espèce de flaccidité qui distingue les membres d'un homme qui dort d'avec ceux de celui qui veille; l'augmentation de ce ton qui constitue la veille & la distingue du sommeil, mais qui n'est pas encore au point de procurer les phénomènes de l'action musculaire, est reconnue par M. Ferrein sous le nom de *mouvement submusculaire*; quoique l'on ignore le principe & la cause immédiate de ce ton, il se fait reconnoître par-tout par la fermeté, la tension, la rigidité plus ou moins grande des parties qu'il anime, comparées avec les mêmes qualités dans les parties

(*d*) Les vaisseaux d'une partie enflammée qui tourne à la gangrène, ne sont pas désemplis pour cela; cependant on aperçoit sensiblement que la partie s'affaïsse, devient molle, & que les artères de son tissu ne battent plus.

(*e*) Les mouvemens du cœur, des intestins, qui subsistent, ces parties étant mêmes séparées du corps, sont des preuves de cette vérité.

qui en sont totalement dépourvues, telles que sont les parties entièrement paralysées & celles d'un cadavre. D'après ces notions des propriétés du ton, il est évident que celui des artères leur est absolument nécessaire pour qu'elles puissent battre; les autres causes ne peuvent y suppléer qu'imparfaitement; elles sont même insuffisantes sans le ton, & le ton peut suffire sans elles: ce principe est conforme à l'expérience. Nous avons fait remarquer que lorsque l'artère ne battoit point entre les ligatures, elle étoit constamment plus flasque & plus molle que dans la partie supérieure aux ligatures; il n'est donc pas étonnant que les artères vides de sang, affaîssées, mollassées au-dessous des ligatures, ne donnent aucun battement; il n'est pas étonnant non plus que l'expérience du battement entre deux ligatures ne réussisse pas toujours; il est possible que certaines branches artérielles n'aient pas constamment le ton nécessaire pour se soulever à chaque battement du cœur; elles peuvent reprendre & perdre ce ton alternativement, & l'on conçoit que cela peut sur-tout arriver dans les parties dont le ton est évidemment affoibli; il pourra donc arriver qu'une artère saine & vigoureuse batte deux ou trois fois & même plus dans le même temps où l'on n'observera qu'un battement d'une artère dans laquelle la force du ton est plus ou moins diminuée; c'est le cas de l'observation de Zimmerman; ce peut être celui de l'expérience de Galien, dont nous avons parlé, dans laquelle il voyoit quelques rameaux artériels se soulever dans des temps différens; la variété successive du ton dans une artère peut donc aussi produire une grande irrégularité dans les pulsations, quant à leur fréquence, leur dureté, leur mollesse, leur inégalité, leur force, &c. tandis qu'une artère qui aura constamment le même ton battra régulièrement dans le même sujet; & c'est le cas de l'observation de M. Fouquet: il paroît donc que la simultanéité ou la non-simultanéité du battement des artères peut également subsister avec le principe de leur mouvement que nous venons d'établir.

Mais cette force tonique nécessaire dans le tissu des artères pour qu'elles puissent être soulevées par le déplacement du

cœur, ne pourroit-elle pas soulever l'artère par elle-même; indépendamment de toute action du cœur (f)? nous ne voulons, ni ne pouvons décider cette question; nous laissons aux métaphysiciens oisifs, ces disputes sans fin sur les possibles & les impossibles, nous nous bornons à rechercher si cette force tonique fait ou ne fait pas le soulèvement de l'artère; nous avons déjà dit que toutes les expériences & les observations que nous connoissons jusqu'ici, prouvent & démontrent qu'elle ne le fait pas. Si des Observateurs plus heureux, plus attentifs, plus souvent occupés de ces recherches, découvrent jamais un seul cas où le battement s'observe dans une artère séparée du cœur ou de son tronc; si même on observe que les rameaux d'un tronc quelconque, se soulèvent & battent dans le temps que leur tronc est immobile, alors on sera obligé de reconnoître dans le tissu des artères même, le principe de leur mouvement, en un mot, une faculté pulsifique analogue à celle qui est démontrée dans le cœur, & qui dans l'état ordinaire pourra également aider le déplacement du cœur & en être aidée dans ses effets; mais jusqu'à ce que nous ayons de pareilles observations, la cause du déplacement des artères que nous venons d'établir, est la seule que l'on peut admettre en raisonnant d'après l'expérience qui doit décider notre façon de penser dans ces sortes de matières.

On a trouvé plusieurs fois des portions d'artère ossifiées; Fallope cité par Riolan, rapporte que Coiter trouva dans un cadavre qu'il disséqua à Padoue, toute l'artère osseuse; Moebius cite l'observation que fit Solenander dans le cadavre de l'évêque de Wetta; ce Prélat quelques années avant sa mort, ne pouvoit se tenir droit, & il étoit obligé de se courber en s'appuyant sur quelque corps solide; on trouva dans son cadavre, l'aorte ossifiée de la longueur de quatre travers de doigts au-dessus & au-dessous des reins; Santorini a observé

(f) Les artères qui font fonction d'aorte descendante & ascendante dans la carpe, ne battent point, quoiqu'elles aient un tissu semblable à celui des artères; ne pourroit-on

pas conclure par analogie, que le battement des artères ne dépend point d'une cause qui soit inhérente à leur tissu.

l'aorte

l'aorte ossifiée depuis la sortie du cœur jusqu'à la naissance des artères émulgentes; Harvée conservoit une portion d'aorte avec les artères crurales ossifiées dans la longueur d'environ douze pouces. Tous ces Observateurs, excepté Harvée, ne font aucune mention de l'état du poulx dans ceux dont ils avoient examiné les cadavres: Harvée dit que les artères placées au-dessous de l'ossification dont il parle, battoient, mais il ne le dit que comme un fait dont il se ressouvenoit (*g*); ni lui, ni aucun des autres Anatomistes que nous avons cités, n'a fait attention à la mobilité ou à l'immobilité de ces parties ossifiées qu'ils observoient; ces omissions nous empêchent de tirer aucune conséquence sûre de toutes ces observations. Si l'on eût observé la pulsation au-dessous de l'artère ossifiée, & que l'on eût démontré expressément par la dissection, que ces portions osseuses, soudées, pour ainsi dire, dans leur position, n'étoient susceptibles d'aucune locomotion; alors on concluroit avec certitude que le battement des artères observé dans ces cas, dépendoit d'un principe inhérent au tissu de ces artères; il est aisé de s'apercevoir qu'une seule de ces précautions négligée, ne permet plus que des conjectures. Harvée compare l'état où se trouvoit l'aorte dans le cas de son observation, à celui où se trouveroit une artère saine dans laquelle on auroit introduit un tuyau, suivant la méthode de Galien; si la comparaison est juste, l'aorte observée par Harvée a dû se soulever & battre, puisque dans les expériences de Galien & dans celles que Vieussens a faites avec l'attention la plus scrupuleuse, la portion crurale, celle de l'aorte, dans laquelle étoit renfermé le tuyau, se soulevoit & battoit sensiblement. Concluons donc que toutes ces observations d'ossifications d'artères, qui, si elles eussent été faites avec toutes les attentions marquées ci-dessus, auroient pu jeter un grand jour sur la matière que nous traitons, nous laissent, faute de ces attentions, dans le même degré d'obscurité que si elles ne l'avoient pas été; d'où il suit, comme

(*g*) *Nihilominus inferioris arteriæ pulsum agitari in cruribus optimè memini, dum vivebat, me sæpius observasse*, Harvée; exercit. anatom. III, pag. 218.

nous l'avons déjà dit, que le déplacement du cœur est jusqu'à présent la cause la plus probable du déplacement des artères, & par conséquent de leur pulsation. Les artères battent parce qu'elles se déplacent; la vérité de cette proposition est démontrée rigoureusement par l'expérience; les artères se déplacent par le mouvement du cœur dans le temps de sa contraction; toutes les expériences connues concourent à établir la vérité de cette proposition, aucune observation ne la contredit; si elle est douteuse, ce n'est qu'autant que l'analogie qui se rencontre entre les battemens du cœur & ceux des artères, laisse entrevoir l'analogie possible entre leur cause. Or il est certain que la cause du mouvement du cœur est inhérente à son tissu animé par l'action des nerfs (*h*), puisque, comme nous l'avons

(*h*) Cette observation sur les cœurs qui se meuvent lorsqu'ils sont séparés du corps de l'animal, étoit une des raisons qu'apportoient les Anciens pour soutenir que le cœur n'étoit pas un muscle semblable aux autres, puisque ceux-ci avoient besoin de nerfs pour continuer leur action, tandis que le cœur n'en avoit pas besoin; ils ignoroient ou ne faisoient pas attention que tous les autres muscles ont le même privilège que le cœur à cet égard; le mouvement péristaltique des intestins, les mouvemens très-marqués de contraction dans les parties séparées de leur tronc, prouvent cette vérité, qui n'est d'ailleurs contestée aujourd'hui par personne; il est sûr que les nerfs sont nécessaires à l'action des muscles, mais il n'est pas moins sûr que les muscles, les uns d'une manière plus marquée que les autres, peuvent agir quelque temps sans être continus aux nerfs; de ces deux vérités également reconnues par les modernes & démontrées par les expériences, il me paroît suivre évidemment que les nerfs sont nécessaires pour porter dans les muscles le principe de leur action,

mais que ce principe peut y subsister plus ou moins long-temps indépendamment des nerfs, qu'il s'affoiblit bientôt & se dissipe entièrement, lorsqu'il n'est pas, pour ainsi dire, réparé continuellement; les expériences qui nous font voir que certains muscles de l'animal, tels que le cœur, les fibres motrices des intestins, retiennent plus long-temps que les autres leur irritation & leur contractibilité, nous font voir en même temps que le tissu de tous les muscles n'est pas également propre à retenir le principe de leur mouvement; ce corollaire rappelle au même principe, des phénomènes qui paroissent en exiger de distincts; la Physique nous fournit un exemple qui peut porter dans notre esprit quelque lumière sur la façon dont nous venons de concevoir que les nerfs influoient sur l'action des muscles; l'aimant communique par le frottement à une aiguille de fer, toutes ses propriétés; ces propriétés une fois communiquées par l'aimant, subsistent dans l'aiguille plus ou moins long-temps indépendamment de l'aimant, duquel cependant découle cette force magnétique de l'aiguille aimantée.

déjà dit, cet organe séparé de tous les vaisseaux & du corps même de l'animal, continue de se mouvoir plus ou moins long-temps suivant les circonstances.

Il nous reste à expliquer pourquoi les veines ne battent point; cette explication paroît d'abord beaucoup plus difficile dans l'hypothèse que nous avons embrassée sur la cause du déplacement des artères, que dans l'hypothèse communément adoptée sur la cause du battement de ces vaisseaux; car les troncs veineux ne sont pas moins continus au cœur que les artériels; par conséquent ils devroient donc être déplacés & soulevés, ainsi que leurs rameaux, aussi-bien & par la même raison que les troncs artériels & leurs rameaux le sont: mais cette difficulté est plus facile à résoudre qu'elle ne le paroît au premier coup d'œil. Il ne faut pour cela que se rappeler un fait avoué de tous les Anatomistes & de tous les Physiologistes (i), c'est que le tissu des vaisseaux veineux est beaucoup plus mince & plus lâche que celui des vaisseaux artériels; de-là il s'ensuit nécessairement qu'il doit céder & prêter au mouvement du cœur dans la contraction, tandis que le tissu des artères plus épais & plus ferme, résiste davantage à ce mouvement & en reçoit presque tout l'effort. L'effet du mouvement du cœur sur les artères & sur les veines, ne peut donc être le même; les troncs veineux en cédant, bornent les effets de l'action du cœur, les arrêtent, pour ainsi dire, dans leur principe, ce qui n'arrive pas de même aux troncs artériels qui résistent beaucoup plus; que s'il arrive que le déplacement du cœur soit beaucoup plus prompt & plus violent, qu'il ne l'est ordinairement, alors les veines résistant plus qu'à l'ordinaire, éprouveront à peu près le même soulèvement que les artères & battront de même; c'est le cas du battement des veines observé par M. Homberg *. Les accès d'asthme auxquels étoit sujette la Dame, sur laquelle il fit cette observation, étoient toujours accompagnés de palpitations violentes qui duroient une ou deux heures; dans le temps de la plus grande violence de ces palpitations, on sentoît aux veines des bras & du cou, un

* Voy. *Mém. de l'Acad.* 1704.

(i) Sauvages, *pulsus & circulat. theoria.*

battement très-sensible, dont la fréquence étoit un peu différente de celle des artères, mais qui suivoit exactement les violentes secousses que l'on sentoît que le cœur se donnoit, & quand cet accès étoit fini, on ne s'apercevoit plus du battement à ces veines. M. Homberg explique ce phénomène, parce que le sang ne pouvant sortir librement des ventricules du cœur par les troncs artériels qui se trouvoient bouchés, pour me servir de son expression, par des polypes que l'on trouva adhérens à leur cavité, après la mort de la malade, le cœur forçoit dans ses plus grands efforts les valvules veineuses & refluoit brusquement & par secousses, dans la veine-cave & ses principaux rameaux. La plus légère attention suffit pour s'apercevoir que ce phénomène s'explique tout naturellement d'après les principes que nous venons de poser; la fréquence du battement des veines n'a pas dû être la même que celle des artères, parce que les artères battoient à chaque contraction du cœur, & que les veines ne battoient que dans le temps des plus violentes secousses de la palpitation. L'hypothèse que nous avons proposée sur la cause du déplacement des artères, quadre donc parfaitement avec tous les phénomènes observés jusqu'ici dans l'économie animale; elle rend aussi-bien raison du défaut de battement dans les veines, que du battement des artères; d'ailleurs elle est fondée, comme nous l'avons déjà remarqué, sur tous les faits d'expérience connus jusqu'à présent, & aucune observation ne la contredit.

Tel est le résultat des recherches que nous avons faites sur la cause de la pulsation des artères; il ne nous reste plus pour remplir en entier l'objet que nous nous sommes proposés, que de présenter au Lecteur quelques corollaires qui se tirent aisément de tout ce que nous avons dit dans le cours de ce Mémoire, soit en combattant ce que nous avons cru faux, soit en établissant ce qui nous a semblé être la vérité ou la plus grande probabilité.

COROLLAIRES PHYSIOLOGIQUES.

i.° Si l'on fait attention à tout ce que nous avons dit dans

la première partie de ce Mémoire, pour prouver que toutes les artères ne pouvoient être dilatées sensiblement par l'excès de la pression latérale, tel qu'il a été observé par les partisans de cette opinion; on verra clairement que l'on peut douter des mouvemens de diastole & de systole du système artériel, ou du moins que s'ils existent, ils sont pour ainsi dire des infinimens petits physiques, sur-tout dans les artères dont le diamètre est le moins considérable, quoiqu'encore très-sensible, telles que celles des intestins.

2.^o Si l'on peut douter de la diastole & de la systole des artères, si ces mouvemens ne sont point sensibles & ne peuvent l'être à cause de leur extrême petitesse, toutes les hypothèses qui ont pour base cette dilatation & cette contraction des artères; deviennent des hypothèses insoutenables; telles sont celles qui regardent la contraction alternative des artères, comme un des agens les plus propres à broyer, pour ainsi dire, les humeurs ensemble, à les atténuer, à rapprocher leurs molécules, à les combiner en cent façons différentes, en un mot à changer le chyle en sang; telle est celle qui admet ces mouvemens alternatifs de diastole & de systole comme pouvant suppléer à l'action du cœur, en chassant de leur cavité vers les veines, la portion du sang qu'ils supposoient avoir été employée pour dilater les artères.

3.^o Toutes les idées qu'ont proposé les anciens sur l'usage de la diastole & de la systole des artères, sont également renversées, si ces mouvemens n'existent point; l'inutilité de ces mouvemens pour toutes ces fins, est d'ailleurs prouvée par les observations que nous avons rapportées de ces grandes portions d'aorte, de toute l'aorte même, qui ont été trouvées parfaitement ossifiées (*k*).

COROLLAIRES PATHOLOGIQUES.

1.^o On explique facilement d'après les principes que nous avons établis, un phénomène souvent observé dans la pratique

(*k*) Les vaisseaux qui portent le sang aux parties supérieures & inférieures dans la carpe, qui sont par conséquent l'office d'artère & en

de la Médecine, & qui est inexplicable par la théorie du pouls généralement reçue : ce phénomène est l'augmentation très-sensible de la pulsation des artères, répandue dans le tissu d'une partie enflammée, tandis que le cœur & les autres artères, n'ont que des battemens conformes à ceux de l'état de santé. Pour que ce phénomène ait lieu, sans rien changer dans le mouvement du cœur, il suffit que le ton, la tension soient augmentés dans les artérioles du tissu de la partie enflammée ; or on conçoit facilement que le ton & la tension, peuvent être augmentés dans une partie, sans l'être nécessairement dans une autre, & sans aucun changement dans le mouvement du cœur : c'est un fait observé tous les jours ; le ton vital ne dépend point de cet organe, mais des nerfs qui portent l'activité dans les différentes parties du corps.

2.^o Le mécanisme de la suppuration, dont presque tous les modernes ont établi pour principe, la dilatation & la contraction des petites artères, est démontré faux d'après les corollaires physiologiques que nous avons donnés.

3.^o Le battement des artères ne doit point être regardé ; dans ses différens degrés de force ou de foiblesse, comme un signe univoque des différens degrés de force ou de foiblesse de l'action du cœur. Le ton varié des artères peut suffire pour établir les différences que l'on observe dans leurs battemens ; effectivement on observe souvent, comme nous l'avons déjà dit, que certaines artères battent très-fortement, quoique l'action du cœur subsiste dans son état naturel, & réciproquement on observe que le mouvement du cœur est très-augmenté, tandis que celui des artères est plus petit, plus languissant qu'à l'ordinaire.

4.^o L'on ne peut point estimer ou mesurer en quelque sorte, la quantité du sang lancé dans les artères par la contraction du cœur, par la grandeur ou la petitesse du pouls, puisque ces deux qualités ne dépendent point primitivement

ont le tissu, ne battent point sensiblement ; nouvelle preuve de l'inutilité du battement des artères, & de leur dilatation & contraction alternatives. Voyez la note (c).

de cette quantité de sang surajoutée par la contraction du cœur. On ne peut pas même estimer, par ce moyen, si le sang est en plus ou moins grande quantité dans une artère, parce que le ton vital des parties suffit, étant augmenté, pour leur donner plus de volume, comme on peut le prouver par une foule d'observations, dont nous avons rapporté quelques-unes dans le cours de ce Mémoire.

5.° Il est possible de sentir par le tact, le mouvement du fluide qui coule dans les vaisseaux, sur les parois desquels on applique le doigt : ce sentiment est très-distinct de celui du mouvement qui fait le battement. Ce que nous disons doit arriver sur-tout, lorsque le tissu des artères devient moins ferré & plus mollassé : ne pourroit-on pas croire que le pouls ondulant (*undulosus*), que l'on a regardé, & que l'on regarde encore comme un signe de la sueur, & qui se trouve toujours joint avec la mollesse de la pulsation, n'est aperçu que parce que l'on sent alors le mouvement du sang au travers des parois de l'artère. Quoi qu'il en soit de cette conjecture, il est certain, par l'expérience, que le doigt appliqué sur les parois d'un vaisseau dans lequel un fluide est poussé, peut sentir très-distinctement le battement, le gonflement de ce vaisseau, qui sont des choses très-distinctes, & encore le mouvement du fluide qui coule dans sa cavité : ces sensations combinées différemment, peuvent donner lieu à une très-grande variété de pouls, suivant les différentes circonstances ; ce n'est qu'aux Observateurs exacts qu'il appartient de décider à quel point cette variété de combinaisons est effectivement portée dans les différens états de l'économie animale.

6.° La diminution ou la perte totale successive du ton ; dans le système artériel, explique très-aisément un phénomène très-communément observé dans les mourans, & que le vulgaire exprime en disant que le pouls se retire vers les parties supérieures ; le retour successif du ton dans les différentes parties des mêmes artères, mais dans une direction contraire à la première, paroît être la véritable cause qui fait reparoître quelquefois le pouls, dans le même ordre qu'il avoit disparu.

COROLLAIRE THÉRAPEUTIQUE.

Tous les corollaires pratiques que fournit la théorie rationnelle du poulx que nous avons donnée, sont si multipliés, que l'on en pourroit composer un ouvrage assez long, qui s'écarteroit de l'objet principal de notre Mémoire : nous nous arrêterons donc à une seule réflexion. Le principe de la théorie rationnelle du poulx reçu jusqu'à nos jours, étant démontré faux, ou pour le moins douteux, toutes les indications dans le traitement des maladies, prises en conséquence de cette théorie, sont évidemment fausses ou douteuses. Si malgré la fausseté de cette théorie, dont tous les Praticiens de nos jours ont été imbus dans leur jeunesse, ils ne font point de fautes essentielles dans la pratique, c'est qu'une expérience quelquefois fâcheuse, leur a appris à s'en écarter à propos, ou, pour parler plus vrai, c'est qu'en pratiquant assidument la Médecine; on s'accoutume insensiblement à ne suivre d'autres règles que celles qui sont dictées par l'observation; c'est que l'on oublie, sans s'en apercevoir, toutes les théories rationnelles; & que si l'on s'en souvient, ce n'est que pour demeurer persuadé par sa propre expérience, de l'inutilité, & même du danger de la plus grande partie de ces théories. Le langage de tous les Praticiens consommés dans l'exercice de leur art, l'indifférence ou le mépris qu'ils témoignent pour toutes ces théories rationnelles dont ils ont fait autrefois leurs délices & l'objet presque unique de leur étude, prouvent bien la vérité de ce que nous avons avancé. La fausseté ou l'incertitude de la théorie rationnelle du poulx, que nous venons de démontrer, est bien propre à exciter la défiance pour de semblables théories, quel que soit leur objet. Aucune hypothèse n'a été plus universellement reçue, n'a paru plus appuyée par l'expérience, n'a été soutenue plus constamment; & malgré toutes ces raisons, qui concouroient à en établir la sûreté, je crois avoir prouvé combien elle est fautive ou incertaine. On pourroit sans doute trouver, à plus forte raison, la même incertitude dans les autres opinions les plus accréditées. Je ne veux point cependant blâmer ceux qui s'occupent

s'occupent de cette sorte de théorie, ils sont plutôt dignes de louange que de blâme; ils peuvent rencontrer dans leurs recherches, des vérités propres à satisfaire la curiosité; ils peuvent détruire des erreurs dangereuses; leurs hypothèses peuvent donner lieu quelquefois à des vues pratiques justifiées par le succès, qui n'en démontre cependant pas la vérité (1); enfin, ils peuvent devenir utiles, même en nous apprenant l'inutilité de leurs tentatives. Mais je crois que ces recherches ne doivent occuper que des Physiciens qui s'y appliquent uniquement; je crois qu'à la vérité elles doivent être connues historiquement de ceux qui se destinent à l'exercice de la Médecine, que c'est la Physique de leur art; cependant que leur art ne commence véritablement, qu'où finit cette Physique: la théorie empyrique devant en être l'unique base. La vraie manière de philosopher en Médecine, consiste dans l'observation seule, éclairée par l'esprit de méthode, aidée quelquefois par des conjectures fondées sur des analogies entrevues avec sagacité, mais sévèrement dégagée de toute hypothèse arbitraire.

Galien sentoît très-bien qu'il étoit plus raisonnable de confier le soin de la santé à ceux qui exerçoient l'art de la Médecine suivant les règles du pur empyrisme, & sans aucun raisonnement, qu'à ceux qui prétendent devoir l'exercer, à l'aide du raisonnement dont ils abusent; « car il est très-vrai, ajoute Galien, que les premiers connoissent beaucoup mieux ce qui convient aux sains & aux malades, que les derniers qui ne se «

(1) Le célèbre Lancisi, d'après la théorie rationnelle qu'il s'étoit formée sur l'usage des ganglions des nerfs, conjectura que l'engorgement du ganglion placé près de l'utérus, qui unit l'intercostal avec les nerfs cruraux, étoit la cause d'une paralysie de l'extrémité inférieure droite qui survint à une jeune Dame à la suite de la petite vérole; cette conjecture lui fit rejeter tous les remèdes internes céphaliques que l'on proposoit, & il leur substitua des douches d'eaux minérales sulfureuses, faites

sur la région illiaque droite, dans la vue de rétablir le ton naturel du ganglion qu'il supposoit affecté; son avis fut suivi & la malade fut entièrement guérie. (*Lancisi, de gangliis nervorum*) Il est évident que la vérité de cette théorie qui suggéra cette indication justifiée par le succès, n'est pas démontrée par ce même succès, & Lancisi ne le croit pas; les douches peuvent avoir été utiles par bien d'autres raisons que par celle qui avoit donné lieu à les employer.

» repaissent ordinairement que de sophismes; entr'autres maux
 » que nous font ces Sophistes, ils nous obligent à passer notre
 » vie à lire les ouvrages des Chefs de leur secte, & ceux qu'ils
 » composent eux-mêmes pour l'appuyer, & enfin à perdre un
 » temps précieux à les réfuter (m) ». L'incertitude & la vanité
 de l'esprit humain peuvent seules se complaire dans les opinions
 qu'il enfante, & les préférer à des vérités, dans les découvertes
 desquelles il n'auroit d'autre part que l'attention requise pour
 les saisir, espèce de mérite que l'amour propre dédaigne, parce
 qu'il s'imagine fausement qu'il n'est rien de si facile que de
 l'acquérir. S'il est absolument nécessaire de nourrir cette vanité
 en lui présentant des opinions qui la fixent, nous sommes à
 plaindre, & nous risquons de rouler toujours dans des hypo-
 thèses qui se succéderont les unes aux autres; car il est à
 craindre que le même principe qui a fait chérir l'opinion, &
 qui l'a rendue nécessaire, n'empêche les effets de cette raison
 qui doit lui faire quitter ce jouet: il est bien difficile de renoncer
 à une erreur que l'on s'est accoutumé depuis long-temps, à
 regarder comme la vérité. Les yeux, par l'habitude qu'ils ont
 contractée de se tourner seulement d'un côté, ne peuvent, le
 plus souvent, reprendre la liberté de leurs mouvemens. Pourquoi
 ne pas présenter d'abord à l'esprit la route qu'il doit suivre
 pour atteindre au vrai? Pourquoi ne pas espérer d'un esprit
 dont la lumière n'est encore obscurcie par les nuages d'aucun
 préjugé, ce que l'on croit devoir en attendre lorsque ses facultés
 seront comme embarrassées dans les entraves de l'opinion?

(m) *Tum nonne rectè bona pars
 hominum sese iis credit qui artem
 administrant magis usu ratione ca-
 rente, quam rationali perversione?
 nam quod nonnulli eorum dicere
 solent verissimum est, multò meliùs
 se & sanorum & ægrotantium viçtùs
 rationes nosse, quam qui sophysticè*

*deblatterant, qui, ut alia missa
 fiant, vitam prætereà nostram terunt,
 dum ea primùm legimus quæ sectæ
 suæ procures præscripserunt: tum
 audimus quæ opitulantes illis dicant,
 tum demùm eorum sophysmata solvere
 cogimur. Galen. lib. de atrabile.*



M É M O I R E

Sur la manière de conserver en tout temps les cristaux de l'alkali fixe du tartre, pour servir de suite au Mémoire de M. MONTET, sur la cristallisation de cet alkali, inséré dans le volume précédent.

Par M. MONTET.

P O U R conserver en tout temps les cristaux du sel alkali de tartre sous une forme régulière, on peut s'y prendre de plusieurs manières, toutes fort aisées & qui réussissent très-bien, en employant les précautions que je vais indiquer.

Premièrement, quand on retire les cristaux de dessus les vaisseaux, il faut les rouler sur plusieurs feuilles de papier à filtrer, le tout *preslement* & par un temps sec; &, par cette manœuvre, le papier s'imbibe de toute la partie aqueuse dont ils étoient enduits en les retirant; on les met ensuite dans une bouteille bien sèche & dont le diamètre ne soit pas trop large; on la bouche exactement avec un bouchon de liège en recouvrant ce bouchon avec une peau où un parchemin bien lié; & on la place ensuite en été à la cave, & en hiver au rez-de-chaussée ou au premier étage ou au second, mais toujours dans un endroit sec & à l'abri de la chaleur. Une bouteille de 2 ou 3 pouces de diamètre sur 10 de hauteur & dont le gouleau est assez large pour donner entrée aux gros cristaux, contiendra jusqu'à une livre de ce sel; cependant si on remplit cette bouteille sans avoir même pris la précaution de rouler ces cristaux sur le papier à filtrer, pour en emporter l'humidité surabondante, il n'y en aura jamais de fondus au bas de la bouteille que de la hauteur d'un pouce; & à l'égard de ceux qui sont au-dessus de la liqueur, on pourra toujours les retirer de la bouteille pour

les présenter à ceux qui voudront connoître la forme de leur cristallisation : j'en ai depuis quatre ans qui sont dans le même état. Quand on prend les précautions marquées ci-dessus, c'est-à-dire qu'on roule soigneusement les cristaux sur du papier gris pour les bien dessécher, on les conserve parfaitement secs tout le temps que l'on veut, sans presque aucune marque de fonte au fond de la bouteille, à moins qu'ils ne soient exposés à une chaleur supérieure à celle du 20.^e degré du thermomètre de M. de Reaumur.

Un autre moyen bien sûr de conserver les cristaux d'alkali fixe, c'est de les couvrir de bon éther vitriolique dans un flacon bien bouché ; j'en ai à ma cave depuis six mois, dans cet éther, qui n'ont éprouvé aucun changement.

L'esprit-de-vin le mieux rectifié par les moyens connus des Chimistes, est propre aussi à conserver ces cristaux ; celui dont je me suis servi avoit passé sur de l'alkali fixe très-desséché par une légère calcination & ensuite avoit été distillé au bain-marie dans un matras d'environ 4 pieds de hauteur. L'esprit-de-vin plus foible, pourvu qu'il mette le feu à la poudre, a de même la propriété de conserver les mêmes cristaux lorsqu'ils n'ont exactement que l'eau de leur cristallisation ; je veux dire lorsqu'ils sont dépouillés, au moment qu'on les tire du vaisseau, de celle qui leur est surabondante, en les roulant sur le papier à filtrer.

Toutes les huiles essentielles qu'on retire de plusieurs parties des plantes & des écorces des fruits de nos provinces méridionales, comme celles de lavande, de thym, de fenouil, de bergamote, de citron, &c. sont très-propres à conserver dans leur forme régulière les cristaux de l'alkali fixe du tartre.

L'huile d'olives qui a déposé une partie de son mucilage & qui a un ou deux ans d'ancienneté, est encore très-propre à les conserver : j'en ai de couverts d'huile, qui sont depuis six mois dans une bouteille que j'ai soin de tenir à la cave pendant l'été, & qui sont toujours dans le même état. Presque toutes les huiles, par expression, liquides & non grasses, font le même effet, de même que la plupart des huiles animales

rectifiées; ces huiles conservent parfaitement les cristaux de sel de tartre, à moins, comme je l'ai déjà dit, qu'une chaleur de 20 à 30 degrés du thermomètre de M. de Reaumur ne les fasse fondre.

Si j'ai parlé de ces moyens de conserver les cristaux de sel de tartre dans les huiles essentielles & par expression, c'est uniquement pour montrer tous les différens procédés qui peuvent conduire au même but : on n'a pas besoin, en effet, d'employer ces derniers; les autres sont plus que suffisans & sans embarras. Quand on a couvert ces cristaux de tartre avec les différentes huiles que j'ai indiquées, pour les *débarbouiller* de ces huiles, on ne fait que les rouler sur du papier gris ou de la mouffeline, le tout promptement & par un temps sec; on les a dans la même forme qu'on les y avoit mis, le papier ou la mouffeline se chargeant de toute l'huile qui les barbouilloit.

Je finirai par quelques observations sur le procédé que j'ai publié, & qui manquent à la première partie de ce Mémoire. J'ai remarqué que pour bien réussir à cristalliser l'alkali fixe du tartre, il faut que le vaisseau entre presque tout dans le fourneau & qu'il n'y en ait uniquement que les rebords qui sortent; il convient aussi que le fourneau ait 2 ou 3 pouces d'épaisseur pour pouvoir conserver pendant 7 à 8 heures une légère chaleur après le point de l'évaporation où je rapproche ma liqueur saline *, sans quoi il ne se formeroit point de cristallisation.

* Voy. *Mém. de l'Acad.* 1764
p. 578.

On observera encore que quand la forte pellicule est formée, il faut prendre garde que rien n'ébranle le fourneau ni le vaisseau, parce que le moindre mouvement feroit rompre cette pellicule & surager la liqueur, & alors on n'auroit qu'une cristallisation imparfaite, sans aucune forme régulière.

Quand on fait cette cristallisation par un temps humide ou lorsque le vent du sud-est règne, il faut dès que l'évaporation de la liqueur saline est parvenue au point marqué, couvrir le vaisseau d'un papier très-fort, tel que celui dont on enveloppe les pains de sucre; on fait au papier deux petites

ouvertures pour laisser échapper le peu d'eau qui peut s'évaporer pendant 7 à 8 heures que doit durer ce refroidissement lent, d'où dépend tout le succès de l'opération.

Le papier qui couvre le vaisseau en défend l'entrée à l'humidité de l'air, qui est attirée puissamment par ce sel.

Cette opération peut assez bien réussir au bain de sable, en faisant évaporer la liqueur saline dans des vaisseaux de verre bien évafés, mais souvent aussi on la manque par cette méthode; ce qui n'arrive pas en opérant à feu nu & avec les précautions indiquées. La raison en est que, lorsque l'évaporation de la liqueur saline est rapprochée au point marqué, si le sable se trouve très-chaud, elle conserve long-temps une forte chaleur qu'on ne peut pas diminuer; d'où naît une trop grande évaporation qui empêche la cristallisation ou la rend très-imparfaite. Si le bain de sable n'est pas assez échauffé, on tombe dans le même inconvénient; ainsi cette méthode demande un Artiste bien exercé, au lieu qu'en suivant l'autre, on peut diminuer ou régler la chaleur à volonté.

La cristallisation faite à feu nu doit donc avoir la préférence; d'autant plus qu'on n'obtient au bain de sable que des cristaux bien plus petits qu'au feu nu.

Nota. Dans le Volume de 1764, on lit, *page 579, ligne 1.* "l'alkali fixe du tartre se cristallise, &c. *Lifcz*, l'alkali fixe du tartre se cristallise en prismes à six faces, terminées en pointes & assemblées en faisceaux, qui forment les gros cristaux; d'autres cristaux sont en colonnes hexagones ou prennent la forme d'autres solides réguliers.

F A U T E S À C O R R I G E R

Dans l'Histoire de 1765.

<i>Page.</i>	<i>Ligne.</i>	<i>Faute.</i>	<i>Lisez</i>
10,	34,	o absolu de froid	o absolu de chaud
18,	12,	importante matière	intéressante matière
31,	1,	cesseroit	cesseroient
42,	28,	celle	celles
59,	1,	à la Trigonométrie	dans la Trigonométrie
<i>Ibid.</i>	27,	& travailler	& de travailler
71,	8,	nombres	nombre
125,	4,	les unes les autres	les unes derrière les autres
134,	10,	ressorts à boudins	ressorts à boudin

Dans les Mémoires de la même année.

<i>Page.</i>	<i>Ligne.</i>	<i>Faute.</i>	<i>Lisez.</i>
35,	5,	branchues	branches
88,	23,	qu'on cherche à avoir	qu'on cherche, avoir recours
100,	9,	$\frac{m''}{s''}$	$+\frac{m''}{s''}$
146,	6, 7,	<i>Graduation</i>	<i>Gradation</i>
153,	1,	(<i>d</i>).	(<i>d</i>),
155,	20,	terrain	terrein
158,	7,	corrigée & d'autres	corrigée, & d'autres
160,	9,	cinq à fix	cinq ou fix
166,	34,	Or quelques petites	Or quelque petites
169,	19,	convenable	convenables
171,	27,	$D^{\circ}.8.0243428.$	$D^{\circ}.8.0143428.$
173,	16,	$R.$	$R.^2$
182,	15, 16,	relavement	relativement
203,	4,	la fin de cette Table, <i>Ajoutez en note</i> , * corrigées depuis, d'après quelques petites erreurs, sur les trente premières années, avant le thermomètre de M. de <i>Reaumur</i> .	
209,	28,	degré	degré,
224,	14,	verrons, que pour	verrons, pour

Page.	Ligne.	Faute.	Lisez.
249,	2,	ternes	termes
ibid.	9,	le fini de la 9 ^{me} & de la 7 ^{me} , &c.	le fini.
ibid.	22,	put	put

Ajoutez à la note de la page 253, La doctrine de *Newton* sur les densités de la Terre, &, en général, des Planètes, relativement à leurs distances du Soleil & à la chaleur qu'elles en reçoivent, revient ici au même, quant aux effets, que la théorie de *Leibnitz*. *Voy. Princ. math. L. III, Prop. 8, Corol. 4, &c.*

Pour les Tables.

Page.	Colonne.	Ligne.	Faute.	Lisez.
193,	4,	23,	6435.	5435.
ibid.	ibid.	24,	6790.	5790.
202,	5,	penult.	57457.96.	57456.03 $\frac{1}{2}$
ibid.	6,	ibid.	55665.51.	55664.03 —
245,	5,	18,	203 :	212 :

Page.	Ligne.	Faute.	Lisez.
424,	22,	mieromètre	micromètre
425,	22,	traîné	terminé
468,	21,	plus grande	plus petite
513,	3,	la rendre	devenir
519,	18,	lettre	cinquième lettre
521,	ibid.	On ajoute qu'il fait	vient, ajoute-t-on, de faire
527,	5,	inoculateurs	inoculations
ibid.	6,	devint	devient
ibid.	15,	& M. <i>Manetti</i> à Florence	M. <i>Manetti</i> à Florence &
529,	6,	Ce prince	Il
ibid.	8,	où	dans laquelle
ibid.	ibid.	dans	en
ibid.	15,	aient	ont
530,	1. ^{re} note,	(n)	(o)
ibid.	2. ^e note,	(o)	(q)
ibid.	3. ^e note,	(p)	(n)
ibid.	4. ^e note,	(q)	(p)



